Taller 1 Análisis numérico

Julian Builes
Santiago Bermudez
Daniel Reyes
Daniel Fierro

Agosto 2020

1 Introducción

Existen diferentes métodos para encontrar las raíces de una función, en este documento se va explicar el funcionamiento de el método de Müller. El método de Müller tiene un punto de vista parecido al método de la secante, pero proyecta una parábola a través de 3 puntos , los cuales pueden ser sustituidos en la fórmula cuadrática para obtener el punto donde la parábola intercepta el eje x; es decir, la raíz estimada. Para el análisis de este este método se van usar tres ecuaciones evaluando cada una de ellas con tres errores.

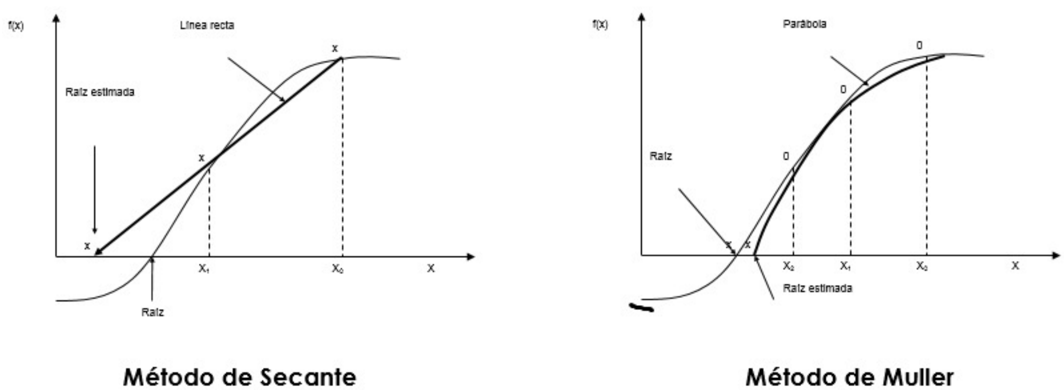
Formulas:

$f(x) = cos^2(2x) - x^2$
$f(x) = x * sin(x) - 1$ Evaluado en [-1,2]
$f(x) = x^2 - 2x^2 + 4/3x - 8/27$
$e = 10^{-8}$;10^{-16}; 10^{-32}

2 Condiciones para aplicar el método de Müller

- El algoritmo debe recibir tres valores iniciales x_0, x_1, x_2, corresponde a valores que rodean a la raíz.
- Tolerancia: la tolerancia corresponde una posible forma para evaluar el criterio de parada del algoritmo.
- Numero de iteraciones máximos: Corresponde a un criterio de parada si el algoritmo supera el numero de iteraciones

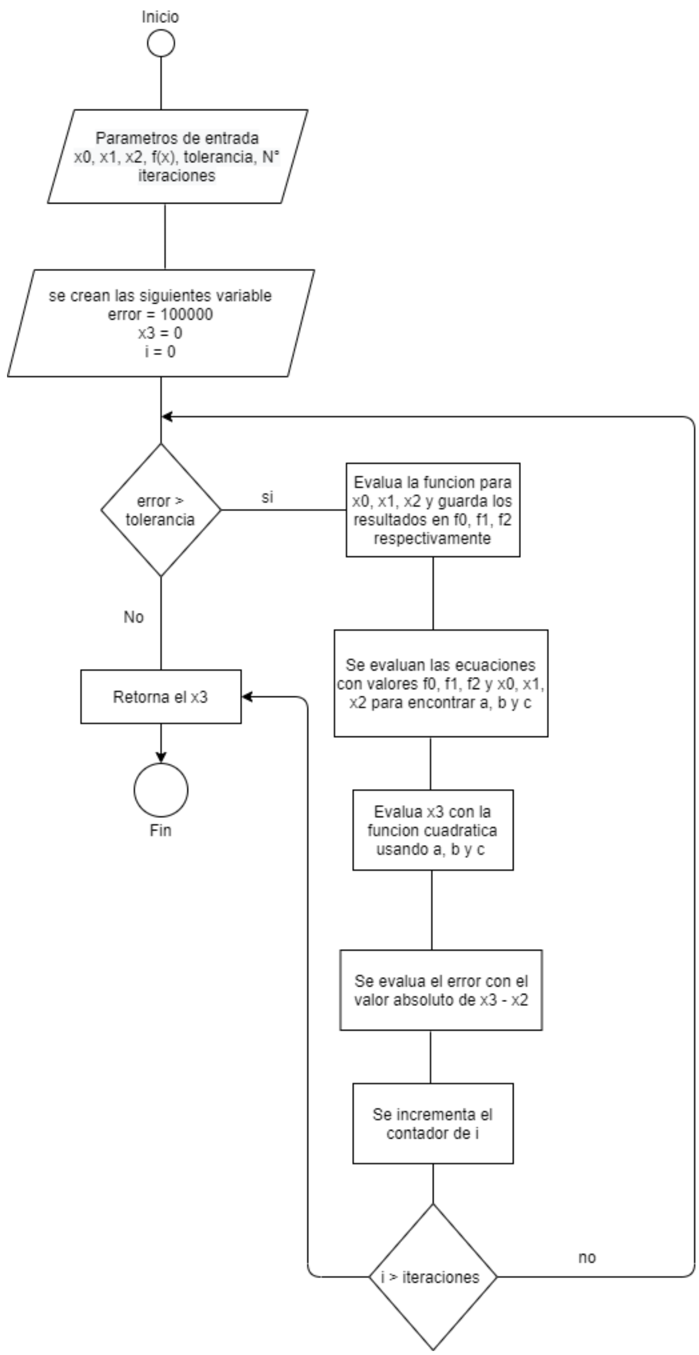
3 Explicación geométrica



Métodos

Como se ve en la gráfica, este método consiste en tomar los tres puntos y determinar una parábola que aproxime el valor de la raíz de la función original, entre más iteraciones se puedan realizar más cercano se hace la raíz de la función a la de la parábola .

4 Diagrama de flujo de operación del algoritmo



Diagrama

5 Cuales son la raíces

- $f(x) = cos^2(2x) - x^2$:
  Resultado Validado con WolframAlpha: 0.514933...

$E = 10^{-8}$	$E = 10^{-16}$	$E = 10^{-32}$
$0.514933 - 6.42723e - 23j$	0.514933+9.9756e-28j	0.514933-1.2744735e-57j

- $f(x) = x * sin(x) - 1$:
  Resultado Validado con WolframAlpha: 6.4391172...

$E = 10^{-8}$	$E = 10^{-16}$	$E = 10^{-32}$
$6.439117 - 1.460046e - 18j$	6.439117+1.525934e-24j	6.439117-1.5557e-61j

- $f(x) = x^2 - 2x^2 + (4/3)x - 8/27$:
  Resultado Validado con WolframAlpha: $3/2 = 0.6666...$

$E = 10^{-8}$	$E = 10^{-16}$	$E = 10^{-32}$
$0.666664 - 1.161273e - 06j$	0.666664-1.161273e-06j	0.666664-1.161273e-06j

6 Comportamiento del método

- Pérdida de significancia : Es mínima la perdida ya que el épsilon que se manejo para el algoritmo fue de $2.220446049250313e-16$, y comparándolo con resultados obtenidos por otras herramientas como wolfram el valor era mucho mas preciso para la mayoría de los casos incluso si se disminuía la tolerancia

- Número de iteraciones : El numero de iteraciones para los dos primeros casos fueron iguales haciendo las pruebas con los errores de $E = 10^{-16}$ y $E = 10^{-8}$ los cuales dieron 10 iteraciones y en el caso de la tolerancia mas pequeña la iteración subió a 12. Para el ultimo caso indepndiente de nivel de tolerancia el algoritmo siguió hasta superar el limite de las iteraciones.

- Convergencia: El orden de convergencia en el método de Muller, es de aproximadamente 1.84, el cual es mayor al del método de secante el cual tiene un orden de 1.62, pero la convergencia de Muller se ve menor que el de Newton el cual es de 2. Lo que quiere decir que el método de Muller hace mas progresos por iteración que el de la secante.

7 Cómo se puede solucionar el problema de significancia, es remediable o está destinado al fracaso

Independiente del algoritmo de Müller el problema de la significacia es algo que siempre va a estar presente y mas que todo si hablamos de maquinas que implementan el algoritmo, ya que van a depender de su capacidad es decir el espión el cual es el numero mas pequeño que pueden representar.

8 Que pasa con el método cuando hay más de dos raíces, explique su respuesta

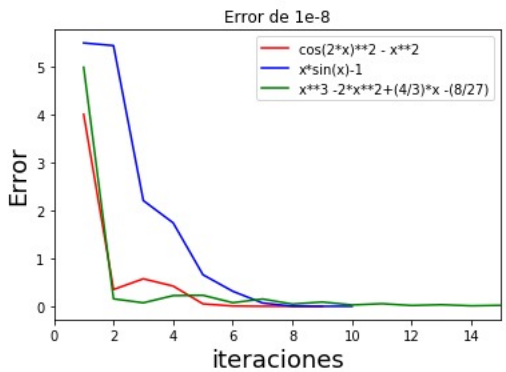
Debido a que el método de Müller lo que hace es que a partir de 3 puntos genera una función cuadrática para aproximarse lo mas posible a la raíz, es ahí el motivo por el cual el método no es capaz de dar mas de una raíz ya que los puntos que toma de referencia solo pueden rodear a una raíz

9 ¿Qué pasa con el método cuando la función es periódica, par o impar, estas características influyen?

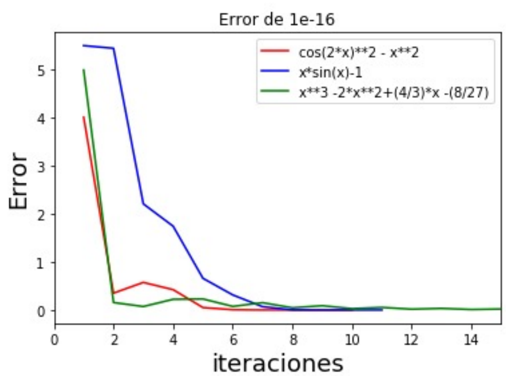
No influye en ninguno de los dos casos, ya que si suponemos que la función es continua y en un intervalo $[a, b]$ exista un cambio de signo , esto no generaría ningún problema con el método, lo único es que solo mostraría una raíz en el caso que sea periódica.

10 Realice una gráfica que muestre la relación entre ϵ_{i+1} y ϵ_i, qué representa esa gráfica ¿ y encuentre una relación de la forma $\epsilon_{i+1} = f(\epsilon_i)$?

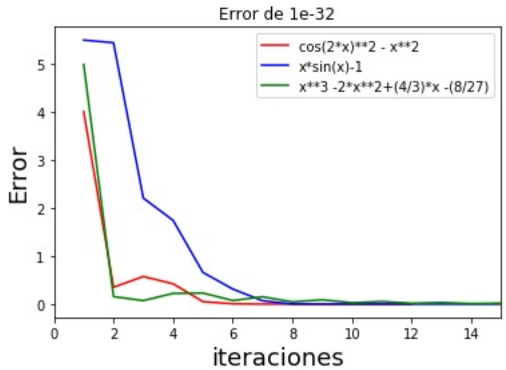
11 Realice una gráfica que muestre como se comporta el método en cada caso con respecto a la tolerancia y al número de iteraciones



Gráfica con error $1e-8$



Gráfica con error 1e-16



Gráfica con error 1e-32

12 Como se comporta el método con respecto al de bisección

```
> pracma::muller(f=f,p0 = -1,p1 = 2,p2 = 0, maxiter = 200, tol = e )
$root
[1] -1.114157

$fval
[1] -2.220446e-16

$niter
[1] 7

$reltol
[1] 4.328625e-12
```

Datos Muller

```
> pracma::bisect(f= f,a =-1, b = 2, maxiter = 200 )
$root
[1] 1.114157

$f.root
[1] 2.220446e-16

$iter
[1] 55

$estim.prec
[1] 2.220446e-16
```

Datos bisección

- Al comparar el método de Muller es más eficiente en términos de iteraciones, porque el método de bisección parte de dos puntos lo cual hace que requiera más iteraciones para aproximarse al valor de la raíz.
- El método de Muller aproxima una raíz mediante una función cuadrática, mientras que el de la bisección la aproxima mediante una función lineal.

- Ya que el método de la bisección se basa en el teorema del valor intermedio, se pude aplicar en funciones continuas.