Stochastik 1

Blatt 4

Jackie Huynh (638 88 88), Daniel Speck (632 13 17)

04.05.2015

Aufgabe 1

Ereignisse:

- S: Studierender kennt die richtige Antwort
- S^c: Studierender kennt die richtige Antwort nicht
- A: Richtige Antwort ist angekreuzt
- A^c: Falsche Antwort ist angekreuzt

$P(S) = 0.7, \quad P(A|S) = 0.7, \quad P(S^c) = 1 - 0.7 = 0.3, \quad P(A) = ?, \quad P(A^c) = ?$

$P(A^c|S^c) = \frac{2}{3} * 0.3 = 0.2$

(a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die richtige Antwort angekreuzt?

$$P(A) = P(A|S) + P(A|S^c) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)} + \frac{P(A \cap S^c)}{P(S^c)} = P(A|S) * P(S) + P(A|S^c) * P(S^c)$$

$$= 0.7 * 0.7 + P(A|S^c) * 0.3 = 0.7 * 0.7 + (1 - P(A^c|S^c)) * 0.3 = 0.49 + (1 - 0.2) * 0.3$$

$$= 0.49 + 0.24 = 0.73$$

(b) $P(S|A)$: Die richtige Antwort wurde angekreuzt, unter der Bedingung, dass der Student die richtige Antwort kannte (nicht geraten hat):

$$P(S|A) \overset{bayes}{=} \frac{P(A|S) * P(S)}{P(A|S) * P(S) + P(A|S^c) * P(S^c)} = \frac{0.7 * 0.7}{0.7 * 0.7 + 0.8 * 0.3} = \frac{0.49}{0.49 + 0.24} = \frac{0.49}{0.73}$$

Aufgabe 2

$\Omega = \{1, ..., 6\}, \qquad (\Omega, P)$ sei Laplacemaß

$A = \{1, 2, 3, 4\}, \qquad B = C = \{4, 5, 6\}$

(a)

A und B sind nicht stochastisch unabhängig:

$$P(A \cap B) = P(\{4\}) = \frac{|\{4\}|}{|\Omega|} = \frac{1}{6} \neq \frac{1}{3} = \frac{12}{36} = \frac{4}{6} * \frac{3}{6} = \frac{|A|}{|\Omega|} * \frac{|B|}{|\Omega|} = P(A) * P(B)$$

B und C sind nicht stochastisch unabhängig:

$$P(B \cap C) = \frac{|\{4, 5, 6\}|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} \neq \frac{1}{4} = \frac{3}{6} * \frac{3}{6} = P(B) * P(C)$$

A und C sind nicht stochastisch unabhängig (siehe nicht stochastische Unabhängigkeit von A und B):

$$P(A \cap C) = P(\{4\}) = \frac{1}{6} \neq \frac{1}{3} = \frac{4}{6} * \frac{3}{6} = P(A) * P(C)$$

(b)

Ferner gilt ebenfalls $P(A \cap B \cap C) \neq P(A) * P(B) * P(C)$:

$$P(A \cap B \cap C) = P(\{4\}) = \frac{1}{6} \neq \frac{2}{27} = \frac{2}{3} * \frac{1}{3} * \frac{1}{3} = \frac{4}{6} * \frac{3}{6} * \frac{3}{6} = P(A) * P(B) * P(C)$$

(c)

Nein, die Mengen A, B, C sind nicht stochastisch unabhängig, denn dafür müssten A, B und A, C und B, C sowie A, B, C stochastisch unabhängig sind, was nach (a) und (b) nicht der Fall ist.

□