



ROBÓTICA INDUSTRIAL

TRABALHO 4 – CINEMÁTICA DIRETA

1 Transformações geométricas de um processo de manipulação

Considere o manipulador RRR ilustrado na Fig. 1. Pretende-se identificar a relação entre o *end-effector* do manipulador e o ponto de contacto com o objeto a agarrar. Considerar: $L_1 = 4$, $L_2 = 6$, $L_3 = 5$ e $L_4 = 1$; mesa com dimensão $8 \times 2 \times 1.5$ m; objeto com dimensão $2 \times 1 \times 1.5$ m.

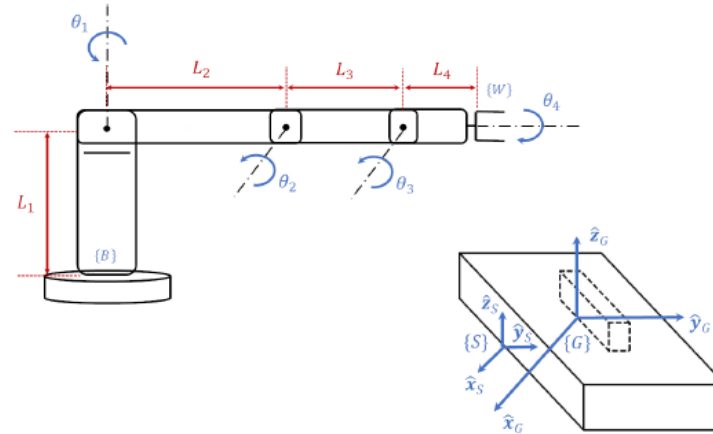


Fig. 1. Manipulador RRR e restante aparato para operações de *pick & place*: Referenciais e ângulos de rotação.

a) Construir a cinemática direta do manipulador.

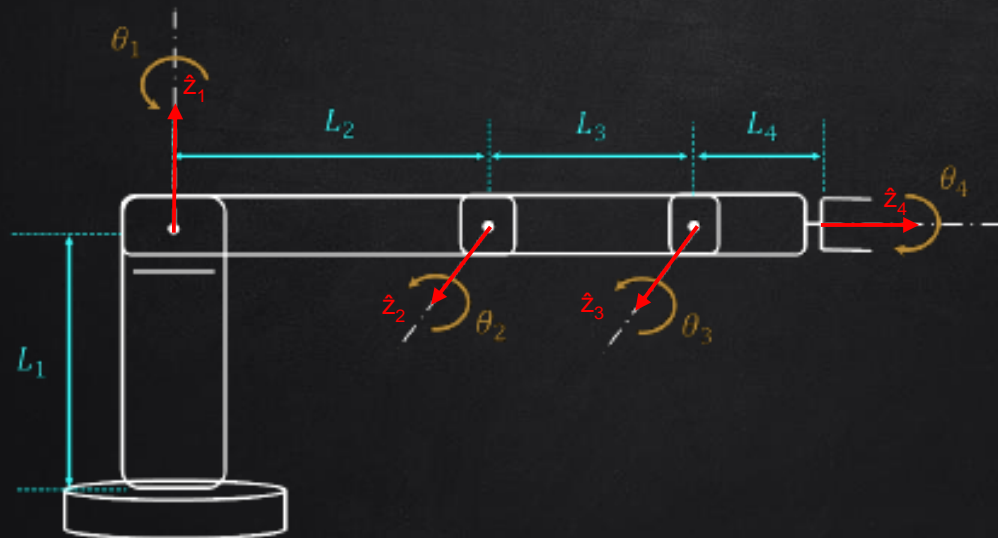


1 - Identificação dos eixos \hat{z}_i de cada junta:

- Começa-se pela identificação de cada um dos eixos \hat{z}_i , que vão ser coincidentes com os eixos de rotação de cada junta.

Parâmetros cinemáticos:

- $l_i = \overline{(z_{i-1} \cap x_i)}, O_i \mid x_i$
- $d_i = O_i, (z_{i-1} \cap x_i) \mid z_{i-1}$
- $\theta_i = \angle (x_{i-1}, x_i) \mid z_{i-1}$
- $\alpha_i = \angle (z_{i-1}, z_i) \mid x_i$





2- Identificação dos parâmetros do elo 1:

- Começou-se pela colocação na base do manipulador de um referencial, tal que \hat{x}_0 e \hat{y}_1 sejam paralelos entre si e \hat{z}_0 seja coincidente com \hat{z}_1 . O eixo \hat{y}_0 obteve-se através da ortogonalidade de \hat{z}_0 e \hat{x}_0 ($\hat{y}_0 = \hat{z}_0 \times \hat{x}_0$).

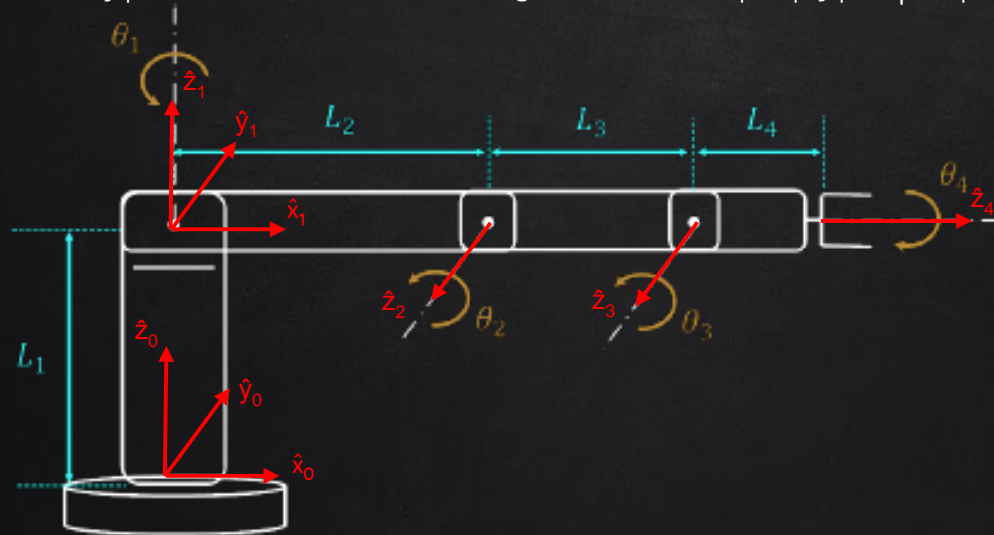
- Determinaram-se os parâmetros cinemáticos do elo 1 através das fórmulas apresentadas.

- O eixo \hat{y}_1 obteve-se através da ortogonalidade de \hat{z}_1 e \hat{x}_1 ($\hat{y}_1 = \hat{z}_1 \times \hat{x}_1$).

Parâmetros cinemáticos:

- $l_i = \overline{(z_{i-1} \cap x_i)} \mid_{x_i}$
- $d_i = \overline{O_i, (z_{i-1} \cap x_i)} \mid_{z_{i-1}}$
- $\theta_i = \angle (x_{i-1}, x_i) \mid_{z_{i-1}}$
- $\alpha_i = \angle (z_{i-1}, z_i) \mid_{x_i}$

Elo	θ	α	l	d
1	0	0	0	L_1





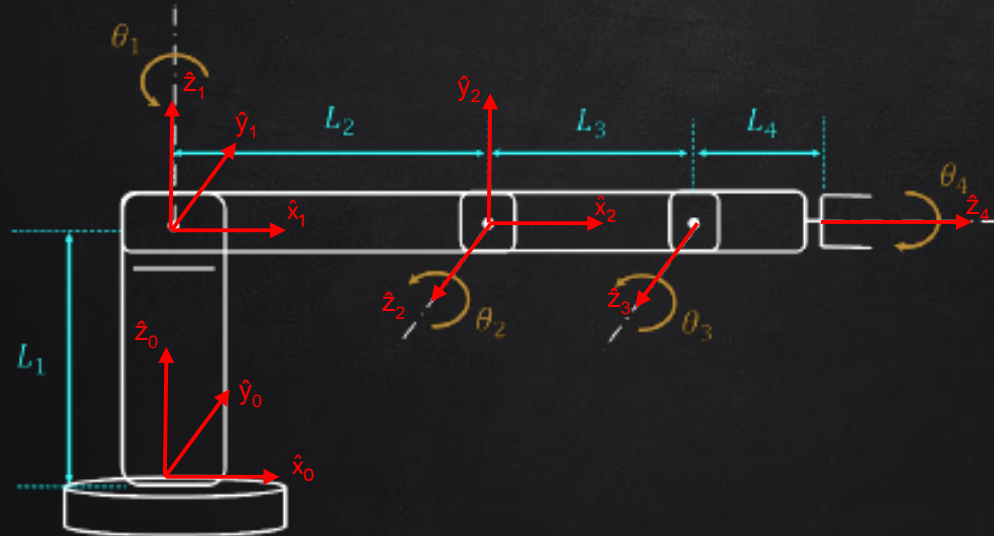
3- Identificação dos parâmetros do elo 2:

- Tendo já definido \hat{x}_1 , definiu-se \hat{x}_2 de modo a que θ_1 seja o ângulo entre \hat{x}_1 e \hat{x}_2 .
- Determinaram-se os parâmetros cinemáticos do elo 2 através das fórmulas apresentadas.
- O eixo \hat{y}_2 obteve-se através da ortogonalidade de \hat{z}_2 e \hat{x}_2 ($\hat{y}_2 = \hat{z}_2 \times \hat{x}_2$).

Parâmetros cinemáticos:

- $l_i = \overline{(z_{i-1} \cap x_i)}, O_i |_{x_i}$
- $d_i = \overline{O_i, (z_{i-1} \cap x_i)} |_{z_{i-1}}$
- $\theta_i = \angle (x_{i-1}, x_i) |_{z_{i-1}}$
- $\alpha_i = \angle (z_{i-1}, z_i) |_{x_i}$

Elo	θ	α	l	d
1	0	0	0	L_1
2	θ_1	90°	L_2	0



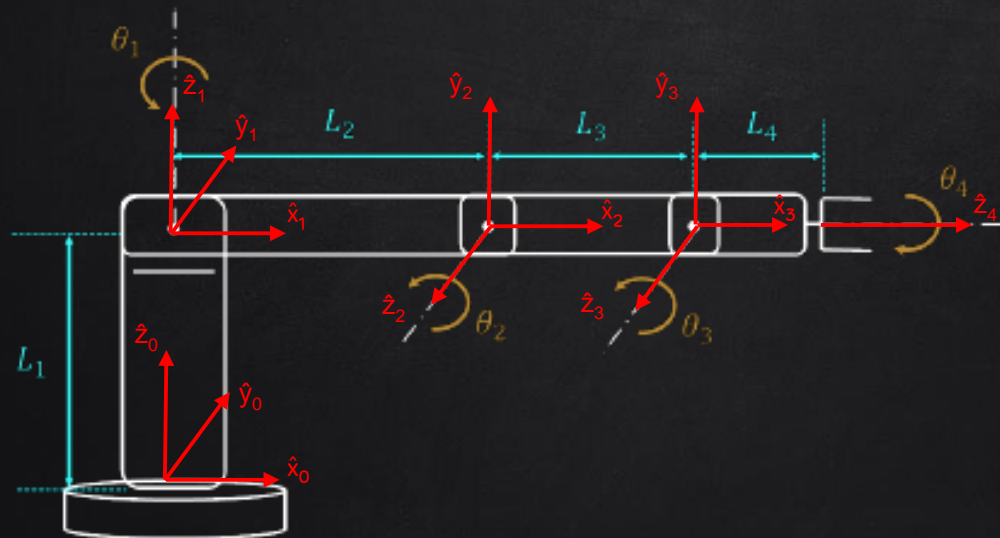


4- Identificação dos parâmetros do elo 3:

- Tendo já definido \hat{x}_2 , definiu-se \hat{x}_3 de modo a que θ_2 seja o ângulo entre \hat{x}_2 e \hat{x}_3 .
- Determinaram-se os parâmetros cinemáticos do elo 3 através das fórmulas apresentadas.
- O eixo \hat{y}_3 obteve-se através da ortogonalidade de \hat{z}_3 e \hat{x}_3 ($\hat{y}_3 = \hat{z}_3 \times \hat{x}_3$).

Parâmetros cinemáticos:

- $l_i = \overline{(z_{i-1} \cap x_i)} \mid_{x_i}$
- $d_i = \overline{O_i, (z_{i-1} \cap x_i)} \mid_{z_{i-1}}$
- $\theta_i = \angle (x_{i-1}, x_i) \mid_{z_{i-1}}$
- $\alpha_i = \angle (z_{i-1}, z_i) \mid_{x_i}$



Elo	θ	α	l	d
1	0	0	0	L_1
2	θ_1	90°	L_2	0
3	θ_2	0	L_3	0



5- Identificação dos parâmetros do elo 4:

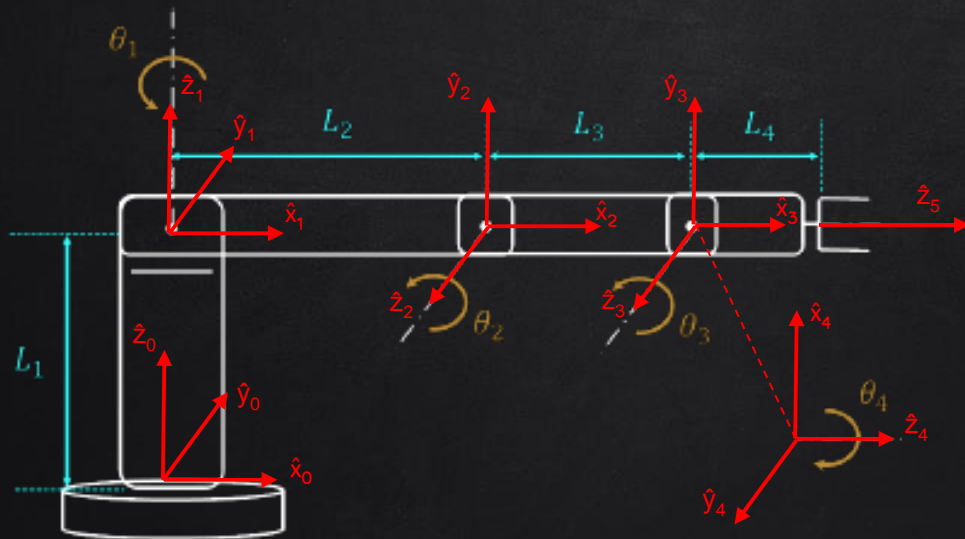
- Como era impossível definir L_4 , independentemente da direção escolhida para \hat{x}_4 , foi necessário criar um referencial auxiliar que definisse θ_3 e que permitisse definir L_4 no elo seguinte.

- Determinaram-se os parâmetros cinemáticos do elo 4 através das fórmulas apresentadas.

- O eixo \hat{y}_4 obteve-se através da ortogonalidade de \hat{z}_4 e \hat{x}_4 ($\hat{y}_4 = \hat{z}_4 \times \hat{x}_4$).

Parâmetros cinemáticos:

- $l_i = \overline{(z_{i-1} \cap x_i)} \mid_{x_i}$
- $d_i = \overline{O_i, (z_{i-1} \cap x_i)} \mid_{z_{i-1}}$
- $\theta_i = \angle (x_{i-1}, x_i) \mid_{z_{i-1}}$
- $\alpha_i = \angle (z_{i-1}, z_i) \mid_{x_i}$



Elo	θ	α	l	d
1	0	0	0	L_1
2	θ_1	90°	L_2	0
3	θ_2	0	L_3	0
4	$\theta_3 + 90^\circ$	90°	0	0

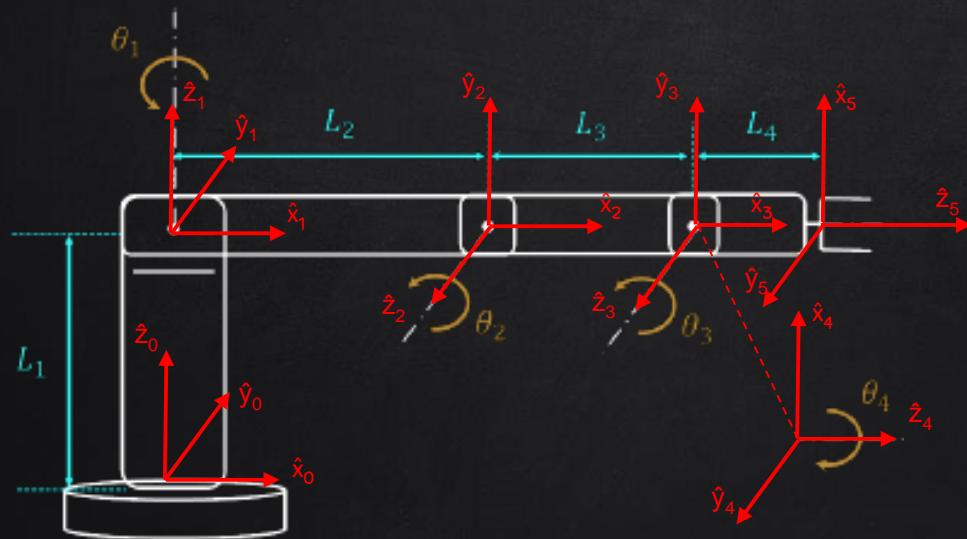


6 – Identificação dos parâmetros do elo 5:

- Com o referencial auxiliar criado, já é possível definir L_4 .
- Determinaram-se os parâmetros cinemáticos do elo 5 através das fórmulas apresentadas.
- O eixo \hat{y}_5 obteve-se através da ortogonalidade de \hat{z}_5 e \hat{x}_5 ($\hat{y}_5 = \hat{z}_5 \times \hat{x}_5$).
- Obtidos todos os parâmetros cinemáticos para o exercício 😊

Parâmetros cinemáticos:

- $l_i = \overline{(z_{i-1} \cap x_i)} \mid_{x_i}$
- $d_i = \overline{O_i, (z_{i-1} \cap x_i)} \mid_{z_{i-1}}$
- $\theta_i = \angle (x_{i-1}, x_i) \mid_{z_{i-1}}$
- $\alpha_i = \angle (z_{i-1}, z_i) \mid_{x_i}$



Elo	θ	α	l	d
1	0	0	0	L_1
2	θ_1	90°	L_2	0
3	θ_2	0	L_3	0
4	$\theta_3 + 90^\circ$	90°	0	0
5	θ_4	0	0	L_4