Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования

«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Теоретической и прикладной математики

Лабораторная работа № 3

по дисциплине «ОСНОВЫ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИИ КРИПТОГРАФИИ»

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЕ КОДИРОВАНИЕ

Факультет:	ПМИ
Группа:	ПМИ-02
Вариант:	7
Студент:	Сидоров Даниил,
	Дюков Богдан
Преподаватель:	Авдеенко Татьяна Владимировна,
	Сивак Мария Алексеевна.

Новосибирск

2026

1. Цель работы

Освоить основные алгоритмы помехоустойчивого кодирования.

2. Задача

Часть 1

1. Реализовать приложение, кодирующее заданную последовательность символов X = $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ по алгоритму из соответствующего варианта лабораторной работы № 2 для случая равновероятного появления символов алфавита с проверкой на четность. Проверка на четность означает, что на выходе из кодера получается сообщение Y = $[y_1, y_2, \dots, y_{m-1}, \widehat{y_m}, y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{k-1}, \widehat{y_k}, \dots, \widehat{y_s}]$, при этом биты $\widehat{y_m}, \dots, \widehat{y_s}$ являются проверочными. Если длина кодового слова четна, то в окончательном виде оно будет иметь вид Y = $[y_1, y_2, y_1 \oplus y_2, y_3, y_4, y_3 \oplus y_4, \dots]$ (например, в вариантах № 3, 4, 8, 11, 14); иначе: Y = $[y_1, y_2, y_3, y_1 \oplus y_2 \oplus y_3, y_4, y_5, y_6, y_4 \oplus y_5 \oplus y_6, \dots]$. Приложение должно удовлетворять следующим требованиям:
   - подлежащая кодированию последовательность символов задается через входной файл;
   - закодированная последовательность сохраняется в файл.
2. Реализовать приложение для декодирования сообщения, закодированного в пункте I.1 задания к этой лабораторной работе.
   Приложение должно удовлетворять следующим требованиям:
   - подлежащая декодированию последовательность символов задается через входной файл;
   - результатом работы программы являются все части сообщения, которые удалось раскодировать (т. е. в них не было ошибок при передаче по каналу связи), а также сообщения об ошибках с номерами позиций, в которых они произошли (если ошибки были);
   - раскодированная последовательность сохраняется в один файл, а сообщения об обнаруженных ошибках – в другой либо выводятся на форму (если реализован графический интерфейс).
3. Исследования:
   - протестировать разработанные программы, подавая на вход декодера как правильные, так и искаженные кодовые слова; исследовать созданный код на кратность обнаружения и исправления ошибок;
   - найти кодовое расстояние кода d0, расстояние Хэмминга, границу Хэмминга, границу Плоткина, границу Варшамова–Гильберта.

Часть 2

1. Реализовать приложение, кодирующее заданную последовательность символов X = $[x_1, x_2, \dots, x_n]$ по алгоритму кодирования Хэмминга. Конкретный вид

проверочной или порождающей матрицы задан в варианте. При этом считать, что алфавит источника A = [$x \mid x \in Z$], и 0 → 00000, 1 → 00001, 2 → 00010, ..., 31 → 11111 для 1-го варианта.

Приложение должно удовлетворять следующим требованиям:

- подлежащая кодированию последовательность символов задается через входной файл;
- закодированная последовательность сохраняется в файл.

2. Реализовать приложение для декодирования сообщения, закодированного в пункте II.1 задания к этой лабораторной работе.

   Приложение должно удовлетворять следующим требованиям:

   - подлежащая декодированию последовательность символов задается через входной файл;
   - результатом работы программы является раскодированное сообщение, а также сообщения об исправленных ошибках с номерами позиций (если ошибки были);
   - раскодированная последовательность сохраняется в один файл, а сообщения об исправленных ошибках – в другой либо выводятся на форму (если реализован графический интерфейс).

3. Исследования:

   - протестировать разработанные программы, подавая на вход декодера как правильные, так и искаженные кодовые слова; исследовать созданный код на кратность обнаружения и исправления ошибок;
   - найти кодовое расстояние кода d0, расстояние Хэмминга, границу Хэмминга, границу Плоткина, границу Варшамова–Гильберта.

Вариант	Проверочная или порождающая матрица (n, k) кода Хэмминга
7	$G_{(8,4)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

3. Метод решения задачи

Часть 1

В задании выполняется кодирование с обнаружением ошибок, основанное на проверке на четность. На основании проверочного бита реализуется проверка на ошибку.

Для данных кодов d0 = 2, значит, кратность гарантированно распознанных ошибок $q_{\text{обнар}}$= 1. Однако достоинством этого кода является то, что он распознает все сочетания ошибок нечетной кратности (то есть не только $q_{\text{обнар}}$= 1, но и 3,5,7, и т. д.).

Мы использовали модифицированный алгоритм, разработанный в лабораторной работе №2.

Кодирование

При равновероятном появлении символов алфавита необходима проверка на четность/нечетность длины кодового слова. Для нашего варианта длина кодового слова является нечетной, значит окончательный вид кодового слова будет таким: Y = $y_1, y_2, y_3, y_1 \oplus y_2 \oplus y_3$. Таким образом находим для каждого символа алфавита новое четное кодовое слово. Затем из полученного файла с текстом каждому символу ставим в соответствие кодовое слово. Полученная строка представляет собой закодированную последовательность.

Декодирование

Закодированный текст, поданный на вход, мы анализируем на наличие недопустимых символов (в файле должны быть только 1 и 0) и на некорректную запись (общая длина последовательности не кратна длине кодового слова). После этого мы считываем по 4 символа. Первые три – это информационные биты, мы применяем к ним операцию “xor” (сумма по модулю два) и сравниваем с 4 битом, который является проверочным. В случае совпадения значений, мы находим соответствующий символ алфавита и заменяем им данное кодовое слово. В противном случае делаем вывод, что произошла ошибка и выясняем номер позиции, в которой она произошла. Номера позиций, в которых произошла ошибка, записываем в специальное окно приложения. Символ, у которого произошла ошибка мы не записываем в декодированный файл. Полученная строка представляет собой раскодированную строку.

Часть 2

Кодом Хэмминга называется (n, k) -код с проверочной матрицей $H_{(n,k)}$, у которой r = n−k строк и n столбцов, причем столбцы являются различными ненулевыми последовательностями.

Код Хэмминга, обеспечивающий исправление всех одиночных ошибок, должен иметь минимальное кодовое расстояние d_{min}= 3. При передаче кода может быть искажён любой символ. Однако может быть и такой случай, когда ни один из символов не искажён.

Мы разработали приложение для реализации алгоритма Хэмминга. Начальные условия даны в условии задачи.

Кодирование

Алфавит для нашего случая имеет вид: 0 → 0000, 1 → 0001, 2 → 0010, ..., 15 → 1111.

Из условия нам дана порождающая матрица:

$$G_{(8,4)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Последовательно умножая вектора алфавита на порождающую матрицу Хэмминга, получаем кодовые слова для каждого из символов. Кодовое слово у нас состоит из 8 символов, четыре из которых информационные (единичная матрица содержит информационные биты), остальные – проверочные. Кодируя поступившую на вход последовательность из файла, заменяем каждый символ получившимся кодовым словом. Полученная строка представляет собой закодированную строку.

Декодирование

Для декодирования закодированной последовательности, нам нужна проверочная матрица $H_{(8,4)}$, которую мы можем получить из порождающей матрицы $G_{(8,4)}$:

$$G = [I_k \; G^*] \Rightarrow H = [G^{*T} I_r]$$

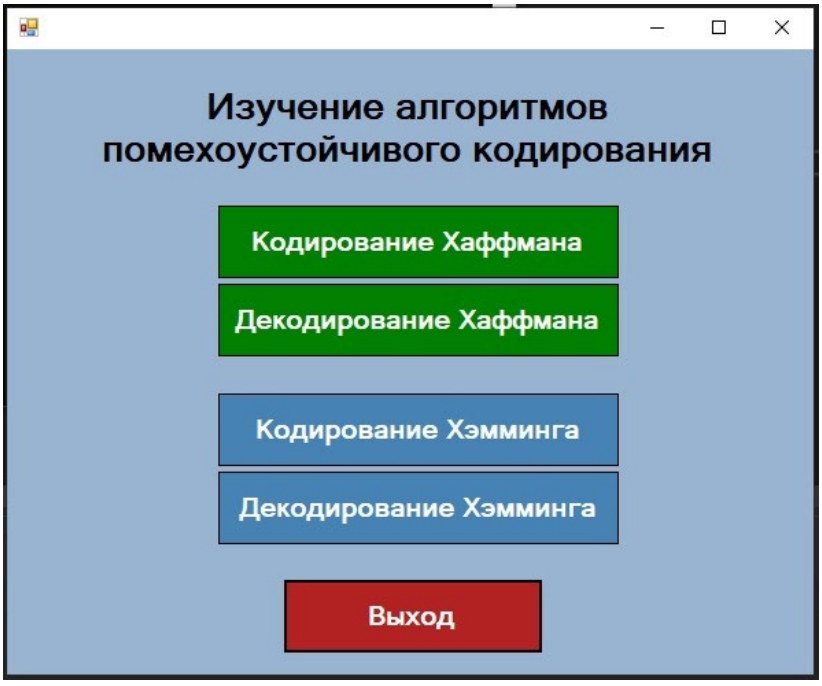
То есть проверочная матрица состоит из транспонированной подматрицы, соответствующей проверочным битам порождающей матрицы, к которой добавляют справа единичную матрицу порядка r. Получаем:

$$H_{(8,4)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Для декодирования мы считываем по 8 символов последовательности (длина нашего кодового слова = 8) и умножаем вектор кодового слова на проверочную матрицу H, если получаем нулевой вектор (нулевой синдром), то искажений при передаче не произошло, и по кодовому слову мы можем найти соответствующий символ алфавита. Если синдром ненулевой (полученный вектор содержит единицы на некоторых позициях), значит произошла ошибка, мы вычисляем по синдрому позицию этой ошибки в векторе с кодовым словом и инвертируем нужный бит. Полученная строка представляет собой раскодированную строку.

4. Разработанное программное средство

Разработанное программное средство представляет собой приложение Windows Forms. Вся лабораторная работа сделана в одном приложении. Главное меню:

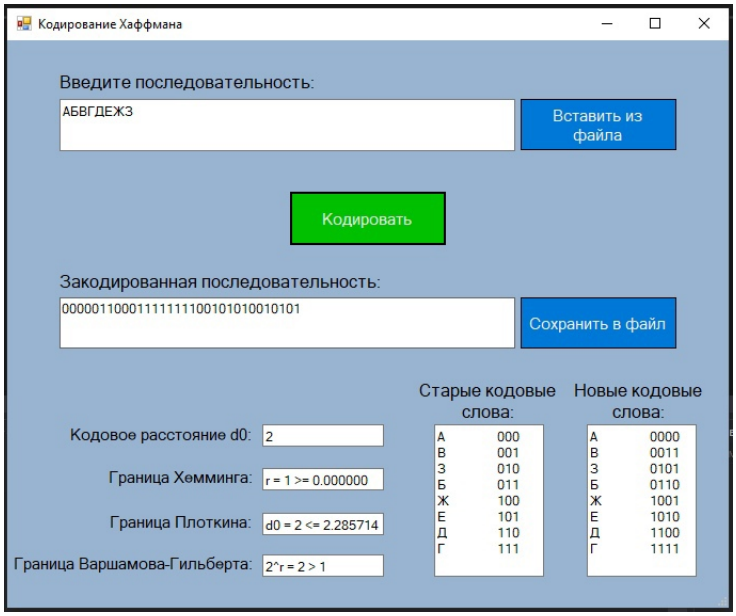


Часть 1

У пользователя есть возможность кодирования и декодирования текста. Файл Alphabet.txt с алфавитом и вероятностями появления каждого символа:

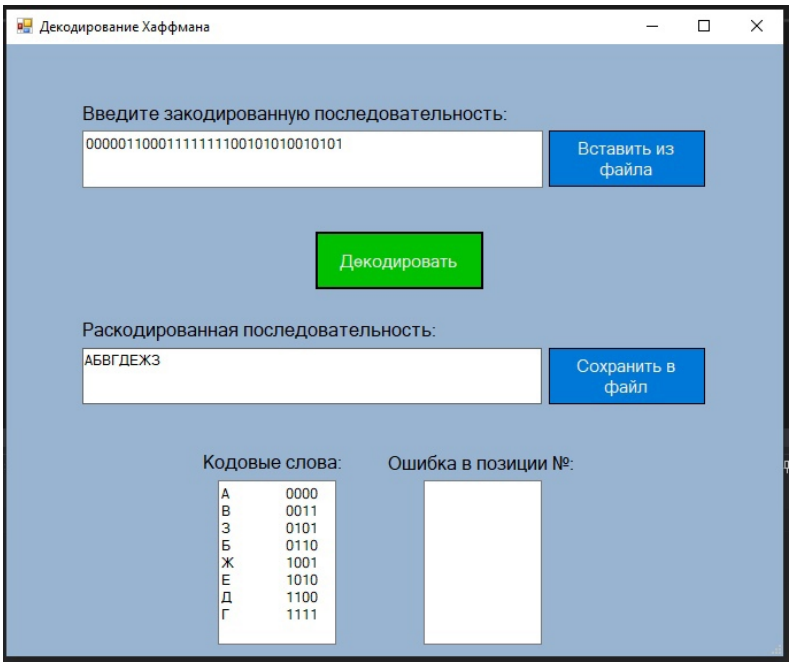
```
1  А  0.125
2  Б  0.125
3  В  0.125
4  Г  0.125
5  Д  0.125
6  Е  0.125
7  Ж  0.125
8  З  0.125
```

Закодируем последовательность в алфавитном порядке (получена из файла):



Каждому символу входной последовательности было поставлено в соответствие новое кодовое слово, содержащее в себе 3 информационных бита и один проверочный. Сохраним закодированную последовательность в файл.

Теперь раскодируем сохраненную последовательность:

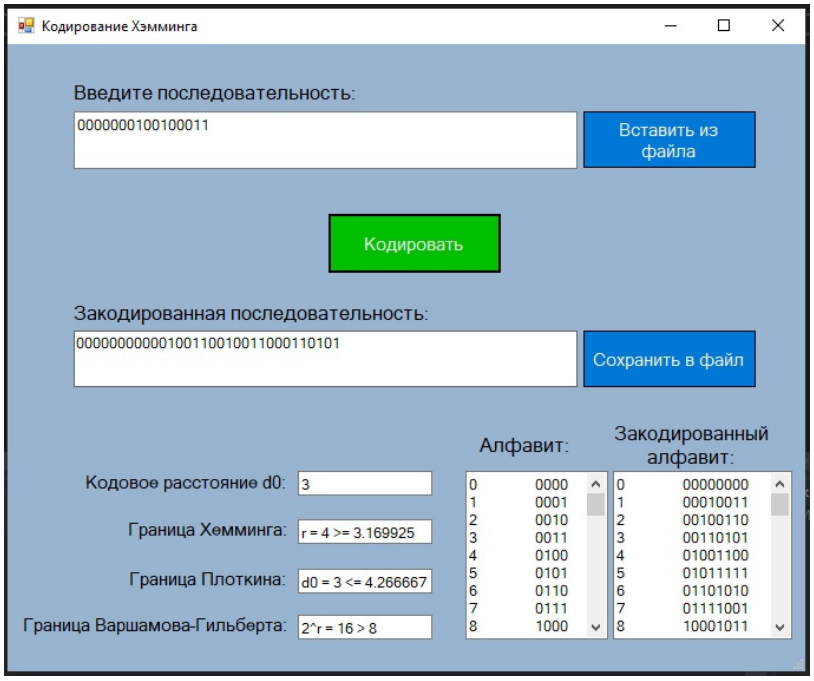


Раскодированную последовательность можно сохранить в файл. Сравнив содержимое текстбокса с исходной последовательностью и текстбокса с раскодированной последовательностью, убедились в корректности работы алгоритма (корректность можно было проверить, посмотрев содержимое файла с исходной последовательностью и файла с раскодированной последовательностью).

Часть 2

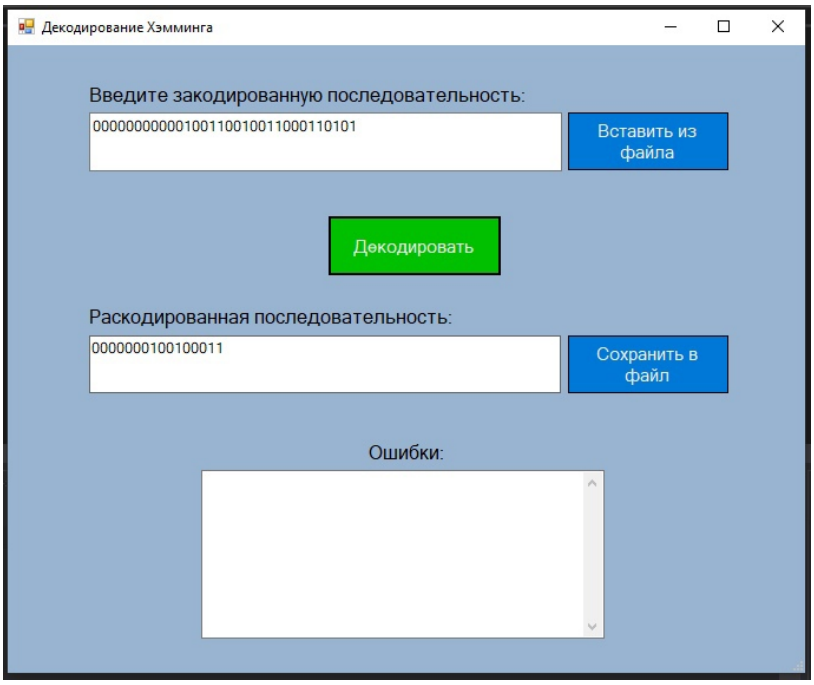
У пользователя есть возможность кодирования и декодирования текста. Следует уточнить, что заданный алфавит вшит программно.

Закодируем последовательность от 0 до 3, полученную из файла:



В отдельных окнах выводим алфавит источника и кодовые слова символов алфавита. Сохраним закодированную последовательность в файл.

Теперь раскодируем сохраненную последовательность:



Раскодированную последовательность можно сохранить в файл. Сравнив содержимое текстбокса с исходной последовательностью и текстбокса с раскодированной последовательностью, убедились в корректности работы алгоритма (корректность можно было проверить, посмотрев содержимое файла с исходной последовательностью и файла с раскодированной последовательностью).

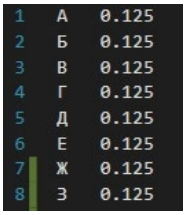
5. Исследования

Определение понятий:

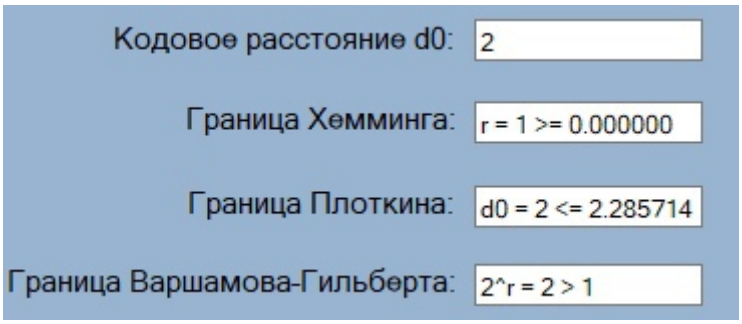
- **Расстояние Хэмминга** (кодовое расстояние между двумя кодовыми словами) d – число позиций, в которых два кодовых двоичных слова отличаются друг от друга.
- **Кодовое расстояние кода d0** – наименьшее расстояние Хэмминга между различными словами кода (наименьшее число различий в битах между двумя кодовыми словами).
- **Граница Хэмминга**: $r = n - k \ \geq \log_2 \sum_{i=0}^{q_{\text{ист}}} C_n^i$, где n – длина кодового слова, k – количество информационных разрядов, r – количество проверочных разрядов. Это выражение является нижней границей в том смысле, что оно устанавливает то минимальное соотношение корректирующих и информационных разрядов, ниже которого код не может сохранять заданные корректирующие способности.
- **Граница Плоткина**: $d_0 \ \leq \ n\frac{2^{k-1}}{2^k-1}$. Границы Хэмминга и Плоткина являются нижними границами для кодового расстояния при заданных n, k, задающими минимальную избыточность, при которой существует помехоустойчивый код, имеющий минимальное кодовое расстояние и гарантированно исправляющий $q_{\text{исправ}}$ -кратные ошибки.
- **Граница Варшамова-Гильберта**: $2^{n-k} = 2^r > \sum_{i=0}^{d_0-2} C_{n-1}^i$ является нижней границей для числа проверочных разрядов r в случае кодов большой разрядности, необходимого для обеспечения заданного кодового расстояния d0.

Часть 1

Нам дан алфавит, состоящий из 8 символов с одинаковой частотой встречаемости:



Проведенные исследования:

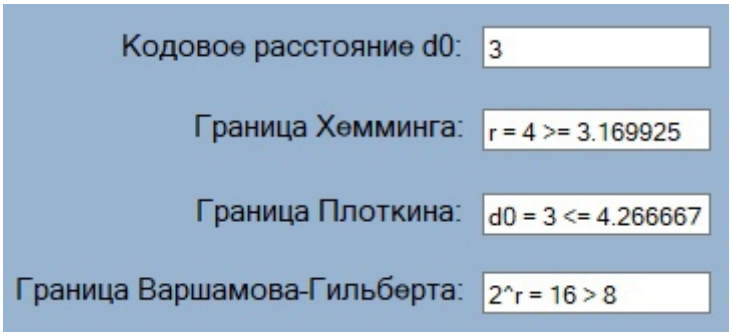


Часть 2

Нам дан алфавит, состоящий из 16 символов:

```
// Исходные символы алфавита
std::map<unsigned int, std::string> alphabet
{
    {0, "0000"},  {1, "0001"},  {2, "0010"},  {3, "0011"},
    {4, "0100"},  {5, "0101"},  {6, "0110"},  {7, "0111"},
    {8, "1000"},  {9, "1001"},  {10, "1010"}, {11, "1011"},
    {12, "1100"}, {13, "1101"}, {14, "1110"}, {15, "1111"}
};
```

Проведенные исследования:



6. Код программы

Заголовочный файл EncodingAndDecodingFunctions.h:

```
#pragma once

#ifndef _EncodingAndDecodingFunctions_H

#define _EncodingAndDecodingFunctions_H


#include <msclr\marshal_cppstd.h>

#include <iostream>
```

```
#include <string>

#include <queue>

#include <unordered_map>

#include <fstream>

#include <sstream>

#include <unordered_map>

#include <vector>


// Узел дерева

struct Node

{

	std::string symbol;

	double chance;


	Node* left;

	Node* right;

};


// Компаратор, который будет использоваться для упорядочивания узлов в очереди

struct comp

{


	bool operator()(Node* l, Node* r)

	{

		return l->chance > r->chance;

	}


};


// Создание нового узла дерева

Node* GetNewNode(std::string ch, double freq, Node* left, Node* right);


// Определение кодовых слов из дерева и запись их в контейнер huffmanCode по ключу соответствующего символа
```

```
void EncodingSymbolsFromTree(Node* root, std::string encodedText,
std::unordered_map<std::string, std::string>& huffmanCode);


// Получение закодированного текста

std::string GetEncodedText(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode,
std::string originalText);


// Расшифровка кодовых слов из дерева и последовательная запись символов в decodingText

void DecodingCodesFromTree(Node* root, int& index, std::string decodedText, std::string&
decodingText);


// Построение Хаффмановского дерева (функция возвращает адрес корня дерева)

Node* BuildHuffmanTree(std::unordered_map <std::string, double > symbolAndChance);


// Получение текста (последовательность алфавитных букв или кодов) из файла

std::string GetTextFromFile(std::string fileName);


// Получение символов алфавита и вероятности их появления

std::unordered_map<std::string, double> GetAlphabet(std::string fileName);


// Запись текста (закодированного или декодированного) в файл

void WriteTextToFile(std::string fileName, std::string text);


// Проверка неравенства Крафта

bool CheckingCraftInequality(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode);


// Получение энтропии

double GetEntrophy(std::unordered_map<std::string, double> alphabet);


// Получение средней длины кодового слова

double GetAverageLength(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode,
std::unordered_map<std::string, double> alphabet);


// Получение избыточности

double GetRedundancy(double entrophy, double averageLenth);
```

```
// Построение новых кодовых слов с проверочным битом

void BuildNewCodes(std::unordered_map<std::string, std::string>& huffmanCode);



// Декодирование последовательности с проверкой на четность, запись только прошедших

// проверку кодов в переменную и сохранение номеров позиций с ошибочными битами

void NewDecodingCodes(std::string encodingText, std::string& decodingText,

	std::vector<int>& positionNumber, std::unordered_map<std::string, std::string>
huffmanCode);



// Получить ключ карты по значению

std::string GetValueExistence(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode,
std::string value);



// Получение d0

int GetCodeDistance(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode);



// Получение границы Хемминга

std::string GetHemmingBoundary(int n, int k);



// Число сочетаний

int Combinations(int n, int k);



// Граница Плоткина

std::string GetPlotkinBoundary(int n, int k, int d0);



// Граница Варшамова-Гильберта

std::string GetVarshamovGilbertaBoundary(int n, int k, int d0);



#endif
```

Файл EncodingAndDecodingFunctions.cpp:

```
#include "EncodingAndDecodingFunctions.h"

// Создание нового узла дерева
Node* GetNewNode(std::string ch, double freq, Node* left, Node* right)
```

```
{
	Node* node = new Node();

	node->symbol = ch;
	node->chance = freq;
	node->left = left;
	node->right = right;

	return node;
}

// Определение кодовых слов из дерева (запись кодовых слов в контейнер huffmanCode по ключу соответствующего символа)
void EncodingSymbolsFromTree(Node* root, std::string encodedText, std::unordered_map<std::string, std::string>& huffmanCode)
{

	if (root == nullptr)
	{
		return;
	}

	// Дошли до листа, записали кодовое слово
	if (!root->left && !root->right)
	{
		huffmanCode[root->symbol] = encodedText;
	}

	EncodingSymbolsFromTree(root->left, encodedText + "0", huffmanCode);
	EncodingSymbolsFromTree(root->right, encodedText + "1", huffmanCode);
}

// Получение закодированного текста (генерация последовательности из значений, взятых из контейнера по ключам,
// равным символам исходного текста)
std::string GetEncodedText(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode, std::string originalText)
{
	std::string encodingText;
	std::string firstSymbol;

	while(originalText != "")
	{
		firstSymbol = originalText.substr(0, 1);
		encodingText += huffmanCode[firstSymbol];
		originalText.erase(0, 1);
	}

	return encodingText;
}

// Расшифровка кодовых слов из дерева и последовательная запись символов в decodingText
void DecodingCodesFromTree(Node* root, int& index, std::string encodingText, std::string& decodingText)
{

	if (root == nullptr)
	{
		return;
	}

	// Дошли до листа, записали символ
	if (!root->left && !root->right)
	{
		decodingText += root->symbol;
		return;
	}

	index++;
```

```
	if (encodingText[index] == '0')
		DecodingCodesFromTree(root->left, index, encodingText, decodingText);
	else
		DecodingCodesFromTree(root->right, index, encodingText, decodingText);

}

// Построение Хаффмановского дерева (функция возвращает адрес корня дерева)
Node* BuildHuffmanTree(std::unordered_map<std::string, double> symbolAndChance)
{
	// Приоритетная очередь для хранения активных узлов
	std::priority_queue<Node*, std::vector<Node*>, comp> activeNodes;

	// Добавление в приоритетную очередь созданных узлов для каждого символа
последовательности
	for (auto elem : symbolAndChance)
	{
		activeNodes.push(GetNewNode(elem.first, elem.second, nullptr, nullptr));
	}


	// Пока в очереди более 1 узла:
	// 1) Убираем из очереди пару узлов, содержащих символы с минимальными вероятностями
	// 2) Помещаем в очередь новый узел с этими двумя узлами в качестве дочерних и
вероятностью, равной сумме вероятностей обоих узлов
	while (activeNodes.size() != 1)
	{
		Node* left = activeNodes.top();
		activeNodes.pop();

		Node* right = activeNodes.top();
		activeNodes.pop();

		double sum = left->chance + right->chance;
		activeNodes.push(GetNewNode("\0", sum, left, right));
	}

	return activeNodes.top();
}

// Получение закодированного текста из файла
std::string GetTextFromFile(std::string fileName)
{
	std::ifstream file;
	file.open(fileName);

	// Если файл не открыт, генерируем исключение
	if (!file.is_open())
	{
		throw std::invalid_argument("The file is not open");
	}

	std::string encodedText;
	file >> encodedText;
	file.close();

	return encodedText;
}

// Получение символов алфавита и вероятности их появления
std::unordered_map<std::string, double> GetAlphabet(std::string fileName)
{
	std::ifstream alphabetFile;
	alphabetFile.open(fileName);

	// Если файл не открыт, генерируем исключение
	if (!alphabetFile.is_open())
	{
```

```
		throw std::invalid_argument("The file is not open");
	}

	std::string symbol;
	double chance;
	std::unordered_map<std::string, double> alphabet;

	while (!alphabetFile.eof())
	{
		alphabetFile >> symbol;
		alphabetFile >> chance;
		alphabet[symbol] = chance;
	}

	alphabetFile.close();

	return alphabet;
}

// Запись декодированного текста в файл
void WriteTextToFile(std::string fileName, std::string text)
{
	std::ofstream file;
	file.open(fileName);

	// Если файл не открыт, генерируем исключение
	if (!file.is_open())
	{
		throw std::invalid_argument("The file is not open");
	}

	file << text;

	file.close();
}

// Проврка неравенства Крафта
bool CheckingCraftInequality(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode)
{
	auto k = huffmanCode.size();
	double sum = 0.0;

	for (auto elem : huffmanCode)
		sum += pow(2.0, -1.0 * elem.second.length());

	return sum <= 1;
}

// Получение энтропии
double GetEntrophy(std::unordered_map<std::string, double> alphabet)
{
	double entrophy = 0.0;

	for (auto elem : alphabet)
		if (elem.second > 0.0)
			entrophy += elem.second * log2(elem.second);

	return -1.0 * entrophy;
}

// Получение средней длины
double GetAverageLength(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode,
std::unordered_map<std::string, double> alphabet)
{
	double averageLength = 0.0;

	for (auto elem : alphabet)
		averageLength += elem.second * huffmanCode[elem.first].length();
```

```
	return averageLength;
}

// Получение избыточности
double GetRedundancy(double entrophy, double averageLenth)
{
	return averageLenth - entrophy;
}

// Преобразование кодовых слов (т.к. длина кодового слова нечетна, то Y = [y1, y2, y3, y1 XOR
y2 XOR y3])
void BuildNewCodes(std::unordered_map<std::string, std::string>& huffmanCode)
{

	for(auto elem: huffmanCode)
	{
		auto codeWord = elem.second;
		codeWord += elem.second[0] ^ elem.second[1] ^ elem.second[2];

		huffmanCode[elem.first] = codeWord;
	}

}

// Декодирование последовательности с проверкой на четность, запись только прошедших
// проверку кодов в переменную и сохранение номеров позиций с ошибочными битами
void NewDecodingCodes(std::string encodingText, std::string& decodingText,
	std::vector<int>& positionNumbers, std::unordered_map<std::string, std::string>
huffmanCode)
{

	for(int i = 0; i < encodingText.length(); i += 4)
	{
		auto value = GetValueExistence(huffmanCode, encodingText.substr(i, 4));

		if((encodingText[i] ^ encodingText[i + 1] ^ encodingText[i + 2]) ==
encodingText[i + 3]
			&& value != "")
		{
			decodingText += value;
		}
		else
		{
			positionNumbers.push_back(i + 4);
		}

	}

}

// Получить ключ карты по значению
std::string GetValueExistence(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode,
std::string value)
{

	for(auto elem: huffmanCode)
	{

		if (elem.second == value)
			return elem.first;

	}

	return "";
}

// Получение d0
int GetCodeDistance(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode)
{
```

```
	std::vector<std::string> codeWords;

	for (auto elem : huffmanCode)
		codeWords.push_back(elem.second);

	auto d0 = 4;
	auto counter = 0;

	for(int i = 0; i < codeWords.size() - 1; i++)
	{

		for (int j = 0; j < 4; j++)
		{

			if ((codeWords[i][j] ^ codeWords[i + 1][j]) == 1)
				counter++;

		}

		if (counter < d0)
			d0 = counter;

		counter = 0;
	}

	return d0;
}

// Число сочетаний
int Combinations(int n, int k)
{

	if (k == 0 || k == n)
		return 1;

	return Combinations(n - 1, k - 1) * n / k;
}

// Получение границы Хемминга
std::string GetHemmingBoundary(int n, int k)
{
	auto r = n - k;

	int amount = 0;

	for (int i = 0; i < 1; i++)
	{
		amount += Combinations(n, i);
	}

	std::string result = "r = ";
	result += std::to_string(r);
	result += " >= ";
	result += std::to_string(log2(amount));

	return result;
}

// Граница Плоткина
std::string GetPlotkinBoundary(int n, int k, int d0)
{
	std::string result = "d0 = ";
	result += std::to_string(d0);
	result += " <= ";
	result += std::to_string(n * pow(2, k - 1) / (pow(2, k) - 1));

	return result;
}
```

```
// Граница Варшамова-Гильберта
std::string GetVarshamovGilbertaBoundary(int n, int k, int d0)
{
	auto r = n - k;

	int amount = 0;

	for (int i = 0; i < d0 - 1; i++)
	{
		amount += Combinations(n - 1, i);
	}

	std::string result = "2^r = ";
	result += std::to_string((int)pow(2, r));
	result += " > ";
	result += std::to_string(amount);

	return result;
}

// Записать текст в файл
void WriteTextToFile(std::string fileName, std::string text)
{
    std::ofstream file(fileName);
    file << text;
    file.close();
}
```

Заголовочный файл Hemming.h:

```
#pragma once

#ifndef _Hemming_H

#define _Hemming_H



#include <iostream>

#include <fstream>

#include <vector>

#include <string>

#include <map>

#include <msclr\marshal_cppstd.h>

#include <unordered_map>



class Hemming

{



private:
```

```
// Исходная порождающая матрица
std::vector<std::string> G
{
	"10001011",
	"01001100",
	"00100110",
	"00010011"
};

// Полученная из G проверочная матрица
std::vector<std::string> H
{
	"1011",
	"1100",
	"0110",
	"0011",
	"1000",
	"0100",
	"0010",
	"0001"
};

// Исходные символы алфавита
std::map<unsigned int, std::string> alphabet
{
   {0, "0000"},  {1, "0001"},  {2, "0010"},  {3, "0011"},
   {4, "0100"},  {5, "0101"},  {6, "0110"},  {7, "0111"},
   {8, "1000"},  {9, "1001"},  {10, "1010"}, {11, "1011"},
   {12, "1100"}, {13, "1101"}, {14, "1110"}, {15, "1111"}
};

// Алфавит кодовых слов
std::map<unsigned int, std::string> alphabetEncoded;
```

```
	// Число сочетаний
	int Combinations(int n, int k);

public:
	// Получение алфавита
	std::map<unsigned int, std::string> GetAlphabet();

	// Получение закодированного алфавита
	std::map<unsigned int, std::string> GetAlphabetEncoded();

	// Получение d0
	int GetCodeDistance(std::map<unsigned int, std::string> alphabetEncode);

	// Получение границы Хэмминга
	std::string GetHemmingBoundary(int n, int k);

	// Формирование кодов хэмминга
	void GenerateHammingCodes();

	// Кодирование последовательности
	std::string GetEncodedText(std::string sourceText);

	// Декодирование последовательности с сохранением ошибочных кодов,
	// преобразованных верных кодов и позиции в коде, где появилась ошибка
	std::string GetDecodedText(std::string encodedText, std::vector<std::string>&
codeWord,
		std::vector<std::string>& newCodeWord, std::vector<int>& position);
};

#endif
```

Файл Hemming.cpp:

```
#include "Hemming.h"

// Получение алфавита
std::map<unsigned int, std::string> Hemming::GetAlphabet()
{
	return alphabet;
}

// Получение закодированного алфавита
std::map<unsigned int, std::string> Hemming::GetAlphabetEncoded()
{
	return alphabetEncoded;
}

// Формирование кодов хэмминга
void Hemming::GenerateHammingCodes()
{
	std::string hammingCode;

	for (auto elem : alphabet)
	{
		hammingCode = "00000000";

		for (int i = 0; i < elem.second.size(); i++)
		{

			if (elem.second[i] == '1')
			{
				std::string help = "";

				for (int j = 0; j < 8; j++)
				{
					help += std::to_string(hammingCode[j] ^ G[i][j]);
```

```
                        }

                        hammingCode = help;
                    }

                }

                alphabetEncoded[elem.first] = hammingCode;
        }

}

// Получение d0
int Hemming::GetCodeDistance(std::map<unsigned int, std::string> alphabetEncode)
{
        std::vector<std::string> codeWords;

        for (auto elem : alphabetEncode)
                codeWords.push_back(elem.second);

        auto d0 = 4;
        auto counter = 0;

        for (int i = 0; i < codeWords.size() - 1; i++)
        {

                for (int j = 0; j < 8; j++)
                {

                        if ((codeWords[i][j] ^ codeWords[i + 1][j]) == 1)
                                counter++;

                }
```

```
                if (counter < d0)
                        d0 = counter;

                counter = 0;
        }

        return d0;
}

// Число сочетаний
int Hemming::Combinations(int n, int k)
{

        if (k == 0 || k == n)
                return 1;

        return Combinations(n - 1, k - 1) * n / k;
}

// Получение границы Хэмминга
std::string Hemming::GetHemmingBoundary(int n, int k)
{
        auto r = n - k;

        size_t amount = 0;

        for (int i = 0; i < 2; i++)
        {
                amount += Combinations(n, i);
        }

        std::string result = "r = ";
```

```
	result += std::to_string(r);
	result += " >= ";
	result += std::to_string(log2(amount));

	return result;
}

// Кодирование последовательности
std::string Hemming::GetEncodedText(std::string sourceText)
{
	std::string encodedText = "";

	for(int i = 0; i < sourceText.length(); i += 4)
	{
		auto code = sourceText.substr(i, 4);
		auto number = (code[0] - '0') * 8;
		number += (code[1] - '0') * 4;
		number += (code[2] - '0') * 2;
		number += (code[3] - '0');

		encodedText += alphabetEncoded[number];
	}

	return encodedText;
}

// Декодирование последовательности с сохранением ошибочных кодов,
// преобразованных верных кодов и позиции в коде, где появилась ошибка
std::string Hemming::GetDecodedText(std::string encodedText, std::vector<std::string>&
codeWord,
	std::vector<std::string>& newCodeWord, std::vector<int>& position)
{
	std::string syndrome = "0000";
	std::string result = "";
```

```
for(int i = 0; i < encodedText.length(); i += 8)
{

	for (int k = i; k < i + 8; k++)
	{

		if (encodedText[k] == '1')
		{
			std::string help = "";

			for (int j = 0; j < 4; j++)
			{
				help += std::to_string(syndrome[j] ^ H[k - i][j]);
			}

			syndrome = help;
		}

	}

	if (syndrome != "0000")
	{
		codeWord.push_back(encodedText.substr(i, 8));
		position.push_back(std::find(H.begin(), H.end(), syndrome) - H.begin());

		auto lastCode = codeWord[codeWord.size() - 1];
		auto lastPosition = position[position.size() - 1];
		auto code = lastCode;
		code[lastPosition] = lastCode[lastPosition] == '0' ? '1' : '0';
		newCodeWord.push_back(code);

		for (int j = 0; j < alphabetEncoded.size(); j++)
```

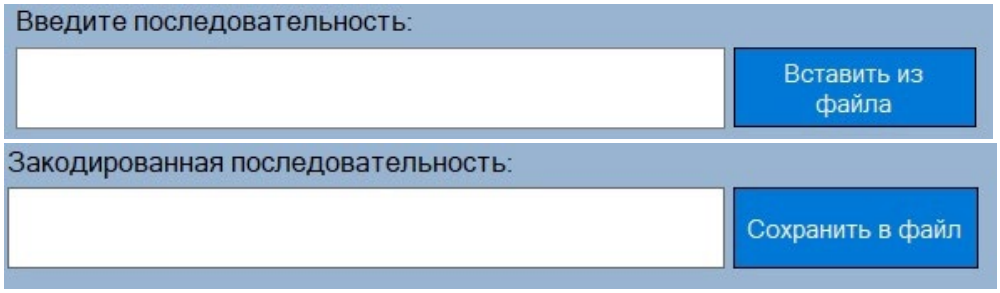
```
                        {

                                if (alphabetEncoded[j] == newCodeWord[newCodeWord.size() - 1])
                                {
                                        result += alphabet[j];
                                        break;
                                }

                        }

                }
                else
                {
                        auto codeWord = encodedText.substr(i, 8);

                        for (int j = 0; j < alphabetEncoded.size(); j++)
                        {

                                if (alphabetEncoded[j] == codeWord)
                                {
                                        result += alphabet[j];
                                        break;
                                }

                        }

                }

                syndrome = "0000";
        }

        return result;
}
```

7. Тесты

Часть 1

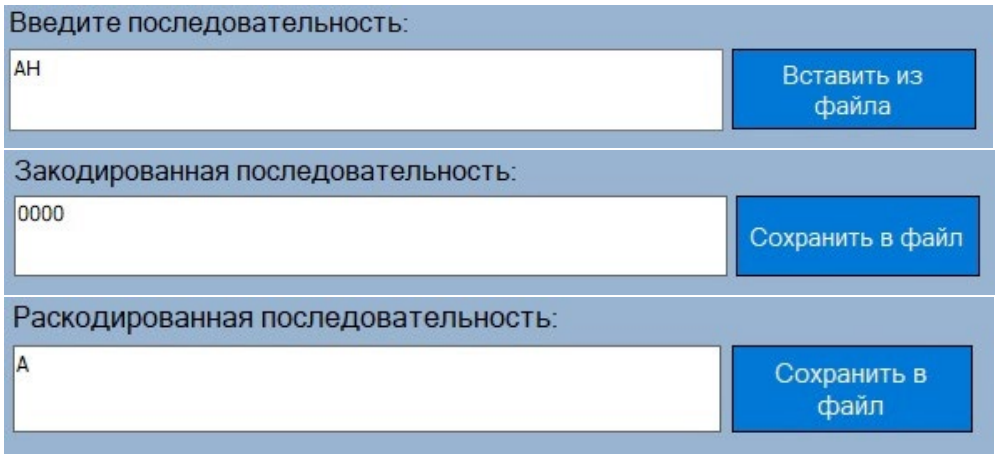
Простейший тест был продемонстрирован ранее в разделе “описание разработанного программного средства”. Рассмотрим ситуации с ошибочным вводом и искажением кодов.

1) В случае, если файл с исходной последовательностью пуст:



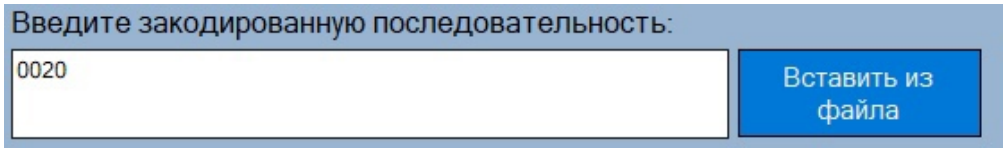
Декодированная последовательность, как и ожидалось, тоже будет пустой.

2) Попробуем ввести символ, не принадлежащий алфавиту:

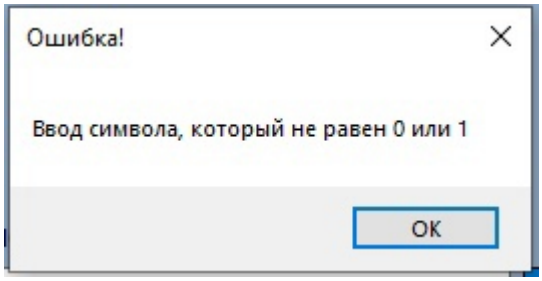


Как мы видим, программа игнорирует “неизвестный” символ и кодирует только известные ей символы.

3) В окне декодирования вводим символ, который не равен 0 или 1:

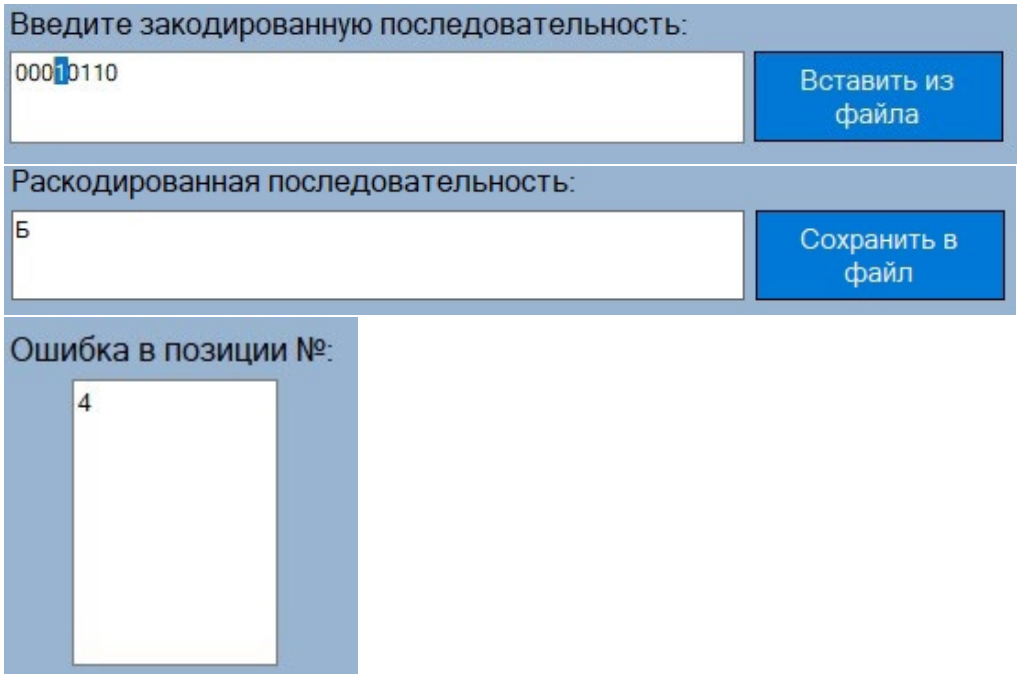


Если попробовать декодировать данную строку, получим:



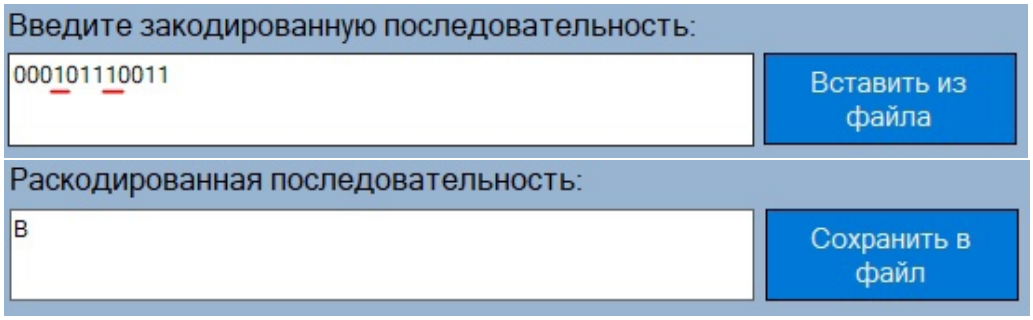
И окно декодирования, как и ожидалось, пустое.

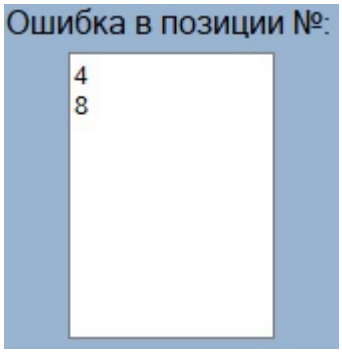
4) Сделаем ошибку в одном слове при декодировании, намеренно заменив проверяющий бит:



Изначально была последовательность 00000110, которая при декодировании давала АБ. В результате замены одного бита, не был записал символ А, в коде которого была обнаружена ошибка. Позиция ошибки указана в отдельном окне.

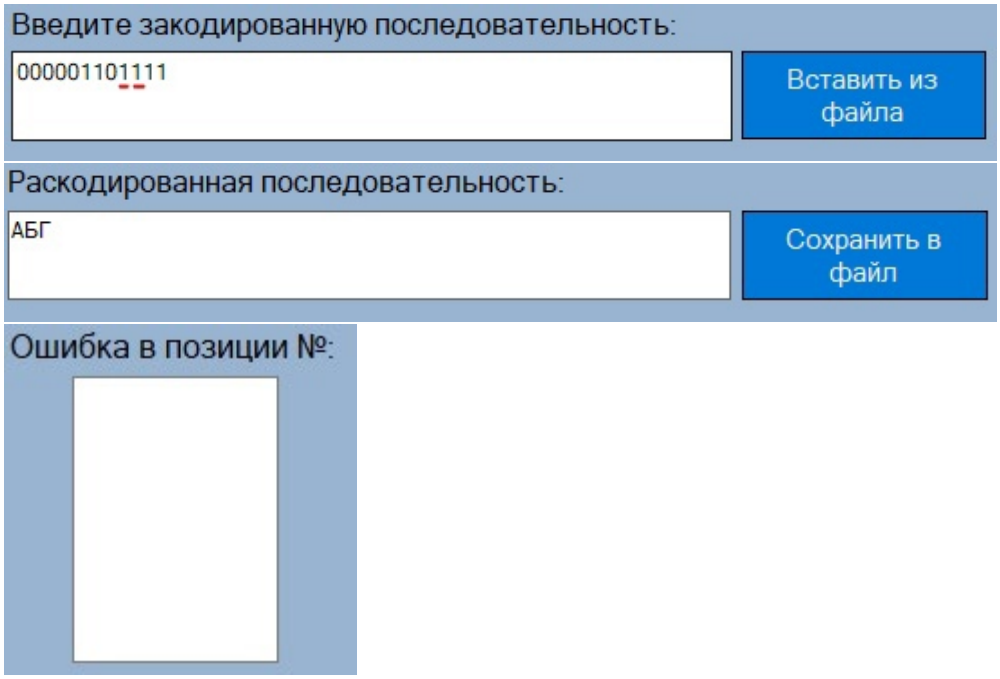
5) Сделаем ошибку в двух различных словах при декодировании:





Изначально была последовательность 000001100011, которая при декодировании давала АБВ. В результате замены нескольких битов, не были записаны символы А и Б, в коде которых была обнаружена ошибка. Позиция ошибки указана в отдельном окне.

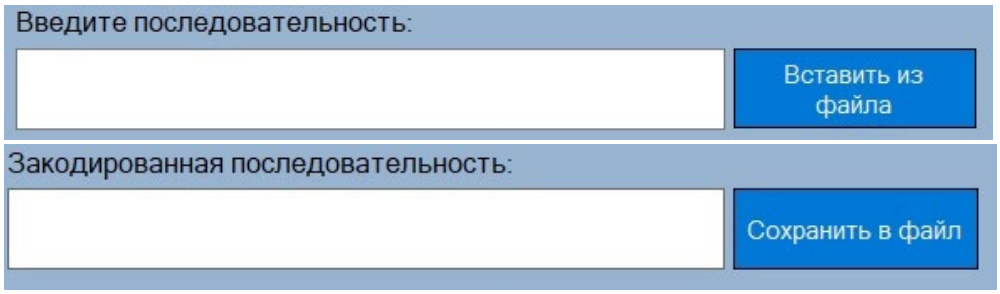
6) Следует отметить, что возможна ситуация, когда результат совпадет и ошибка не выявится. А также может быть ситуация, когда исказится информационный бит, ошибка выявится, но исправится неверно:



Искажение происходит в последнем кодовом слове. Изначальная кодовая последовательность 000001100011, которая при декодировании давала АБВ, стала давать АБГ. Ошибок обнаружено не было.

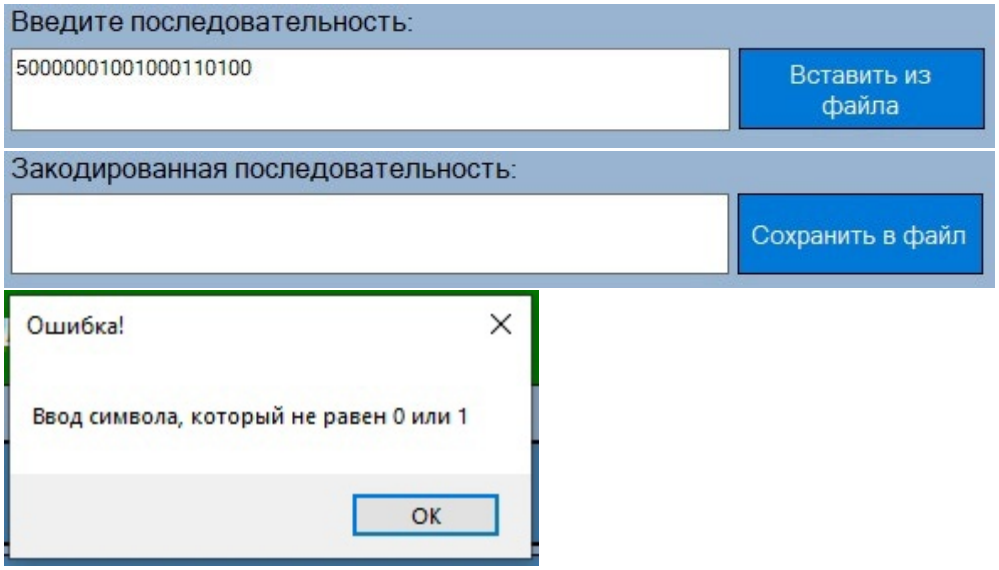
Часть 2

1) В случае, если файл с исходной последовательностью пуст:



Декодированная последовательность, как и ожидалось, тоже будет пустой.

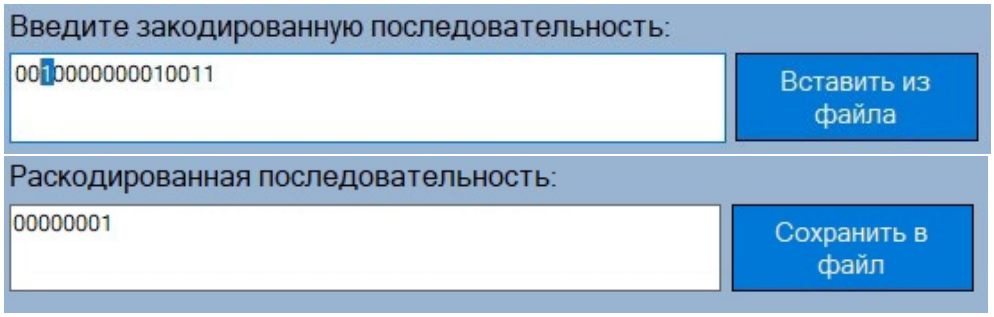
2) Попробуем ввести символ, не принадлежащий алфавиту:

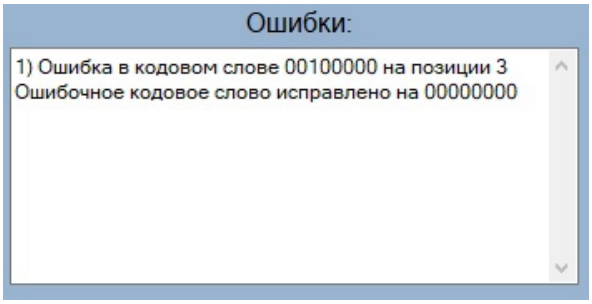


Как мы видим, программа не кодирует последовательность, если в ней присутствуют символы, не принадлежащие алфавиту. Также на экран выводится модальное окно с описанием ошибки.

Такая же ситуация возникнет при декодировании, если в нем будут символы, не принадлежащие алфавиту.

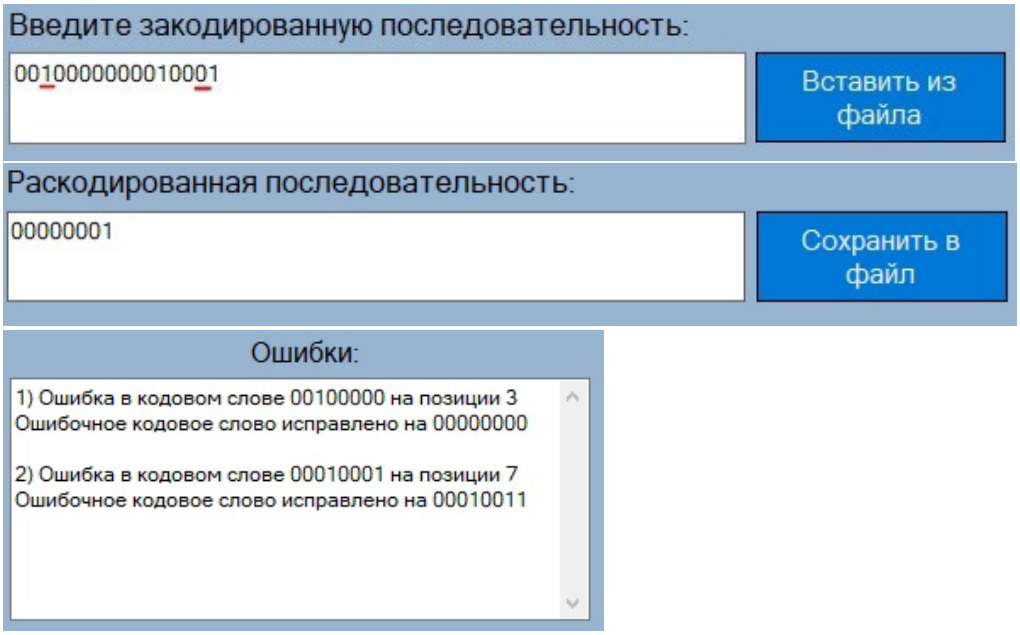
3) Сделаем ошибку в одном кодовом слове при декодировании:





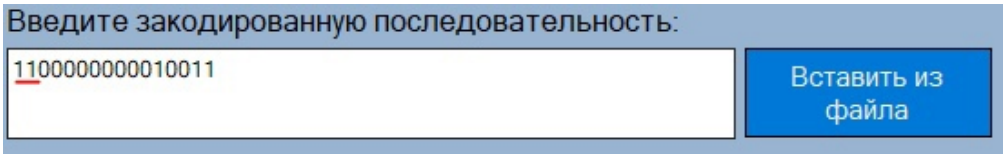
Входная последовательность была следующей: 00000001. Мы намеренно поменяли 3-й бит первого кодового слова и попробовали декодировать. Получили верный ответ, а также номер позиции в кодовом слове, где произошла ошибка.

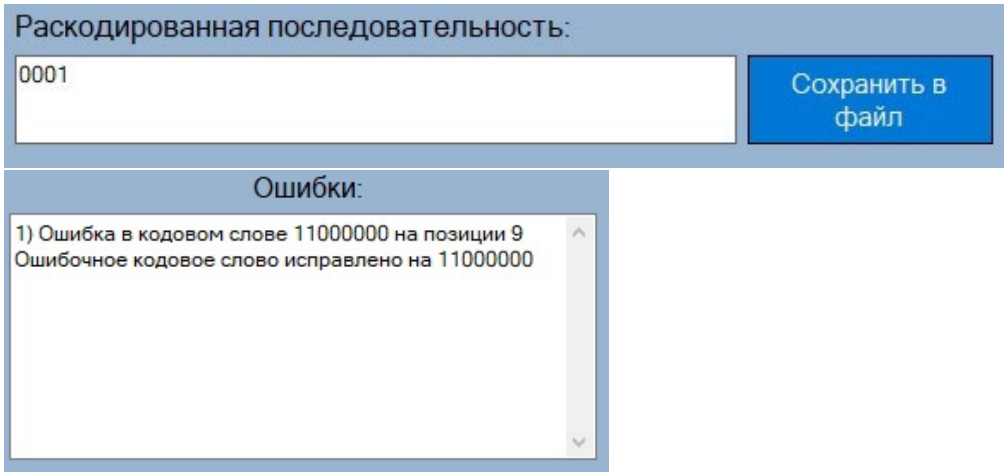
4) Сделаем ошибку в двух различных словах при декодировании:



Как и в прошлом тесте, входная последовательность была 00000001. В результате совершения ошибок в двух различных кодовых словах, получили верный ответ и номера позиций, где были совершены ошибки.

5) Стоит отметить, что алгоритм может исправить одиночную ошибку. Если мы сделаем две ошибки в одном кодовом слове, то программа будет стараться исправить один символ в кодовом слове так, чтобы получилось определить символ алфавита:





В результате мы видим неверный результат как раскодированной последовательности, так и номера позиции в кодовом слове.

8. Вывод

В ходе проведения лабораторной работы мы освоили основные алгоритмы помехоустойчивого кодирования такие, как коды с обнаружением ошибок, основанные на проверки четности/нечетности длины кодового слова и коды с исправлением ошибок.