

# 1 Clark and Wright

O algoritmo poupaça de Clarke e Wright é uma das mais conhecidas heurísticas para VRP. Foi desenvolvido em [referenciar](#) e aplica-se a problemas para os quais o número de veículo não é fixo, e trabalha igualmente bem para problemas com digrafos e grafos. Quando duas rotas  $(0, \dots, i, 0)$  e  $(0, j, \dots, 0)$  podem possivelmente ser mescladas em uma rota simples  $(0, \dots, i, j, \dots, 0)$ , uma distância econômica  $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$  é gerada. O algoritmo trabalha como segue:

## Step 1. Savings computation

- Calcule a poupaça  $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$  para  $i, j = 1, \dots, n$  e  $i \neq j$ .
- Crie  $n$  rotas de veículos  $(0, i, 0)$  para  $i = 1, \dots, n$ .
- Ordene as poupanças de modo não crescente

## Step 2. Best feasible merge (Parallel version)

Inicie do topo da lista de poupanças, executando o seguinte:

- Dada uma poupança  $s_{ij}$ , determine se há duas rotas que podem possivelmente ser mescladas:
  - Uma iniciando com  $(0, j)$
  - Uma terminando com  $(0, i)$
- Combine essas duas rotas deletando  $(0, j)$  e  $(0, i)$  e introduzindo  $(i, j)$ .

## Step 2. Extensão de Rotas (Versão Sequencial)

- Considere uma volta de cada rota  $(0, i, \dots, j, 0)$ .
- Determine a primeira poupança  $s_{ki}$  ou  $s_{jl}$  que pode possivelmente ser usada para mesclar a rota atual com outra rota terminando com  $(k, 0)$  ou iniciando com  $(0, l)$ .
- Implemente a mescla e repetição dessa operação para a rota atual.
- Se não há mesclas possíveis, considere a próxima rota e reaplique a mesma operação.
- Pare quando a mesclagem de rotas não for possível.

# 2 Emparelhamento baseado no algoritmo de poupança

Ista é uma modificação interessante para o algoritmo de poupança padrão ( descrições similares são feitas por [referenciar](#) e [referenciar](#) onde em cada interação a poupança  $s_{ij}$  obtida por mesclar rotas  $p$  e  $q$  é calculado como  $s_{ij} = t(S_i) + t(S_j) - t(S_i \cap S_j)$ , onde  $S_k$  é o conjunto de vértices da rota  $k$ , e  $t(S_k)$  é o comprimento de uma solução ótima para o TSP em  $S_k$ .

Um problema de emparelhamento sobre o conjunto  $S_k$  é resolvido usando os  $s_{ij}$  valores com custo de emparelhamento, e as rotas correspondem à emparelhamento ótimo estão mescladas a permanência da fazibilidade.

### 3 Algoritmo de melhoria para Mult-rota

Algoritmos de melhoria esforçam-se para atualizar alguma possível solução executando uma sequência de mudanças dos vértices e arestas dentro ou entre rotas de veículos. Heurísticas de melhoramento de multi-rotas para VRP operam em cada rota de veículo tomando muitas rotas em um tempo(?). Podemos encontrar descrições de mudanças de arestas para VRP nestas três referências:

- Referenciar
- Referenciar
- Referenciar

Thompson e Psaraftis (1993) propõem um método baseado nos conceitos de  $k$ -transferência cíclica que envolvem transferência de  $k$  demandas da rota  $I^j$  para a rota  $I^{\delta(j)}$  para cada  $j$  e inteiro fixo  $k$ . O conjunto de rotas  $\{I^r\}$ , com  $r = 1, \dots, m$ , constitui uma solução possível e  $\delta$  é uma permutação cíclica de um subconjunto de  $\{1, \dots, m\}$ . Em particular, quando  $\delta$  tem cardinalidade fixa  $C$ , obtemos um  $C$ -ciclo  $k$ -transferência. Permitindo  $k$  demanda modelo em cada rota, transferência de demanda pode ser realizada através de permutações mais que permutações cíclicas. Devido à complexidade das pesquisas de vizinhanças de transferências cíclicas, é realizada heurísticamente. O operador de 3-ciclo 2-transferências é ilustrado na figura abaixo.

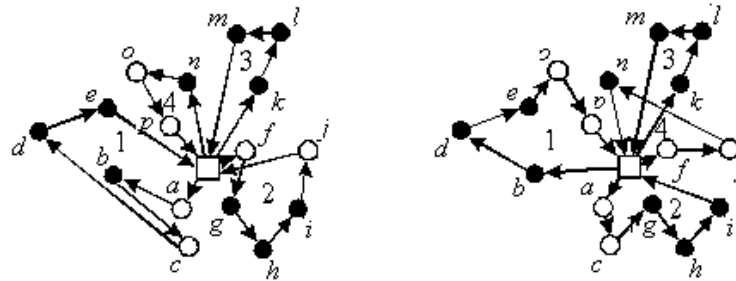
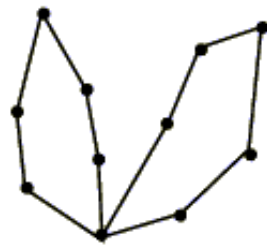


Figura 1: O operador de transferência cíclica. A ideia base é transferir simultaneamente os clientes denotados pelo ciclo branco de maneira cíclica entre as rotas. Mais precisamente aqui clientes  $a$  e  $c$  na rota 1,  $f$  e  $j$  na rota 2 e  $o$  e  $p$  na rota 4 são transferidos simultaneamente para as rotas 2, 4, e 1 respectivamente e a rota 3 permanece intocada.

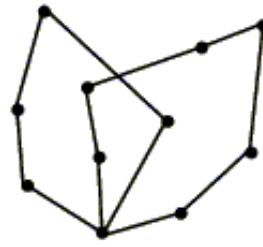
#### 3.1 VAN BREEDAM'S ANALYSIS

Agora resumiremos a análise de Van Breedam's. Há quatro operações a considerar, as quais são:

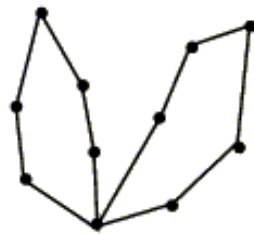
1. String Cross (SC): Duas cadeias de vértices são mudadas pelo cruzamento de duas arestas de diferentes rotas.
2. String Exchange (SE): Duas cadeias de no mínimo  $k$  vértices são mudadas entre duas rotas.



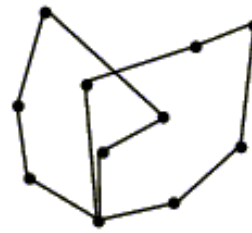
**a) Before**



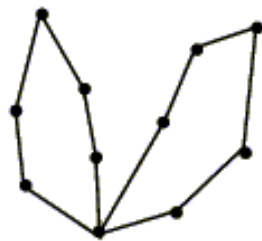
**b) After**



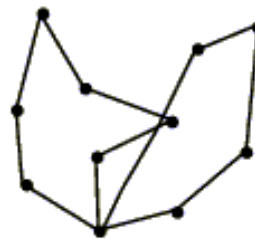
**a) Before**



**b) After**



**a) Before**



**b) After**

3. String Realocação (SR): Uma cadeia de no mínimo  $k$  vertices é deslocada de uma rota para outra, tipicamente com  $k = 1$  ou  $2$ .
4. String Mix (SM): O melhor movimento entre SE e SR é selecionado.

Para avaliar estes movimentos, Van Breedam considerou duas estratégias de melhoria local:

- (a) First Improvement (FI): Consiste de implementar o primeiro movimento que melhora a função objetivo.
- (b) Best Improvement (BI): Avalia todas os possíveis movimentos e implementa o melhor destes.

Van Breedam então define um conjunto de parâmetros que pode influenciar o comportamento da produção da melhoria local:

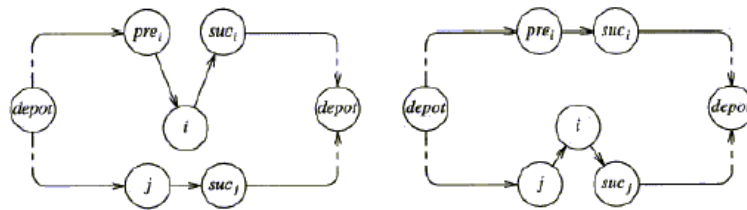
- A solução inicial (pobre, bom)
- O comprimento da string ( $k$ ) para movimentos do tipo SE, SR, SM ( $k=1$  ou  $2$ )
- A estratégia de seleção (FI, BI)

- O processo de avaliação para uma string de comprimento  $k > 1$  (avaliar todas as possíveis strings de comprimento entre um de rotas, crescentod  $k$  quando uma avaliação de ciclo inteiro tem sido completado sem identificar um movimento de melhoria).

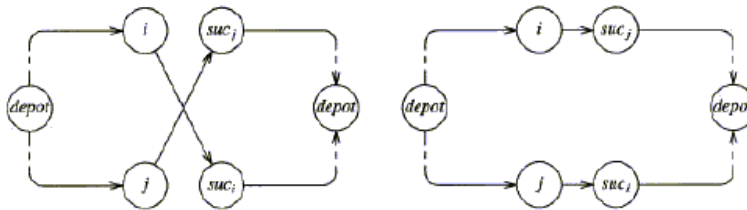
### 3.2 KINDERWATER AND SAVELSBERGH

Na heurística de Kinderwater e Savelsbergh rotas não são isoladas, então caminhos e clientes são mudados entre diferentes rotas. A operação que faz essas mudanças são:

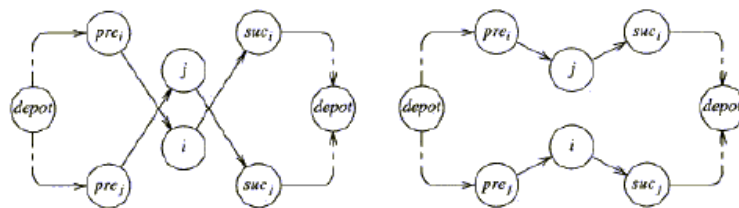
1. Customer Relocation: Um cliente localizado em uma rota é mudado para outra



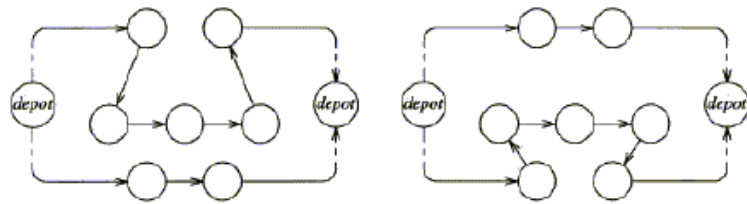
2. Crossover: Duas rotas são misturadas em um ponto



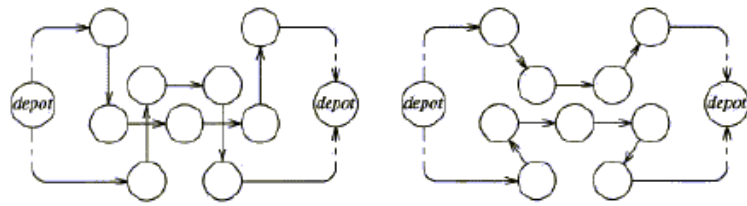
3. Customer Exchange: Dois clientes de ruas rotas diferentes são mudados entre duas rotas



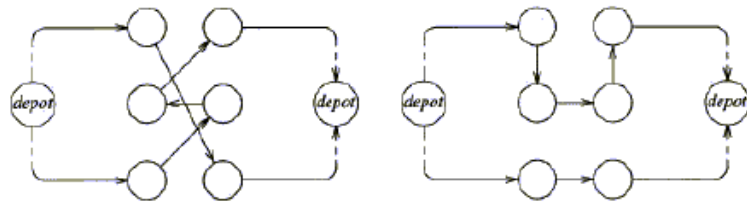
Nas figuras seguintes podemos ver um exemplor um pouco mais complexo:



(a) Relocation of a path.



(b) Exchange of two paths.



(c) A crossover plus 2-exchange.