Tecnológico de Monterrey
Escuela de Ingeniería y Ciencias

Campus Guadalajara

E2. Actividad Integradora 2

Curso:

Análisis y diseño de algoritmos avanzados

Estudiante:

Daniel Alfredo Barreras Meraz

Matrícula:

A01254805

Docente:

Iván Reyes Amezcua

Fecha de entrega:

21 de Octubre de 2024

Resumen

El sistema de optimización de redes de fibra óptica desarrollado tiene como objetivo resolver varios problemas fundamentales en la planificación y operación de infraestructuras de telecomunicaciones, incluyendo la optimización del tendido de cables, la determinación de rutas de distribución, el cálculo de flujos máximos y la asignación de nuevos clientes a las centrales. Cada uno de estos problemas se aborda con algoritmos específicos, seleccionados y optimizados para garantizar tanto la precisión de las soluciones como la eficiencia computacional en escenarios de redes reales. A continuación, le describo los algoritmos utilizados, sus justificaciones y sus complejidades computacionales.

1. Optimización del Cableado de Fibra Óptica: Algoritmo de Prim

Para minimizar los costos de instalación del cableado de fibra óptica, se utilizó el algoritmo de Prim para encontrar el Árbol de Expansión Mínima (MST, por sus siglas en inglés) del grafo que representa las colonias y las posibles conexiones entre ellas. El algoritmo de Prim es adecuado para este problema porque busca construir un árbol que conecte todos los nodos con el menor costo posible, una característica clave para optimizar la infraestructura de telecomunicaciones.

La versión utilizada de Prim emplea una cola de prioridad (min-heap) para seleccionar el próximo nodo con el menor costo de conexión, lo que garantiza una eficiencia de O(E \log V), donde **E** es el número de aristas y **V** es el número de nodos en el grafo. Esta implementación es eficiente para grafos dispersos, una característica común en redes de infraestructuras reales, donde no todas las colonias están directamente conectadas. La optimización adicional mediante el procesamiento en bloques mejora el uso de la memoria caché y reduce el tiempo de ejecución en redes de gran tamaño.

2. Determinación de la Ruta del Repartidor: Algoritmo de Christofides Optimizado

La determinación de la ruta del repartidor en el contexto de la red de fibra óptica se enfrenta a uno de los problemas más complejos de la teoría de grafos: el Problema del Viajante de Comercio (TSP). Este problema es NP-completo, lo que implica que no se conoce un algoritmo eficiente que pueda resolverlo en tiempo polinómico. Por lo tanto, se decidió implementar una variante optimizada del algoritmo de Christofides, que proporciona una solución aproximada con una garantía de calidad, es decir, no mayor a 1.5 veces la solución óptima en el peor de los casos. Esta elección se basa en la capacidad del algoritmo para ofrecer resultados cercanos al óptimo mientras se mantiene una complejidad computacional manejable.

El algoritmo de Christofides se compone de tres pasos fundamentales, cada uno de los cuales contribuye a la complejidad total y a la eficacia de la solución. El primer paso es la construcción de un Árbol de Expansión Mínima (MST) para el grafo que representa la red de nodos. Este proceso tiene una complejidad de O(E logV) cuando se utiliza un algoritmo como Prim o Kruskal, donde **E** es el número de aristas y **V** es el número de nodos. El MST se elige porque asegura que todos los nodos estén conectados con el costo total más bajo posible, lo que sienta las bases para las etapas posteriores del algoritmo. La eficiencia en este paso es crucial, ya que un MST mal construido puede afectar negativamente la calidad de las soluciones en los pasos siguientes.

El segundo paso del algoritmo implica la identificación de un emparejamiento mínimo en los nodos de grado impar del MST. Este paso es esencial porque, al emparejar los nodos impares, se facilita la construcción del ciclo euleriano en el siguiente paso. En la implementación, se ha optimizado este proceso mediante el uso de una estructura de candidatos que reduce el

número de emparejamientos a considerar. Esta mejora reduce la complejidad en la práctica, ya que limita la búsqueda a aristas que son más prometedoras, evitando una exploración exhaustiva de todas las combinaciones posibles.

El tercer paso consiste en formar un ciclo euleriano que pase por todos los nodos. Esta tarea requiere que cada nodo se visite una vez y se regrese al punto de inicio. La complejidad de esta etapa es O(V), dado que se puede construir el ciclo euleriano a partir de las aristas seleccionadas de manera eficiente. Sin embargo, la calidad de esta construcción depende en gran medida de los emparejamientos realizados en el paso anterior. Por lo tanto, aunque este paso en sí mismo es lineal en términos de complejidad, su efectividad está intrínsecamente ligada a la calidad del emparejamiento que se realizó previamente.

En conjunto, la complejidad computacional del algoritmo de Christofides se puede estimar en O(V^3) debido a la etapa de emparejamiento. Sin embargo, es fundamental destacar que el procesamiento en bloques implementado en esta solución ayuda a manejar mejor las instancias grandes del problema, al dividir el grafo en subproblemas más pequeños y manejables. Esta estrategia no solo optimiza el tiempo de ejecución, sino que también permite abordar el problema de una manera más modular, facilitando la identificación de soluciones eficientes sin sacrificar la calidad.

3. Cálculo del Flujo Máximo: Algoritmo de Ford-Fulkerson (Edmonds-Karp)

Para abordar el problema de determinar la capacidad máxima de transmisión de datos entre dos nodo, se ha implementado el algoritmo de Ford-Fulkerson, específicamente la variante de Edmonds-Karp. Este algoritmo se basa en el concepto de red residual y utiliza una búsqueda en anchura (BFS) para identificar caminos aumentantes. La complejidad del algoritmo es $O(VE^2)$, donde **V** representa el número de nodos y **E** el número de aristas en la red.

La elección del algoritmo de Edmonds-Karp se fundamenta en su capacidad para encontrar caminos de manera eficiente, especialmente en redes donde hay múltiples conexiones o aristas. La búsqueda en anchura garantiza que los caminos encontrados sean los más cortos en términos de número de aristas, lo que permite que el flujo se aumente de manera óptima en cada iteración. Además, la simplicidad del enfoque BFS facilita la implementación inicial, lo que resulta en un sistema que puede ejecutarse de manera efectiva desde el comienzo.

El algoritmo de Ford-Fulkerson, en su forma más básica, opera mediante la identificación de caminos crecientes en la red residual, que es una representación del flujo actual de la red y las capacidades restantes de cada arista. En cada iteración, se busca un camino desde la fuente hasta el sumidero, y el flujo se incrementa hasta el límite establecido por la capacidad de la arista más restringida en el camino encontrado. Este proceso se repite hasta que no se pueden encontrar más caminos aumentantes, lo que indica que se ha alcanzado la capacidad máxima de la red.

La complejidad $O(VE^2)$ del algoritmo de Edmonds-Karp se deriva del hecho de que cada búsqueda en anchura puede requerir $O(E)$ tiempo, y en el peor de los casos, se pueden encontrar hasta $O(V)$ caminos aumentantes antes de que se alcance el flujo máximo. Aunque esta complejidad puede parecer alta, es adecuada para muchas aplicaciones prácticas, especialmente en redes donde las conexiones son densas y el número de aristas supera significativamente al de nodos. Esto permite que el algoritmo se ejecute de manera efectiva incluso en grafos grandes.

Una consideración importante al implementar el algoritmo es que, si bien existen enfoques alternativos más avanzados, como el algoritmo Push-Relabel, que pueden ofrecer mejoras en la complejidad en ciertos casos, la elección de Edmonds-Karp se justifica por su robustez y facilidad de implementación. Esta característica lo convierte en una opción ideal para sistemas

que buscan una solución inicial confiable, dejando abierta la posibilidad de optimizaciones futuras a medida que se comprenden mejor los requisitos específicos del sistema y la red en la que opera.

4. Asignación de Nuevos Clientes a Centrales: Búsqueda Lineal con Distancia Euclidiana

La asignación de nuevos clientes a la central más cercana se aborda mediante una búsqueda lineal utilizando la distancia euclidiana. Este enfoque, aunque presenta una complejidad de O(N), donde NNN es el número de centrales, es práctico y eficaz en el contexto de redes pequeñas o medianas. En el código, se implementó un método que recorre una lista de centrales, calculando la distancia entre cada central y el nuevo cliente para determinar cuál es la más cercana. Este método aprovecha la fórmula de distancia euclidiana:

$$d = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2}$$

donde (x1, y1) son las coordenadas del cliente y (x2,y2)son las coordenadas de la central. La implementación se basa en un bucle que itera sobre todas las centrales, realizando este cálculo de distancia para cada una y almacenando la central con la distancia mínima encontrada.

La elección de la búsqueda lineal se justifica por su simplicidad y la facilidad de implementación en el código, lo que permite una asignación rápida de clientes a las centrales en un entorno de desarrollo inicial. Sin embargo, a medida que el número de centrales crece, la eficiencia del enfoque puede verse comprometida, dado que la complejidad de O(N) implica que el tiempo de búsqueda aumentará linealmente con el número de centrales.

Este método también permite una fácil adaptación en el futuro. Aunque actualmente se usa una búsqueda lineal, el diseño del código facilita la integración de estructuras de datos más eficientes, como árboles k-d o diagramas de Voronoi, que podrían implementar búsquedas más rápidas. Por ejemplo, un árbol k-d permitiría dividir el espacio en dimensiones y realizar búsquedas más eficientes, reduciendo la complejidad a O(logN).

A largo plazo, la transición hacia estos enfoques más avanzados será vital para asegurar la escalabilidad y la eficiencia del sistema. La implementación de estas mejoras no solo optimizaría el tiempo de asignación de clientes, sino que también proporcionaría un marco más robusto para manejar un aumento en la demanda de servicios.

Complejidades y Áreas de Oportunidad para Optimizaciones:

En general, los algoritmos seleccionados buscan un equilibrio entre la eficiencia y la facilidad de implementación, teniendo en cuenta que los problemas en redes de telecomunicaciones pueden variar en tamaño y topología. La optimización de Prim mediante el uso de una fila de prioridad y la mejora del algoritmo de Christofides con técnicas de procesamiento en bloques demuestran una consideración cuidadosa del uso de la memoria y el tiempo de ejecución.

Las oportunidades para futuras mejoras incluyen el uso de algoritmos más sofisticados para la ruta del repartidor (como programación dinámica o metaheurísticas) y estructuras de datos avanzadas para la asignación de clientes, lo cual mejoraría aún más la eficiencia en redes grandes. Además, la incorporación de heurísticas en el cálculo del flujo máximo podría acelerar el proceso en redes con una gran cantidad de nodos y aristas, lo cual es común en infraestructuras complejas de telecomunicaciones.

Reflexión y Conclusión

Una de las lecciones más valiosas que aprendí durante la codificación de esta solucion fue la necesidad de seleccionar algoritmos que no solo sean teóricamente sólidos, sino que también sean capaces de escalar y funcionar de manera eficiente en situaciones donde la complejidad de los datos aumenta exponencialmente. La optimización del cableado con el algoritmo de Prim, la determinación de rutas mediante el algoritmo de Christofides y el cálculo del flujo máximo utilizando Ford-Fulkerson son ejemplos de cómo se pueden aplicar enfoques robustos.

La necesidad de simular y trabajar con grandes conjuntos de datos ha sido un foco central de mi trabajo. Por lo cual hice especial énfasis en la exploración de técnicas que mejoren la eficiencia, como el uso de estructuras de datos avanzadas, optimización de la memoria y técnicas de procesamiento en bloques. Tomado esto en cuenta; entender cómo estos algoritmos se comportan bajo condiciones de carga pesada ha sido fundamental para validar la efectividad de nuestras soluciones. Además, esta experiencia ha reforzado mi comprensión de que el desarrollo de software no se trata solo de codificar soluciones, sino también de anticipar las necesidades futuras y prepararse para la escalabilidad.

En conclusión, la implementación de este sistema de optimización de redes de fibra óptica ha sido un viaje de aprendizaje significativo, en el que la investigación y la adaptabilidad se han revelado como componentes esenciales para abordar desafíos complejos. Cada obstáculo superado ha contribuido a mi desarrollo profesional y personal, reafirmando mi pasión por el análisis y diseño de algoritmos avanzados. Estoy entusiasmado por aplicar estos conocimientos en futuros proyectos y continuar investigando en el fascinante campo de la optimización de redes, asegurando que nuestras soluciones sean robustas y efectivas en la simulación de situaciones del mundo real.

Referencias:

Abdolhosseinzadeh, M., Djahangiri, M., Akbari, F., Khorram, E., Akhavan Ghassabzadeh, F., Soradi-Zeid, S., ... & Mirhassani, S. A. Christofides' Algorithm for st Traveling Salesman Problem in Grid Networks.

Belleschi, M., Detti, P., & Abrardo, A. (2011, May). Complexity analysis and heuristic algorithms for radio resource allocation in OFDMA networks. In 2011 18th International Conference on Telecommunications (pp. 101-106). IEEE.

Abrori, M., & Ubaidillah, N. (2014). Pengujian Optimalisasi Jaringan Kabel Fiber Optic Di Universitas Islam Indonesia Menggunakan Minimum Spanning Tree. Jurnal Fourier, 3(1), 49-58.

Seidl, T., & Kriegel, H. P. (1998, June). Optimal multi-step k-nearest neighbor search. In Proceedings of the 1998 ACM SIGMOD international conference on Management of data (pp. 154-165).

Zadeh, N. (1972). Theoretical efficiency of the Edmonds-Karp algorithm for computing maximal flows. Journal of the ACM (JACM), 19(1), 184-192.