

Universidade Federal do Ceará - Campus Crateús  
Disciplina: Teoria da Computação  
Professor: Rennan Dantas

Nome do Aluno(a):  
Matrícula:

### Lista de exercícios - Módulo 1

#### Questão 01

Considere a linguagem  $L = \{\#x_1\#x_2\#\dots\#x_l \mid \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}$ . Essa linguagem é recursiva? Ela é recursivamente enumerável? **Argumente** apresentando uma máquina de Turing quando for o caso.

Obs: Se for usar alguma extensão da Máquina de Turing, indique qual extensão da máquina de Turing você está usando.

Se não for possível construir alguma das máquinas, explique.

Se for possível construir as duas e elas forem semelhantes, basta construir uma e explicar o que muda de uma para outra.

#### Questão 02

Apresente uma máquina de Turing que decide a linguagem  $L = \{1^m 0 1^n 0 1^{mn} : m, n \in \mathbb{N}\}$ . Use qualquer extensão que achar conveniente. Argumente que sua máquina decide  $L$  usando uma invariante.

#### Questão 03

Apresente uma máquina de Turing que semidecide  $L = \{ww^Rvv^R : w, v \in \{a, b\}^*\}$ .

#### Questão 04

Apresente uma máquina de Turing que computa a função  $f(w) = ww^R$ , onde  $w^R$  é o inverso de  $w$ . Argumente que sua máquina computa  $f$  por meio de uma invariante. (informalmente)

#### Questão 05

Construa uma máquina de Turing que computa a função  $f(x) = 2x - 1$ . A máquina recebe a representação binária de  $x$  e, no caso de  $x = 0$ , não altera a entrada.

#### Questão 06

É possível que uma máquina de Turing com dois estados finais,  $y$  e  $n$ , decida nenhuma linguagem? É possível que uma máquina de Turing semidecida nenhuma linguagem?

### Questão 07

Mostre agora que a classe das linguagens recursivamente enumeráveis é fechada para união, interseção e concatenação. E quanto ao complemento?

### Questão 08

Seja  $\{L_i : i \in [k]\}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , uma partição de  $\Sigma^*$ . Prove que se  $L_i$  é recursivamente enumerável, para todo  $i \in [k]$ , então  $L_i$  é recursiva, para todo  $i \in [k]$ .

### Questão 09

Seja  $L_1$  recursiva e  $L_2$  recursivamente enumerável. Com relação a ser recursiva ou recursivamente enumerável, o que podemos falar sobre  $L_2 \setminus L_1$ ? E sobre  $L_1 \setminus L_2$ ? O que podemos falar sobre  $(L_1)^*$ ? E o que podemos falar sobre  $(L_2)^*$ ? Justifique as suas respostas.

Obs: a operação **estrela** significa utilizar para fins de concatenação qualquer palavra de uma linguagem qualquer número de vezes.

Por exemplo:  $L = \{ab, ba\}$ .

$L^* = \{\varepsilon, ab, ba, abab, baba, abba, baab, abbaab, baabba, ababab, \dots\}$ .

### Questão 10

Para cada um dos itens, escreva uma gramática que gere a linguagem solicitada.

- (a)  $L_1 = \{a^n b^{2n} c^{3n} : n \geq 1\}$ .
- (b)  $L_2 = \{a^{2^n} : n \geq 0\}$
- (c)  $L_3 = \{a^{n^2} : n \geq 0\}$
- (d)  $L_4 = \{ww^R : w \in \{a, b\}^*\}$ , onde  $w^R$  é o inverso de  $w$ .