DEM | universidade de aveiro

Robótica Industrial

Trabalho 5 – Cinemática direta e inversa de um manipulador fanuc

Marco Paulo Soares dos Santos

– Daniel Coelho, 84949
– Miguel Pina , 80203

09 de janeiro de 2021

1 Identificação da cinemática direta e simulação

Considere o manipulador Fanuc ArcMate M6iB 6S (Fig. 1), disponível no Laboratório de Automação e Robótica.

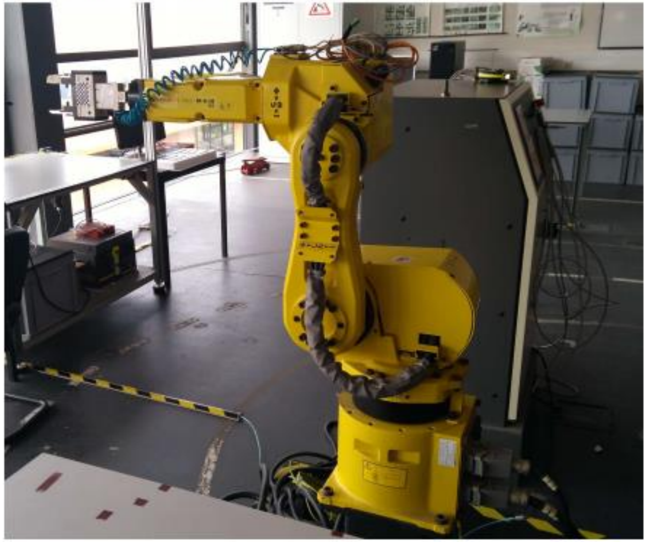


Fig. 1. *Manipulador Fanuc ArcMate M6iB 6S*

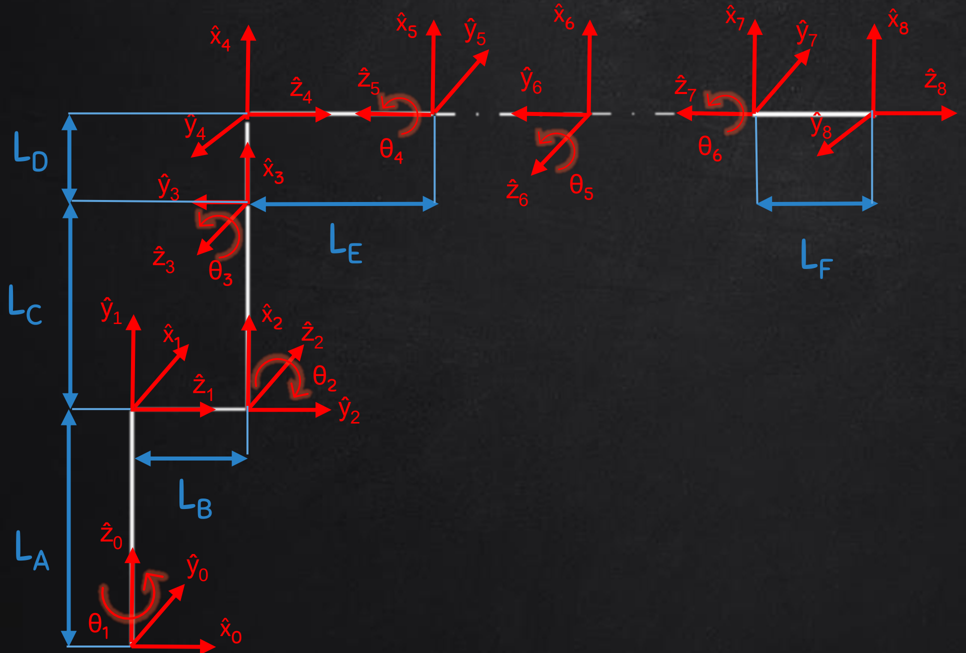
T5-Cinemática Direta (Algoritmo de Denavit-Hartenberg)

1-Identificação dos sistemas de referenciais em cada junta

2-Elaboração da tabela de Denavit-Hartenberg

Parâmetros cinemáticos:

- $l_i = \overline{(zi_{-1} \cap x_i), Oi}\,|_{xi}$
- $d_i = \overline{O_{i-1}, (zi_{-1} \cap x_i)}\,|_{zi-1}$
- $\theta_i = \angle\,(x_{i-1}\ ,\ x_i)\,|_{zi-1}$
- $\alpha_i = \angle\,(z_{i-1}\ ,\ z_i)\,|_{xi}$



Elo	θ	α	l	d
1	θ_1+90º	90°	0	L_A
2	90°	90°	0	L_B
3	θ_2	180°	L_C	0
4	θ_3	90°	L_D	0
5	0	180°	0	L_E
6	θ_4	90°	0	0
7	θ_5	-90°	0	0
8	θ_6	90°	0	$-L_F$

2 Identificação da cinemática inversa e simulação

a) Implementar a cinemática inversa do manipulador.

Nota: Implemente por fases: (i) considerar apenas as três primeiras juntas, a que corresponde a posição do punho (calcular θ_1, θ_2 e θ_3); (ii) considerar as restantes juntas, a que corresponde a posição do *end-effector* (calcular θ_4, θ_5 e θ_6).

b) Ilustrar o funcionamento da cinemática inversa para os espaços cartesianos obtidos em **1**c, **1**d e **1**e (inicial e final). O espaço das redundâncias admissíveis e inadmissíveis deve ser identificado. Deve ser permitido a especificação no código das opções de redundância desejadas (ombro/cotovelo/punho).

c) Ilustrar o funcionamento da cinemática inversa simulando o manipulador numa operação de *pick & place*.

T5–Cinemática Inversa (Cálculo de θ_1, θ_2, e θ_3)

Inputs: $(P_x \quad P_y \quad P_z \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z)$

Outputs: $(\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6)$

$$ {}^{1}T_5 = T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_{wx} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_{wy} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_{wz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

- ✗ $r_{11} = S_{2-3}C_1$
- ✗ $r_{21} = S_{2-3}S_1$
- ✗ $r_{31} = C_{2-3}$
- ✗ $r_{12} = -S_1$
- ✗ $r_{22} = C_1$
- ✗ $r_{32} = 0$
- ✗ $r_{13} = -C_{2-3}C_1$
- ✗ $r_{23} = -C_{2-3}S_1$
- ✗ $r_{33} = S_{2-3}$

- ✗ $P_{wx} = C_1(L_B + L_C S_2 + L_E C_{2-3} + L_D S_{2-3}$
- ✗ $P_{wy} = S_1(L_B + L_C S_2 + L_E C_{2-3} + L_D S_{2-3}$
- ✗ $P_{wz} = L_C C_2 + L_D C_{2-3} - L_E S_{2-3}$

T5-Cinemática Inversa (Cálculo de θ_1, θ_2, e θ_3)

Cálculo de θ_1

$$^{1}T_5 = T_1T_2T_3T_4T_5 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_{wx} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_{wy} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_{wz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\theta_1 = tan^{-1}(\frac{P_{wy}}{P_{wx}})$$

T5-Cinemática Inversa (Cálculo de θ_1, θ_2, e θ_3)

Cálculo de θ_3

$$ {}^{1}T_5 = T_1T_2T_3T_4T_5 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_{wx} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_{wy} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_{wz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

$$ \pm\sqrt{{P_{wx}}^2 + {P_{wy}}^2} - L_B = L_C S_2 + L_E C_{2-3} + L_D S_{2-3} $$

$$ (\pm\sqrt{{P_{wx}}^2 + {P_{wy}}^2} - L_B)^2 = (L_C S_2 + L_E C_{2-3} + L_D S_{2-3})^2 $$

$$ {P_{wz}}^2 = (L_C C_2 + L_D C_{2-3} - L_E S_{2-3})^2 $$

Daqui obtém-se uma equação transcendental:

$$ (\pm\sqrt{{P_{wx}}^2 + {P_{wy}}^2} - L_B)^2 + {P_{wz}}^2 = {L_C}^2 + {L_D}^2 + {L_E}^2 + 2L_C L_D C_3 + 2L_C L_E S_3 $$

Cálculo de θ_3 (cont.)

Equação transcendental na forma polinomial:

$$\varepsilon_1 C_3 + \varepsilon_2 S_3 = \varepsilon_3$$

em que:

$$\varepsilon_1 = 2L_c L_D;$$

$$\varepsilon_2 = 2L_c L_E;$$

$$\varepsilon_3 = (\pm\sqrt{{P_{wx}}^2 + {P_{wy}}^2} - L_B)^2 + {P_{wz}}^2 - {L_C}^2 - {L_D}^2 - {L_E}^2;$$

Obtendo-se:

$$\theta_3 = 2tan^{-1}\frac{\varepsilon_2 \pm \sqrt{{\varepsilon_1}^2 + {\varepsilon_2}^2 - {\varepsilon_3}^2}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

T5-Cinemática Inversa (Cálculo de θ_1, θ_2, e θ_3)

Cálculo de θ_2

$$^{1}T_5 = T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_{wx} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_{wy} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_{wz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\pm\sqrt{{P_{wx}}^2 + {P_{wy}}^2} - L_B = L_C S_2 + L_E C_{2-3} + L_D S_{2-3}$$

Daqui vem que:

$$C_2 = \frac{\left(\pm\sqrt{{P_{wx}}^2 + {P_{wy}}^2} - L_B\right) - (L_C + L_D C_3 + L_E S_3) S_2}{L_E C_3 - L_D S_3}$$

$$P_{wz} = L_C C_2 + L_D C_{2-3} - L_E S_{2-3}$$

Daqui vem que:

$$S_2 = \frac{(L_C + L_D C_3 + L_E S_3) C_2 - P_{wz}}{L_E C_3 - L_D S_3}$$

Cálculo de θ_2 $(cont.)$

Substituindo C_2 *em* S_2 *e vice-versa:*

$$C_2 = \frac{\delta_2\left(\pm\sqrt{{P_{wx}}^2 + {P_{wy}}^2} - L_B\right) + \delta_1 P_{wz}}{{\delta_1}^2 + {\delta_2}^2}$$

$$S_2 = \frac{\delta_1\delta_2\left(\pm\sqrt{{P_{wx}}^2 + {P_{wy}}^2} - L_B\right) - {\delta_2}^2 P_{wz}}{\delta_1{\delta_2}^2 + {\delta_2}^3}$$

em que:

$$\delta_1 = L_C + L_D C_3 + L_E S_3$$

$$\delta_2 = L_E C_3 - L_D S_3$$

Tendo por fim:

$$\boxed{\theta_2 = tan^{-1}\left(\frac{S_2}{C_3}\right)}$$

T5-Cinemática Inversa (Cálculo de θ_4, θ_5, e θ_6)

Inputs: $(P_x \quad P_y \quad P_z \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z)$

Outputs: $(\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6)$

$$^6T_8 = T_6T_7T_8 = \begin{pmatrix} n_1 & s_1 & a_1 \\ n_2 & s_2 & a_2 \\ n_3 & s_3 & a_3 \end{pmatrix}$$

- ✗ $n_1 = C_4C_5C_6 - S_4S_6$
- ✗ $n_2 = C_4S_6 + C_5C_6S_4$
- ✗ $n_3 = C_6S_5$
- ✗ $s_1 = C_6S_4 + C_4C_5S_6$
- ✗ $s_2 = C_5S_4S_6 - C_4C_6$
- ✗ $s_3 = S_5S_6$
- ✗ $a_1 = C_4S_5$
- ✗ $a_2 = S_4S_5$
- ✗ $a_3 = -C_5$

T5-Cinemática Inversa (Cálculo de θ_4, θ_5, e θ_6)

Inputs: $\left(P_x \quad P_y \quad P_z \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z\right)$

Outputs: $(\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6)$

Cálculo de θ_5

$$\frac{\pm\sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2}}{-a_3} = \tan(\theta_5) \Rightarrow \theta_5 = tan^{-1}\left(\frac{\pm\sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2}}{-a_3}\right)$$

Cálculo de θ_4

$$\frac{a_2}{a_1} = \tan(\theta_4) \Rightarrow \theta_4 = tan^{-1}\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

Cálculo de θ_6

$$\frac{s_3 S_5}{n_3 S_5} = \tan(\theta_6) \Rightarrow \theta_6 = tan^{-1}\left(\frac{s_3}{n_3}\right)$$

T5-Cinemática Inversa (Cálculo de θ_4, θ_5, e θ_6)

Inputs: $(P_x \quad P_y \quad P_z \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z)$

Outputs: $(\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6)$

Os valores de $n, s\ e\ a$ foram calculados com base na seguinte matriz

$$ {}^{6}T_8 = ({}^{1}T_5)^{-1}\,{}^{1}T_8 = \begin{pmatrix} n_1 & s_1 & a_1 & q_1 \\ n_2 & s_2 & a_2 & q_2 \\ n_3 & s_3 & a_3 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

Em que ${}^{1}T_5$ foi calculado recorrendo à cinemática direta, e ${}^{1}T_8$ foi calculada recorrendo á seguinte expressão:

$$ {}^{1}T_8 = trans(P_x, P_y, P_z)\, rot(z, \phi_z)\, \mathrm{rot}(\mathrm{y}, \phi_y)\, \mathrm{rot}(\mathrm{x}, \phi_x) $$

T5-Cinemática Inversa (Cálculo de P_{wx}, P_{wy}, P_{wz})

Inputs: $(P_x \quad P_y \quad P_z \quad \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z)$

Outputs: $(\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6)$

$$P_w = P - L_F\, a$$

em que:

- ✗ $a_x = C_{\phi_x} C_{\phi_z} S_{\phi_y} + S_{\phi_x} S_{\phi_z}$
- ✗ $a_y = -C_{\phi_z} S_{\phi_x} + C_{\phi_x} S_{\phi_y} S_{\phi_z}$
- ✗ $a_z = C_{\phi_x} C_{\phi_y}$

Redundância θ_2	Redundância θ_3	Redundância θ_5	Solução
–1	-1	–1	Inadmissível (Solução Imaginária)
–1	–1	1	Inadmissível (Solução Imaginária)
–1	1	–1	Inadmissível (Solução Imaginária)
–1	1	1	Inadmissível (Solução Imaginária)
1	–1	–1	Admissível
1	-1	1	Admissível
1	1	–1	Inadmissível (Espaço Cartesiano diferente)
1	1	1	Inadmissível (Espaço Cartesiano diferente)