

Práctica 5

Factores

5.1. Objetivo

Que el alumno implemente una clase Factor para familiarizarse con las operaciones entre factores que se utilizan para representar probabilidades.

5.2. Introducción

Un factor es una estructura matemática definida sobre un conjunto de variables. Cada variable puede tomar valores de su dominio. Un factor asocia un número real a cada posible asignación de valores a esas variables. A este conjunto de variables se le denomina como el alcance del factor.

Un factor tiene muchas operaciones, pero las que a nosotros nos importan (por lo menos en este curso de Inteligencia Artificial) son las operaciones de multiplicación, reducción, marginalización y normalización.

5.2.1. Multiplicación

La operación de multiplicación es un poco sencilla. Si los conjuntos de variables de los factores a multiplicar no tienen elementos en común, se multiplica cada entrada del factor A por cada entrada del Factor B. El alcance del factor resultante es la unión de los alcances de los factores a multiplicar. Por ejemplo: Tenemos dos factores A y B,

A	P(A)
0	.3
1	.7

(a) Factor A

B	P(B)
0	.6
1	.4

(b) Factor B

Entonces, se multiplicaría el renglon A=0 con B=0, luego A=0 con B=1, A=1 con B=0 y por último A=1 con B=1:

A	B	P(A,B)
0	0	(.3)*(.6)
0	1	(.3)*(.4)
1	0	(.7)*(.6)
1	1	(.7)*(.4)

Figura 5.2: Factor AB

Si el alcance de ambos factores tiene variables en común, se debe asegurar que tengan el mismo valor en cada renglón por multiplicar. Por ejemplo, si se tienen los factores AB y AC, al momento de multiplicar el renglón $\{A=0, B=0\}$ se debe seleccionar los renglones donde $A=0$ en el factor AC, estos son $\{A=0, C=0\}$ y $\{A=0, C=1\}$:

A	B	P(A,B)
0	0	(.3)*(.6)
0	1	(.3)*(.4)
1	0	(.7)*(.6)
1	1	(.7)*(.4)

(a) Factor AB

A	C	P(A,C)
0	0	(.27)*(.54)
0	1	(.1)*(.4)
1	0	(.66)*(.9)
1	1	(.32)*(.15)

(b) Factor AC

A	B	C	P(A,B,C)
0	0	0	[(.3)*(.6)]*[(.27)*(.54)]
0	0	1	[(.3)*(.6)]*[(.1)*(.4)]
0	1	0	[(.3)*(.4)]*[(.27)*(.54)]
0	1	1	[(.3)*(.4)]*[(.1)*(.4)]
1	0	0	[(.7)*(.6)]*[(.66)*(.9)]
1	0	1	[(.7)*(.6)]*[(.32)*(.15)]
1	1	0	[(.7)*(.4)]*[(.66)*(.9)]
1	1	1	[(.7)*(.4)]*[(.32)*(.15)]

Figura 5.4: Factor ABC

5.2.2. Reducción

La operación de reducción consiste en tomar un valor de alguna variable del factor y sólo tomar los renglones que cumplen con el valor dado de la variable. Por ejemplo: Se tiene el factor AB,

A	B	P(A,B)
0	0	.18
0	1	.12
1	0	.42
1	1	.28

Figura 5.5: Factor AB

Si se desea reducir con $A = 0$, el resultado sería un factor:

B	$P(B)$
0	.18
1	.12

Figura 5.6: Factor B

5.2.3. Normalización

Para normalizar un factor, basta con sumar todos los valores asociados a las asignaciones y dividir cada uno entre esta suma. Por ejemplo: Tenemos el factor $P(B | A = 0)$, la suma de las probabilidades de sus renglones es .3, entonces tendríamos:

A	B	$P(B A = 0)$
0	0	$(.18/.3) = .6$
0	1	$(.12/.3) = .4$

Figura 5.7: Factor $B | A = 0$

Esta operación es útil cuando se desea calcular probabilidades condicionales.

5.2.4. Marginalización

La operación de marginalización consiste en tomar la variable a marginalizar, sumar los valores en los renglones en que cambia su valor pero el de las demás variables no, y asignar esta suma al renglón correspondiente de las variables restantes. Por ejemplo: tenemos el factor AB y deseamos marginalizar la variable B. Entonces, tomamos los renglones donde $A=0$ y los sumamos, tomamos los renglones donde $A=1$ y los sumamos:

A	B	$P(A,B)$
→ 0	0	.18
→ 0	1	.12
1	0	.42
1	1	.28
(a) Factor AB		

A	$P(A)$
→ 0	$(.18)+(.12)$
(b) Factor A	

Figura 5.8: Paso 1

A	B	$P(A,B)$
0	0	.18
0	1	.12
→ 1	0	.42
→ 1	1	.28
(a) Factor AB		

A	$P(A)$
0	$(.18)+(.12)$
→ 1	$(.42)+(.28)$
(b) Factor A	

Figura 5.9: Paso 2

5.3. Desarrollo e implementación

La práctica consiste de crear una clase `Factor` que implemente la operaciones de multiplicación, reducción y normalización de factores y marginalización de variables

5.3.1. Implementación

1. Crear una clase `Variable`, con los siguientes atributos: `nombre` y `valores_posibles` y sobrescribir el método `__str__`.
2. Programar un método `tabla_de_valores` que reciba como parámetro una lista de objetos tipo `Variable` y que regrese una matriz (lista de listas) que contenga todas las combinaciones de los valores que pueden tomar las variables. TIP: Inicializa la matriz con una única columna que contenga los valores posibles de la primer variable. Después, para cada variable restante, crear una nueva tabla. La nueva tabla es el resultado de anexar los valores posibles de la variable actual por cada renglón de la tabla anterior.
3. Crear una clase `Factor` que contenga los atributos:
 - `alcance`: una lista de objetos de clase `Variable`.
 - `valores`: una lista de valores asociados a cada renglón.
 - `tabla_valores`: el resultado del método del paso anterior.

Deben asegurarse que la lista de valores se encuentre en el orden correspondiente a cada asignación indicada por la tabla de valores del objeto.

4. Programar un método auxiliar que reciba como parámetro un diccionario con variables y su valor asignado, que obtenga el índice en la tabla de valores que represente esta asignación. TIP: Averigua cómo funciona un polinomio de direccionamiento, puedes usar la misma fórmula.
5. Implementa las operaciones: multiplicación, reducción, normalización y marginalización. TIP: Crea primero el factor resultado. Para cada renglón en la tabla de valores de este factor, encuentra los renglones relevantes en los operandos utilizando el método auxiliar mencionado en el punto anterior y realiza la operación correspondiente.

Entrada (opcional)

El programa deberá recibir la descripción de los factores en un archivo de texto. A continuación se define la sintaxis del archivo con los factores:

- Variables:

$$[\{ \langle Var_1 \rangle : \langle val_0 \rangle, \dots, \langle val_m \rangle \}, \\ \{ \langle Var_2 \rangle : \langle val_0 \rangle, \dots, \langle val_m \rangle \}, \dots, \\ \{ \langle Var_n \rangle : \langle val_0 \rangle, \dots, \langle val_m \rangle \}]$$

Donde $\langle Var_i \rangle$ indica el nombre de la variable y $\langle val_i \rangle$ los valores que puede tomar la variable.

■ Factores:

$$[\{ \langle Var_1 \rangle, \langle Var_2 \rangle, \dots, \langle Var_n \rangle \mid \langle Var_{c1} \rangle, \langle Var_{c2} \rangle, \dots, \langle Var_{cn} \rangle \}, \\ \dots, \\ \{ \langle Var_1 \rangle, \langle Var_2 \rangle, \dots, \langle Var_n \rangle \}]$$

Donde $\langle Var_i \rangle$ indica las variables del factor, \mid que es un factor condicional y $\langle Var_{ci} \rangle$ las variables condicionantes.

■ Probabilidades:

$$\{ \{ P(Factor_1)_{val1}, P(Factor_1)_{val2}, \dots, P(Factor_1)_{valk} \}, \\ \{ P(Factor_2)_{val1}, P(Factor_2)_{val2}, \dots, P(Factor_2)_{valk} \}, \\ \dots \\ \{ P(Factor_j)_{val1}, P(Factor_j)_{val2}, \dots, P(Factor_j)_{valk} \} \}$$

Donde $P(Factor_i)_{valn}$ indica el valor numérico correspondiente a cada renglón del $Factor_i$. Deben tener en cuenta que se toma la última variable especificada en el renglón de Factores como la que cambia más rápidamente.

Por ejemplo, el archivo:

Variables: $\{ \{A : 0, 1\}, \{B : 0, 1\}, \{C : 0, 1, 2\} \}$

Factores: $\{ \{A, B\}, \{A, B \mid C\} \}$

Probabilidades: $\{ \{0.1, 0.9, 0.5, 0.1\}, \{0.25, 0.15, 0.35, 0.1, 0.65, 0.8, 0.6, 0.8\} \}$

representa los factores:

A	B	P(A,B)
0	0	0.1
0	1	0.9
1	0	0.5
1	1	0.1

(a) Factor 1

A	B	C	$P(A, B \mid C)$
0	0	0	0.25
0	0	1	0.15
0	1	0	0.35
0	1	1	0.1
1	0	0	0.65
1	0	1	0.8
1	1	0	0.6
1	1	1	0.8

(b) Factor 2

Figura 5.10: Factores representados en el archivo

Esta práctica deberá ser implementada usando Python.

5.4. Requisitos y resultados

Deberán hacer casos de prueba para marginalización, reducción, normalización y multiplicación de factores. Basta con incluir un pequeño *script* con sus casos de prueba. No es necesario que lo hagan a prueba de todo, no me fijaré en eso.