实验四 用 FFT 进行谱分析

一、实验目的

1.进一步加深对 DFT 算法原理和基本性质的理解（因为 FFT 只是 DFT 的一种快速算法，所以 FFT 的运算结果必然满足 DFT 的基本性质）。

2.熟悉 FFT 算法原理和 FFT 子程序的应用。

3.学习用 FFT 对连续信号和时域离散信号进行谱分析的方法，了解可能出现的分析误差及其原因，以便在实际中正确应用 FFT。

二、实验仪器

微型计算机

三、实验原理

1、谱分析概念

信号的谱分析就是计算信号的频谱（信号的傅氏变换），通过信号研究分析信号特性。信号频谱是连续的，不能用数字信号处理方法计算，按频域采用定理，序列的DFT完整反映了频谱信息，所以可以通过DFT进行谱分析。

2、DFT对序列离散进行谱分析

（1）非周期序列进行谱分析

傅里叶变换定义

$$X(e^{jw})=FT\ [x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jwn}$$

DFT定义：

$$X(k)=DFT\ [x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \qquad k=0,1,\ldots,\mathrm{N}-1$$

有限长序列$x(n)$的N点离散傅里叶变换$X(\mathrm{k})$是$x(n)$的傅里叶变换 $X(e^{jw})$ 在一个周期上的N点等间隔采样值，DFT满足频域采样定理。由频域取样定理可知，$X(k)$包含了频谱 $X(e^{jw})$ 的全部信息，因此，求$x(n)$的DFT就可以分析它的频谱了。即通过DFT进行谱分析。

（2）周期序列进行谱分析

以周期为N的周期序列 $\tilde{x}(n)$ 进行DFS,以所求出的DFS系数作为各谐波分量的幅度形成其频谱函数：

$$X(e^{jw})=FT\ [\tilde{x}(n)]=\frac{2\pi}{N}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\mathrm{X}(k)\delta(w-\frac{2\pi}{N}k)$$

其中

$$X(k)=DFT\ [\tilde{x}(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

截取 $\tilde{x}(n)$ 的整数个周期做DFT，也能获得 $\tilde{x}(n)$ 频谱结构。截取M等于 $\tilde{x}(n)$ 的整数个周期，即 $M=mN,m$为正整数，则

$$X_M(k)=\begin{cases} mX(\dfrac{k}{m}) & k/m=\text{整数} \\ 0 & k/m\neq\text{整数} \end{cases}$$

（3）连续信号进行谱分析

对连续信号 $x_a(t)$，为了利用DFT分析其频谱，需要将其离散化，若信号持续时间无限长，还需对它进行截短近似。所以从严格意义上讲用DFT对信号进行 谱分析，都是某种意义上的近似。

$$X_a(k)=T\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}=T\bullet DFT(x(n))$$

三、实验步骤

1.复习 DFT 的定义、性质和用 DFT 作谱分析的有关内容。

2.复习 FFT 算法原理与编程思想，并对照 DIT-FFT 运算流图和程序框图，读懂本实验提供的 FFT 子程序。

3.编制信号产生子程序，产生以下典型信号供谱分析用：

$$x_1(n)=R_4(n) \qquad (1\text{-}1)$$

$$x_2(n)=\begin{cases} n+1, 0\le n\le 3 \\ 8-n, 4\le n\le 7 \\ 0, 其他n \end{cases} \quad (1\text{-}2)$$

$$x_3(n)=\begin{cases} 4-n, 0\le n\le 3 \\ n-3, 4\le n\le 7 \\ 0, 其他n \end{cases} \quad (1\text{-}3)$$

$$x_4(n)=\cos(\frac{\pi}{4}n) \quad (1\text{-}4)$$

$$x_5(n)=\sin(\frac{\pi}{8}n) \quad (1\text{-}5)$$

$$x_6(t)=\cos(8\pi t)+\cos(16\pi t)+\cos(20\pi t) \quad (1\text{-}6)$$

应当注意，如果给出的是连续信号 $x_a(t)$，则首先要根据其最高频率确定采样速率 f_s 以及由频率分辨率选择采样点数 N，然后对其进行软件采样（即计算 $x(n)=x_a(nT),(0\le n\le N-1)$），产生对应序列 $x(n)$。对信号 $x_6(t)$（f_s 可取 64Hz），频率分辨率的选择要以能分辨开其中的三个频率对应的谱线为准则。对周期序列，最好截取周期的整数倍进行谱分析，否则有可能产生较大的分析误差。请实验者根据 DFT 的隐含周期性思考这个问题。

4.编写 M 文件。

5.按实验内容要求，上机实验，并写出实验报告。

四、实验内容

函数 fft(*x*)可以计算 *R* 点序列的 *R* 点 DFT 值；而 fft(*x*, *N*)则计算 *R* 点序列的 *N* 点 DFT，若 *R* ＞ *N*，则直接截取 *R* 点 DFT 的前 *N* 点，若 *R*<*N*，则 *x* 先进行补零扩展为 *N* 点序列再求 *N* 点 DFT。

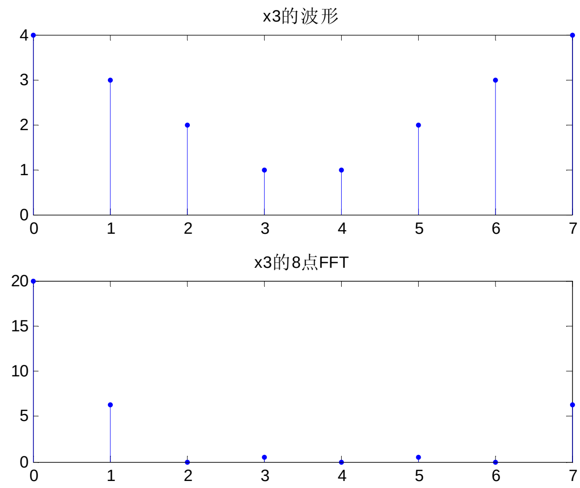
【实例 4-1】绘制 x_3 的 8 点 FFT。

解：MATLAB 源程序为

```
>>N=8;
>>x=[4:-1:1 1:4];
>>xk=fft(x,N);
>>figure;
>>subplot(2,1,1);
>>stem(0:length(x)-1,x,'.');
>>title('x3 的波形');
>>subplot(2,1,2);
```

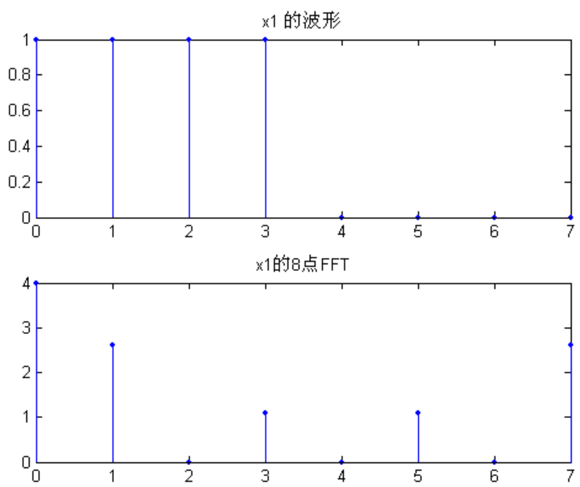
```
>>stem(0:N-1,abs(xk),'.');
>>title('x3 的 8 点 FFT');
```

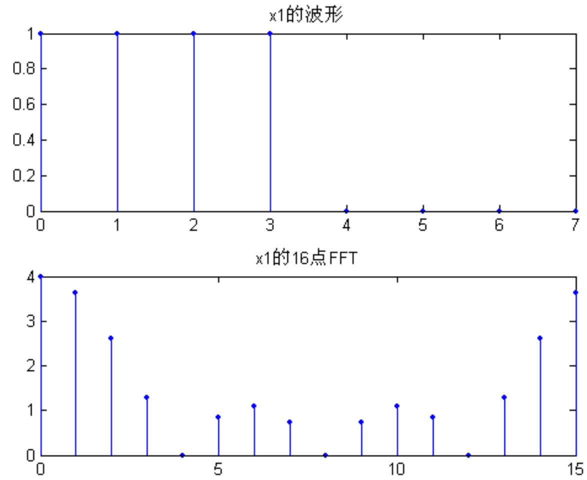
程序运行结果



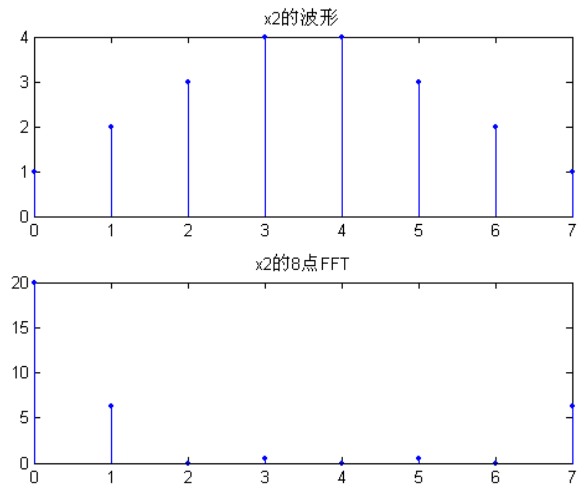
1、编写 matlab M 文件对信号 $x_1(n)$ 做 8 点和 16 点的 FFT，**保存如下两幅实验结果图形。**

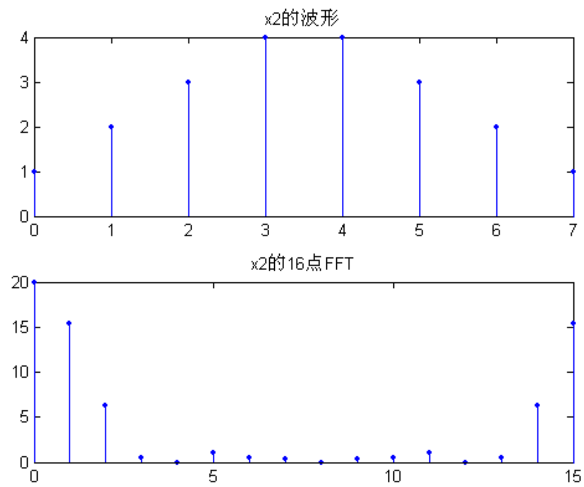
(注意：编写 M 文件存盘时，文件名不能全部都是数字，matlab 中 M 文件名可以为英文字母，数字，下划线组合而成，但必须以英文字母开头)。





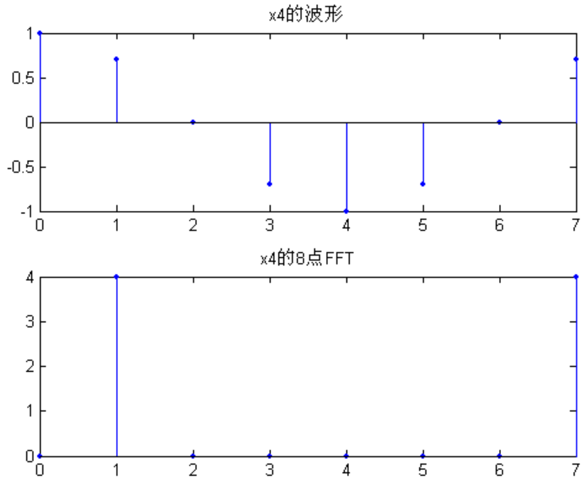
2、编写 matlab M 文件对信号 $x_2(n)$ 做 8 点和 16 点的 FFT，**保存如下两幅实验结果图形。**

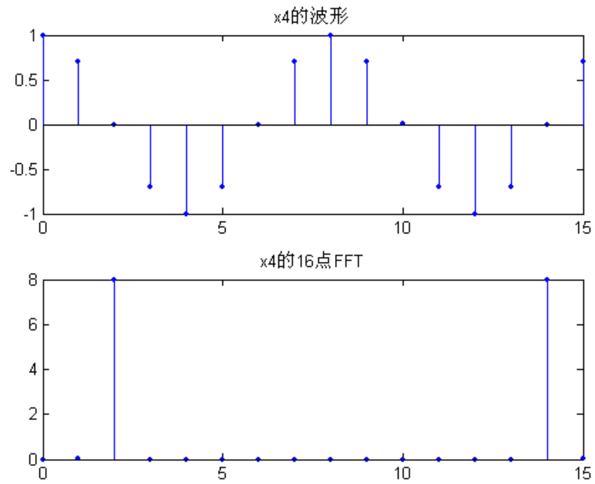




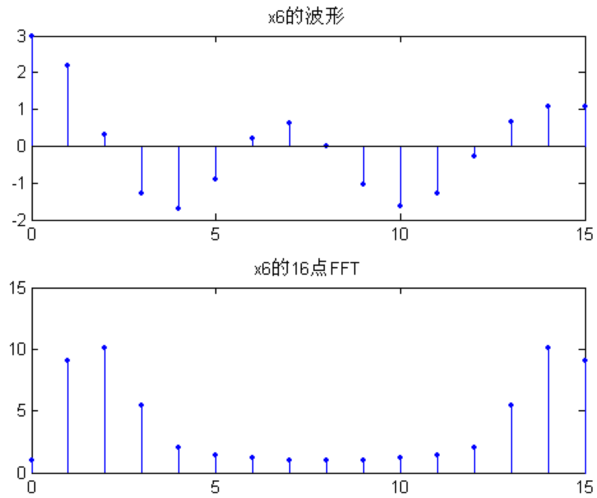
3、编写 matlab M 文件对信号 $x_4(n)$ 做 8 点和 16 点的 FFT，**保存如下两幅实

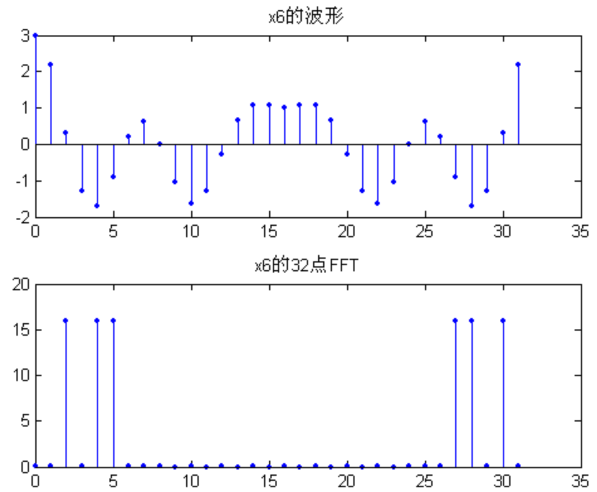
验结果图形。

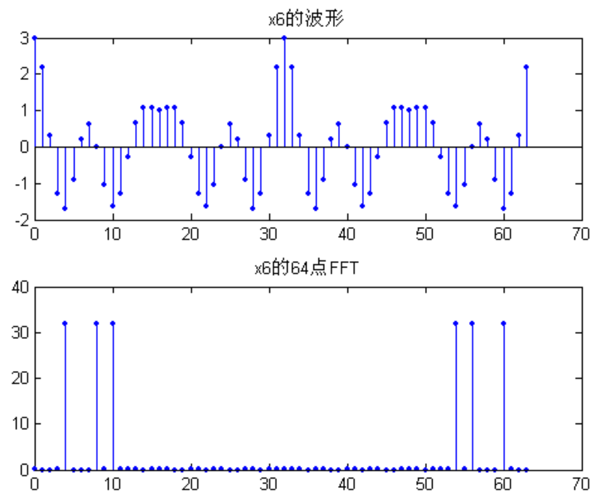




4、编写 matlab M 文件对信号 $x_6(t)$ 以 fs=64（Hz）采样后做 N=16、32、64 点的 FFT，**保存如下三幅实验结果图形。**







五、思考题

1. 在 N=8 和 N=16 两种情况下，$x_2(n)$、$x_3(n)$ 的幅频特性会相同吗？为什么？

2. 如果周期信号的周期预先不知道，如何用 FFT 进行分析？

3. 试使用函数 fft(x)近似画出 $x(n)=R_{10}(n)$ 在 $(-4\pi,4\pi)$ 上的幅频响应曲线，$|FT[(X(n)]|$。

六、实验报告要求

1. 简述实验原理及目的。

2. 结合实验中所得给定典型序列幅频特性曲线，与理论结合比较，并分析说明误差产生的原因以及用 FFT 作谱分析时有关参数的选择方法。

3. 总结实验所得主要结论。

4. 简要回答思考题。