



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS DE CRATEÚS

CURSOS: CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E SISTEMAS DE INFORMAÇÃO

DISCIPLINA: MATEMÁTICA DISCRETA

PROFESSORA: LÍLIAN DE OLIVEIRA CARNEIRO

ALUNO(A): _____

TRABALHO PRÁTICO 02

Neste trabalho, aborda-se a conjectura de Goldbach, e a conjectura de Collatz. Estas conjecturas estão em aberto até hoje e têm feito os matemáticos buscarem por contra-exemplos que refutem tais conjecturas através de provas exaustivas, uma vez que há muita dificuldade em demonstrá-las usando as técnicas tradicionais de demonstração.

Este trabalho prático tem como objetivo encontrar soluções computacionais para a busca de contra-exemplos para estas conjecturas. Além disso, espera-se (i) que o aluno aprofunde seus conhecimentos em assuntos estudados na disciplina, buscando resolvê-los por meio de implementações computacionais; (ii) que o aluno se interesse pela disciplina de Matemática Discreta; e (iii) que o aluno apresente soluções computacionais para tais problemas usando seus conhecimentos em programação.

O trabalho deve ser realizado em grupo de até 2 alunos e tem o valor de 4,0 pontos.

1. Conjectura de Goldbach

No século XVIII o matemático Christian Goldbach, em uma carta para o famoso matemático Leonard Euler, conjecturou que “*todo número inteiro par maior que 4 pode ser expresso como a soma de dois números primos ímpares*”. Assim, por exemplo, temos:

Número Par	Primo 1	Primo 2
6	3	3
8	3	5
10	3	7
12	5	7
14	7	7
16	3	13
18	5	13
⋮	⋮	⋮

Observe que o número 10, por exemplo, também pode ser expresso como $10 = 5 + 5$, ou seja, pode haver mais de uma forma válida para representar estes números.

Embora a conjectura pareça verdadeira para qualquer número maior que 4, não existe prova dedutiva que demonstre tal verdade, o que existe é apenas a observação do fato para números já verificados por computador. Todos os números até $4 \cdot 10^{17}$ já foram testados.

Neste trabalho, o grupo deverá implementar um verificador para números inteiros pares situados no intervalo $4 < n \leq N$, onde N é o limite superior informado pelo usuário.

Tenha em mente que pode-se testar a soma de dois números primos pré-calculados, dois a dois, em busca de uma soma que resulte no valor de um dado inteiro par n , onde $4 < n \leq N$. Caso a soma resulte em n , então a conjectura está verificada para n e precisa ser verificada agora para o próximo número inteiro par $(n + 2)$. Deve-se proceder até que todos os inteiros contidos no intervalo sejam verificados.

Como a conjectura de Goldbach utiliza números primos p calculados entre $4 < n \leq N$, sugere-se o estudo e a implementação do algoritmo conhecido como Crivo de Eratóstenes. O Crivo de Eratóstenes é um algoritmo e um método simples e prático para encontrar números primos até um certo valor limite. No entanto, o grupo poderá formular seu próprio algoritmo de cálculo de números primos. É importante ressaltar que os resultados calculados devem ser armazenados para a verificação da conjectura.

2. Conjectura de Collatz

Esta conjectura também é conhecida como “Problema $3n + 1$ ”. A conjectura de Collatz foi declarada pelo matemático alemão Lothar Collatz em 1937. Esta conjectura aplica-se a qualquer número natural não nulo e afirma o seguinte: *“dado um número natural n que segue a seguinte regra de formação:*

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{se } n \text{ for par} \\ 3n + 1, & \text{se } n \text{ for ímpar} \end{cases},$$

então a sequência gerada por esta regra sempre encerra em 1”.

Chama-se **órbita do número n** a sequência gerada de n até 1 segundo esta regra de formação. Para ilustrar como isso ocorre, observe a Figura 1 abaixo que mostra a sequência gerada a partir do número $n = 3$ que resulta na sequência (3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1) e a sequência resultante a partir do número $n = 9$, (9, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1).

Neste trabalho, o grupo deverá implementar um verificador dessa conjectura que gere para

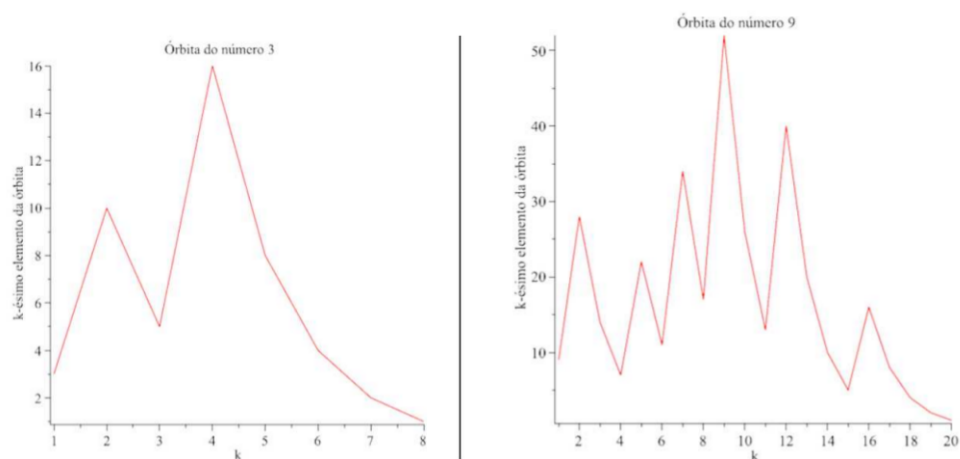


Figura 1: Órbita para $n = 3$ (esquerda) e para $n = 9$ (direita) (FILHO, 2011?)

números no intervalo $1 < n \leq N$, onde N é o limite superior informado pelo usuário, a órbita de cada um desses números.

Especificação do Trabalho

1. Entrada de Dados

Ao executar o programa, o usuário deve responder primeiro se testará a conjectura de Goldbach (caso tenha inserido o caracter 'G') ou Collatz (caso tenha inserido o caracter 'C'). Após informar qual é a conjectura em teste, o usuário deverá informar qual é o limite superior da verificação, ou seja, o valor de N para o qual a conjectura será testada. Ambas as informações devem ser guardadas na memória como parâmetro para o método.

2. Saída de Dados

Se a conjectura testada foi a conjectura de Goldbach, então deve-se imprimir a cada número par n verificado qual foi a combinação de primos cuja soma resultou no inteiro par em questão, um por linha. Exemplo:

Goldbach 6 = 3 + 3 (Ok)

Goldbach 8 = 3 + 5 (Ok)

⋮

Se a conjectura testada foi a conjectura de Collatz, então deve-se imprimir a sequência de números gerados a partir de n que avançou segundo a regra de formação descrita por Collatz, no seguinte formato de exemplo:

Collatz 1 (Ok)

Collatz 2 -> 1 (Ok)

Collatz 3 -> 10 -> 5 -> 16 -> 8 -> 4 -> 2 -> 1 (Ok)

Collatz 4 -> 2 -> 1 (Ok)

⋮

3. Relatório

O grupo deve elaborar um relatório sobre a implementação. Este relatório deve conter os detalhes, as dificuldades, as decisões tomadas e outros fatos ocorridos ao longo do trabalho. O relatório deve ser enviado em formato pdf e deve apresentar a seguinte estrutura:

- **Introdução:** deve-se explicar o problema que está sendo resolvido com uma breve revisão da literatura sobre o problema (busque curiosidades sobre as conjecturas);
- **Grupo:** deve-se apresentar os membros do grupo e a divisão de trabalho realizada (atentem-se a este item, pois cada membro poderá ser arguido e pontuado segundo sua atuação e carga de trabalho);
- **Algoritmos:** o grupo deve apresentar em pseudo-código o esqueleto do código fonte com as operações mais importantes da implementação em alto nível. Este pseudo-código não é a implementação propriamente dita, e sim uma descrição das principais operações realizadas em um nível de entendimento suficiente para um não-programador entender sua solução;
- **Conclusões:** o grupo deve apresentar seu parecer sobre os objetivos do trabalho, as dificuldades encontradas, o aprendizado, as limitações encontradas pela tecnologia usada, as decisões tomadas pelos membros do grupo, entre outros que o grupo julgue importante.

4. Pontuação

Tópico	Pontos
Cálculo dos Números Primos até N	0,5
Conjectura de Goldbach	1,5
Conjectura de Collatz	1,5
Relatório	0,5

5. Observações:

- Trabalhos plagiados ou feitos por terceiros serão zerados;
- Todos os membros da equipe deverão participar efetivamente do trabalho;
- Trabalhos sem relatório não serão aceitos;
- O trabalho deverá ser entregue via SIGAA dentro do prazo estipulado.