

实验六 用 MATLAB 设计 IIR 数字滤波器

一、实验目的：

- 1、加深对 IIR 数字滤波器的基本设计方法的理解。
- 2、掌握用模拟滤波器原型设计 IIR 数字滤波器的方法。
- 3、了解 MATLAB 有关 IIR 数字滤波器设计的子函数的调用方法。

二、实验原理：

1、脉冲响应不变法的基本知识

脉冲响应不变法又称冲激响应不变法，是将系统从 s 平面映射到 z 平面的一种变换方法，使数字滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 模仿模拟滤波器的冲激响应 $h_a(n)$ 。其变换关系式为 $z=e^{sT}$

由于 e^{sT} 是一个周期函数，因而 s 平面虚轴上每一段 $2\pi/T$ 的线段都映射到 z 平面单位圆上一周。由于重叠映射，因而冲激响应不变法是一种多值映射关系。数字滤波器的频率响应是原模拟滤波器的频率响应的周期延拓（如图 7-1）所示。只有当模拟滤波器的频率响应是有限带宽，且频带宽度 $|\Omega| \leq (\pi/T) = \Omega_s/2$ ，才能避免数字滤波器的频率响应发生混叠现象。因此，脉冲响应不变法只适用于限带的模拟滤波器，对于高频区幅频特性不等于零的高通和带阻滤波器不适用。

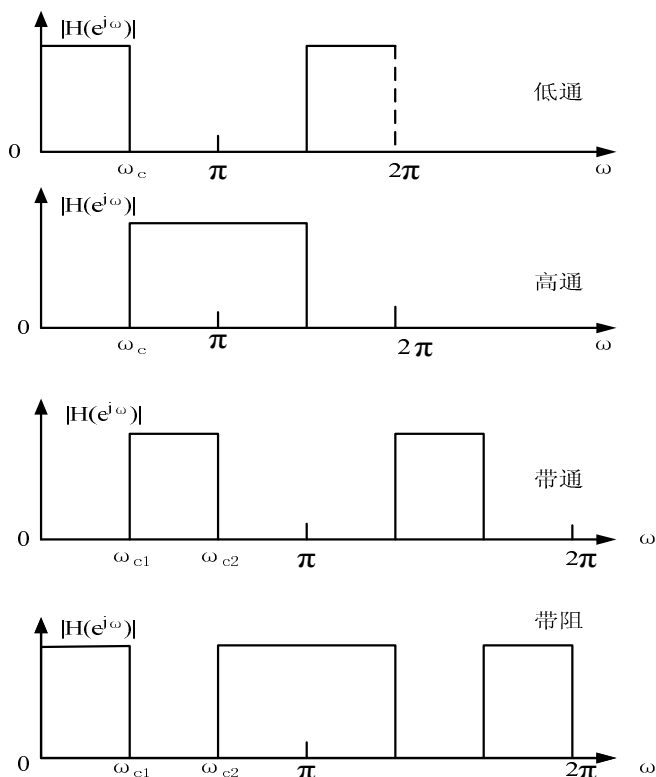


图 6-1

用脉冲响应不变法设计 IIR 数字滤波器的步骤如下：

- ① 输入给定的数字滤波器的设计指标；
- ② 根据公式 $\Omega=\omega/T$ 将数字滤波器设计指标转换为模拟滤波器设计指标；
- ③ 确定模拟滤波器的最小阶数和截止频率；
- ④ 计算模拟低通原型滤波器的系统传递函数；
- ⑤ 利用模拟域频率变换法求解实际模拟滤波器的系统传递函数；
- ⑥ 用脉冲响应不变法将模拟滤波器转换为数字滤波器。

2、用脉冲响应不变法设计 IIR 数字低通滤波器

例 7-1 采用脉冲响应不变法设计一个巴特沃斯数字低通滤波器，要求： $\omega_p=0.25\pi$ ， $R_p=1\text{dB}$ ； $\omega_s=0.4\pi$ ， $A_s=15\text{dB}$ ，滤波器采样频率 $F_s=2000\text{Hz}$ 。

程序清单如下：

```
wp=0.25*pi; %滤波器的通带截止频率
ws=0.4*pi; %滤波器的阻带截止频率
Rp=1;As=15; %滤波器的通带衰减指标
ripple=10^(-Rp/20); %滤波器的通带衰减对应的幅度值
Attn=10^(-As/20); %滤波器的阻带衰减对应的幅度值
%转换为模拟滤波器的技术指标

Fs=2000;T=1/Fs;Omgp=wp*Fs;Omgs=ws*Fs;
%模拟原型滤波器计算
[n,Omgc]=buttord(Omgp,Omgs,Rp,As,'s') %计算阶数 n 和截止频率
[z0,p0,k0]=butter(n); %设计归一化的巴特沃斯模拟滤波器原型
ba1=k0*real(poly(z0)); %求原型滤波器的系数 b
aa1=real(poly(p0)); %求原型滤波器的系数 a
[ba,aa]=lp2lp(ba1,aa1,Omgc); %变换为模拟低通滤波器
%用脉冲响应不变法计算数字滤波器系数
[bd,ad]=impinvar(ba,aa,Fs)
[H,w]=freqz(bd,ad); %求数字系统的频率特性
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H)));
subplot(2,2,1);plot(w/pi,abs(H));
ylabel('|H|');title('幅度响应');axis([0,1,0,1.1]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,Attn,ripple,1]);grid
subplot(2,2,2);plot(w/pi,angle(H)/pi);
ylabel('\phi');title('相位响应');axis([0,1,-1,1.1]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-1,0,1]);grid
subplot(2,2,3);plot(w/pi,dbH);title('幅度响应(dB)');
ylabel('dB');xlabel('频率(\pi)');axis([0,1,-40,5]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
```

```
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,-15,-1,0]);grid
subplot(2,2,4);zplane(bd,ad);axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1]);title('零极点图');
```

程序运行结果如下：

```
n =      6
Omgc =  1.8897e+003
bd =   -0.0000    0.0031    0.0419    0.0569    0.0125    0.0003
ad =    1.0000   -2.5418    3.1813   -2.3124    1.0072   -0.2457    0.0260
```

频率特性如图 7-2 所示：

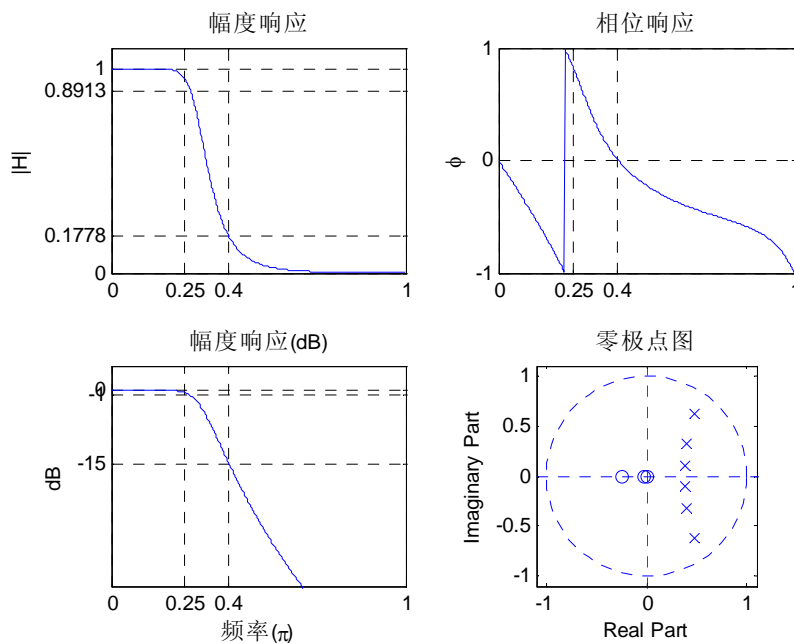


图 6-2

由频率特性曲线可知，该设计结果在通带的截止频率满足 $R_p \leq 1\text{dB}$ ，在阻带的截止频率满足 $A_s \geq 15\text{dB}$ ，且系统的极点全部在单位圆内，是一个稳定系统。这个巴特沃斯数字低通滤波器的传递函数为：

$$H(z) = \frac{0.031z^{-1} + 0.0419z^{-2} + 0.0569z^{-3} + 0.0125z^{-4} + 0.0003z^{-5}}{1 - 2.5418z^{-1} + 3.1813z^{-2} - 2.3124z^{-3} + 1.0072z^{-4} - 0.2457z^{-5} + 0.025z^{-6}} \quad (\text{直接型})$$

3、双线性变换法的基本知识

双线性变换法是将整个 s 平面映射到 z 平面，其映射关系为

$$s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad \text{或} \quad z = \frac{1+sT/2}{1-sT/2}$$

双线性变换法克服了脉冲响应不变法从 s 平面到 z 平面的多值映射的缺点，消除了频谱混叠现象。但其在变换过程中产生了非线性畸变，在设计 IIR 数字滤波器的过程中需要进行一定的修正。

用双线性变换法设计 IIR 数字滤波器的步骤如下：

① 输入给定的数字滤波器的设计指标；
② 根据公式 $\Omega=(2/T)\tan(\omega/2)$ 进行预修正，将数字滤波器设计指标转换为模拟滤波器设计指标；

- ③ 确定模拟滤波器的最小阶数和截止频率；
④ 计算模拟低通原型滤波器的系统传递函数；
⑤ 利用模拟域频率变换法求解实际模拟滤波器的系统传递函数；
⑥ 用双线性变换法将模拟滤波器转换为数字滤波器。

4、用双线性变换法设计 IIR 数字低通滤波器

例 8-1 设计一个巴特沃斯数字低通滤波器，要求： $\omega_p=0.25\pi$ ， $R_p=1\text{dB}$ ； $\omega_s=0.4\pi$ ， $A_s=15\text{dB}$ ，滤波器采样频率 $F_s=100\text{Hz}$ 。

程序清单如下：

```
wp=0.25*pi; %滤波器的通带截止频率
ws=0.4*pi; %滤波器的阻带截止频率
Rp=1;As=15; %滤波器的通阻带衰减指标
ripple=10^(-Rp/20); %滤波器的通带衰减对应的幅度值
Attn=10^(-As/20); %滤波器的阻带衰减对应的幅度值
%转换为模拟滤波器的技术指标

Fs=100;T=1/Fs;
Omgp=(2/T)*tan(wp/2); %原型通带频率的预修正
Omgs=(2/T)*tan(ws/2); %原型阻带频率的预修正
%模拟原型滤波器计算
[n,Omgc]=buttord(Omgp,Omgs,Rp,As,'s') %计算阶数 n 和截止频率
[z0,p0,k0]=buttap(n); %设计归一化的巴特沃思模拟滤波器原型
ba1=k0*real(poly(z0)); %求原型滤波器的系数 b
aa1=real(poly(p0)); %求原型滤波器的系数 a
[ba,aa]=lp2lp(ba1,aa1,Omgc); %变换为模拟低通滤波器
%也可将以上 4 行替换为[bb,aa]=butter(n,Omgc,'s');直接求模拟滤波器系数
%用双线性变换法计算数字滤波器系数

[bd,ad]=bilinear(ba,aa,Fs) %求数字系统的频率特性

[H,w]=freqz(bd,ad);
dbH=20*log10((abs(H)+eps)/max(abs(H)));
subplot(2,2,1);plot(w/pi,abs(H));
ylabel('|H|');title('幅度响应');axis([0,1,0,1.1]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,Attn,ripple,1]);grid
subplot(2,2,2);plot(w/pi,angle(H)/pi);
ylabel('\phi');title('相位响应');axis([0,1,-1,1]);
```

```

set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-1,0,1]);grid
subplot(2,2,3);plot(w/pi,dbH);title('幅度响应(dB)');
ylabel('dB');xlabel('频率(\pi)');axis([0,1,-40,5]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.25,0.4,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,-15,-1,0]);grid
subplot(2,2,4);zplane(bd,ad);
axis([-1.1,1.1,-1.1,1.1]);title('零极点图');

```

程序运行结果如下：

```

n =      5
Omgc = 103.2016
bd =    0.0072    0.0362    0.0725    0.0725    0.0362    0.0072
ad =    1.0000   -1.9434    1.9680   -1.0702    0.3166   -0.0392

```

频率特性如图 8-1 所示：

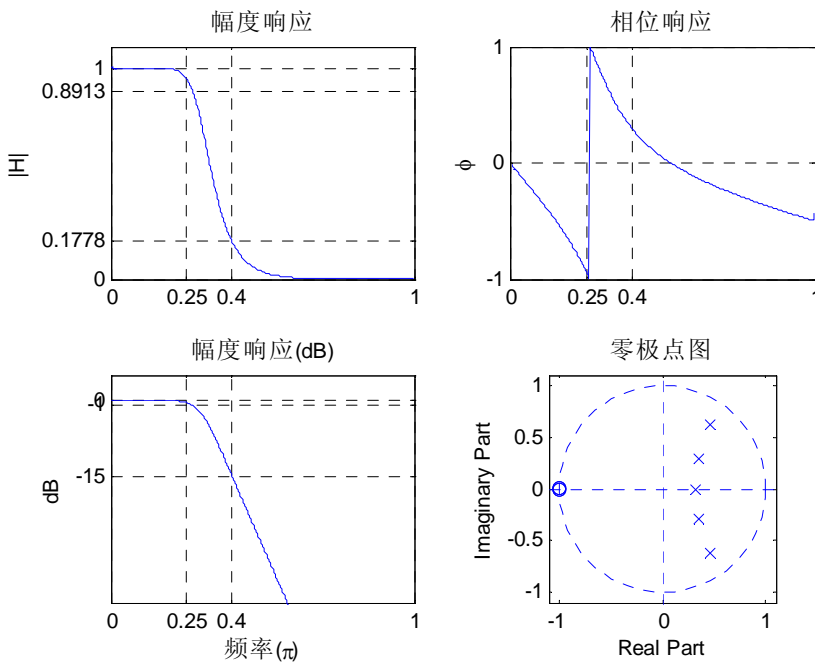


图 6-3

由频率特性曲线可知，该设计结果再通阻带截止频率处能满足 $R_p \leq 1\text{dB}$ 、 $A_s \geq 15\text{dB}$ 的设计指标要求，系统的极点全部在单位圆内，是一个稳定系统。由 $n=5$ 可知，该滤波器是一个 5 阶系统，原型 $H_a(s)$ 在 $s=-\infty$ 处有 5 个零点，映射到 $z=-1$ 处。该滤波器的传递函数为

$$H(z) = \frac{0.0072 + 0.0362z^{-1} + 0.0725z^{-2} + 0.0725z^{-3} + 0.0362z^{-4} + 0.0072z^{-5}}{1 - 1.9434z^{-1} + 1.9680z^{-2} - 1.0702z^{-3} + 0.3166z^{-4} - 0.0392z^{-5}} \quad (\text{直接型})$$

5、编写滤波器仿真程序

编写滤波器仿真程序, 计算 $H(z)$ 对心电图信号采样序列 $x(n)$ 的响应序列 $y(n)$ 。人体心电图信号在测量过程中往往受到工业高频干扰, 所以必须经过低通滤波处理后, 才能作为判断心脏功能的有用信息。下面给出一实际心电图信号采样序列样式本 $x(n)$, 其中存在高频干扰。以 $x(n)$ 作为输入序列, 滤除其中的干扰成分。

```
xn=[-4,-2,0,-4,-6,-4,-2,-4,-6,-6,-4,-4,-6,-6,-2,6,12,8,
    0,-16,-38,-60,-84,-90,-66,-32,-4,-2,-4,8,12,12,10,6,6,6,
    4,0,0,0,0,0,-2,-4,0,0,0,-2,-2,0,0,-2,-2,-2,-2,0];
```

可调用 MATLAB `filter()` 函数对实际心电图信号滤波, 下面的 M 文件举例说明如何 `filter()` 函数, 完成一个二阶滤波器 $H(z) = \frac{0.09036(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1-1.2686z^{-1}+0.7051z^{-2}}$, 对实际心电图信号滤波。程序清单如下:

```
xn=[-4,-2,0,-4,-6,-4,-2,-4,-6,-6,-4,-4,-6,-6,-2,6,12,8,...
    0,-16,-38,-60,-84,-90,-66,-32,-4,-2,-4,8,12,12,10,6,6,6,...
    4,0,0,0,0,0,-2,-4,0,0,0,-2,-2,0,0,-2,-2,-2,-2,0];
B=[0.09036 0.09036*2 0.09036];
A=[1,-1.2686,0.7051];
yn=filter(B,A,xn);
figure;
subplot(2,1,1);
stem(0:length(xn)-1,xn,'.'); title('滤波前');
subplot(2,1,2);
stem(0:length(yn)-1,yn,'.'); title('滤波后');
程序运行结果如下:
```

注意: ...符号将一条语句拆分在不同行, 如果语句在同一行则不要。

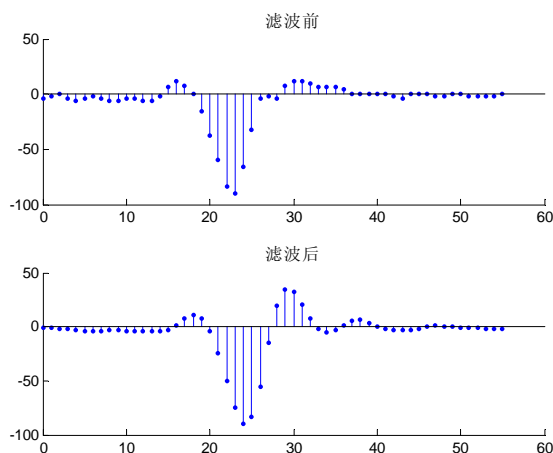


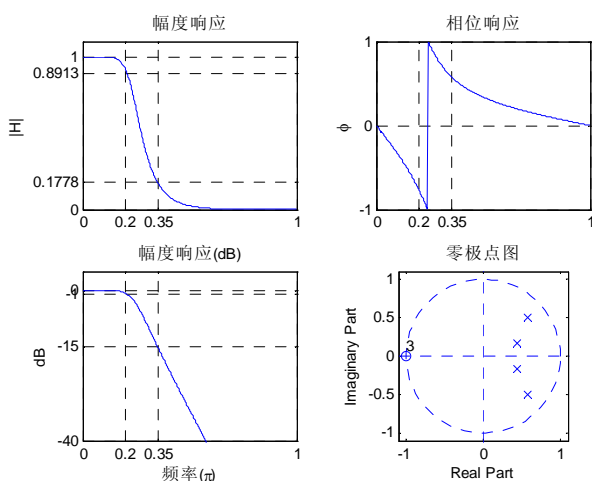
图 6-4

三、实验内容：

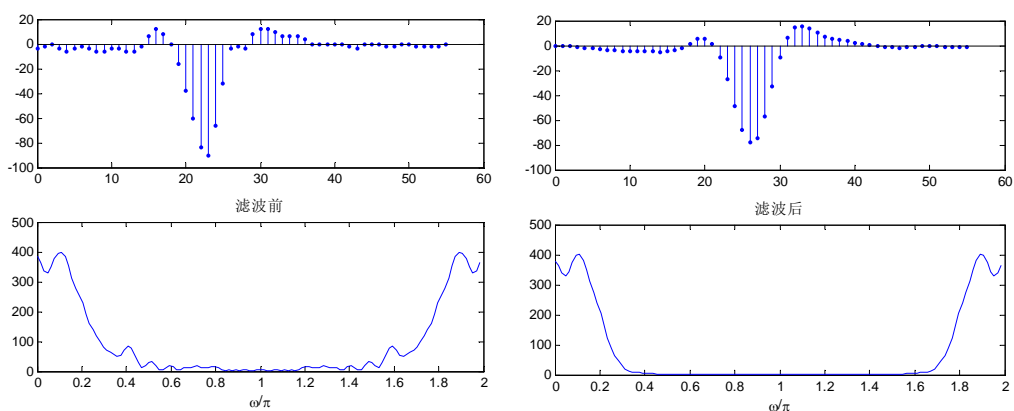
1、阅读并输入实验原理中介绍的例题程序，观察输出的数据和图形，结合基本原理理解每一条语句的含义。

2、采用脉冲响应不变法、双线性变换法设计巴特沃斯数字滤波器，列出传递函数并描绘模拟和数字滤波器的幅频响应曲线。

① 设计一个数字低通滤波器，要求： $\omega_p=0.2\pi$ ， $R_p=1\text{dB}$ ；阻带： $\omega_s=0.35\pi$ ， $A_s=15\text{dB}$ ，滤波器采样频率 $F_s=10\text{Hz}$ 。



② 用双线性变换法设计的巴特沃斯数字滤波器对实际心电图信号采样序列(实验原理中已给出)进行仿真滤波处理,并分别绘制出滤波前后的心电图波形图和其幅频特性曲线，观察总结滤波作用与效果。



四、实验预习：

1、认真阅读实验原理部分，明确实验目的，读懂例题程序，了解实验方法。

2、根据实验内容预先编写实验程序。

3、思考题：

① 什么是脉冲响应不变法？使用脉冲响应不变法设计数字滤波器有哪些基本步骤？

② 为什么脉冲响应不变法不能用于设计数字高通和带阻滤波器？

- ③ 什么是双线性变换法？使用双线性变换法设计数字滤波器有哪些步骤？
- ④ 使用双线性变换法时，模拟频率与数字频率有何关系？会带来什么影响？如何解决？

五、实验报告：

- 1、列写调试通过的实验程序，打印实验程序产生的曲线图形。
- 2、列出本实验提出的有关 **MATLAB** 函数在调用时应注意的问题。
- 3、给出预习思考题答案。