

# Equações Não-Lineares

Paulo J. S. Silva

12 de setembro de 2017

## 1 Equações não lineares

A resolução de equações não lineares surge naturalmente em diversas aplicações. Vamos começar com um exemplo simples. Considere que temos um canhão que dispara seus projéteis a uma velocidade inicial  $v_0$ . O objetivo é definir o ângulo  $\theta$  de disparo para atingir um alvo que está a distância  $d$  do canhão.

Nesse caso precisamos calibrar  $\theta$  de forma a garantir que o projétil caia exatamente à distância dada. Dois fatores devem ser considerados. Logo após o disparo o projétil irá subir um pouco até a ação da gravidade inverter sua velocidade vertical ele começa a cair. O tempo total de voo é o tempo de subida mais o tempo de queda. Vamos considerar que apenas a força da gravidade age sobre o projétil, desconsiderando o efeito do atrito com o ar. Nesse caso temos que a aceleração vertical é constante igual  $-\mathcal{g}$ , ou seja temos:

$$\begin{aligned}y(0) &= 0, & y'(t) &= v_0 \sin(\theta), & y''(t) &= -\mathcal{g} \Rightarrow \\y(t) &= 0 + v_0 \sin(\theta)t - \frac{\mathcal{g}}{2}t^2.\end{aligned}$$

O tempo total até o impacto será  $T > 0$  é obtido resolvido  $y(t) = 0$ ,  $t > 0$ , que é dado por

$$T = \frac{2v_0 \sin(\theta)}{\mathcal{g}}.$$

Já a distância horizontal percorrida é dada por

$$x(t) = v_0 \cos(\theta)t.$$

De novo estamos desprezando o atrito com o ar.

O objetivo final é encontrar  $\theta$  tal que  $x(T) = d$ . Ou seja queremos resolver a equação

$$\frac{2v_0^2 \sin(\theta) \cos(\theta)}{\mathcal{g}} = d$$

em função de  $\theta$ .

Em outras palavras, se definirmos

$$f(\theta) = 2v_0^2 \sin(\theta) \cos(\theta) - \mathcal{g}d,$$

desejamos encontrar  $\theta$  tal que a equação não-linear

$$f(\theta) = 0$$

seja válida.

Apesar de essa equação admitir solução usando-se identidades trigonométricas, vamos encará-la como uma equação que não admite solução fechada. Nesse caso precisamos de um método que nos permita resolver equações gerais, além daquelas que conseguimos resolver manualmente usando manipulações algébricas. Esse é o objetivo das próximas aulas.