Visualización de superficies en 3D

Representación por *raytracing* de superficies definidas por funciones distancia con signo y conversión de superficies implícitas y paramétricas usando bases de Gröbner

Daniel Zufrí Quesada

Ing. Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Septiembre, 2023

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Motivación

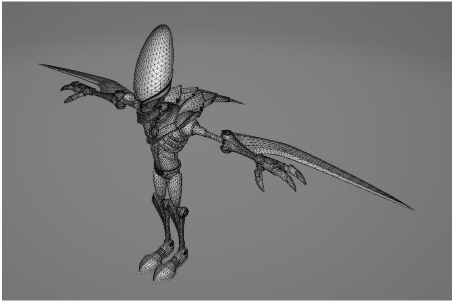


Figura 1: Modelo 3D del videojuego Ratchet & Clank: Una dimensión aparte

Motivación

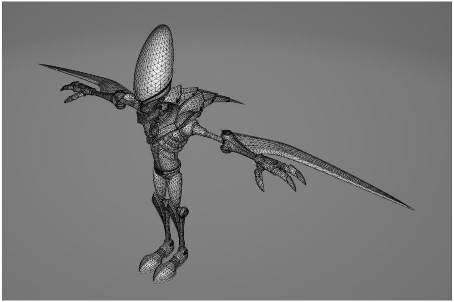


Figura 1: Modelo 3D del videojuego Ratchet & Clank: Una dimensión aparte

- > 180.000 triángulos
- > 550.000 vértices
- > 19 MB

Motivación

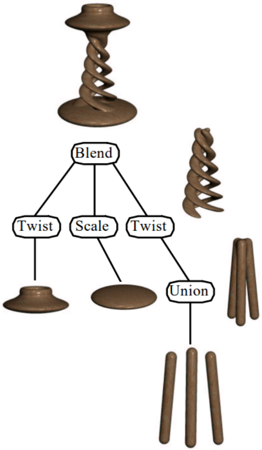


Figura 2: Modelo *BlobTree*

Definiciones

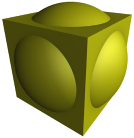
Definición (*Signed Distance Function*)

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^3$. La **función distancia con signo** asociada a Ω es el campo escalar de la forma:

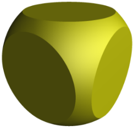
$$\phi_\Omega : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \; x \mapsto \begin{cases} d_\Omega(x), & x \in \mathbb{R}^3 \setminus \mathring{\Omega}, \\ -d_\Omega(x), & x \in \mathring{\Omega}, \end{cases}$$

donde d_Ω es la función distancia asociada a Ω

Ejemplos de operaciones



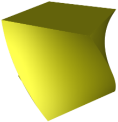
Unión



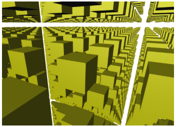
Intersección

Diferencia

Rotación



Torsión



Repetición

Aproximación de implícitas

Proposición

Sea $\phi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ una función infinitamente diferenciable. Entonces

$$|\operatorname{sdf}_{S_\phi}(p)| \geq \frac{|\phi(p)|}{\|\nabla\phi(p)\|}.$$

Problema de implicitación

Conjunto $V \subseteq A^n$ cuya parametrización es

$$\begin{cases} x_1 &= \frac{f_1(t_1,\dots,t_r)}{q_1(t_1,\dots,t_r)}, \\ \vdots & \\ x_n &= \frac{f_n(t_n,\dots,t_r)}{q_n(t_1,\dots,t_r)}. \end{cases}$$

Definimos

$$\begin{aligned} \phi\colon A^r \setminus \mathbb{V}(q_1,\dots,q_n) &\to A^n, \\ (a_1,\dots,a_r) &\mapsto \left(\frac{f_1(a_1,\dots,a_r)}{q_1(a_1,\dots,a_r)},\dots,\frac{f_n(a_1,\dots,a_r)}{q_n(a_1,\dots,a_r)}\right). \end{aligned}$$

Problema de implicitación

Teorema (Implicitación Racional)

Sea $f_1, \ldots, f_n, q_1, \ldots, q_n \in A[t_1, \ldots, t_r]$ con A cuerpo infinito, $W = \mathbb{V}(q_1, \ldots, q_n)$ y la aplicación

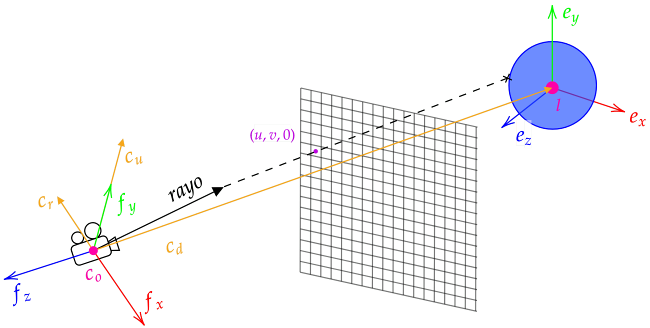
$$\phi \colon A^r \setminus W \to A^n,$$
$$(a_1, \ldots, a_r) \mapsto \left(\frac{f_1(a_1, \ldots, a_r)}{q_1(a_1, \ldots, a_r)}, \ldots, \frac{f_n(a_1, \ldots, a_r)}{q_n(a_1, \ldots, a_r)} \right).$$

Definimos los ideales:

- $I = \langle q_1 x_1 - f_1, \ldots, q_n x_n - f_n, 1 - q_1 \cdots q_n y \rangle$,
- $J = I \cap A[x_1, \ldots, x_n]$.

Entonces, $\mathbb{V}(J)$ es la menor variedad que contiene a $\phi(A^r \setminus W)$.

Raytracing



Raymarching vs *Spheretracing*

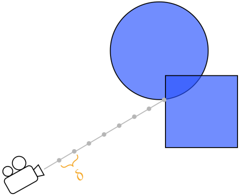


Figura 3: *Raymarching*

Raymarching vs Spheretracing

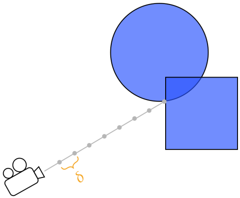


Figura 3: *Raymarching*

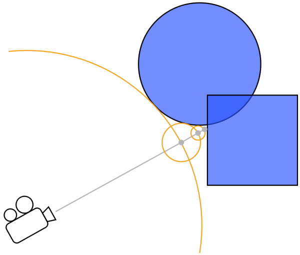
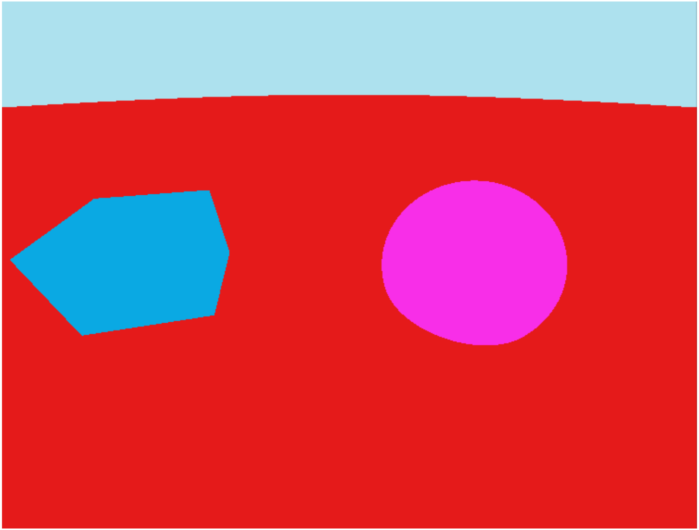
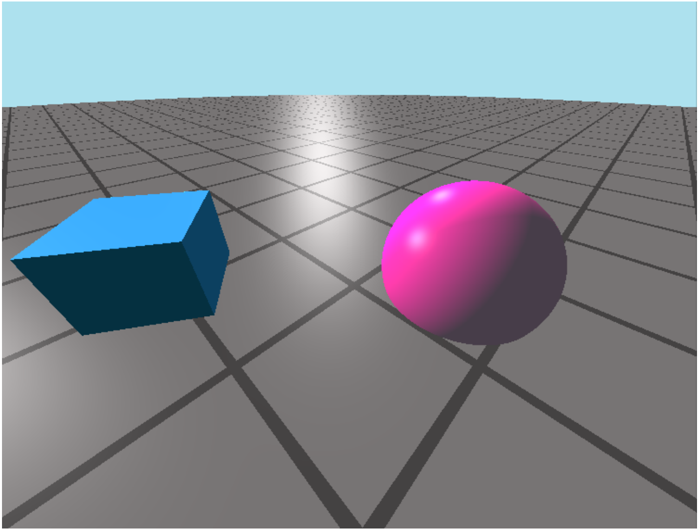


Figura 4: *Spheretracing*

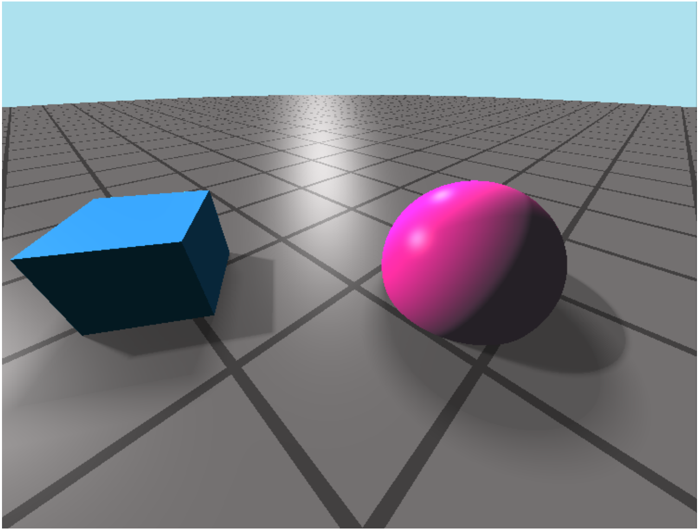
Raymarching vs Spheretracing



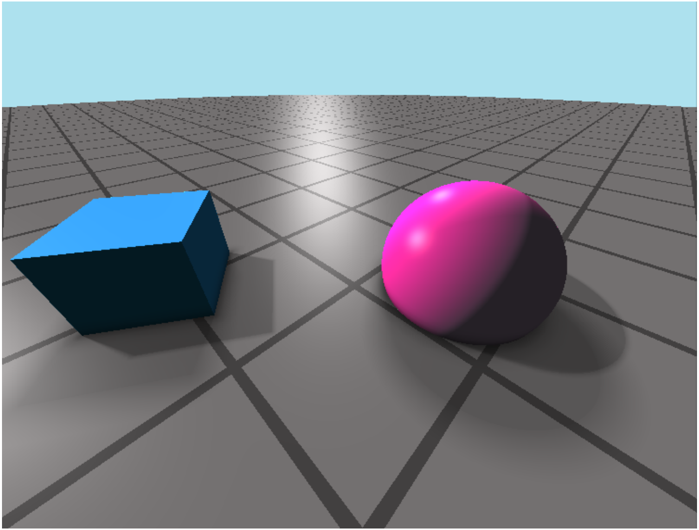
Modelo de Blinn-Phong



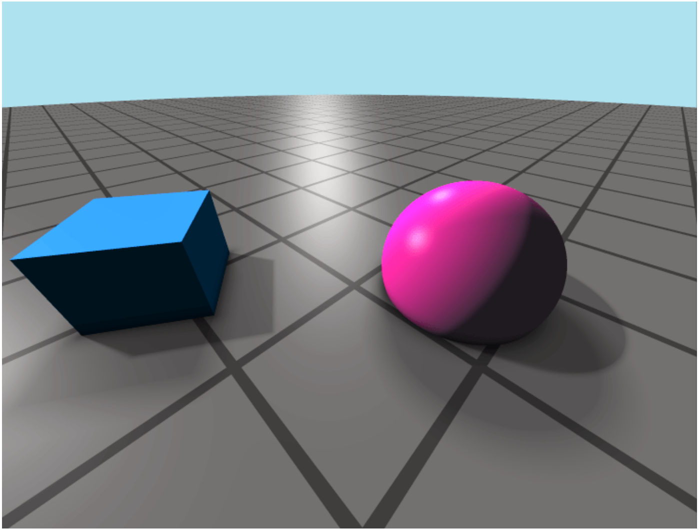
Sombras



Oclusión ambiental

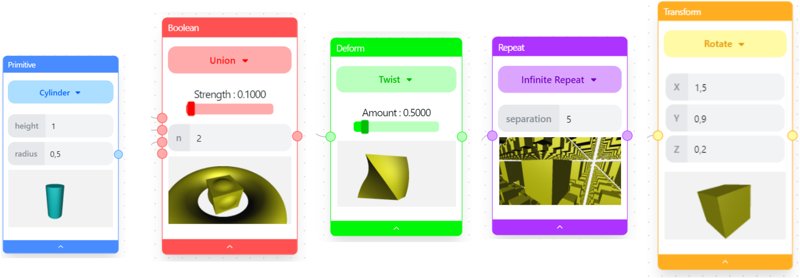


Antialiasing



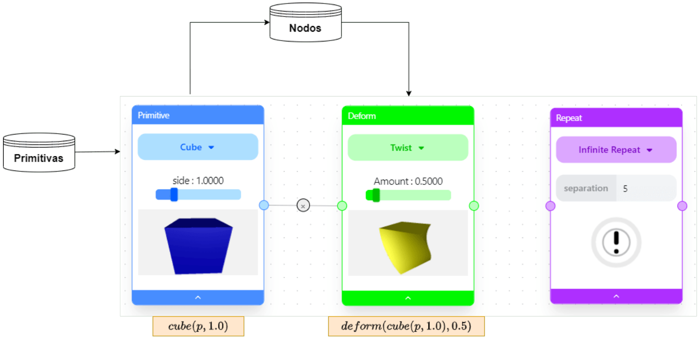
Editor de nodos

Tipos de nodos



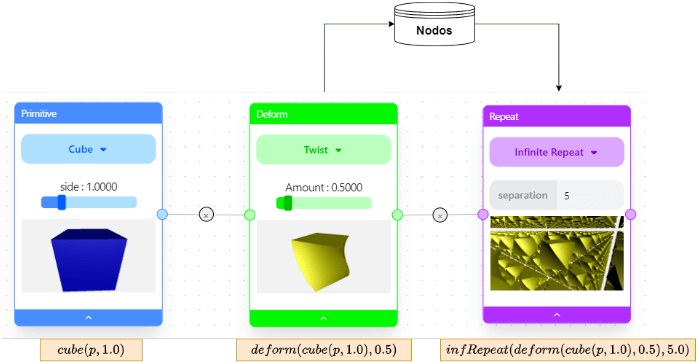
Editor de nodos

Funcionamiento



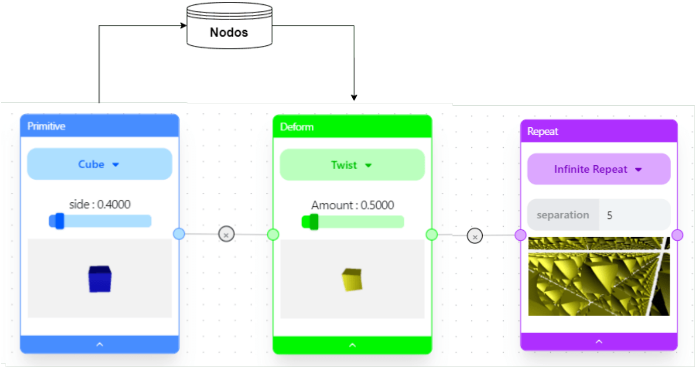
Editor de nodos

Funcionamiento



Editor de nodos

Funcionamiento

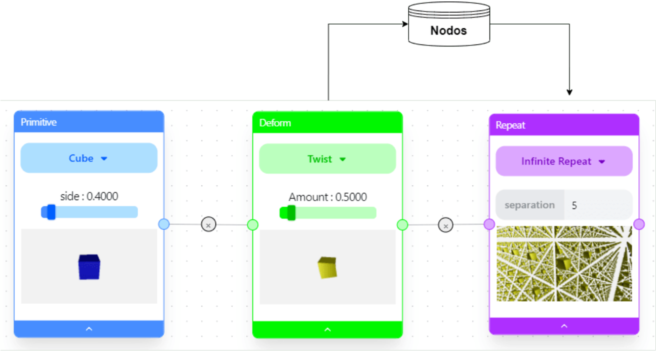


$cube(p, 0.4)$

$deform(cube(p, 0.4), 0.5)$

Editor de nodos

Funcionamiento

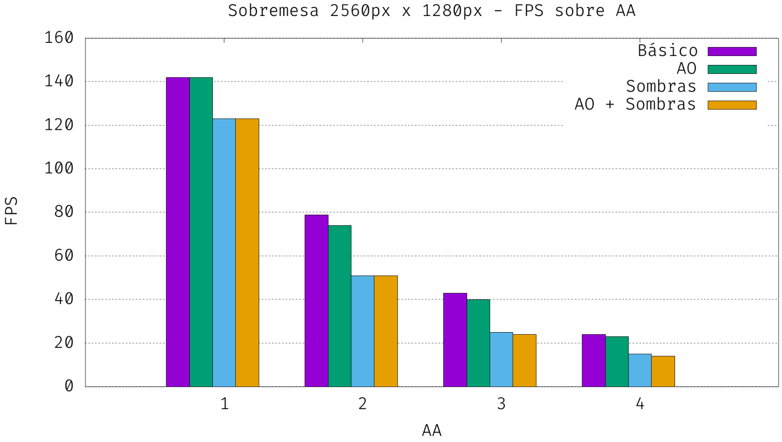


$deform(cube(p, 0.4), 0.5)$

$infRepeat(deform(cube(p, 0.4), 0.5), 5.0)$

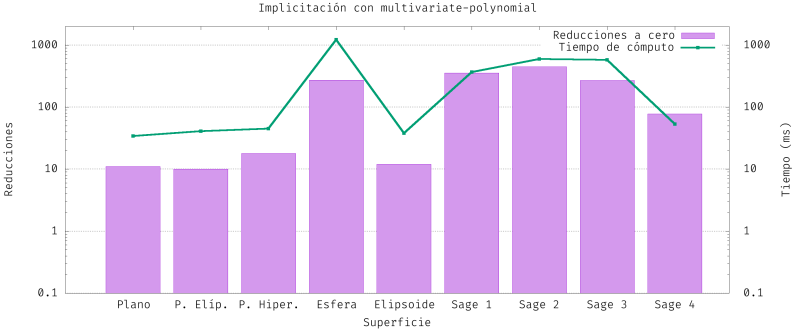
Rendimiento lienzo

Resolución alta



Rendimiento librería

Implicitación



Conclusiones

- Estudio de las **SDFs** y **bases de Gröbner**.
- Creación de **aplicación web** en React para la creación y manipulación de superficies.
- Desarrollo de **librería** en TypeScript para trabajar con polinomios en varias variables y aplicar el T^{a} Implicitación.

¿Preguntas?