

MÉTODOS NUMÉRICOS

TEMA 6 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

1. Clasifique las ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden siguientes de acuerdo con el discriminante:

a) $\frac{\partial^2}{\partial x^2} w(x, y) + 4 \frac{\partial^2}{\partial y^2} w(x, y) = x + y$

b) $\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, y) + 4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} u(x, y) - \frac{\partial^2}{\partial y^2} u(x, y) = 10$

c) $\frac{\partial^2}{\partial x^2} P(x, t) = \frac{1}{K} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(x, t)$, K positiva

d) $\frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) + 10 \frac{\partial}{\partial t} u(x, t) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) = 100u(x, t)$

e) $Au(x, y) + B \frac{\partial u}{\partial x} = C$, donde A, B, C son constantes positivas

f) Clasifique en $t = 2$, $x = -4$ a la ecuación: $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (1 + 2x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

2. Obtenga las expresiones numéricas, de derivación parcial siguientes, con pivote en x_i , y_j , utilizando esquemas de derivación numéricas correspondientes a polinomios de primer grado (incisos a y b) y de segundo grado (incisos a al e):

a) $\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} =$

b) $\frac{\partial u(x, y)}{\partial y} =$

c) $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} =$

d) $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} =$

e) $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y \partial x} =$

3. Obtenga un esquema en diferencias finitas que permita resolver la ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} = 0 \text{ en el punto } u(t_i, x_{j+1})$$