1

Distribuição de probabilidades

Variavel aleatória (v.a.): função matemática que assume valores numéricos. A cada um desses valores existe uma probabilidade de ocorrência.

Quantitativa

V. A. Discreta
Ex.: Nº de peças defeituosas de um lote, Nº de pontos obtidos do lançamento de um dado, ...

V. A. Contínua
Ex.: Peso (kg), Estatura (m), Comprimento de uma peça (mm), Desgaste de ferramenta (μm), Tempo de vida útil (h), ...

2

Cálculo de probabilidades (... na faculdade)

Experimento: Lançamento de um dado e anota-se a face obtida

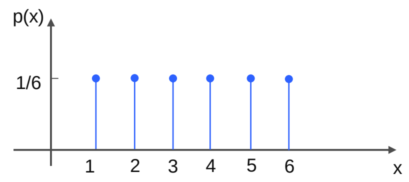
Variável aleatória de interesse

X = "Número de pontos obtidos do lançamento do dado"

- Quais valores essa variável assume?
- Qual a probabilidade de sair cada um desses números?

Função ou Distribuição de probabilidades de X

x_i	$P(X = x_i) = p(x_i)$
1	1/6
2	1/6
3	1/6
4	1/6
5	1/6
6	1/6



3

Distribuição de probabilidades (V.A´s. DISCRETAS)

Exemplo: Selecionam-se 3 peças de um lote e elas são classificadas como boas (B) ou defeituosas (D). Abaixo temos a distribuição de probabilidades da variável aleatória que representa a quantidade de peças defeituosas encontradas nesse experimento.

Para v.a.´s discretas, as seguintes propriedades devem ser satisfeitas:

1) $p(x_i) \geq 0$; para todo índice i;

2) $\sum_i p(x_i) = 1$

x_i	$P(X = x_i) = p(x_i)$
0	0,8574
1	0,1354
2	0,0071
3	0,0001

Além da v.a. assumir apenas valores discretos, há um número finito de elementos

4

Distribuição de probabilidades (V.A´s. DISCRETAS)

Experimento: Seleciono 3 peças de um lote e elas são classificadas como boas (B) ou defeituosas (D). O fabricante informa que sua produção possui 5% de defeitos.

v.a. de interesse

X = "Qtde. de peças defeituosas dentre as 3 selecionadas"

• Quais são os valores possíveis essa variável pode assumir?

$\{\underbrace{BBB}_{0}, \underbrace{DBB, BDB, BBD}_{1}, \underbrace{DDB, DBD, BDD}_{2}, \underbrace{DDD}_{3}\}$

• Qual a probabilidade de sair cada um desses valores?

Distribuição de probabilidades de X ?

x_i	$P(X = x_i) = p(x_i)$
0	$(0{,}95)^3 = 0{,}8574$
1	$3.(0{,}05).(0{,}95)^2 = 0{,}1354$
2	$3.(0{,}05)^2.(0{,}95) = 0{,}0071$
3	$(0{,}05)^3 = 0{,}0001$

5

Exemplo 1

Uma urna contém 5 bolas brancas, 3 pretas e 2 vermelhas. Realizo uma aposta (de bêbado...) com um amigo: se eu sorteio uma bola branca, ganho 10 créditos. Se eu retirar uma bola preta ou vermelha, perco 5 e 15 créditos, respectivamente. Monte a distribuição de probabilidades do ganho por aposta.

6

Exemplo 2

A distribuição de probabilidade da quantidade de aviões fabricados por mês em uma fábrica é dada abaixo:

N° de aviões	Probabilidade
1	0,08
2	0,14
3	0,29
4	0,35
5	0,10
6	0,04

a) Calcule a probabilidade de, em um mês qualquer, a fábrica produzir no mínimo dois aviões.
b) Calcule a probabilidade de, em um mês qualquer, a fábrica produzir mais de dois aviões.

7

Média ou Valor Esperado (μ ou E(X))

Dá uma idéia de valor central da distribuição de probabilidades da variável X

V.A. DISCRETA	V.A. CONTÍNUA com fdp f(x)
$\mu = E(X) = \sum_i x_i \cdot p(x_i)$	$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$

Variância (σ^2 ou Var(X))

É o principal parâmetro de dispersão de uma distribuição de probabilidades. Mede a dispersão dos valores em relação à média μ

V.A. DISCRETA	V.A. CONTÍNUA com fdp f(x)
$\sigma^2 = Var(X) = \left[\sum_i x_i^2 \cdot p(x_i)\right] - \mu^2$	$\sigma^2 = Var(X) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx\right] - \mu^2$

OBS.: Desvio padrão de X: $\sigma = DP(X) = \sqrt{Var(X)}$

8

Exemplo 3

Uma urna contém 5 bolas brancas, 3 pretas e 2 vermelhas. Realizo uma aposta (de bêbado...) com um amigo: se eu sorteio uma bola branca, ganho 10 créditos. Se eu retirar uma bola preta ou vermelha, perco 5 e 15 créditos, respectivamente. Calcule o ganho esperado por aposta e seu desvio padrão.

X = "Ganho por aposta

Resultado do sorteio	x_i	$P(X = x_i) = p(x_i)$
Branca	10	$^1/_2$
Preta	-5	$^3/_{10}$
Vermelha	-15	$^1/_5$

$$\mu = E(X) = 10\cdot\frac{1}{2} + (-5)\cdot\frac{3}{10} + (-15)\cdot\frac{1}{5} = 0{,}5$$

(Portanto, o ganho médio dessa aposta é de 0,50 créditos)

$$\sigma^2 = Var(X) = \left[(10)^2\cdot\frac{1}{2} + (-5)^2\cdot\frac{3}{10} + (-15)^2\cdot\frac{1}{5}\right] - (0{,}5)^2 = 102{,}25 \Longrightarrow \sigma = DP(X) = \sqrt{102{,}25} \cong 10{,}11$$

9

Exemplo 4

A distribuição de probabilidade da quantidade de aviões fabricados por mês em uma fábrica é dada abaixo:

N° de aviões/m	Probabilidade
1	0,08
2	0,14
3	0,29
4	0,35
5	0,10
6	0,04

a) Obtenha a média e o desvio padrão do número de aviões fabricados por mês nessa fábrica. E(X) = 3,37 e DP(X) = 1,197

b) Se em outra fábrica o n° médio mensal de aviões produzidos é igual a 5/mês e o desvio padrão é igual a 1,2/mês, qual é a média e o desvio padrão do n° total de aviões fabricados pelas duas fábricas juntas?

E(X+Y) = 8,37 e DP(X+Y) = 1,695

10

Propriedades de E(X)

1) $E(k) = k$ (k é uma constante)
2) $E(kX) = k.E(X)$
3) $E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$
4) $E(X \pm k) = E(X) \pm k$
5) $E(XY) = E(X).E(Y)$, desde que X e Y sejam independentes entre si

Propriedades de Var(X)

1) $Var(k) = 0$ (k é uma constante)
2) $Var(kX) = k^2.Var(X)$
3) $Var(X \pm k) = Var(X)$
4) $Var(X \pm Y) = Var(X) + Var(Y)$, desde que X e Y sejam independentes entre si

OBS.: X e Y são duas variáveis aleatórias de interesse

11

INSTITUTO MAUÁ DE TECNOLOGIA

MAUÁ

Campus São Caetano do Sul
Praça Mauá, 01 - São Caetano do Sul - SP

12