Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования

«НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Теоретической и прикладной математики

Лабораторная работа № 2

по дисциплине «ОСНОВЫ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИИ КРИПТОГРАФИИ»

ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ПОБУКВЕННОГО КОДИРОВАНИЯ

Факультет:	ПМИ
Группа:	ПМИ-02
Вариант:	7
Студент:	Сидоров Даниил,
	Дюков Богдан
Преподаватель:	Авдеенко Татьяна Владимировна,
	Сивак Мария Алексеевна.

Новосибирск

2026

1. Цель работы

Освоить основные алгоритмы побуквенного кодирования.

2. Задача

1. Реализовать приложение для кодирования с помощью заданного в варианте алгоритма:
    a. вероятности появления символов алфавита должны храниться в одном файле, а последовательность, подлежащая кодированию, – в другом;
    b. закодированный текст должен сохраняться в файл;
    c. приложение должно:
        - выводить полученные кодовые слова для всех символов алфавита;
        - вычислять среднюю длину кодового слова;
        - вычислять избыточность;
        - проверять неравенство Крафта.

2. Реализовать приложение для декодирования с помощью заданного в варианте алгоритма:
    a. вероятности появления символов алфавита должны храниться в одном файле, а закодированная последовательность – в другом;
    b. раскодированная последовательность должна сохраняться в файл.

3. Рассмотреть 3 распределения вероятностей символов алфавита: равномерное, $P_1(A)$ и $P_2(A)$. Для каждого распределения получить кодовые слова, вычислить среднюю длину кодового слова, избыточность и проверить неравенство Крафта.

4. С помощью реализованных приложений исследовать зависимость получаемых кодовых слов от распределения вероятностей символов алфавита:
    a. смоделировать последовательность, символы которой подчиняются равномерному распределению. Закодировать эту последовательность при равномерном, $P_1(A)$ и $P_2(A)$ распределениях и вычислить длину каждой из трёх закодированных последовательностей;
    b. смоделировать последовательность, символы которой подчиняются распределению $P_1(A)$. Закодировать эту последовательность при равномерном, $P_1(A)$ и $P_2(A)$ распределениях и вычислить длину каждой из трёх закодированных последовательностей;
    c. смоделировать последовательность, символы которой подчиняются распределению $P_2(A)$. Закодировать эту последовательность при равномерном, $P_1(A)$ и $P_2(A)$ распределениях и вычислить длину каждой из трёх закодированных последовательностей;
    d. сделать выводы о связи распределения символов последовательности, вероятностях символов, используемых при кодировании, и длины получившегося кода.

Алфавит источника	Вероятности появления букв			Алгоритм
	Равномерное распределение	$P_1(A)$	$P_2(A)$	
А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З	0.125, 0.125, 0.125, 0.125, 0.125, 0.125, 0.125, 0.125	0.1,0.01,0.09, 0.4,0.4,0,0,0	$2^{-2},2^{-5},2^{-1},\frac{11}{128},2^{-3}$,0,0,0	Хаффмана

3. Разработанное программное средство

Программа алгоритм кодирования и декодирования Хаффмана:

1) Окно кодирование:

На вход программе подаются: имя файла с символами алфавита и вероятностями их появления, имя файла с текстовой последовательностью, подлежащей кодированию, и имя файла, куда будет записан закодированный текст.
В случае успеха программа выводит в заданные поля данные: закодированные слова, среднюю длину кодового слова, избыточность, результат неравенства Крафта (выполнение или не выполнение) и энтропию. Также в поле “Кодовые слова” выводится каждый символ алфавита и его кодовое слово.
В случае неудачи (ошибка при открытии файла) программа выводит соответствующее сообщение.

Программа декодирования:
На вход программе подаются: имя файла с символами алфавита и вероятностями их появления, имя файла с текстовой последовательностью, подлежащей декодированию, и имя файла, куда будет записан декодированный текст.
В случае успеха программа выводит в заданное поле декодированный текст. Также в поле “Кодовые слова” выводится каждый символ алфавита и его кодовое слово
В случае неудачи (ошибка при открытии файла) программа выводит соответствующее сообщение.

4. Исследования

Распределение вероятностей символов алфавита

Тип распределения	Кодовая таблица	Средняя длина кодового слова	Избыточность	Выполнение неравенства Крафта
Равномерное	А 000 Б 011 В 001	3.0	0.0	Выполняется

	Г 111 Д 110 Е 101 Ж 100 З 010			
$P_1(A)$	А 101 Б 10001 В 1001 Г 0 Д 11 Е 1000010 Ж 1000011 З 100000	1.91	0.141172	Выполняется
$P_2(A)$	А 01 Б 00001 В 1 Г 0001 Д 001 Е 0000010 Ж 0000011 З 000000	1.875	0.0394824	Выполняется

Длины закодированных последовательностей

	Равномерное	***$P_1(A)$***	***$P_2(A)$***
Равномерное	276	403	403
$P_1(A)$	300	191	314
$P_2(A)$	298	324	188

В заголовках столбцов указаны типы распределения, которым подчиняются символы кодируемой последовательности, в заголовках строк – типы распределений, используемых при кодировании.

Вывод:

1. Более вероятным буквам источника поставлены в соответствие более короткие кодовые слова.
2. Средняя длина кодового слова минимальна при распределении $P_2(A)$.
3. Избыточность минимальна при равномерном распределении.
4. Минимальная длина закодированной последовательности достигается, когда распределение, которой подчиняется последовательность, совпадает с распределением при кодировании.
5. Наилучший результат происходит при распределениях $P_2(A)$. Это связано с тем, что средняя длина кодового слова минимальна именно при этом распределении.
6. Наихудший результат происходит при равномерных распределениях. Это связано с тем, что средняя длина кодового слова максимальна именно при этом распределении.

7. Наилучший результат при разных распределениях происходит при последовательности, которая подчиняется распределению $P_2(A)$, и при кодировании с равномерным распределением.
8. Наихудший результат при разных распределениях происходит при последовательности, которая подчиняется равномерному распределению, и при кодировании с распределением $P_1(A)$ и $P_2(A)$.

5. Код программы

Заголовочный файл EncodingAndDecodingFunctions.h:

```
#pragma once
#ifndef _EncodingAndDecodingFunctions_H
#define _EncodingAndDecodingFunctions_H

#include <msclr\marshal_cppstd.h>
#include <iostream>
#include <string>
#include <queue>
#include <unordered_map>
#include <fstream>
#include <sstream>

// Узел дерева
struct Node
{
	std::string symbol;
	double chance;

	Node* left;
	Node* right;
};

// Компаратор, который будет использоваться для упорядочивания узлов в очереди
struct comp
{

	bool operator()(Node* l, Node* r)
	{
		return l->chance > r->chance;
	}

};

// Создание нового узла дерева
Node* GetNewNode(std::string ch, double freq, Node* left, Node* right);

// Определение кодовых слов из дерева и запись их в контейнер huffmanCode по ключу
соответствующего символа
void EncodingSymbolsFromTree(Node* root, std::string encodedText,
std::unordered_map<std::string, std::string>& huffmanCode);

// Получение закодированного текста
std::string GetEncodedText(std::unordered_map<std::string, std::string>
huffmanCode, std::string originalText);

// Расшифровка кодовых слов из дерева и последовательная запись символов в
decodingText
void DecodingCodesFromTree(Node* root, int& index, std::string decodedText,
std::string& decodingText);

// Построение Хаффмановского дерева (функция возвращает адрес корня дерева)
Node* BuildHuffmanTree(std::unordered_map <std::string, double > symbolAndChance);
```

```
// Получение текста (последовательность алфавитных букв или кодов) из файла
std::string GetTextFromFile(std::string fileName);

// Получение символов алфавита и вероятности их появления
std::unordered_map<std::string, double> GetAlphabet(std::string fileName);

// Запись текста (закодированного или декодированного) в файл
void WriteTextToFile(std::string fileName, std::string text);

// Проверка неравенства Крафта
bool CheckingCraftInequality(std::unordered_map<std::string, std::string>
huffmanCode);

// Получение энтропии
double GetEntrophy(std::unordered_map<std::string, double> alphabet);

// Получение средней длины кодового слова
double GetAverageLength(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode,
std::unordered_map<std::string, double> alphabet);

// Получение избыточности
double GetRedundancy(double entrophy, double averageLenth);

#endif
```

Файл EncodingAndDecodingFunctions.h:

```
#include "EncodingAndDecodingFunctions.h"

// Создание нового узла дерева
Node* GetNewNode(std::string ch, double freq, Node* left, Node* right)
{
    Node* node = new Node();

    node->symbol = ch;
    node->chance = freq;
    node->left = left;
    node->right = right;

    return node;
}

// Определение кодовых слов из дерева (запись кодовых слов в контейнер huffmanCode
по ключу соответствующего символа)
void EncodingSymbolsFromTree(Node* root, std::string encodedText,
std::unordered_map<std::string, std::string>& huffmanCode)
{

    if (root == nullptr)
    {
        return;
    }

    // Дошли до листа, записали кодовое слово
    if (!root->left && !root->right)
    {
        huffmanCode[root->symbol] = encodedText;
    }

    EncodingSymbolsFromTree(root->left, encodedText + "0", huffmanCode);
    EncodingSymbolsFromTree(root->right, encodedText + "1", huffmanCode);
}
```

```
// Получение закодированного текста (генерация последовательности из значений,
взятых из контейнера по ключам,
// равным символам исходного текста)
std::string GetEncodedText(std::unordered_map<std::string, std::string>
huffmanCode, std::string originalText)
{
	std::string encodingText;
	std::string firstSymbol;

	while(originalText != "")
	{
		firstSymbol = originalText.substr(0, 1);
		encodingText += huffmanCode[firstSymbol];
		originalText.erase(0, 1);
	}

	return encodingText;
}

// Расшифровка кодовых слов из дерева и последовательная запись символов в
decodingText
void DecodingCodesFromTree(Node* root, int& index, std::string encodingText,
std::string& decodingText)
{

	if (root == nullptr)
	{
		return;
	}

	// Дошли до листа, записали символ
	if (!root->left && !root->right)
	{
		decodingText += root->symbol;
		return;
	}

	index++;

	if (encodingText[index] == '0')
		DecodingCodesFromTree(root->left, index, encodingText, decodingText);
	else
		DecodingCodesFromTree(root->right, index, encodingText, decodingText);

}

// Построение Хаффмановского дерева (функция возвращает адрес корня дерева)
Node* BuildHuffmanTree(std::unordered_map<std::string, double> symbolAndChance)
{
	// Приоритетная очередь для хранения активных узлов
	std::priority_queue<Node*, std::vector<Node*>, comp> activeNodes;

	// Добавление в приоритетную очередь созданных узлов для каждого символа
последовательности
	for (auto elem : symbolAndChance)
	{
		activeNodes.push(GetNewNode(elem.first, elem.second, nullptr, nullptr));
	}


	// Пока в очереди более 1 узла:
	// 1) Убираем из очереди пару узлов, содержащих символы с минимальными
вероятностями
	// 2) Помещаем в очередь новый узел с этими двумя узлами в качестве дочерних и
вероятностью, равной сумме вероятностей обоих узлов
	while (activeNodes.size() != 1)
	{
		Node* left = activeNodes.top();
```

```
            activeNodes.pop();

            Node* right = activeNodes.top();
            activeNodes.pop();

            double sum = left->chance + right->chance;
            activeNodes.push(GetNewNode("\0", sum, left, right));
        }

        return activeNodes.top();
    }

    // Получение закодированного текста из файла
    std::string GetTextFromFile(std::string fileName)
    {
        std::ifstream file;
        file.open(fileName);

        // Если файл не открыт, генерируем исключение
        if (!file.is_open())
        {
            throw 0;
        }

        std::string encodedText;
        file >> encodedText;
        file.close();

        return encodedText;
    }

    // Получение символов алфавита и вероятности их появления
    std::unordered_map<std::string, double> GetAlphabet(std::string fileName)
    {
        std::ifstream alphabetFile;
        alphabetFile.open(fileName);

        // Если файл не открыт, генерируем исключение
        if (!alphabetFile.is_open())
        {
            throw 0;
        }

        std::string symbol;
        double chance;
        std::unordered_map<std::string, double> alphabet;

        while (!alphabetFile.eof())
        {
            alphabetFile >> symbol;
            alphabetFile >> chance;
            alphabet[symbol] = chance;
        }

        alphabetFile.close();

        return alphabet;
    }

    // Запись декодированного текста в файл
    void WriteTextToFile(std::string fileName, std::string text)
    {
        std::ofstream file;
        file.open(fileName);

        // Если файл не открыт, генерируем исключение
        if (!file.is_open())
        {
            throw 0;
```

```
    }

    file << text;

    file.close();
}

// Проврка неравенства Крафта
bool CheckingCraftInequality(std::unordered_map<std::string, std::string>
huffmanCode)
{
    auto k = huffmanCode.size();
    double sum = 0.0;

    for (auto elem : huffmanCode)
        sum += pow(2.0, -1.0 * elem.second.length());

    return sum <= 1;
}

// Получение энтропии
double GetEntrophy(std::unordered_map<std::string, double> alphabet)
{
    double entrophy = 0.0;

    for (auto elem : alphabet)
        if (elem.second > 0.0)
            entrophy += elem.second * log2(elem.second);

    return -1.0 * entrophy;
}

// Получение средней длины
double GetAverageLength(std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode,
std::unordered_map<std::string, double> alphabet)
{
    double averageLength = 0.0;

    for (auto elem : alphabet)
        averageLength += elem.second * huffmanCode[elem.first].length();

    return averageLength;
}

// Получение избыточности
double GetRedundancy(double entrophy, double averageLenth)
{
    return averageLenth - entrophy;
}
```

Файл DecodingForm.h (только обработчики событий):

```
#pragma endregion
// Событие при нажатии на кнопку "Вставить текст из файла"
// Происходит запись в текстбокс с закодированной последовательностью содержимого
файла SavingEncoding.txt
private: System::Void button1_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{

    try
    {
```

```
            textBox2->Text = gcnew
System::String(GetTextFromFile("SavingEncodingText.txt").c_str());
    }
    catch(int item)
    {

            if(item == 0)
                  System::Windows::Forms::MessageBox::Show("Файл не может быть
открыт!", "Ошибка");

    }

}

// Событие при нажатии на кнопку "Декодировать"
private: System::Void button2_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{
    std::unordered_map<std::string, double> alphabet;

    try
    {
            // Берем из файла символы алфавита и вероятности их появления, в
зависимости от выбранного распределения
            if (comboBox1->Text == L"Равномерное")
                  alphabet = GetAlphabet("Alphabet.txt");
            else if (comboBox1->Text == L"P1(A)")
                  alphabet = GetAlphabet("AlphabetP1(A).txt");
            else
                  alphabet = GetAlphabet("AlphabetP2(A).txt");
    }
    catch (int item)
    {
            if (item == 0)
                  System::Windows::Forms::MessageBox::Show("Файл не может быть
открыт!", "Ошибка");
    }

    // Строим Хаффмановское дерево, а после определяем кодовые слова из дерева
    auto huffmanTree = BuildHuffmanTree(alphabet);
    std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode;
    EncodingSymbolsFromTree(huffmanTree, "", huffmanCode);

    // Записываем в переменную содержимое текстбокса с закодированной
последовательностью
    auto encodingText = msclr::interop::marshal_as<std::string>(textBox2->Text);

    std::string decodingText;
    int index = -1;

    // Декодируем закодированную последовательность, записываем декодированную
последовательность в decodingText
    while (index < (int)encodingText.size() - 2)
            DecodingCodesFromTree(huffmanTree, index, encodingText, decodingText);

    // Записываем в текстбокс декодированную последовательность
    textBox3->Text = gcnew System::String(decodingText.c_str());

    // Заполняем текстбокс символ - кодовое слово
    for (auto elem : huffmanCode)
            textBox4->AppendText("\r\n" + gcnew System::String(elem.first.c_str()) +
"\t" + gcnew System::String(elem.second.c_str()));

}

// Событие при нажатии на кнопку "Сохранить текст в файл"
// Происходит запись содержимого текстбокса с декодированной последовательностью в
файл "SavingDecoding.txt"
private: System::Void button3_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{
```

```
    try
    {
            WriteTextToFile("SavingDecodingText.txt",
msclr::interop::marshal_as<std::string>(textBox3->Text));
    }
    catch(int item)
    {

            if(item == 0)
                    System::Windows::Forms::MessageBox::Show("Файл не может быть
открыт!", "Ошибка");

    }
}
```

Файл EncodingForm.h (только обработчики событий):

```
#pragma endregion

private: System::Void EncodingForm_Load(System::Object^ sender, System::EventArgs^
e) {}

// Событие при нажатии на кнопку "Вставить текст из файла"
// Происходит запись в текстбокс с исходной последовательностью содержимого файла
Original.txt
private: System::Void button1_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{

    try
    {
            textBox2->Text = gcnew
System::String(GetTextFromFile("OriginalText.txt").c_str());
    }
    catch (int item)
    {

            if (item == 0)
                    System::Windows::Forms::MessageBox::Show("Файл не может быть
открыт!", "Ошибка");

    }

}

// Событие при нажатии на кнопку "Кодировать"
private: System::Void button2_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{
    // Записываем в переменную содержимое текстбокса с исходной последовательностью
    auto originalText = msclr::interop::marshal_as<std::string>(textBox2->Text);
    std::unordered_map<std::string, double> alphabet;

    try
    {
            // Берем из файла символы алфавита и вероятности их появления, в
зависимости от выбранного распределения
            if (comboBox1->Text == L"Равномерное")
                    alphabet = GetAlphabet("Alphabet.txt");
            else if (comboBox1->Text == L"P1(A)")
                    alphabet = GetAlphabet("AlphabetP1(A).txt");
            else
                    alphabet = GetAlphabet("AlphabetP2(A).txt");
```

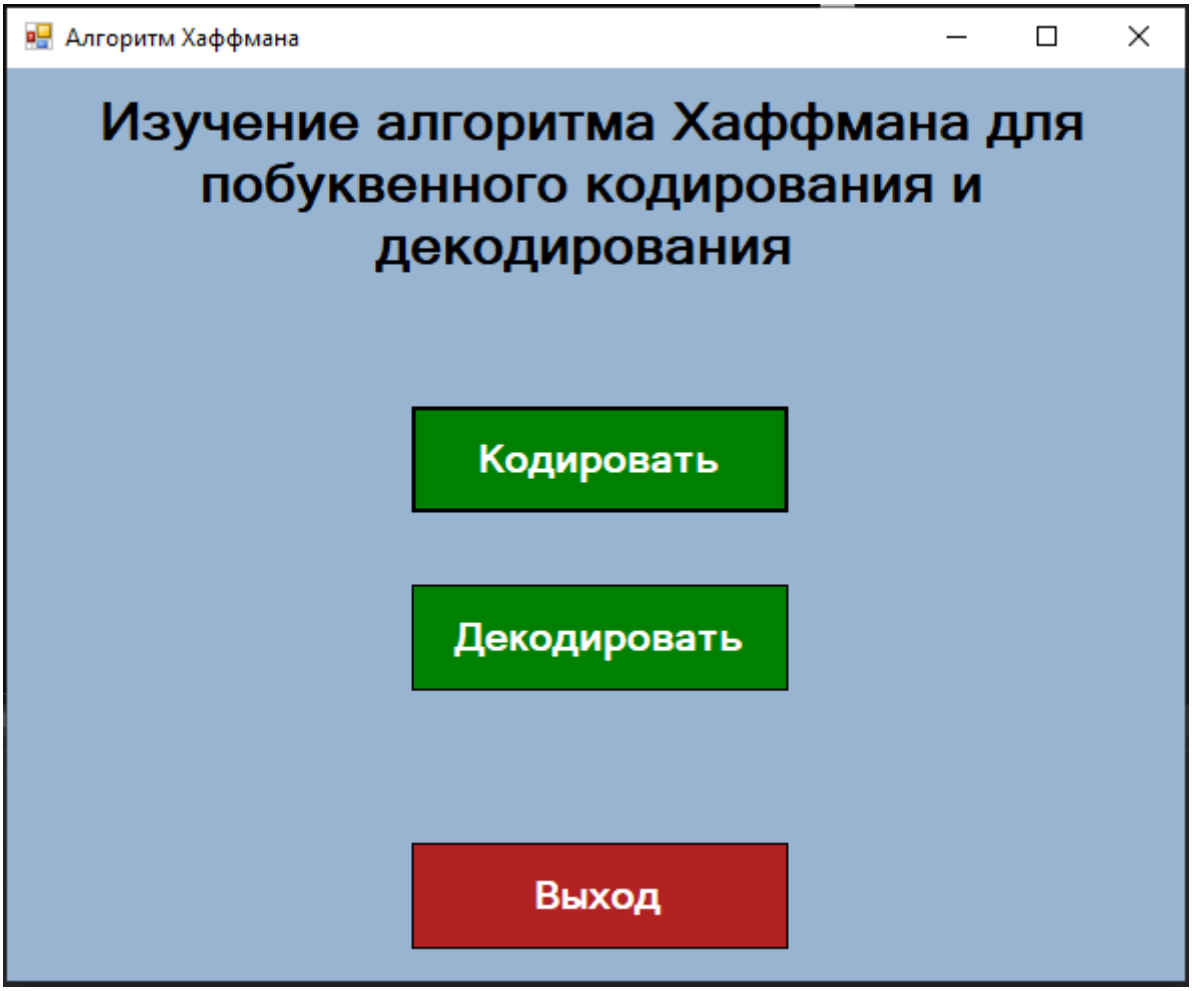
```
	}
	catch (int item)
	{
		if (item == 0)
			System::Windows::Forms::MessageBox::Show("Файл не может быть
открыт!", "Ошибка");
	}

	// Строим Хаффмановское дерево, а после определяем кодовые слова из дерева
	auto huffmanTree = BuildHuffmanTree(alphabet);
	std::unordered_map<std::string, std::string> huffmanCode;
	EncodingSymbolsFromTree(huffmanTree, "", huffmanCode);

	// Заполняем текстбоксы: полученная закодированная последовательность, средняя
длина кодового слова,
	// избыточность и энтропия
	auto averageLength = GetAverageLength(huffmanCode, alphabet);
	auto entrophy = GetEntrophy(alphabet);
	textBox3->Text = gcnew System::String(GetEncodedText(huffmanCode,
originalText).c_str());
	textBox5->Text = gcnew System::String((std::to_string(averageLength).c_str()));
	textBox6->Text = gcnew System::String((std::to_string(GetRedundancy(entrophy,
averageLength))).c_str());
	textBox7->Text = gcnew System::String((std::to_string(entrophy).c_str()));

	// Заполняем текстбокс с неравенством Крафта
	if (CheckingCraftInequality(huffmanCode))
		textBox8->Text = L"Выполняется";
	else
		textBox8->Text = L"Не выполняется";

	textBox4->Text = L"";

	// Заполняем текстбокс символ - кодовое слово
	for(auto elem : huffmanCode)
		textBox4->AppendText("\r\n" + gcnew System::String(elem.first.c_str()) +
"\t" + gcnew System::String(elem.second.c_str()));

}

// Событие при нажатии на кнопку "Сохранить текст в файл"
// Происходит запись содержимого текстбокса с закодированной последовательностью в
файл "SavingEncoding.txt"
private: System::Void button3_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{

	try
	{
		WriteTextToFile("SavingEncodingText.txt",
msclr::interop::marshal_as<std::string>(textBox3->Text));
	}
	catch (int item)
	{

		if (item == 0)
			System::Windows::Forms::MessageBox::Show("Файл не может быть
открыт!", "Ошибка");

	}

}
```

Файл MainForm.h (только обработчики событий):

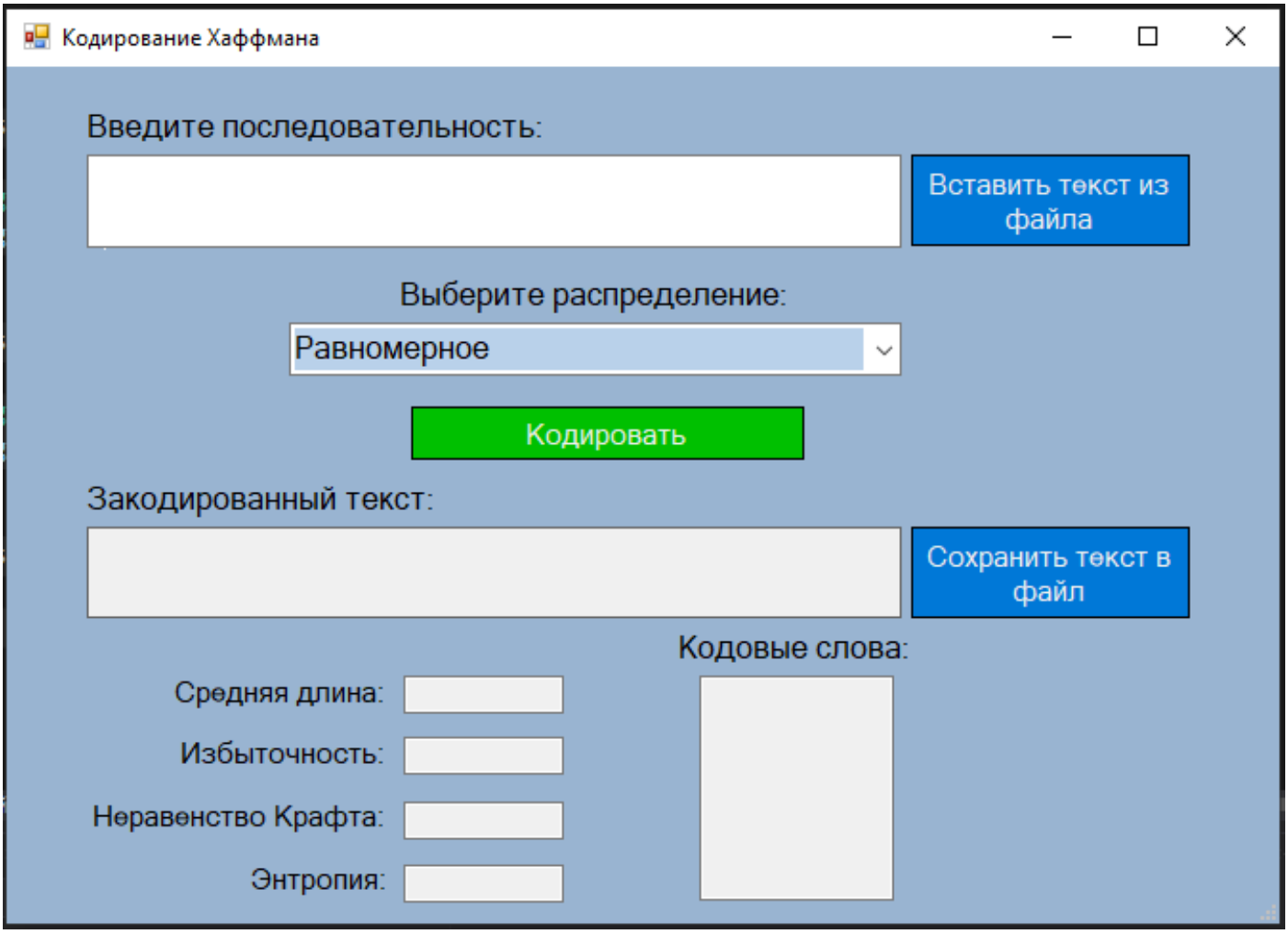
```
private: System::Void button1_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{
    EncodingForm^ encodingForm = gcnew EncodingForm();
    encodingForm->ShowDialog();
}

private: System::Void button2_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{
    DecodingForm^ decodingForm = gcnew DecodingForm();
    decodingForm->ShowDialog();
}

private: System::Void button3_Click(System::Object^ sender, System::EventArgs^ e)
{
    System::Windows::Forms::Application::Exit();
}
```

6. Тесты

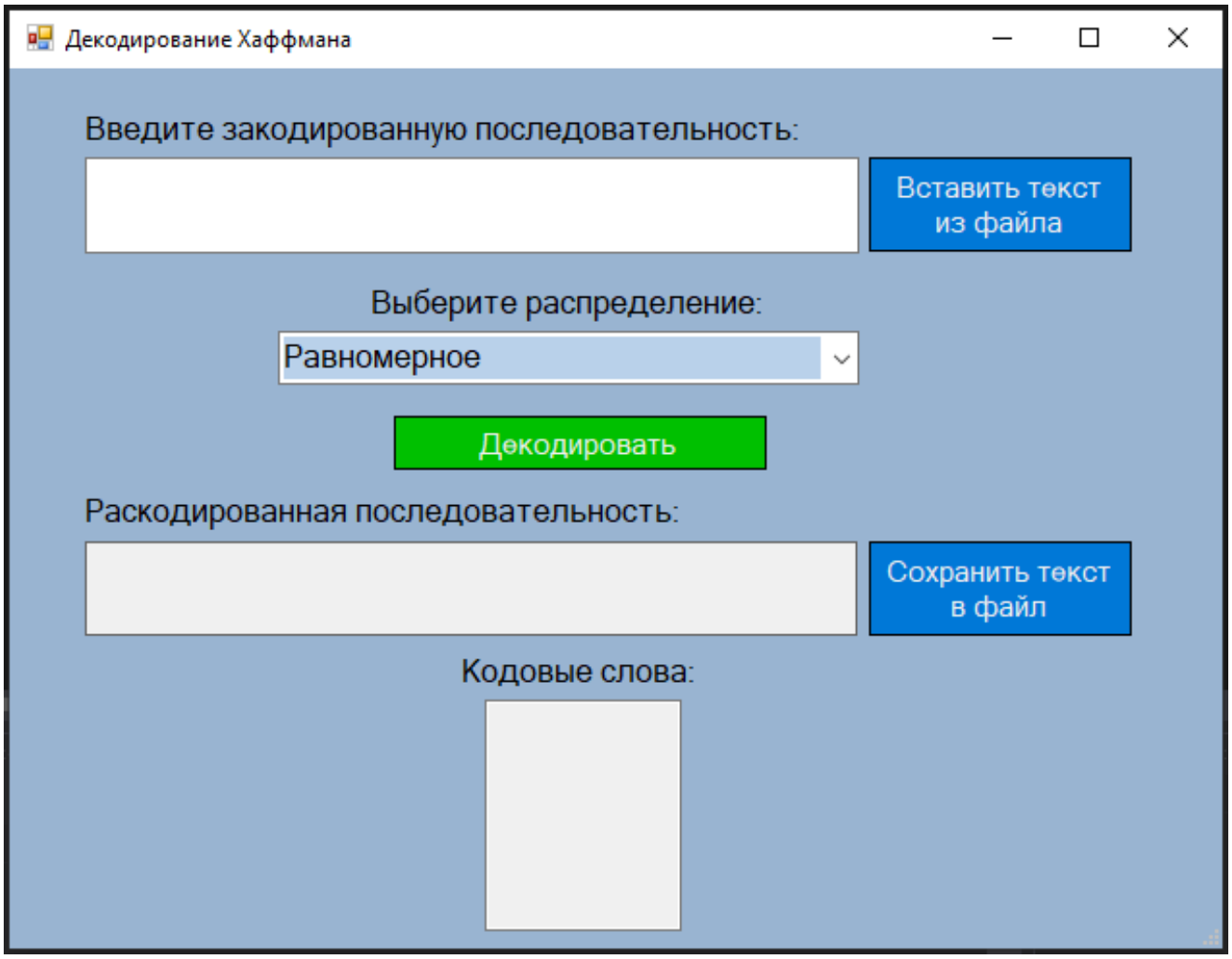
Экран “Главное меню”:



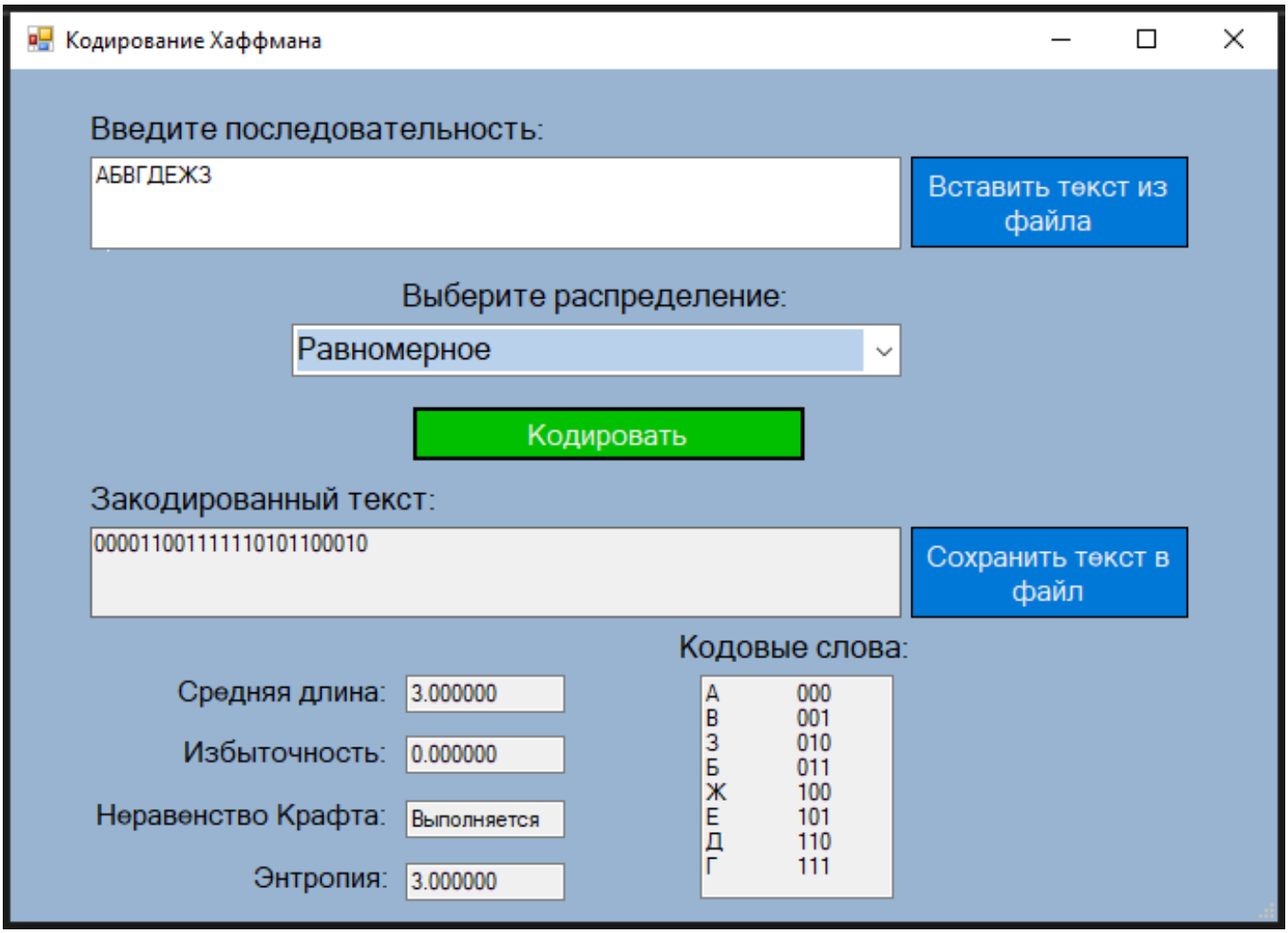
Экран “Кодирование Хаффмана”:



Экран “Декодирование Хаффмана”:



Пример кодирования:



Пример декодирования: