UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS CRATEÚS
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Aluno(a): ______________________
CRT0044 - Teoria da Computação

Matrícula: ____________
Período: 2020.2
Prof. Rennan Dantas

Nota: ______

3^o. MÓDULO

Instruções para resolução da lista:
1 - Use preferencialmente caneta esferográfica de tinta azul ou preta para escrever as respostas. Certifique-se de que as suas respostas estão legíveis.
2 – Gere um PDF único com todas as suas respostas. Envie esse arquivo gerado pelo SIGAA.
3 –**Qualquer tentativa de fraude detectada implicará nota zero nesta lista e as medidas administrativas cabíveis de acordo com o Artigo 195 do Regimento da Universidade Federal do Ceará.**
4 - Será solicitado que você grave vídeo respondendo a algumas dessas questões.

1. Tome um certo problema de otimização (maximização) $P(I)$, onde I representa uma instância de P e $P(I)$ tem como resposta o custo máximo de uma solução para I, ou uma indicação de que I é ilimitada, ou uma indicação de que I é inviável. Tome agora $P(I,k)$, que consiste em decidir se a instância I tem uma solução de custo pelo menos k. Argumente que a existência de um algoritmo polinomial para $P(I)$ implica na existência de um algoritmo polinomial para $P(I,k)$. Argumente que, para instâncias I que não são ilimitadas, a volta é verdadeira.

2. Decidir se um grafo tem um ciclo hamiltoniano (que passa por todos os vértices) é um problema que se encontra em **NP**. Assumindo **P** $\neq$ **NP**, você consegue imaginar um problema de decisão que:

   a) Não se encontra em NP? Argumente.

   b) Se encontra em NP\P? Argumente.

   Obs: em todas as questões, a justificativa é o mais importante. Mas nessa questão, o impacto da justificativa na pontuação é ainda maior.

3. Tome $L_1, L_2 \in$ **P**. Prove que $L_1 \cup L_2 \in$ **P** e que $L_1 \cap L_2 \in$ **P**. Faça o mesmo para **NP**.

4. Um conjunto de vértices S é considerado independente em um grafo G, se não existe aresta para qualquer par de vértices de S no grafo G (você pode pensar como sendo o completamente oposto de uma clique). O problema do CONJ-INDEP consiste em saber se em um grafo G existe um conjunto independente de tamanho k (G e k são passados por parâmetro). **Mostre que o problema CONJ-INDEP é NP-completo.**

   Dicas: Use o 3SAT. É possível reduzir usando apenas engrenagem para as cláusulas, não precisa de engrenagem para as variáveis. Como você pode fazer para que a existência de um conjunto independente de tamanho k implique na satisfazibilidade da fórmula de 3SAT?

5. Se $P = NP$, os problemas em NP-Completo podem ser resolvidos em tempo polinomial. Suponha que você tem uma subrotina "caixa-preta" que resolve o problema de decisão da questão anterior. Construa um algoritmo para encontrar o conjunto independente máximo de um grafo não-direcionado dado como entrada. O tempo de execução do **seu algoritmo deve ser polinomial em** $|V|$ **e** $|E|$.

6. O problema do SET-PARTITION recebe como entrada um conjunto X de números. A questão é se os números podem ser particionados em dois conjuntos A e $\overline{A}$=$X - A$ tal que

$$\sum_{x \in A} x = \sum_{x \in \overline{A}} x$$

Mostre que SET-PARTITION é NP-Completo.

Dica 1: Utilize o SUBSET-SUM. O SUBSET-SUM é definido como a seguir: Dado um conjunto X de inteiros e um alvo t, existe um subconjunto $Y \subseteq X$ tal que os membros de Y somados resultam em t?

Dica 2: Seja s a soma dos membros de X. Faça $X' = X \cup \{s - 2t\}$ como entrada do SET-PARTITION.

Dica 3: Note que se o SET-PARTITION retorna verdadeiro, existem duas partições de X' cuja soma dos valores dos elementos é $s - t$.