



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Modelação e Simulação de Sistemas Naturais TPC1

Daniel Santos 32078
08/10/17

Índice

| | |
|---|----------|
| Exercícios | 3 |
| Raiz cúbica | 3 |
| Solitário Búlgaro $N=15$ | 4 |
| Sistema dinâmico: $x(n+1)=x(n) + a(n)$, $a(n) = 0.1x(n)$ com $x(0)=10$ | 7 |
| Sistema dinâmico $x(n+1)=x(n) + ke(n)$, $e(n) = T-x(n)$ com $x(0)=10$, $k=0.1$ e $T=20$ | 8 |

Exercicios

- Raiz cúbica

Método iterativo para determinar a raiz cúbica de um número (positivo ou negativo):

Para o cálculo da raiz cúbica é utilizado o método de Newton-Raphson que consiste na seguinte equação:

$$X_{(n+1)} = X_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

sendo $f(x_n)$ a equação que pretendemos calcular e $f'(x_n)$ a derivada desta finalmente $x(0)$ é uma aproximação inicial.

```
2 public class CubicSquareRoot {
3     double x0;
4     double number;
5     int max = 8;
6     boolean negative = false;
7
8     //initializes variables
9     public CubicSquareRoot(double number) {
10         if(number < 0) {
11             negative = true;
12         }
13         this.number = Math.abs(number);
14         x0 = interval(this.number);
15     }
16
17     //Calculates approximation value
18     public double interval(double number) {
19         int val = (int) Math.pow(number, 0.333);
20         return (double)((val + val + 1) / 2);
21     }
22
23     //Calculates function
24     public double fn(double x) {
25         return Math.pow(x, 3)-number;
26     }
```

```
//Calculates derivative function
public double derfn(double x) {
    return 3 * Math.pow(x, 2);
}

//Calculates next iteration of the Newton - Raphson method
public double fnext(double x) {
    return x - fn(x) / derfn(x);
}

//Calculates and prints cubic root result
public void calcRoot() {
    for(int i = 0; i < 8; i++) {
        x0 = fnext(x0);
    }
    if(!negative) {
        System.out.println("A raiz cúbica de " + number + " é: " + x0);
    }else {
        x0 = -1*x0;
        this.number = -1* this.number;
        System.out.println("A raiz cúbica de " + number + " é: " + x0);
    }
}
```

- Solitário Búlgaro N=15

Determinar quantas iterações são necessárias para o solitário Búlgaro convergir para o ponto fixo para o caso N = 15 e com estado inicial(5,5,5)

```
1 import java.util.ArrayList;
2 import java.util.Arrays;
3 import java.util.Collections;
4 import java.util.List;
5
6 public class BulgarianSolitaire {
7     List<Integer> cards ;
8     ArrayList<Object> ss = new ArrayList<>();
9     List<Integer> triangularsolution = new ArrayList<>();
10    int iterations = 0;
11
12    //Constructor
13    public BulgarianSolitaire(List<Integer> a) {
14        cards = new ArrayList<Integer>(a);
15        Collections.sort(cards);
16        triangularsolution();
17        cycle();
18    }
19 }
```

```
//Solution if(N= total number of cards)
//the input is a triangular number
public List<Integer> triangularsolution() {
    triangularsolution.add(1);
    triangularsolution.add(2);
    triangularsolution.add(3);
    triangularsolution.add(4);
    triangularsolution.add(5);
    triangularsolution.add(6);
    triangularsolution.add(7);
    triangularsolution.add(8);
    triangularsolution.add(9);

    return triangularsolution;
}

//Creates a deep copy of a recieved list of integers
public List<Integer> deepCopy(List<Integer> aux) {
    List<Integer> newList = new ArrayList<Integer>();
    for(Integer p : aux) {
        newList.add(p);
    }
    return newList;
}
```

```
//Verifies if the game has reached the ending conditions
public boolean gameOver(List<Integer> current) {

    for(int i = 0; i < ss.size();i++) {
        if(Arrays.asList(ss.get(i)).contains(triangularsolution) ||
           Arrays.asList(ss.get(i)).contains(current)) {
            System.out.println("Game has reached the end");
            return true;
        }
    }
    ss.add(deepCopy(cards));
    return false;
}
```

```

//Cycles the game till end condition is reached
public void cycle() {
    int counter;

    while(!gameOver(cards)) {

        for(counter = 0; counter < cards.size(); counter++) {

            int value = cards.get(counter);

            cards.set(counter, value-1);
        }

        iterations++;
        removeZeros(cards);
        cards.add(counter);
        Collections.sort(cards);

        counter = 0;

        System.out.println(cards);
    }
    System.out.println("The number of required iterations is: " + iterations);
}

```

```

public void removeZeros(List<Integer> current) {

    while(current.get(0) == 0) {
        current.remove(0);
    }
}

public static void main(String[] args) {
    ArrayList<Integer> a = new ArrayList<>();
    a.add(5);
    a.add(5);
    a.add(5);

    new BulgarianSolitaire(a);
}

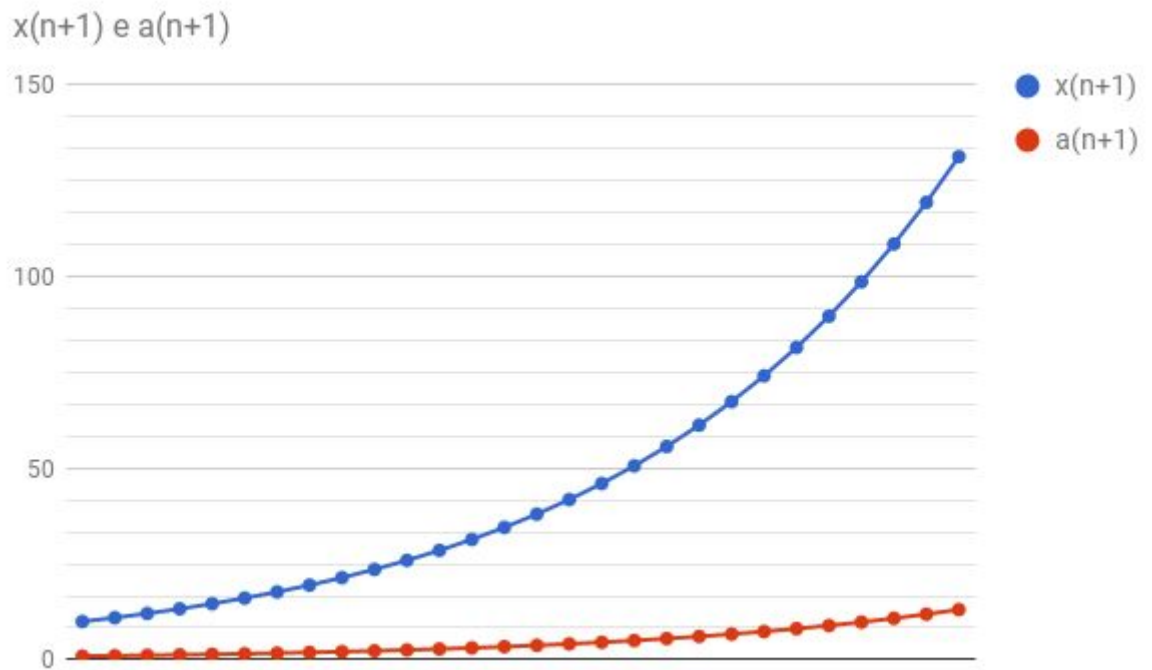
```

Console output:

```
[[5, 5, 5]
[3, 4, 4, 4]
[2, 3, 3, 3, 4]
[1, 2, 2, 2, 3, 5]
[1, 1, 1, 2, 4, 6]
[1, 3, 5, 6]
[2, 4, 4, 5]
[1, 3, 3, 4, 4]
[2, 2, 3, 3, 5]
[1, 1, 2, 2, 4, 5]
[1, 1, 3, 4, 6]
[2, 3, 5, 5]
[1, 2, 4, 4, 4]
[1, 3, 3, 3, 5]
[2, 2, 2, 4, 5]
[1, 1, 1, 3, 4, 5]
[2, 3, 4, 6]
[1, 2, 3, 4, 5]
[1, 2, 3, 4, 5]
Game has reached the end
The number of required iterations is: 18
```

- **Sistema dinâmico:** $x(n+1) = x(n) + a(n)$, $a(n) = 0.1x(n)$ com $x(0) = 10$

Gráfico:



Evolução do Sistema:

Tendo como ponto inicial $x(0)=10$ o sistema claramente tende para $+\infty$ pois é incrementado por ele mesmo e por $a(n)$.

Ciclos Causais:

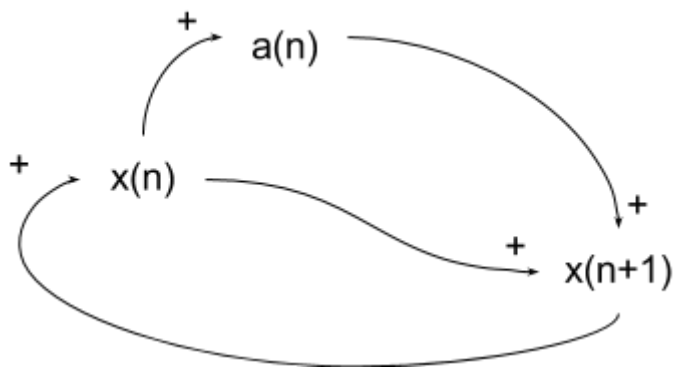
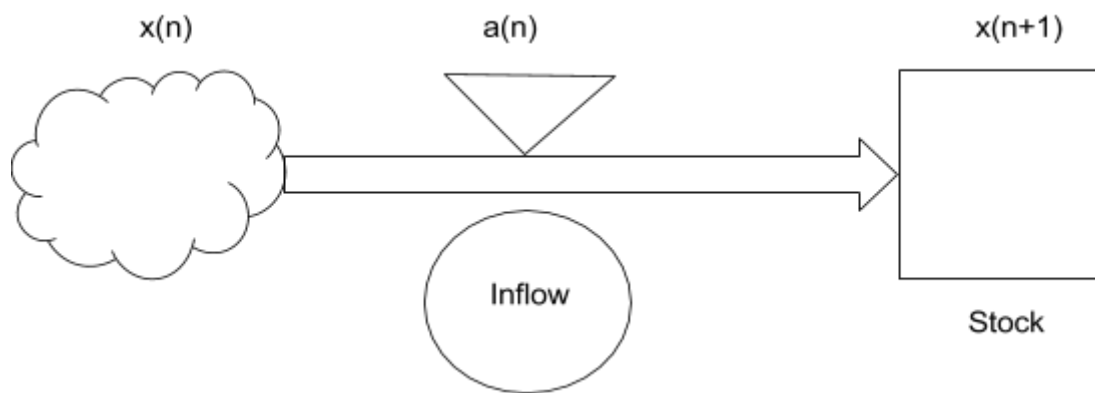
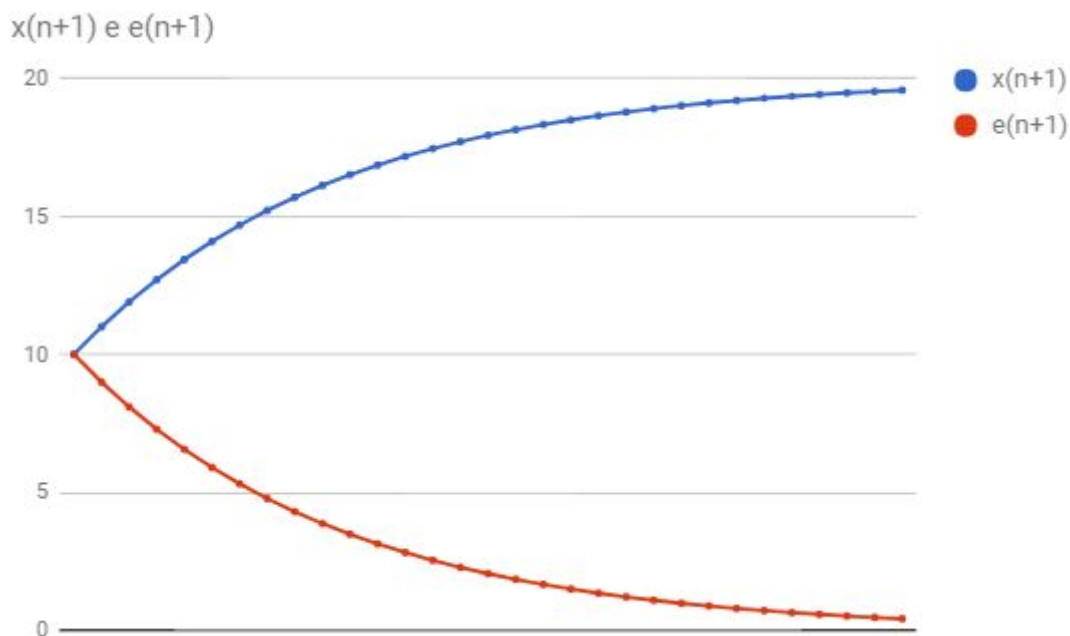


Diagrama de níveis e fluxos:



- **Sistema dinâmico** $x(n+1) = x(n) + ke(n)$, $e(n) = T - x(n)$ **com** $x(0) = 10$, $k = 0.1$ e $T = 20$

Gráfico:



Evolução do Sistema:

Tendo como ponto inicial $x(0)=10$ o gráfico possui em k um fator de multiplicação que faz com que o sistema cresça ainda que ao mesmo tempo devido à fórmula de $e(n)$ em que é efectuada uma subtração $T-x(n)$ faz com que o sistema tenha um crescimento que tende claramente para 20.