En los ejercicios siguientes, reduzca la matriz a la forma escalonada por renglones y a la forma escalonada reducida por renglones

36. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} R_2 + \frac{3}{2}R_1$
$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 3/2 & 17/2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} R_3 - \frac{4}{3}R_2$

$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 3/2 & 17/2 & 1 \\ 0 & 0 & -31/3 & -7/3 \end{pmatrix} \leftarrow$ Nota: Esta matriz cumple con las condiciones de la forma escalonada por renglones

$R_1 \times \frac{1}{2}$

$\begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 3/2 & 0 \\ 0 & 3/2 & 17/2 & 1 \\ 0 & 0 & -31/3 & -7/3 \end{pmatrix} R_2 \times \frac{2}{3}$
$\begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 3/2 & 0 \\ 0 & 1 & 17/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & -31/3 & -7/3 \end{pmatrix} R_1 + \frac{1}{2}R_2$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 13/3 & 1/3 \\ 0 & 1 & 17/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & -31/3 & -7/3 \end{pmatrix} -\frac{3}{31}R_3$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 13/3 & 1/3 \\ 0 & 1 & 17/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 1 & 7/31 \end{pmatrix} R_1 - \frac{13}{3}R_3$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -20/31 \\ 0 & 1 & 17/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 1 & 7/31 \end{pmatrix} R_2 - \frac{17}{3}R_3$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -20/31 \\ 0 & 1 & 0 & -19/31 \\ 0 & 0 & 1 & 7/31 \end{pmatrix}$

Nota: Esta matriz cumple con las 4 condiciones de la forma escalonada reducida por renglones

De los ejercicios 37 a 43 calcule la forma escalonada por renglones y la inversa (si existe) de la matriz dada

37. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \times R_1$
$\begin{pmatrix} 1 & 3/2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} R_2 + R_1$
$\begin{pmatrix} 1 & 3/2 \\ 0 & 11/2 \end{pmatrix} R_2 \times \frac{2}{11}$

$\begin{pmatrix} 1 & 3/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ Forma escalonada por renglones

$\det = 2(4) - 3(1) = 11 \neq 0$ ∴ si tiene inversa

$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \end{array} \right) R_1 \times \frac{1}{2}$
$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3/2 & 1/2 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \end{array} \right) R_2 + R_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3/2 & | & 1/2 & 0 \\ 0 & 11/2 & | & 1/2 & 1 \end{pmatrix} R_2 \times \frac{2}{11} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 3/2 & | & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & | & 1/11 & 2/11 \end{pmatrix} R_1 - \frac{3}{2} R_2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & | & 4/11 & -3/11 \\ 0 & 1 & | & 1/11 & 2/11 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4/11 & -3/11 \\ 1/11 & 2/11 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Matriz inversa}$$

38. $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = A \qquad \det(A) = -1(-4) - 2(2) = 0$

$\therefore$ No tiene matriz inversa

39. $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = B \qquad \det(B) = 3(8) - 4(6) = 0$

$\therefore$ No tiene matriz inversa

40. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = C \qquad \det(C) = 8$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_2 - 2R_1 \\ R_3 - 3R_1 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & | & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_2 \times -\frac{1}{3} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/3 & | & 2/3 & -1/3 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & | & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} R_3 + 5R_2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/3 & | & 2/3 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 8/3 & | & 1/3 & -5/3 & 1 \end{pmatrix} R_3 \times \frac{3}{8} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1/3 & | & 2/3 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1/8 & -5/8 & 3/8 \end{pmatrix}$$

$$R_1 - 2R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2/3 & | & -1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1 & 1/3 & | & 2/3 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1/8 & -5/8 & 3/8 \end{pmatrix} R_2 - \frac{1}{3} R_3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2/3 & | & -1/3 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 5/8 & -1/8 & -1/8 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1/8 & -5/8 & 3/8 \end{pmatrix} R_1 + \frac{2}{3} R_3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & | & 5/8 & -1/8 & -1/8 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1/8 & -5/8 & 3/8 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1/4 & 1/4 & 1/4 \\ 5/8 & -1/8 & -1/8 \\ 1/8 & -5/8 & 3/8 \end{pmatrix}$$

$\hookrightarrow$ matriz inversa

41. $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & -3 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} = D$ det $(D) = 0$ ∴ No tiene inversa

42. $\begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 9 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 2 \end{pmatrix} = E$ det $(E) = 69 \neq 0$ ∴ si tiene inversa

Reordenado
matriz
$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 9 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) R_1 \times \frac{1}{9}$

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1/9 & 0 & 1/9 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) R_2 \times -\frac{1}{3}$

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1/9 & 0 & 1/9 & 0 \\ 0 & 1 & -2/3 & -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 23/9 & 0 & -5/9 & 1 \end{array} \right) R_3 \times \frac{9}{23}$

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1/9 & 0 & 1/9 & 0 \\ 0 & -1 & -2/3 & -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5/23 & 9/23 \end{array} \right) \begin{array}{l} R_1 + 1/9\, R_3 \\ R_2 + 2/3\, R_3 \end{array}$

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2/23 & 1/23 \\ 0 & 1 & 0 & -1/3 & -10/69 & -6/23 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5/23 & 9/23 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 2/23 & 1/23 \\ -1/3 & -10/69 & -6/23 \\ 0 & -5/23 & 9/23 \end{pmatrix}$

↳ matriz inversa