ЛОКАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Типы фильтров:

- линейные
- нелинейные

- простые
- рекурсивные

- стационарные
- нестационарные

Основные параметры 2D фильтра (маски):

- апертура
- весовые множители
- весовая функция

Обычно апертура 3x3, 5x5,..., (2n+1)x(2n+1)

1D апертура ~ дельта-функции в 2D пространстве (ВТ, преобразование Радона)

Фильтрация (скользящим окном) – перемещение апертуры фильтра (маски) по изображению с выполнением однотипных (стационарная ф.) действий.

Результат: отклик фильтра.

Характерным примером служит алгоритм *линейной фильтрации*, состоящий в общих чертах в следующем. При каждом положении апертуры весовая функция поэлементно умножается на значения соответствующих пикселей исходного изображения; произведения суммируются. Сумма делится на *нормирующий коэффициент*, и полученная величина, являющаяся откликом фильтра, присваивается тому пикселю нового (профильтрованного) изображения, который соответствует положению центра апертуры.

Наряду с линейными фильтрами существуют и нелинейные. Характер фильтра зависит от операций, выполняемых в каждом положении окна.

В линейных фильтрах отклик является линейной функцией многих переменных, роль которых играют попавшие в окно пиксели. Весовые множители — это коэффициенты упомянутой линейной функции. Фильтры, в которых отклик не может быть выражен линейной функцией от значений элементов изображения, являются по определению нелинейными.

В зависимости от того, куда (в какое поле) записывается отклик фильтра, различают *простые* и *рекурсивные* фильтры. Если в простых фильтрах отклик записывается в выходное изображение, то в рекурсивных он записывается обратно в исходное изображение, изменяя значение пикселей непосредственно в процессе фильтрации. Поэтому в рекурсивных фильтрах уже обработанные пиксели влияют на результат фильтрации последующих.

Тип движения окна

Апертура перемещается вдоль строки слева направо с шагом в 1 пиксель; дойдя до конца одной строки, переходит к началу следующей. Это наиболее привычный, но, конечно, далеко не единственный тип движения. Траектория перемещения окна может быть любой, требуется лишь, чтобы центр окна посетил по одному разу все пиксели.

С точки зрения результатов фильтрации при программировании простых (т. е. нерекурсивных) алгоритмов безразлично, какой тип движения, какую траекторию перемещения окна выбрать — результаты от этого не зависят. Тип движения может влиять на другие характеристики, например на быстродействие алгоритма.

Краевые эффекты

P-схема обработки соответствует случаю, когда окно (ни один его элемент) не может выходить за пределы фильтруемого поля.

S-схема обработки разрешает выход краев окна за пределы поля, требуется только, чтобы центр окна всегда находился внутри поля.

T-схема обработки соответствует фильтрации на тороидальной поверхности.

Р-схема обработки ограничивается фильтрацией центральной зоны, оставляя края изображения необработанными. Так как результат фильтрации записывается в элемент выходного поля, соответствующий центру окна, то ширина необработанной зоны равна половине размера окна (по соответствующей координате) минус единица. Таким образом, фильтрация по P-схеме приводит к уменьшению фактических размеров изображения на ширину необработанной каймы. Достоинство P-схемы — простота программирования.

S-схема обработки устраняет указанный недостаток ценой некоторого усложнения алгоритма обработки. Так как при этом центр окна пробегает все пиксели исходного поля, то и на профильтрованном изображении не остается незаполненных элементов. Элементы апертуры, выходящие за границы поля, в обработке не участвуют, поэтому отклик фильтра формируется на основе меньшего числа пикселей, чем в центральной зоне. Иными словами, вблизи краев изображения фактический размер окна уменьшается. Краевой эффект сохраняется, хотя и в существенно ослабленном виде. Алгоритм, реализующий S-схему, сложнее и быстродействие его хуже, чем в случае P-схемы.

Т-схема обработки получается, если представить, что изображение определено не на плоскости, а на тороидальной поверхности.

Представим, что изображение сначала скручивается в трубку, так что его правый край примыкает к левому. Обратим внимание на важную деталь: правый край сдвинут вниз относительно левого на один пиксель, так что конец первой строки примыкает не к ее началу, а к началу второй строки и т. д. Теперь соединим верхний край образовавшейся трубки с нижним, так чтобы за последним пикселем последней строки шел первый пиксель первой строки. Получим тор, на который спирально намотан одномерный массив, содержащий изображение. Вместо тора можно представить бесконечную плоскость, на которой заданное изображение периодически повторяется.

Краевой эффект здесь состоит в том, что объекты, находящиеся на одном краю изображения, влияют на обработку и оставляют свой след на противоположном краю, что может показаться противоестественным.

Линейные фильтры

Введем необходимые обозначения. Пусть апертура имеет размер $M_p \times M_q$ элементов; текущий элемент апертуры обозначим через (p, q), где

$$p = 1, 2, \ldots M_p \text{ — текущая строка;}$$
$$q = 1, 2, \ldots M_q \text{ — текущий столбец.}$$

Определим способ, с помощью которого указывается положение апертуры на изображении. Выделяется некоторая ***опорная точка*** апертуры (обычно это центр, реже — один из угловых элементов). Теперь достаточно задать положение этой опорной точки в системе координат изображения, чтобы тем самым определить положение всей апертуры.

опорную точку будем называть *условным центром* апертуры; координаты условного центра обозначим через (p_m, q_m) (в системе координат апертуры!).

Условный центр может (но не обязан) совпадать с настоящим, геометрическим центром апертуры. Вообще говоря, в качестве условного центра можно взять любую точку апертуры; более того, условный центр не обязан даже находиться внутри нее — можно, скажем, задать $p_m = 0$, $q_m = 0$. Мы, однако, определяем условный центр так, чтобы при нечетных размерах апертуры он совпадал с ее центральным пикселем:

$$p_m = \left[\frac{M_p + 1}{2}\right], \quad q_m = \left[\frac{M_q + 1}{2}\right],$$

Текущее положение условного центра на исходном изображении F обозначим через (i, j). Отклик фильтра присваивается той же точке (i, j) нового, профильтрованного поля Q.

Обозначим теперь через $H(p, q)$ функцию окна. Массив Q выходного изображения формируется путем дискретной свертки входного поля F и функции окна $H(p, q)$:

$$Q(i, j) = \sum_{p=1}^{M_p} \sum_{q=1}^{M_q} F(i - p_m + p, j - q_m + q) H(p, q).$$

Различные виды линейных фильтров отличаются своими весовыми функциями и нормирующими коэффициентами.

Примеры линейных фильтров

Одно из наиболее распространенных применений линейных фильтров — *сглаживание шума*. Для этого применяются весовые функции следующего вида

$$H = \frac{1}{9}\begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$$

$$H = \frac{1}{10}\begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$$

При частотной интерпретации процессов фильтрации шумоподавляющий фильтр является фильтром *нижних частот*.

Тестовое поле:

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 4 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
 6 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтрация окном 3x3:

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . 1 2 2 2 2 2 2 2 2 1 . . . . . . . . .
 3  ! . 2 3 5 5 5 5 5 5 3 2 . . . . . . . . .
 4  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 1 1 . . .
 5  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 1 1 . . .
 6  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 1 1 . . .
 7  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 8  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 9  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
10  ! . 2 3 5 5 5 5 5 5 3 2 . . . . . . . . .
11  ! . 1 2 2 2 2 2 2 2 2 1 . . 1 2 2 2 2 1 .
12  ! . . . . . . . . . . . . . 1 2 2 2 2 1 .
13  ! . . . . . . . . . . . . . 1 2 2 2 2 1 .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

$$H = \frac{1}{9}\begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$$

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . 1 1 2 2 2 2 2 2 1 1 . . . . . . . . .
 3  ! . 1 4 5 5 5 5 5 5 4 1 . . . . . . . . .
 4  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 1 1 . . .
 5  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 1 1 . . .
 6  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 1 1 . . .
 7  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 8  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 9  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
10  ! . 1 4 5 5 5 5 5 5 4 1 . . . . . . . . .
11  ! . 1 1 2 2 2 2 2 2 1 1 . . 1 1 2 2 1 1 .
12  ! . . . . . . . . . . . . . 1 2 3 3 2 1 .
13  ! . . . . . . . . . . . . . 1 1 2 2 1 1 .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

$$H = \frac{1}{10}\begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$$

Для подчеркивания линий определенного направления используются весовые функции вида

а) $$H = \frac{1}{16}\begin{Vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{Vmatrix},$$

б) $$H = \frac{1}{16}\begin{Vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{Vmatrix}.$$

Весовая функция а) подчеркивает большими весами четырехсвязные элементы исходного изображения, т. е. горизонтальные и вертикальные линии, б) — диагональные линии (точнее, восьмисвязные элементы изображения, не являющиеся четырехсвязными).

Тестовое поле:

```
   0         5        10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 4 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
 6 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтрация окном 3x3:

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
  1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2 ! . . 1 2 2 2 2 2 2 1 . . . . . . . . . .
  3 ! . 1 4 5 5 5 5 5 5 4 1 . . . . . . . . .
  4 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . 1 . . . .
  5 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 2 1 . . .
  6 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . 1 . . . .
  7 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
  8 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
  9 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 10 ! . 1 4 5 5 5 5 5 5 4 1 . . . . . . . . .
 11 ! . . 1 2 2 2 2 2 2 1 . . . . 1 2 2 1 . .
 12 ! . . . . . . . . . . . . . 1 3 4 4 3 1 .
 13 ! . . . . . . . . . . . . . . 1 2 2 1 . .
 14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

а)

$$H = \frac{1}{16}\begin{Vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{Vmatrix},$$

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
  1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2 ! . 1 1 2 2 2 2 2 2 1 1 . . . . . . . . .
  3 ! . 1 4 5 5 5 5 5 5 4 1 . . . . . . . . .
  4 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 . 1 . . .
  5 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . 2 . . . .
  6 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 . 1 . . .
  7 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
  8 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
  9 ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 10 ! . 1 4 5 5 5 5 5 5 4 1 . . . . . . . . .
 11 ! . 1 1 2 2 2 2 2 2 1 1 . . 1 1 2 2 1 1 .
 12 ! . . . . . . . . . . . . . . 2 3 3 2 . .
 13 ! . . . . . . . . . . . . . 1 1 2 2 1 1 .
 14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

б)

$$H = \frac{1}{16}\begin{Vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{Vmatrix}.$$

Фильтры, подчеркивающие границы (в частотной интерпретации — это высокочастотные фильтры), используют следующие три типовые весовые функции

а)

$$H = \begin{Vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix},$$

б)

$$H = \begin{Vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{Vmatrix},$$

в)

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Обратим внимание на то, что сумма весовых множителей здесь равна единице.

Границы подчеркиваются независимо от их направления

Тестовое поле:

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 4 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
 6 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтрация окном 3x3:

```
     0         5         10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
 1   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3   ! . . l e e e e e e l . . . . . . . . . .
 4   ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
 5   ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . z . . . .
 6   ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
 7   ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
 8   ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
 9   ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
10   ! . . l e e e e e e l . . . . . . . . . .
11   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12   ! . . . . . . . . . . . . . . s l l s . .
13   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

а)

```
     0         5         10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
 1   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3   ! . . G s s s s s s G . . . . . . . . . .
 4   ! . . s 7 7 7 7 7 7 s . . . . . . . . . .
 5   ! . . s 7 7 7 7 7 7 s . . . . . \ . . . .
 6   ! . . s 7 7 7 7 7 7 s . . . . . . . . . .
 7   ! . . s 7 7 7 7 7 7 s . . . . . . . . . .
 8   ! . . s 7 7 7 7 7 7 s . . . . . . . . . .
 9   ! . . s 7 7 7 7 7 7 s . . . . . . . . . .
10   ! . . G s s s s s s G . . . . . . . . . .
11   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12   ! . . . . . . . . . . . . . . U N N U . .
13   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16   ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

б)

$$H = \begin{Vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix}, \qquad H = \begin{Vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{Vmatrix}$$

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 3  ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
 4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . 7 . 7 . . .
 5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . z . . . .
 6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . 7 . 7 . . .
 7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10  ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
11  ! . 7 . . . . . . . . 7 . . 7 . . . . 7 .
12  ! . . . . . . . . . . . . . . 1 7 7 1 . .
13  ! . . . . . . . . . . . . . 7 . . . . 7 .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

в)

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Весовые функции для 2D дифференцирования (сумма элементов =0)

1. Курсовые градиентные маски
2. Оператор Лапласа

Для выделения перепадов определенной ориентации используются в зависимости от требуемого направления весовые функции, называемые ***курсовыми градиентными масками***

а) «север»

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{Vmatrix},$$

б) «северо-восток»

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{Vmatrix},$$

в) «восток»

$$H = \begin{Vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{Vmatrix},$$

г) «юго-восток»

$$H = \begin{Vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix},$$

д) «юг»

$$H = \begin{Vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix},$$

е) «юго-запад»

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix},$$

ж) «запад»

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{Vmatrix},$$

з) «северо-запад»

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{Vmatrix}.$$

Название курса говорит о направлении перепада яркости, вызывающего максимальный отклик фильтра.

Тестовое поле:

```
    0         5        10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
 6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12  ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтрация окном 3х3:

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 4 ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 5 ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . 7 . 7 . . .
 6 ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . 7 7 7 . . .
 7 ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 8 ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 9 ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
10 ! . e 7 1 1 1 1 1 1 7 e . . . . . . . . .
11 ! . 7 e 1 1 1 1 1 1 e 7 . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . 7 . . . . 7 .
13 ! . . . . . . . . . . . . . 7 e 1 1 e 7 .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

а) «север»

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . 7 . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . e . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 4 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . 7 . . . . .
 5 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . 7 . . . . .
 6 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . 7 7 7 . . .
 7 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . . . . . . .
 8 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . . . . . . .
 9 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . . . . . . .
10 ! . e 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . . .
11 ! . 7 e 1 1 1 1 1 1 e 7 . . 7 . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . 7 . . . . . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . 7 e 1 1 e 7 .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

б) «северо-восток»

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{Vmatrix}, \qquad H = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{Vmatrix}$$

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . 7 e 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . . .
 3 ! . e 7 . . . . . . . . . . . . . . . . .
 4 ! . 1 1 . . . . . . . . . . . 7 7 . . . .
 5 ! . 1 1 . . . . . . . . . . . 7 . . . . .
 6 ! . 1 1 . . . . . . . . . . . 7 7 . . . .
 7 ! . 1 1 . . . . . . . . . . . . . . . . .
 8 ! . 1 1 . . . . . . . . . . . . . . . . .
 9 ! . 1 1 . . . . . . . . . . . . . . . . .
10 ! . e 7 . . . . . . . . . . . . . . . . .
11 ! . 7 e 7 7 7 7 7 7 . . . . 7 e 7 7 . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . 7 . . . . . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . 7 e 7 7 . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

в) «ВОСТОК»

$$H = \left\| \begin{matrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{matrix} \right\|,$$

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . 7 e 1 1 1 1 1 1 e 7 . . . . . . . . .
 3 ! . e 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . . .
 4 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . 7 7 7 . . .
 5 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . 7 . . . . .
 6 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . 7 . . . . .
 7 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . . . . . . .
 8 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . . . . . . .
 9 ! . 1 7 . . . . . . . . . . . . . . . . .
10 ! . e . . . . . . . . . . . . . . . . . .
11 ! . 7 . . . . . . . . . . . 7 e 1 1 e 7 .
12 ! . . . . . . . . . . . . . 7 . . . . . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . 7 . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

г) «ЮГО-ВОСТОК»

$$H = \left\| \begin{matrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \right\|$$

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . 7 e l l l l l l e 7 . . . . . . . . .
 3  ! . e 7 l l l l l l 7 e . . . . . . . . .
 4  ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . 7 7 7 . . .
 5  ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . 7 . 7 . . .
 6  ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 7  ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 8  ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 9  ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
10  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
11  ! . . . . . . . . . . . . . 7 e l l e 7 .
12  ! . . . . . . . . . . . . . 7 . . . . 7 .
13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

д) «юг»

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . 7 e l l l l l l e 7 . . . . . . . . .
 3  ! . . . 7 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . .
 4  ! . . . . . . . . . 7 l . . . 7 7 7 . . .
 5  ! . . . . . . . . . 7 l . . . . . 7 . . .
 6  ! . . . . . . . . . 7 l . . . . . 7 . . .
 7  ! . . . . . . . . . 7 l . . . . . . . . .
 8  ! . . . . . . . . . 7 l . . . . . . . . .
 9  ! . . . . . . . . . 7 l . . . . . . . . .
10  ! . . . . . . . . . . e . . . . . . . . .
11  ! . . . . . . . . . . 7 . . 7 e l l e 7 .
12  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7 .
13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7 .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

е) «юго-запад»

$$H = \begin{Vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}, \qquad H = \begin{Vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$$

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . 7 7 7 7 7 7 e 7 . . . . . . . . .
 3 ! . . . . . . . . . 7 e . . . . . . . . .
 4 ! . . . . . . . . . 1 1 . . . . 7 7 . . .
 5 ! . . . . . . . . . 1 1 . . . . . 7 . . .
 6 ! . . . . . . . . . 1 1 . . . . 7 7 . . .
 7 ! . . . . . . . . . 1 1 . . . . . . . . .
 8 ! . . . . . . . . . 1 1 . . . . . . . . .
 9 ! . . . . . . . . . 1 1 . . . . . . . . .
10 ! . . . . . . . . . 7 e . . . . . . . . .
11 ! . . . 7 7 7 7 7 7 e 7 . . . . 7 7 e 7 .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7 .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . 7 7 e 7 .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

ж) «запад»

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{Vmatrix},$$

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 3 ! . . . . . . . . . . e . . . . . . . . .
 4 ! . . . . . . . . . 7 1 . . . . . 7 . . .
 5 ! . . . . . . . . . 7 1 . . . . . 7 . . .
 6 ! . . . . . . . . . 7 1 . . . 7 7 7 . . .
 7 ! . . . . . . . . . 7 1 . . . . . . . . .
 8 ! . . . . . . . . . 7 1 . . . . . . . . .
 9 ! . . . . . . . . . 7 1 . . . . . . . . .
10 ! . . . 7 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . .
11 ! . 7 e 1 1 1 1 1 1 e 7 . . . . . . . 7 .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7 .
13 ! . . . . . . . . . . . . . 7 e 1 1 e 7 .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

з) «северо-запад»

$$H = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{Vmatrix}$$

Для выделения перепадов без указания их ориентации используются следующие три вида весовых функций (операторы Лапласа)

а)
$$H = \begin{Vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix},$$

б)
$$H = \begin{Vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{Vmatrix},$$

в)
$$H = \begin{Vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Тестовое поле:

```
     0         5        10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  3  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
  6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 10  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтрация окном 3x3:

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
 4 ! . . 7 . . . . . . 7 . . . . . . . . . .
 5 ! . . 7 . . . . . . 7 . . . . . s . . . .
 6 ! . . 7 . . . . . . 7 . . . . . . . . . .
 7 ! . . 7 . . . . . . 7 . . . . . . . . . .
 8 ! . . 7 . . . . . . 7 . . . . . . . . . .
 9 ! . . 7 . . . . . . 7 . . . . . . . . . .
10 ! . . e 7 7 7 7 7 7 e . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . l e e l . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

а)

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . z l l l l l l z . . . . . . . . . .
 4 ! . . l . . . . . . l . . . . . . . . . .
 5 ! . . l . . . . . . l . . . . . U . . . .
 6 ! . . l . . . . . . l . . . . . . . . . .
 7 ! . . l . . . . . . l . . . . . . . . . .
 8 ! . . l . . . . . . l . . . . . . . . . .
 9 ! . . l . . . . . . l . . . . . . . . . .
10 ! . . z l l l l l l z . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . N G G N . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

б)

$$H = \begin{Vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix}, \qquad H = \begin{Vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{Vmatrix}$$

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . 7 . . . . . . . . 7 . . . . . . . . .
 3 ! . . 7 . . . . . . 7 . . . . . . . . . .
 4 ! . . . . . . . . . . . . . . 7 . 7 . . .
 5 ! . . . . . . . . . . . . . . . s . . . .
 6 ! . . . . . . . . . . . . . . 7 . 7 . . .
 7 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 8 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 9 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
10 ! . . 7 . . . . . . 7 . . . . . . . . . .
11 ! . 7 . . . . . . . . 7 . . 7 . . . . 7 .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . e . . e . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . 7 . . . . 7 .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

в)

$$H = \left\| \begin{matrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{matrix} \right\|$$

РЕКУРСИВНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ФИЛЬТРЫ

Фильтр, в котором отклик определяется только через входные значения, называется простым, или нерекурсивным. Именно такими были рассмотренные выше линейные фильтры.

Рекурсивным называется фильтр, в котором отклик определяется не только через входные значения, но и через выходные

Дадим два определения. *Рекурсивным фильтром 1-го рода* называется такой фильтр, у которого отклик в каждом положении окна формируется так же, как у простого фильтра, но записывается обратно во входной массив, который теперь одновременно играет роль выходного:

$$F'(i,j) = \sum_{p=1}^{M_p} \sum_{q=1}^{M_q} F(i - p_m + p,\ j - q_m + q) H(p,q).$$

Рекурсивным фильтром 2-го рода называется ***комбинированный*** фильтр, у которого отклик формируется как взвешенная сумма откликов нерекурсивного фильтра и рекурсивного фильтра 1-го рода:

$$R(i,j) = kQ(i,j) + (1-k)F'(i,j),$$

$$Q(i,j) = \sum_{p=1}^{M_p}\sum_{q=1}^{M_q} F(i-p_m+p,\ j-q_m+q)H(p,q)$$

$$F'(i,j) = \sum_{p=1}^{M_p}\sum_{q=1}^{M_q} F(i-p_m+p,\ j-q_m+q)H(p,q)$$

Варьируя величиной k от 0 до 1, можно плавно менять характер фильтра; $k = 0$ соответствует простому фильтру, $k = 1$ — рекурсивному фильтру 1-го рода.

Тестовое поле:

```
    0         5        10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
 6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12  ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Рекурсивный фильтр 1 рода с окном 3x3 (1 итерация):

```
    0         5        10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . 1 2 2 2 2 2 2 2 2 1 . . . . . . . . .
 3  ! . 2 4 5 5 5 5 5 5 4 1 . . . . . . . . .
 4  ! . 2 5 6 6 6 6 6 6 4 2 . . . 1 1 1 . . .
 5  ! . 2 5 6 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 2 . . . .
 6  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 7  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 8  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 9  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
10  ! . 1 4 4 5 5 5 5 5 3 1 . . . . . . . . .
11  ! . 1 1 1 2 2 2 2 2 1 1 . . 1 2 2 2 2 1 .
12  ! . . . . 1 1 1 1 1 1 . . . 1 3 3 3 2 1 .
13  ! . . . . . . . . . . . . . . 1 1 1 1 . .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

$$H = \frac{1}{10} \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$$

Тестовое поле:

```
    0         5        10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
 6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12  ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Рекурсивный фильтр 1 рода
(6 итераций, стабильная точка):

```
    0         5        10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 1 . . . . . . . . .
 2  ! 1 2 2 3 3 3 3 3 3 2 1 1 . . . . . . . .
 3  ! 2 2 3 4 5 5 5 5 4 3 2 1 . . . . . . . .
 4  ! 2 3 4 5 6 6 6 6 5 4 2 1 . . 1 1 . . . .
 5  ! 2 3 4 6 6 7 7 6 5 4 2 1 . . 1 1 . . . .
 6  ! 2 3 5 6 7 7 7 7 6 4 2 1 . . . . . . . .
 7  ! 2 3 5 6 7 7 7 7 6 4 2 1 . . . . . . . .
 8  ! 2 3 5 6 6 7 7 6 5 4 2 1 . . . . . . . .
 9  ! 2 3 4 5 5 6 6 5 5 4 2 1 . . . . . . . .
10  ! 2 2 3 4 4 4 4 4 4 3 2 1 . . 1 1 1 1 . .
11  ! 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 1 . . 1 1 2 2 1 1 .
12  ! . 1 1 1 1 1 1 1 1 1 . . . 1 1 2 2 1 1 .
13  ! . . . . . . . . . . . . . . 1 1 1 1 . .
14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

$$H = \frac{1}{10}\begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$$

Тестовое поле:

```
     0        5         10        15        20
     !--------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  3  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
  6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 10  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Рекурсивный фильтр 2 рода
с окном 3x3 (1 итерация):

```
     0        5         10        15        20
     !--------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . 1 1 2 2 2 2 2 2 1 1 . . . . . . . . .
  3  ! . 1 4 5 5 5 5 5 5 4 1 . . . . . . . . .
  4  ! . 2 5 6 6 6 6 6 6 4 2 . . . 1 1 1 . . .
  5  ! . 2 5 6 7 7 7 7 7 5 2 . . . 1 1 . . . .
  6  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
  7  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
  8  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
  9  ! . 2 5 7 7 7 7 7 7 5 2 . . . . . . . . .
 10  ! . 1 4 4 5 5 5 5 5 3 1 . . . . . . . . .
 11  ! . 1 1 1 2 2 2 2 2 1 1 . . 1 1 2 2 1 1 .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . 1 2 3 3 2 1 .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . . 1 1 1 1 . .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

$$H = \frac{1}{10} \left\| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \right\|$$

НЕЛИНЕЙНЫЕ ФИЛЬТРЫ

1. Медианные (сглаживание)
2. Перепады яркости (Робретс, Собел)
3. Выделение локальных экстремумов

1. Медианные фильтры

Начнем изложение с *медианного фильтра*, отклик которого равен *медиане* данных, находящихся в апертуре. Медиана представляет собой центральный элемент в вариационном ряду, полученном из данных, находящихся в пределах апертуры. В силу того что для операции нахождения медианы не выполняется одна из аксиом линейности, медианный фильтр является нелинейным

Во-первых, медианные фильтры сохраняют резкие перепады, тогда как линейные низкочастотные фильтры их смазывают. Во-вторых, медианные фильтры очень эффективны при сглаживании импульсного шума, но (и это обратная сторона данной медали) могут приводить к полному исчезновению мелких деталей изображения при неадекватном выборе параметров фильтра.

Для формирования апертур произвольной формы (крестообразных, кольцевых и т. д.) используется бинарная весовая функция, принимающая значения 0 или 1.

Медианные фильтры нередко применяются итеративно, причем фильтрация повторяется до тех пор, пока на профильтрованном изображении не прекратятся изменения. В другом варианте итеративного применения от шага к шагу итерации меняется апертура фильтра. В так называемом *разделимом медианном фильтре* одномерный медианный фильтр применяется сначала к каждой строке, а затем — к каждому столбцу изображения

Разновидностью медианного фильтра является *взвешенно-медианный* фильтр В таком фильтре используется весовая функция, но интерпретируется она иначе, чем в линейных фильтрах. Здесь весовые коэффициенты показывают, сколько раз следует учитывать пиксели изображения, попавшие в апертуру.

Если выходу фильтра присваивать не значение медианы данных, находящихся в апертуре, а значение любой r-й ($r = 1, 2, \ldots n$, где n — общее число элементов апертуры) порядковой статистики, то можно получить n фильтров, названных *процентильными*
r-я порядковая статистика определяется как r-е по значению число из данных n чисел.

Тестовое поле:

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 4 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
 6 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Медианный фильтр с окном 3х3:

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . . 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . . .
 4 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 6 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10 ! . . . 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Рассмотренный выше общий метод пригоден и для бинарных изображений, однако для них целесообразно использовать другое, упрощенное правило формирования отклика, не требующее построения вариационного ряда. Это правило состоит в следующем. Если на участке поля, попавшем в апертуру, количество единиц превышает количество нулей, то отклик фильтра полагается равным единице, в противном случае — нулю.

Данное правило допускает обобщение на случай бинарного процентильного фильтра. В таком фильтре отклик полагается равным единице, если в пределах апертуры находится по крайней мере r единиц ($r = 1, 2, \ldots n$, где n — общее число элементов апертуры).

Тестовое поле:

```
     0        5        10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  3  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
  6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 10  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Бинарный медианный фильтр с окном 3x3:

```
     0        5        10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  3  ! . . . 1 1 1 1 1 1 . . . . . . . . . . .
  4  ! . . 1 1 1 1 1 1 1 1 . . . . . . . . . .
  5  ! . . 1 1 1 1 1 1 1 1 . . . . . . . . . .
  6  ! . . 1 1 1 1 1 1 1 1 . . . . . . . . . .
  7  ! . . 1 1 1 1 1 1 1 1 . . . . . . . . . .
  8  ! . . 1 1 1 1 1 1 1 1 . . . . . . . . . .
  9  ! . . 1 1 1 1 1 1 1 1 . . . . . . . . . .
 10  ! . . . 1 1 1 1 1 1 . . . . . . . . . . .
 11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

2. Выделение перепадов яркости и контуров

Фильтр Робертса (2D дискретное дифференцирование):

$$G_R(i,j) = \sqrt{U^2 + V^2},$$

где

$$U = F(i,j) - F(i+1, j+1),$$
$$V = F(i, j+1) - F(i+1, j).$$

Аналог:

$$GA(i,j) = |U| + |V|.$$

Тестовое поле:

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 3 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 4 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 5 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
 6 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 7 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 8 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 9 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
10 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтр Робертса с окном 2x2:

```
   0         5         10        15        20
   !---------.---------!---------.---------!
 1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 2 ! . 7 9 9 9 9 9 9 9 7 . . . . . . . . . .
 3 ! . 9 . . . . . . . 9 . . . . . . . . . .
 4 ! . 9 . . . . . . . 9 . . . . 7 7 . . . .
 5 ! . 9 . . . . . . . 9 . . . . 7 7 . . . .
 6 ! . 9 . . . . . . . 9 . . . . . . . . . .
 7 ! . 9 . . . . . . . 9 . . . . . . . . . .
 8 ! . 9 . . . . . . . 9 . . . . . . . . . .
 9 ! . 9 . . . . . . . 9 . . . . . . . . . .
10 ! . 7 9 9 9 9 9 9 9 7 . . . . . . . . . .
11 ! . . . . . . . . . . . . . 7 9 9 9 7 . .
12 ! . . . . . . . . . . . . . 7 9 9 9 7 . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Тестовое поле:

```
     0         5         10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  3  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
  6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 10  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтр $G_T(i, j) = |X| + |Y|$ с окном 2x2:

```
     0         5         10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . 7 e e e e e e e 7 . . . . . . . . . .
  3  ! . e . . . . . . . e . . . . . . . . . .
  4  ! . e . . . . . . . e . . . . 7 7 . . . .
  5  ! . e . . . . . . . e . . . . 7 7 . . . .
  6  ! . e . . . . . . . e . . . . . . . . . .
  7  ! . e . . . . . . . e . . . . . . . . . .
  8  ! . e . . . . . . . e . . . . . . . . . .
  9  ! . e . . . . . . . e . . . . . . . . . .
 10  ! . 7 e e e e e e e 7 . . . . . . . . . .
 11  ! . . . . . . . . . . . . . 7 e e e 7 . .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . 7 e e e 7 . .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтр Собела:

$$G_S(i,j) = \sqrt{X^2 + Y^2},$$

где

$$\begin{aligned} X &= [F(i-1,j+1) + 2F(i,j+1) + F(i+1,j+1)] - \\ &- [F(i-1,j-1) + 2F(i,j-1) + F(i+1,j-1)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y &= [F(i-1,j-1) + 2F(i-1,j) + F(i-1,j+1)] - \\ &- [F(i+1,j-1) + 2F(i+1,j) + F(i+1,j+1)]. \end{aligned}$$

Аналог:

$$G_T(i,j) = |X| + |Y|.$$

Тестовое поле:

```
     0         5        10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  3 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  4 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  5 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
  6 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  7 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  8 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  9 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 10 ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 11 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 12 ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
 13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтр Собела с окном 3x3:

```
     0         5        10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2 ! . 9 m s s s s s s m 9 . . . . . . . . .
  3 ! . m t s s s s s s t m . . . . . . . . .
  4 ! . s s . . . . . . s s . . . 9 e 9 . . .
  5 ! . s s . . . . . . s s . . . e . e . . .
  6 ! . s s . . . . . . s s . . . 9 e 9 . . .
  7 ! . s s . . . . . . s s . . . . . . . . .
  8 ! . s s . . . . . . s s . . . . . . . . .
  9 ! . s s . . . . . . s s . . . . . . . . .
 10 ! . m t s s s s s s t m . . . . . . . . .
 11 ! . 9 m s s s s s s m 9 . . 9 m s s m 9 .
 12 ! . . . . . . . . . . . . . e e . . e e .
 13 ! . . . . . . . . . . . . . 9 m s s m 9 .
 14 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Тестовое поле:

```
     0       5        10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  3  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  4  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  5  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . 7 . . . .
  6  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  7  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  8  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
  9  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 10  ! . . 7 7 7 7 7 7 7 7 . . . . . . . . . .
 11  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . . 7 7 7 7 . .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

Фильтр $G_T(i,j) = |X| + |Y|$
с окном 3x3:

```
     0       5        10        15        20
     !---------.---------!---------.---------!
  1  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
  2  ! . e s s s s s s s s e . . . . . . . . .
  3  ! . s G s s s s s s G s . . . . . . . . .
  4  ! . s s . . . . . . s s . . . e e e . . .
  5  ! . s s . . . . . . s s . . . e . e . . .
  6  ! . s s . . . . . . s s . . . e e e . . .
  7  ! . s s . . . . . . s s . . . . . . . . .
  8  ! . s s . . . . . . s s . . . . . . . . .
  9  ! . s s . . . . . . s s . . . . . . . . .
 10  ! . s G s s s s s s G s . . . . . . . . .
 11  ! . e s s s s s s s s e . . e s s s s e .
 12  ! . . . . . . . . . . . . . e e . . e e .
 13  ! . . . . . . . . . . . . . e s s s s e .
 14  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 15  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 16  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
```

3. Выделение максимумов

Алгоритм По изображению перемещается окно заданного размера. Пиксели, попавшие в окно, сравниваются по величине с пикселем, соответствующим центру окна. Если центральный пиксель больше или равен своему окружению, то он без изменения переносится в выходное изображение. Если хотя бы один пиксель в окне превышает центральный, в выходное поле записывается нуль.

Псевдослучайное поле:

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1 ! 7 . a 8 . 1 1 1 1 8 7 . 1 1 9 9 a a . .
 2 ! 2 1 1 3 . 6 a 6 a 9 . 1 . 3 2 4 a 6 3 6
 3 ! 2 2 4 6 8 . 8 1 1 . 2 2 3 4 8 . 8 9 8 2
 4 ! 1 6 a 4 8 4 a 6 . 6 4 . . 9 1 6 5 6 3 .
 5 ! 2 . 5 9 3 1 3 1 7 9 8 . 9 9 8 6 7 2 6 8
 6 ! 3 6 8 6 5 1 5 3 5 5 4 5 1 2 1 9 3 4 2 8
 7 ! 1 2 7 7 1 5 6 9 9 9 9 3 6 1 6 1 5 6 3 6
 8 ! 3 7 4 1 a . 2 1 4 6 5 6 4 3 4 6 3 7 3 3
 9 ! 2 8 7 6 8 6 a 1 7 4 7 8 1 3 6 1 5 5 4 8
10 ! 8 5 a 6 a 2 1 5 . 8 5 2 6 7 a 2 5 1 4 4
11 ! a 9 9 8 4 2 a 2 7 6 2 8 3 1 2 8 9 1 3 1
12 ! 8 7 4 8 a 9 2 a 8 7 4 7 . 9 3 3 2 3 2 8
13 ! 4 1 7 5 1 . 4 3 4 9 4 5 2 5 2 6 1 6 a 4
14 ! . 3 a . 6 2 8 3 . a 8 8 4 8 a 2 1 a 5 4
15 ! 9 2 3 4 6 8 7 9 9 a 8 6 4 5 a 3 3 6 1 9
16 ! 8 8 7 8 5 a 4 3 4 . 1 5 2 7 1 a 5 3 1 5
```

Фильтр max с окном 3x3:

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1 ! 7 . a . . . . . . . . . . . 9 . a a . .
 2 ! . . . . . . a . a . . . . . . . a . . .
 3 ! . . . . 8 . . . . . . . . . . . . . . .
 4 ! . . a . . . a . . . . . . 9 . . . . . .
 5 ! . . . . . . . . . 9 . . 9 9 . . . . . 8
 6 ! . . . . . . . . . . . . . . . 9 . . . 8
 7 ! . . . . . . . 9 9 9 9 . 6 . . . . . . .
 8 ! . . . . a . . . . . . . . . . 6 . 7 . .
 9 ! . . . . . . a . . . . 8 . . . . . . . 8
10 ! . . a . a . . . . 8 . . . . a . . . . .
11 ! a . . . . . a . . . . 8 . . . . 9 . . .
12 ! . . . . a . . a . . . . . 9 . . . . . .
13 ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . a .
14 ! . . a . . . . . . a . 8 . . a . . a . .
15 ! 9 . . . . . . 9 . a . . . . a . . . . 9
16 ! . . . 8 . a . . . . . . . . . a . . . .
```

Псевдослучайное поле:

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! 7 . a 8 . 1 1 1 1 8 7 . 1 1 9 9 a a . .
 2  ! 2 1 1 3 . 6 a 6 a 9 . 1 . 3 2 4 a 6 3 6
 3  ! 2 2 4 6 8 . 8 1 1 . 2 2 3 4 8 . 8 9 8 2
 4  ! 1 6 a 4 8 4 a 6 . 6 4 . . 9 1 6 5 6 3 .
 5  ! 2 . 5 9 3 1 3 1 7 9 8 . 9 9 8 6 7 2 6 8
 6  ! 3 6 8 6 5 1 5 3 5 5 4 5 1 2 1 9 3 4 2 8
 7  ! 1 2 7 7 1 5 6 9 9 9 9 3 6 1 6 1 5 6 3 6
 8  ! 3 7 4 1 a . 2 1 4 6 5 6 4 3 4 6 3 7 3 3
 9  ! 2 8 7 6 8 6 a 1 7 4 7 8 1 3 6 1 5 5 4 8
10  ! 8 5 a 6 a 2 1 5 . 8 5 2 6 7 a 2 5 1 4 4
11  ! a 9 9 8 4 2 a 2 7 6 2 8 3 1 2 8 9 1 3 1
12  ! 8 7 4 8 a 9 2 a 8 7 4 7 . 9 3 3 2 3 2 8
13  ! 4 1 7 5 1 . 4 3 4 9 4 5 2 5 2 6 1 6 a 4
14  ! . 3 a . 6 2 8 3 . a 8 8 4 8 a 2 1 a 5 4
15  ! 9 2 3 4 6 8 7 9 9 a 8 6 4 5 a 3 3 6 1 9
16  ! 8 8 7 8 5 a 4 3 4 . 1 5 2 7 1 a 5 3 1 5
```

Фильтр max с окном 5x5:

```
    0         5         10        15        20
    !---------.---------!---------.---------!
 1  ! . . a . . . . . . . . . . . . . a a . .
 2  ! . . . . . . a . a . . . . . . . a . . .
 3  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
 4  ! . . a . . . a . . . . . . 9 . . . . . .
 5  ! . . . . . . . . . 9 . . 9 9 . . . . . .
 6  ! . . . . . . . . . . . . . . . 9 . . . 8
 7  ! . . . . . . . . . 9 9 . . . . . . . . .
 8  ! . . . . a . . . . . . . . . . . . . . .
 9  ! . . . . . . a . . . . . . . . . . . . 8
10  ! . . a . a . . . . . . . . . a . . . . .
11  ! a . . . . . a . . . . . . . . . . . . .
12  ! . . . . a . . a . . . . . . . . . . . .
13  ! . . . . . . . . . . . . . . . . . . a .
14  ! . . a . . . . . . a . . . . a . . a . .
15  ! . . . . . . . . . a . . . . a . . . . .
16  ! . . . . . a . . . . . . . . . a . . . .
```

Уровень	Символ	Уровень	Символ	Уровень	Символ
0	.	23	n	46	K
1	1	24	o	47	L
2	2	25	p	48	M
3	3	26	q	49	N
4	4	27	r	50	O
5	5	28	s	51	P
6	6	29	t	52	Q
7	7	30	u	53	R
8	8	31	v	54	S
9	9	32	w	55	T
10	a	33	x	56	U
11	b	34	y	57	V
12	c	35	z	58	W
13	d	36	A	59	X
14	e	37	B	60	Y
15	f	38	C	61	Z
16	g	39	D	62	[
17	h	40	E	63	\
18	i	41	F	64	]
19	j	42	G	65	^
20	k	43	H	66	_
21	l	44	I	67	
22	m	45	J	и выше	#