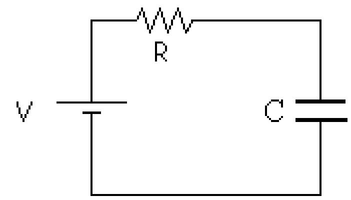
Castellanos Juárez Jacob Iván

Circuito RC en serie



Sabiendo que la corriente que pasa por un capacitor C es:

$$i_C = C \frac{d}{dt} V_c$$

Que la corriente en la resistencia y en el capacitor es la misma, porque están en serie:

$$I_R = I_C$$

Que el voltaje en un resistor es igual al producto de la corriente que pasa por él, por el valor de su resistencia :

$$V_R = I_R R$$

Y por la ley de voltajes de Kirchhoff:

$$V_R + V_C = V_f$$

La cual indica que la suma del voltaje en la resistencia y el capacitor, es igual al voltaje de la fuente.

Podemos hacer el modelo matemático que describe el comportamiento del circuito RC en serie

$$V_R + V_C = V_f \rightarrow V_C + RI_R = V_f \rightarrow V_C + RI_C = V_f \rightarrow$$

$$V_C + RC \frac{d}{dt} V_c = V_f \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{d}{dt} V_c + \frac{1}{RC} V_C = \frac{1}{RC} V_f}$$

Para la respuesta libre, donde las condiciones iniciales son diferentes de cero, y la evitación es igual a cero:

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación diferencial del circuito RC:

$$SV_{c(s)} - V_{c0} + \frac{1}{RC}V_{c(s)} = 0$$

Se iguala a cero, porque la excitación es cero (La fuente de voltaje está apagada)

Factorizando y despejando:

$$V_{c(s)}\left(1 + \frac{1}{RC}\right) = V_{c0}$$

$$V_{c(s)} = \frac{V_{c0}}{\left(1 + \frac{1}{RC}\right)}$$

Aplicando la antitransformada de Laplace:

$$\boxed{V_c = V_{c0}e^{-\frac{1}{RC}t}}$$

Para la respuesta forzada con un escalón, donde las condiciones iniciales son iguales a cero y la excitación diferente de cero:

Aplicando la transformada de Laplace

$$SV_{c(s)} - V_{c0} + \frac{1}{RC}V_{c(s)} = \frac{1}{RC}\frac{V_f}{s}$$

Como las condiciones iniciales son cero, entonces:

$$SV_{c(s)} + \frac{1}{RC}V_{c(s)} = \frac{1}{RC}\frac{V_f}{s}$$

Factorizando y Despejando:

$$V_{c(s)} = \frac{\frac{V_f}{RC}}{s\left(1 + \frac{1}{RC}\right)}$$

Por fracciones parciales:

$$V_{c(s)} = \frac{\frac{V_f}{RC}}{s\left(1 \ + \frac{1}{RC}\right)} = \frac{A}{S} + \frac{B}{s + \frac{1}{RC}}$$

Resolviendo las fracciones parciales:

$$\frac{\frac{V_f}{RC}}{s\left(1 \ + \frac{1}{RC}\right)} = \frac{A}{S} + \frac{B}{s + \frac{1}{RC}}$$

$$\frac{V_f}{RC} = A\left(s + \frac{1}{RC}\right) + Bs$$

Si s = 0

$$\frac{V_f}{RC} = A\frac{1}{RC}$$

$$A = V_f$$

Si s = -(1/RC)

$$\frac{V_f}{RC} = \frac{-B}{RC}$$

$$B = \ -V_f$$

Entonces:

$$V_{c(s)} = \frac{\frac{V_f}{RC}}{s\left(1 \ + \frac{1}{RC}\right)} = \frac{A}{S} + \frac{B}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{V_f}{S} - \frac{V_f}{s + \frac{1}{RC}}$$

Castellanos Juárez Jacob Iván

Aplicando la antitransformada de Laplace:

$$\boxed{V_{c(t)} = V_f(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})}$$