
Taller Parcial II

Instrucciones: Este taller parcial se realiza en grupos. Pueden discutir y colaborar con los miembros de su grupo, así como utilizar software y apuntes para resolver los problemas. Sin embargo, no está permitido comunicarse con personas externas al grupo ni utilizar herramientas de inteligencia artificial, como ChatGPT, o tener chats abiertos durante el desarrollo del parcial. Cualquier violación de estas normas resultará en la anulación del mismo.

Al finalizar, cargue el archivo en PDF al aula virtual.

Todos los puntos tienen el mismo valor.

1. Dada la integral doble:

$$\iint_D \sqrt{y^3 + 1} \, dy \, dx = \int_0^2 \int_{\sqrt{x}}^1 \sqrt{y^3 + 1} \, dy \, dx$$

- (a) Grafique la región de integración.
 - (b) Invierta el orden de integración.
 - (c) Calcule la integral en el orden conveniente.
2. En química, al combinar ciertos tipos de reacciones, se generan nuevos compuestos. La tasa de variación del número de gramos del nuevo compuesto, denotado como $y(t) = y$, con respecto al tiempo t , es proporcional al producto de $\alpha - y$ y $\beta - y$, donde α y β son constantes positivas. Además, se asume que la constante de proporcionalidad es positiva.
- (a) Plantee la ecuación diferencial que modela la situación descrita.
 - (b) Encuentre los puntos de equilibrio de la ecuación diferencial.
 - (c) Obtenga los campos direccionales para diferentes valores de α y β . Utilice estos campos para determinar el comportamiento de $y(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$. Clasifique los puntos de equilibrio.
 - (d) Considere el caso en el que la constante de proporcionalidad es 1, $\alpha = \beta$ y $y(0) = \frac{\alpha}{2}$. ¿Conforme $t \rightarrow \infty$, $y(t)$ crece sin límite? Explique.
3. El Iodo-131 es un radioisótopo comúnmente utilizado para el tratamiento de cáncer de tiroides. Al ser ingerido, se acumula en el tejido tiroideo, donde emite radiación para destruir células cancerígenas. La ecuación que describe el decaimiento radiactivo del Iodo-131 es:

$$\frac{dy}{dt} = -0.0866y$$

La vida media del Iodo-131 es de aproximadamente 8 días, lo cual limita su tiempo efectivo en el organismo, pero minimiza el riesgo de exposición prolongada a la radiación.

El hospital debe suministrar una dosis efectiva de 10 milicurios (mCi) de Iodo-131 a un paciente. La entrega del radioisótopo desde el proveedor hasta la sala de tratamiento tarda 48 horas, durante las cuales el Iodo-131 decae.

Calcule la cantidad inicial de Iodo-131 que el hospital debe solicitar al proveedor para asegurar que el paciente reciba la dosis efectiva de 10 mCi al momento de la aplicación.

Indicaciones:

Resuelva el problema utilizando el método de Euler para aproximar la solución de la ecuación diferencial que describe el decaimiento radiactivo. Para ello:

- Use un tamaño de paso $h = 1$ hora.
 - Comience con la dosis final $y(48) = 10$ mCi.
 - Itere hacia atrás desde $t = 48$ hasta $t = 0$ para encontrar la cantidad inicial de Iodo-131 que debe ser solicitada.
 - Grafique la solución real y la otorgada por el método de Euler.
4. Una fábrica lleva a cabo ciertos procesos industriales y para su realización se cuenta con un recipiente que contiene 450 litros de agua en el que se disuelven 30 gramos de cierto químico. A dicho recipiente se le bombea un liquido que contiene 3 gramos de dicho químico por litro a una razón de 6 litros por minuto. Se deja escapar del recipiente la mezcla a una razón de 8 litros por minuto. Una vez iniciado dicho proceso se debe monitorear para que la concentración no supere los 67 gramos por litro y no se encuentre por debajo de 50 gramos por litro.
- (a) Muestre en la gráfica la concentración los tiempos estimados donde dicha mezcla se encuentra en el rango indicado de concentración. Concluya al respecto.
- (b) Si cada turno de trabajo del personal de la fábrica es de 12 horas. ¿Se alcanza a hacer el monitoreo en un solo turno para cumplir el objetivo de la concentración del quimico?