1

Distribuição de probabilidades

Variavel aleatória (v.a.): função matemática que assume valores numéricos. A cada um desses valores existe uma probabilidade de ocorrência.

Quantitativa

V. A. Discreta
Ex.: Nº de peças defeituosas de um lote, Nº de pontos obtidos do lançamento de um dado, ...

V. A. Contínua
Ex.: Peso (kg), Estatura (m), Comprimento de uma peça (mm), Desgaste de ferramenta (µm), Tempo de vida útil (h), ...

As respostas desse tipo de variável assumem quaisquer valores no conjunto dos números reais.

2

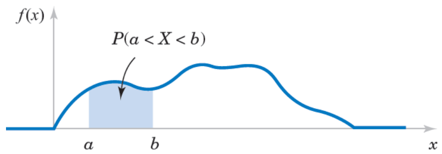
Distribuição de probabilidades (V.A´s. CONTÍNUAS)

Experimento: esferas de rolamento são selecionadas da produção e o diâmetro (em mm) delas será avaliado.

X = "Diâmetro da esfera" → Assume qualquer valor em um intervalo contínuo dos números reais

- As probabilidades de ocorrência dos possíveis resultados dos experimento são determinadas por uma função f(x) contínua, denominada *função densidade de probabilidade (fdp)*.

- Conseguimos apenas calcular probabilidades para valores contidos em intervalos da reta real;



3

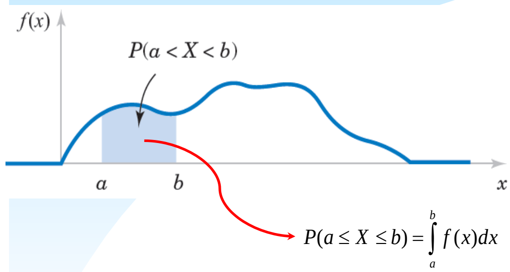
Distribuição de probabilidades (V.A´s. CONTÍNUAS)

Se X é v.a. contínua, a distribuição de probabilidade, ou função densidade de probabilidade (fdp) de X será uma função $f(x)$ tal que, para quaisquer dois números a e b:

Para $f(x)$ ser fdp, as seguintes propriedades devem ser satisfeitas:

1) $f(x) \geq 0$; para qualquer $x \in \mathbb{R}$;

2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

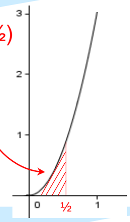


A fdp $f(x)$ caracteriza completamente a variável aleatória contínua

4

Exemplo

P(X < ½) = P(X ≤ ½)



A v.a. X é dada pela função densidade de probabilidade $f(x) = 3x^2$, com $0 \leq x \leq 1$.

a) A função f(x) é uma fdp? $f(x) \geq 0 \text{ para todo } x \quad e \quad \int_0^1 3x^2 dx = 1$

b) Calcule a probabilidade de X assumir valor de no máximo ½. $P(X \leq {}^1/_2) = {}^1/_8$

c) Calcule a probabilidade de X assumir valor menor que ½. $P(X < {}^1/_2) = {}^1/_8$

d) Calcule a probabilidade de X assumir valor de exatamente ½. $P(X = {}^1/_2) = 0$

5

Exercício 1

O tempo de vida útil (X, em anos) de uma trava de segurança de um aparelho industrial segue função densidade de probabilidade (f.d.p.) dada abaixo:

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot (1 + x - 2x^2), \text{ se } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, \textit{ caso contrário} \end{cases}$$

Calcule a probabilidade da vida útil dessa trava ultrapassar 8 meses.

$k = {}^6/_5$

$P(X > {}^2/_3) = 0{,}1704$

6

Média ou Valor Esperado (μ ou E(X))

Dá uma idéia central da distribuição de probabilidades da variável X

V.A. DISCRETA	V.A. CONTÍNUA com fdp f(x)
$\mu = E(X) = \sum_i x_i \cdot p(x_i)$	$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$

Variância (σ^2 ou Var(X))

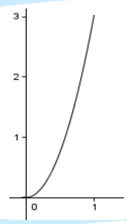
É o principal parâmetro de dispersão de uma distribuição de probabilidades. Mede a dispersão dos valores em relação à média μ

V.A. DISCRETA	V.A. CONTÍNUA com fdp f(x)
$\sigma^2 = Var(X) = \left[\sum_i x_i^2 \cdot p(x_i)\right] - \mu^2$	$\sigma^2 = Var(X) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx\right] - \mu^2$

OBS.: Desvio padrão de X: $\sigma = DP(X) = \sqrt{Var(X)}$

7

Exemplo



A v.a. X é dada pela função densidade de probabilidade $f(x) = 3x^2$, com $0 \leq x \leq 1$. Calcule o valor médio e o desvio padrão de X.

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x.f(x)dx] = \int_0^1 x.(3x^2)dx = \int_0^1 3x^3 dx = \frac{3}{4}$$

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x^2.f(x)dx] - \mu^2 = \int_0^1 x^2.(3x^2)dx - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{80}$$

$$DP(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\frac{3}{80}}$$

8

Propriedades de E(X)

1) $E(k) = k$ (k é uma constante)
2) $E(kX) = k.E(X)$
3) $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$
4) $E(X \pm k) = E(X) \pm k$
5) $E(XY) = E(X).E(Y)$, desde que X e Y sejam independentes entre si

Propriedades de Var(X)

1) $Var(k) = 0$ (k é uma constante)
2) $Var(kX) = k^2.Var(X)$
3) $Var(X \pm k) = Var(X)$
4) $Var(X \pm Y) = Var(X) + Var(Y)$, desde que X e Y sejam independentes entre si

Continuam válidas essas propriedades quando as v.a.´s são contínuas

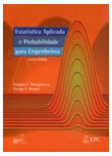
OBS.: X e Y são duas variáveis aleatórias de interesse

9

Estudo recomendado

- **Exercícios complementares** desta videoaula (pdf no Moodlerooms)

- **Leitura do Cap. 3**
  Seções 3.3 a 3.5 e seus respectivos exercícios



- **Leitura do Cap. 4**
  Seções 4.1 a 4.5 e seus respectivos exercícios

10


INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA
MAUÁ
Campus São Caetano do Sul
Praça Mauá, 01 - São Caetano do Sul - SP

11