Tópicos Avançados em Estrutura de Dados

Atividade 5

Bruna Galastri Guedes	18.00189-0
Daniel Ughini Xavier	18.00022-3
Rodolfo Cochi Bezerra	18.00202-0
Vítor Martin Simoni	18.00050-9
Leonardo de Barros Rodrigues	18.02401-7

22/04/2020

Para a realização de todas as questões, será aplicada a definição de Big O.

Questão 1

- F(n) $= 5n^2 + 10n + 8 \rightarrow$ - Complexidade $O(n^2)$

$$5n^2 + 10n + 8 \leq 5n^2 + 10n^2 + 8n^2$$
$$5n^2 + 10n + 8 \leq 23n^2$$

Portanto, para todo $n \geq 1$ e para $c = 23$, temos que $5n^2 + 10n + 8 \leq 23n^2$, então podemos afirmar que a complexidade é $O(n^2)$.

Questão 2

- F(n) $= n^3 \rightarrow$ - Complexidade $O(n^3)$

$$n^3 \leq c \cdot n^3$$

Percebe-se que, para qualquer valor de c, como $c = 5$, a função será menor ou igual a $c \cdot n^3$;
Considerando um n muito grande e para todo $c \geq 1$ temos $n^3 \leq c \cdot n^3$, então podemos afirmar que a complexidade é $O(n^3)$.

Questão 3

- F(n) $= 5n^2 + 10n + 8 \rightarrow$ Complexidade $O(n)$

$$5n^2 + 10n + 8 \leq c \cdot n$$
$$5n^2 + (10 - c)n \leq -8$$
$$n \cdot (5n + 10 - c) \leq -8$$

Sabendo que n deve ser positivo, a parcela que ele multiplica deve ser negativa:

$$5n + 10 - c < 0$$
$$5n < c - 10$$
$$n < \frac{(c - 10)}{5}$$

O resultado fornece um n menor do que uma constante, o que é absurdo;
Considerando um n muito grande, neste caso não podemos afirmar que para todo $c \geq 1$ teremos $5n^2 + 10n + 8 \leq c \cdot n$. Portanto, não é de complexidade $O(n)$.

Questão 4

- F(n) $= n^3 \rightarrow$ Complexidade $O(n^2)$

$$n^3 \leq c \cdot n^2$$
$$n^3 - n^2 \leq 0$$
$$n^2 \cdot (n - 1) \leq 0$$

Sabendo que n deve ser positivo, a parcela que ele multiplica deve ser negativo:

$$n - 1 < 0$$
$$n < 1$$

O resultado fornece um n menor do que 1, o que é absurdo;
Considerando um n muito grande, neste caso não podemos afirmar que para todo $c \geq 1$, teremos $n^3 \leq c \cdot n^2$. Portanto, não é de complexidade $O(n^2)$.

Questão 5

- F(n) = $n \rightarrow$ Complexidade $O(n)$

$$n \leq c \cdot n$$

Percebe-se que, para qualquer valor de c, como $c = 2$, a função será menor ou igual a $c \cdot n$;
Considerando um n muito grande e para todo $c \geq 1$, temos $n \leq c \cdot n$, então podemos afirmar que a complexidade é $O(n)$.

Questão 6

- F(n) = $50n^2 \rightarrow$ Complexidade $O(n)$

$$50n^2 \leq c \cdot n$$
$$50n^2 - c \cdot n \leq 0$$
$$n \cdot (50n - c) \leq 0$$

Sabendo que n deve ser positivo, a parcela que ele multiplica deve ser negativo:

$$50n - c < 0$$
$$50n < c$$
$$n < \frac{c}{50}$$

O resultado fornece um n menor do que uma constante, o que é absurdo;
Considerando um n muito grande, neste caso não podemos afirmar que para todo $c \geq 1$ teremos $50n^2 \leq c \cdot n$. Portanto, não é de complexidade $O(n)$.

Questão 7

- F(n) = $50n^2 \rightarrow$ Complexidade $O(n^3)$

$$50n^2 \leq c \cdot n^3$$
$$50n^2 - c \cdot n^3 \leq 0$$
$$n^2 \cdot (50 - c \cdot n) \leq 0$$

Sabendo que n deve ser positivo, a parcela que ele multiplica deve ser negativo:

$$50 - c \cdot n < 0$$
$$c \cdot n > 50$$
$$n > \frac{50}{c}$$

O resultado fornece um n maior do que uma constante, que está no denominador de uma fração;
Considerando um n muito grande, neste caso podemos afirmar que, para todo $c \geq 1$, como $c = 50$, teremos $50n^2 \leq c \cdot n^3$. Portanto, é de complexidade $O(n^3)$.

Questão 8

- F(n) = $\frac{3n^2}{2} + \frac{7n}{2} + 4 \rightarrow$ Complexidade $O(n)$

$$\frac{3n^2}{2} + \frac{7n}{2} + 4 \leq c \cdot n$$
$$\frac{3n^2}{2} + \frac{7n}{2} - c \cdot n \leq -4$$
$$\frac{3n}{2} + \frac{7}{2} - c \leq \frac{-4}{n}$$

Como n é um número grande, todas as frações que possuem n no denominador tendem a 0;

$$\frac{3n}{2} \leq c - \frac{7}{2}$$
$$n \leq \frac{2}{3} \cdot (c - \frac{7}{2})$$

Isso é um absurdo! Como n é um numero muito grande, é completamente errado dizer que ele seria menor do que uma constante.

Sendo assim, considerando um n muito grande e $c \geq 1$, não teremos $\frac{3n^2}{2} + \frac{7n}{2} + 4$. Portanto, a complexidade não é $O(n)$.

Questão 9

- F(n) $= \frac{3n^2}{2} + \frac{7n}{2} + 4 \rightarrow$ Complexidade $O(n^2)$

$$\frac{3n^2}{2} + \frac{7n}{2} + 4 \leq \frac{3n^2}{2} + \frac{7n^2}{2} + 4n^2$$
$$\frac{3n^2}{2} + \frac{7n}{2} + 4 \leq \frac{3n^2}{2} + \frac{7n^2}{2} + 4n^2$$
$$\frac{3n^2}{2} + \frac{7n}{2} + 4 \leq 9n^2$$

Questão 10

- F(n) $= 5n^2 + 10n + 900 \rightarrow$ Complexidade $O(n^2)$

$$5n^2 + 10n + 900 \leq 5n^2 + 10n^2 + 900n^2$$
$$5n^2 + 10n + 900 \leq 915n^2$$

Portanto, para todo $n \geq 1$ e para $c = 915$, temos que $5n^2 + 10n + 900 \leq 915n^2$ então podemos afirmar que a complexidade é $O(n^2)$.

Questão 11

- F(n) $= 5n^2 + 10n + 900 \rightarrow$ Complexidade $O(n)$

$$5n^2 + 10n + 900 \leq c \cdot n$$
$$5n^2 + (10 - c)n \leq -900$$
$$n \cdot (5n + 10 - c) \leq -900$$

Sabendo que n deve ser positivo, a parcela que ele multiplica deve ser negativa:

$$5n + 10 - c < 0$$
$$5n < c - 10$$
$$n < \frac{(c - 10)}{5}$$

O resultado fornece um n menor do que uma constante, o que é absurdo;

Considerando um n muito grande, neste caso não podemos afirmar que para todo $c \geq 1$ teremos $5n^2+10n+900 \leq c \cdot n$. Portanto, não é de complexidade $O(n)$.

Questão 12

- F(n) $= 10 + \frac{2}{n} \rightarrow$ Complexidade $O(n^2)$

$$10 + \frac{2}{n} \leq c \cdot n^2$$

Sabendo que n é um número muito grande, pode-se afirmar que quaisquer números com n no denominador valem 0:

$$10 \leq c \cdot n^2$$

Sendo assim, considerando um n muito grande e $c \geq 1$, como por exemplo, c = 10, conclui-se que qualquer valor de c fará com que a inequação seja válida. Portanto, a complexidade é $O(n^2)$.

Questão 13

- F(n) $= 10 + \frac{2}{n} \rightarrow$ Complexidade $O(n)$

$$10 + \frac{2}{n} \leq c \cdot n$$

Sabendo que n é um número muito grande, pode-se afirmar que quaisquer números com n no denominador valem 0:

$$10 \leq c \cdot n$$

Sendo assim, considerando um n muito grande e $c \geq 1$, como por exemplo, c = 10, conclui-se que qualquer valor de c fará com que a inequação seja válida. Portanto, a complexidade é $O(n)$.

Questão 14

- F(n) $= 10 + \frac{2}{n} \rightarrow$ Complexidade $O(log_n)$

$$10 + \frac{2}{n} \leq c \cdot O(log_n)$$

Sabendo que n é um número muito grande, pode-se afirmar que quaisquer números com n no denominador valem 0:

$$10 \leq c \cdot O(log_n)$$

Sendo assim, considerando um n muito grande (sempre maior que 0, para que $log_n > 0$) e $c \geq 1$, como por exemplo, c = 10, conclui-se que qualquer valor de c fará com que a inequação seja válida. Portanto, a complexidade é $O(n)$.

Questão 15

- F(n) $= 10 + \frac{2}{n} \rightarrow$ Complexidade $O(1)$

$$10 + \frac{2}{n} \leq c \cdot 1$$

Sabendo que n é um número muito grande, pode-se afirmar que quaisquer números com n no denominador valem 0:

$$10 \leq c$$

Sendo assim, considerando um n muito grande, e uma constante $c = 11$, conclui-se que a complexidade é $O(1)$.

Questão 16

- F(n) = $n^3 + 9999999n^2 + 100000 \rightarrow$ Complexidade $O(n^4)$

$$n^3 + 9999999n^2 + 100000 \leq c \cdot n^4$$
$$\frac{n^3}{n^4} + \frac{9999999n^2}{n^4} + \frac{100000}{n^4} \leq c$$
$$\frac{1}{n} + \frac{9999999}{n^2} + \frac{100000}{n^4} \leq c$$

Sabendo que n é um número muito grande, pode-se afirmar que quaisquer números com n no denominador valem 0:

$$0 \leq c$$

Sendo assim, considerando um n muito grande e qualquer valor constante que faça com que $c \geq 0$ (sendo que c deve ser sempre maior que 1), como por exemplo $c = 2$, conclui-se que a complexidade é $O(n^4)$.

Questão 17

- F(n) = $n^3 + 9999999n^2 + 100000 \rightarrow$ Complexidade $O(n^3)$

$$n^3 + 9999999n^2 + 100000 \leq c \cdot n^3$$
$$\frac{n^3}{n^3} + \frac{9999999n^2}{n^3} + \frac{100000}{n^3} \leq c$$
$$1 + \frac{9999999}{n} + \frac{100000}{n^2} \leq c$$

Sabendo que n é um número muito grande, pode-se afirmar que quaisquer números com n no denominador valem 0:

$$1 \leq c$$

Sendo assim, considerando um n muito grande e qualquer valor constante que faça com que $c \geq 1$, como por exemplo $c = 2$, conclui-se que a complexidade é $O(n^3)$.

Questão 18

- F(n) = $n^3 + 9999999n^2 + 100000 \rightarrow$ Complexidade $O(n^2)$

$$n^3 + 9999999n^2 + 100000 \leq c \cdot n^2$$
$$\frac{n^3}{n^2} + \frac{9999999n^2}{n^2} + \frac{100000}{n^2} \leq c$$
$$n + 9999999 + \frac{100000}{n^2} \leq c$$

Sabendo que n é um número muito grande, pode-se afirmar que quaisquer números com n no denominador valem 0:

$$n + 9999999 \leq c$$

O resultado indica que o n, um número muito grande, seria menor do que uma constante, o que é absurdo. Sendo assim, considerando n muito grande e $c \geq 1$, conclui-se que a complexidade não é $O(n^2)$.

Questão 19

- F(n) = $2^{n+1} \rightarrow$ Complexidade $O(2^n)$

$$2^{n+1} \leq c \cdot 2^n$$
$$2^n \cdot 2^1 \leq c \cdot 2^n$$
$$2 \leq c$$

O resultado indica que, com uma constante $c \geq 2$, como $c = 3$, a desigualdade torna-se verdaderia; Sendo assim, considerando n muito grande, conclui-se que a complexidade é $O(2^n)$.

Questão 20

- F(n) = $3^n \rightarrow$ Complexidade $O(2^n)$

$$3^n \leq c \cdot 2^n$$
$$(\frac{3}{2})^n \leq c$$

O resultado indica que c, uma constante, será maior do que um número elevado a n, que em si é um número muito grande, portanto a inequação é uma absurdo!

Sendo assim, considerando n muito grande, conclui-se que a complexidade não é $O(2^n)$.