

Nome: Daniel Henrique de Brito

Matrícula: 397824

② Dado os quatro pontos que formam uma reta em um ambiente virtual 3D:

$$p_1(3.06, 6.0, 8.7), p_2(-0.94, 6.0, 15.62), p_3(-1.42, 6.0, 13.5), p_4(1.14, 6.0, 14.98)$$

Calcule a localização do ponto de projeção dos quatro pontos que formam a reta, para uma câmera linhole com COP na origem, $d = 0.5$ e que esteja voltada ("olhando") para o eixo Z positivo.

• $p_1(3.06, 6.0, 8.7)$

$$x_p = \frac{-x}{z/d}$$

$$y_p = \frac{-y}{z/d}$$

$p_1'(-0.17, -0.34, -0.5)$

• $p_2(-0.94, 6.0, 15.62)$

$$p_1' \Rightarrow \frac{-3.06}{8.7/0.5} = -0.17$$

$$\frac{-6}{8.7/0.5} = -0.34$$

$p_2'(0.03, -0.19, -0.5)$

$$p_2' \Rightarrow \frac{-(-0.94)}{15.62/0.5} = 0.03$$

$$\frac{-6}{15.62/0.5} = -0.19$$

• $p_3(-1.42, 6.0, 13.5)$

$p_3'(0.05, -0.22, -0.5)$

$$p_3' \Rightarrow \frac{-(-1.42)}{13.5/0.5} = 0.05$$

$$\frac{-6}{13.5/0.5} = -0.22$$

• $p_4(1.14, 6.0, 14.98)$

$p_4'(-0.03, -0.2, -0.5)$

$$p_4' \Rightarrow \frac{-1.14}{14.98/0.5} = -0.03$$

$$\frac{-6}{14.98/0.5} = -0.2$$

① Respondido no formulário.

③ Um polígono é formado pelos seguintes pontos:

$$P_1(6, 6, 6); P_2(8, 6, 2); P_3(7, 4, 7); P_4(7, 9, 9).$$

Faça as seguintes transformações no polígono: Rotação 60 graus no eixo z. Em seguida, uma translação com os valores 4, 6 e 1 para os eixos x, y e z, respectivamente. Por último, escale nos eixos x, y e z com os valores 1, 3 e 2, respectivamente. Use a ordem RTS para as matrizes de transformação. Informe os valores dos pontos do polígono após a aplicação das transformações.

- Calculando matriz A, que terá o conjunto das transformações a serem aplicadas:

$$A = R_z T S = \begin{bmatrix} \cos(60) = 0.5 & -\sin(60) = -0.86 & 0 & 0 \\ \sin(60) = 0.86 & \cos(60) = 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.86 & 0 & -3.2 \\ 0.86 & 0.5 & 0 & 6.4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & -2.6 & 0 & 0 \\ 0.86 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calculando a nova posição P' para cada ponto do polígono:

$$P'_1 = A P_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & -2.6 & 0 & 0 \\ 0.86 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ 14 \\ 12 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow P'_1 = (-12, 14, 12)$$

$$P'_2 = A P_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & -2.6 & 0 & 0 \\ 0.86 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 16 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow P'_2 = (-11, 16, 4)$$

$$P'_3 = A P_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & -2.6 & 0 & 0 \\ 0.86 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.8 \\ 12 \\ 14 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow P'_3 = (-6.8, 12, 14)$$

$$P'_4 = A P_4 = \begin{bmatrix} 0.5 & -2.6 & 0 & 0 \\ 0.86 & 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ 20 \\ 18 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow P'_4 = (-20, 20, 18)$$

④ Considere um polígono formado pelos vértices:

$$p_1(6, 3, -2); p_2(2, 4, -3); p_3(2, 4, -5); p_4(8, 3, -7).$$

Calcule a localização dos pontos de projeção ortográfica, dos vértices do polígono, para uma câmera virtual ("olhando") para o eixo z negativo, com os seguintes parâmetros de projeção: left=0, right=8, bottom=0, top=6, near=1, far=10.

• Calculando a matriz de projeção ortográfica:

$$M_o = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & \frac{-r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & \frac{-t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{f-n} & \frac{-f+n}{f-n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{8-0} & 0 & 0 & \frac{-8+0}{8-0} \\ 0 & \frac{2}{6-0} & 0 & \frac{-6+0}{6-0} \\ 0 & 0 & \frac{-2}{10-1} & \frac{-10+1}{10-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.33 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -0.22 & -1.22 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

• Calculando pontos de projeção de cada vértice do polígono:

$$p'_1 = M_o p_1 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.33 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -0.22 & -1.22 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.01 \\ -0.78 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow p'_1 = (0.5, -0.01, -0.78)$$

$$p'_2 = M_o p_2 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.33 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -0.22 & -1.22 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.32 \\ -0.56 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow p'_2 = (-0.5, 0.32, -0.56)$$

$$p'_3 = M_o p_3 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.33 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -0.22 & -1.22 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.32 \\ -0.12 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow p'_3 = (-0.5, 0.32, -0.12)$$

$$p'_4 = M_o p_4 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.33 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -0.22 & -1.22 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.01 \\ 0.32 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow p'_4 = (1, -0.01, 0.32)$$

⑤ Considere um polígono formado pelos vértices:

$$p_1(1, 3, -9); p_2(6, 8, -6); p_3(8, 1, -4).$$

Calcule a localização dos pontos de projeção em perspectiva dos vértices do polígono, para uma câmera virtual rotada ("olhando") para o eixo z negativo, em que o plano de projeção está em $z = -1$. Os parâmetros da projeção são $near = 1$, $far = 10$, $largura = 800$, $altura = 600$ e $FOV = 90^\circ$ (graus).

• Obtenha valores de top, bottom, right e left:

$$\ast \text{aspect ratio} = \frac{\text{largura}}{\text{altura}} = \frac{800}{600} = 1.33$$

$$\ast \text{top} = \tan\left(\frac{FOV}{2}\right) \cdot \text{near} = \tan\left(\frac{90}{2}\right) \cdot 1 = \tan(45) = \boxed{1} \quad \ast \text{left} = -\text{right} = \boxed{-1.33}$$

$$\ast \text{bottom} = -\text{top} = \boxed{-1} \quad \ast \text{right} = \text{top} \cdot \text{aspect ratio} = 1 \cdot 1.33 = \boxed{1.33}$$

• Calculando matriz de projeção em perspectiva:

$$M_p = \begin{bmatrix} \frac{2n}{r-1} & 0 & \frac{r+1}{r-1} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-f+n}{f-n} & \frac{-2fn}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2 \cdot 1}{1.33 - (-1.33)} & 0 & \frac{1.33 + (-1.33)}{1.33 - (-1.33)} & 0 \\ 0 & \frac{2 \cdot 1}{1 - (-1)} & \frac{1 + (-1)}{1 - (-1)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-10 + 1}{10 - 1} & \frac{-2 \cdot 10 \cdot 1}{10 - 1} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.22 & -2.22 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

• Calculando ponto de projeção de cada vértice do polígono:

$$p_1' = M_p p_1 = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.22 & -2.22 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -9 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 3 \\ 8.8 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75/9 \\ 3/9 \\ 8.8/9 \\ 9/9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.08 \\ 0.33 \\ 0.97 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow p_1' = (0.08, 0.33, 0.97)$$

$$p_2' = M_p p_2 = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.22 & -2.22 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.5 \\ 8 \\ 5.1 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.5/6 \\ 8/6 \\ 5.1/6 \\ 6/6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 1.33 \\ 0.85 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow p_2' = (0.75, 1.33, 0.85)$$

$$p_3' = M_p p_3 = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.22 & -2.22 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 2.7 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6/4 \\ 1/4 \\ 2.7/4 \\ 4/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.25 \\ 0.67 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow p_3' = (1.5, 0.25, 0.67)$$