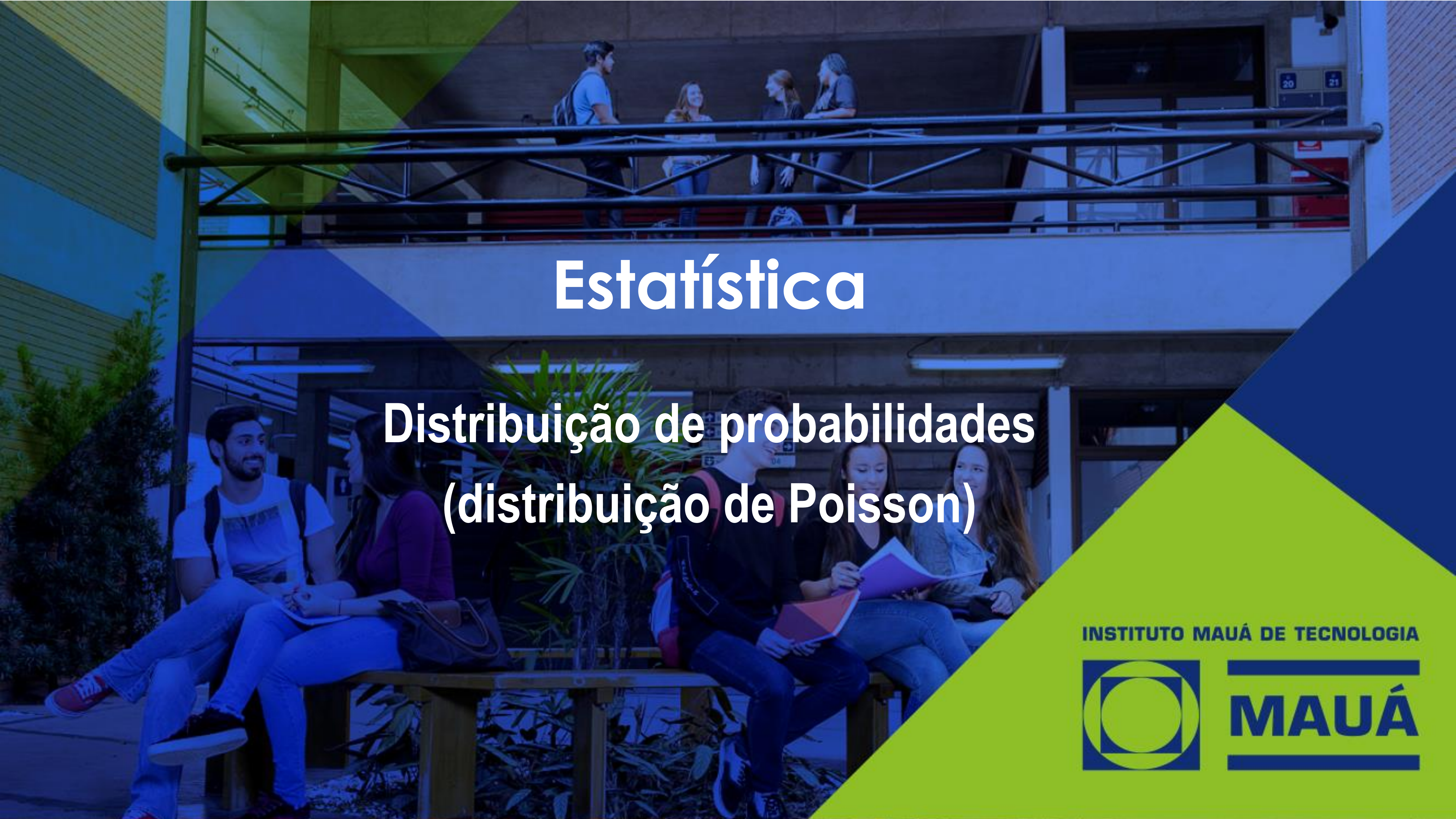

Estatística

Distribuição de probabilidades (distribuição de Poisson)

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

MAUÁ

Exemplos de variáveis cujo padrão é de acordo com a distribuição de Poisson

- Quantidade de veículos que chegam a um posto de pedágio rodoviário em 48hs de um feriado de ano novo;

- Quantidade de defeitos encontrados em $2m^2$ de uma chapa de aço galvanizado;

- Número de chamadas telefônicas que chegam a uma central no período de almoço de uma segunda-feira;

- Número de impurezas encontradas em 100 mL de água;

Características da Distribuição de Poisson

- A variável aleatória X de interesse também é uma contagem, porém, diferente da distribuição Binomial, agora nosso interesse é a *quantidade de sucessos em um intervalo t contínuo de observação;*

- O intervalo contínuo *t* pode ser um intervalo de tempo, de área, volume, etc...

Cálculo da probabilidade:

Na distribuição de Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\mu}\mu^{k}}{k!}$$

para $k = 0,1,2,3,\ldots\infty$

✧ **OBS.:** μ representa o número médio de ocorrências em um intervalo contínuo t a uma taxa de ocorrência λ, ou seja, **μ = λt**.

λ é uma taxa por unidade de medida:

– Intervalo de tempo

– Comprimento

– Área

– Volume,...

✧ Notação matemática do modelo: X ~ Po (μ)

✧ Se X segue o padrão de Poisson, então **E(X) = λ•t** e **Var (X) = λ•t**

Propriedades de um processo de Poisson

A aplicação da distribuição de Poisson surge com a ocorrência de eventos, geralmente, no decorrer do tempo. Nesse modelo, têm-se as seguintes premissas:

1. O número de ocorrências durante qualquer intervalo depende somente da duração ou tamanho do intervalo: quanto maior o intervalo, maior o número de ocorrências;
2. A probabilidade de duas ou mais ocorrências simultâneas é praticamente zero;
3. As ocorrências são independentes umas das outras: o número de ocorrências de um evento em um intervalo de tempo (ou espaço) é independente do número de ocorrências do evento em qualquer outro intervalo disjunto.

Exemplo

Uma central PABX de uma pequena empresa de consultoria recebe ligações a uma taxa de 2,75 chamadas/$_{hora}$ durante o horário de funcionamento da empresa, sendo que a empresa fecha das 12h às 13h por conta do horário de almoço.

Entre 9h00 e 16h00, calcule a probabilidade dessa central receber:

a) Exatamente 12 chamadas;

b) No máximo quatro chamadas;

c) No mínimo cinco chamadas

v.a. de interesse? X = "Número de chamadas recebidas no intervalo de 6 horas"

X = {0, 1, 2, 3, 4, 5,..., 10, ...100, ..., 1000, ...}

Em um intervalo de 6 horas, em média quantas chamadas chegam?

$\lambda = 2{,}75$ chamadas/hora

$t = 6$ horas

$\Rightarrow \mu = \lambda t = 16{,}5 \quad \{ \; X \sim Po\,(16{,}5)$

Exemplo

Se o telefone recebe em média 2,75 chamada/hora. Calcule a probabilidade desse telefone receber em um intervalo de 6 horas:

X = {0, 1, 2, 3, 4, 5,..., 10, ...100, ..., 1000, ...}

a) Exatamente 12 chamadas

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}=12)=\frac{e^{-\mu}\mu^{k}}{k!}=\frac{e^{-16,5}16,5^{12}}{12!}\cong 0{,}0580$$

b) No máximo quatro chamadas

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}\leq 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=\cdots\cong 0{,}0003$$

c) No mínimo cinco chamadas

$$\mathrm{P}(\mathrm{X}\geq 5)=1-P(X<5)=1-[P(X=0)+\ldots+P(X=4)]$$

$$=1-e^{-16,5}\left(\frac{16,5^{0}}{0!}+\frac{16,5^{1}}{1!}+\cdots+\frac{16,5^{4}}{4!}\right)\cong 0{,}9997$$

Estudo recomendado

- **Exercícios complementares** desta videoaula (pdf no Moodlerooms)

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

MAUÁ

Campus São Caetano do Sul
Praça Mauá, 01 - São Caetano do Sul - SP