

Examen 2022/23-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Autómatas y gramáticas	75.579	1/7/2023	10:00

Ficha técnica del examen

- No es necesario que escribas tu nombre. Una vez resuelta la prueba final, solo se aceptan documentos en formato .doc, .docx (Word) y .pdf.
- Comprueba que el código y el nombre de la asignatura corresponden a la asignatura de la que te has matriculado.
- Tiempo total: **2 horas** Valor de cada pregunta: **Indicado en el enunciado**
- ¿Puede consultarse algún material durante el examen? ¿Qué materiales están permitidos? **Los materiales y ejercicios de la asignatura.**
- ¿Puede utilizarse calculadora? **No** ¿De qué tipo?
- Si hay preguntas tipo test, ¿descuentan las respuestas erróneas? ¿Cuánto?
- Indicaciones específicas para la realización de este examen:

- **Esta prueba se debe resolver de manera individual bajo tu responsabilidad. En el caso que no sea así, se evaluará con cero. Por otro lado, y siempre a criterio de los Estudios, el incumplimiento de estos compromisos, puede suponer la apertura de un expediente disciplinario con posibles sanciones.**
- **No es necesario que te identifiques con el nombre o el número del carné de estudiante. La autoría de la prueba es detectada por el propio sistema.**
- **No se pueden utilizar recursos diferentes a los mencionados en el apartado anterior.**
- **En caso de aplicar un procedimiento para resolver alguna pregunta, muestra claramente y argumenta el procedimiento aplicado, no solamente el resultado.**
- **En caso que tengas una duda y no puedas resolverla mediante el circuito establecido, haz los supuestos que consideres oportunos y argumentalos.**
- **Responde las preguntas en un documento aparte referenciando claramente qué pregunta estás respondiendo. Es obligatorio indicar el número de pregunta y el apartado, opcionalmente también se puede añadir todo o parte del enunciado si esto os ayuda en la resolución de la pregunta. Si no se identifica correctamente a qué pregunta hace referencia la respuesta no se evaluará.**
- **La prueba se puede resolver a mano o directamente en el ordenador. Si optas por resolverla a mano, utiliza un bolígrafo de tinta azul o negra. Digitaliza tus respuestas en un único archivo en formato PDF. Puedes hacerlo con un escáner o con un dispositivo móvil.**

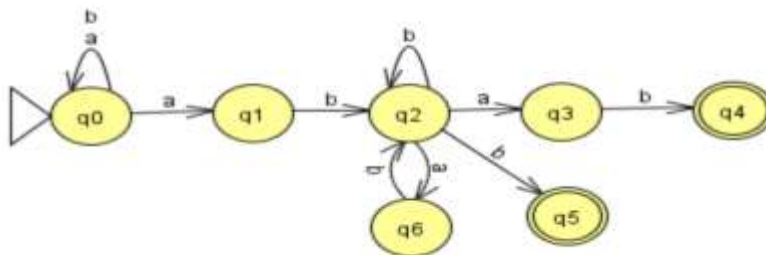
Examen 2022/23-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Autómatas y gramáticas	75.579	1/7/2023	10:00

Enunciados

Pregunta 1 [35%]

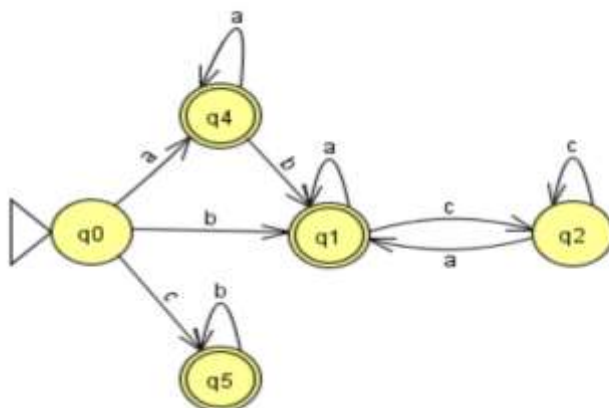
- 1.1. L_1 es el lenguaje representado por la siguiente expresión regular: $(a^*b(c^*a)^*)+(cb^*+aa^*)$. Obtener un autómata finito para L_1
- 1.2. Considerar el autómata finito siguiente:



Sea L_2 el lenguaje representado por el autómata, se pide encontrar el autómata para el lenguaje $L_1 \cdot L_2$ indicando cuáles son los estados iniciales y finales. ¿El autómata que has obtenido es determinista? Justifica tu respuesta.

Solución:

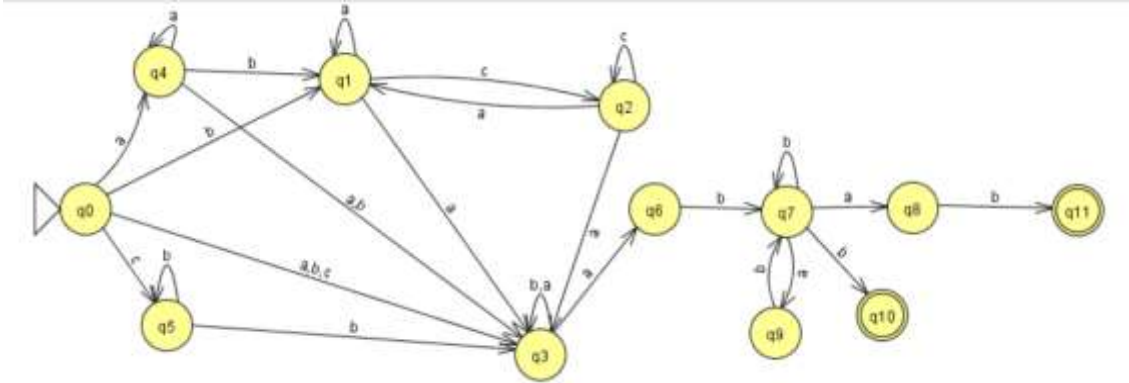
- 1.1 Un autómata para el lenguaje dado sería:



Examen 2022/23-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Autómatas y gramáticas	75.579	1/7/2023	10:00

1.2 Un autómata para el lenguaje dado sería:

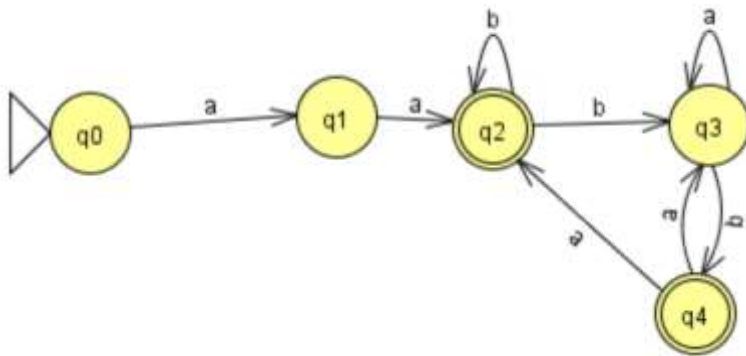


El estado inicial es q0 y los estados finales son q11 y q10

No es un autómata finito determinista pues hay estados que tienen más de una transición para un mismo símbolo como es el caso de q0

Pregunta 2 [15%]

Determina el lenguaje aceptado por el autómata siguiente, resolviendo el sistema de ecuaciones y aplicando, si fuera necesario, el lema de Arden.



Solución:

Se obtienen las ecuaciones:

$$L_0 = a L_1$$

$$L_1 = a L_2$$

$$L_2 = b L_2 + b L_3 + \lambda$$

$$L_3 = a L_3 + b L_4$$

$$L_4 = a L_2 + a L_3 + \lambda$$

Se opera sobre las ecuaciones:

$$L_0 = a L_1 = a(a(b + b(a + ba)^*ba)^*(b(a + ba)^*b + \lambda)) = a^2(b + b(a + ba)^*ba)^*(b(a + ba)^*b + \lambda)$$

$$L_1 = a L_2 = a((b + b(a + ba)^*ba)^*(b(a + ba)^*b + \lambda)) = a(b + b(a + ba)^*ba)^*(b(a + ba)^*b + \lambda)$$

Examen 2022/23-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Autómatas y gramáticas	75.579	1/7/2023	10:00

$L_2 = b L_2 + b L_3 + \lambda = b L_2 + b ((a + ba)^* ba L_2 + (a + ba)^* b) + \lambda = b L_2 + b (a + ba)^* ba L_2 + b(a + ba)^* b + \lambda =$
 $(b + b(a + ba)^* ba) L_2 + b(a + ba)^* b + \lambda = (b + b(a + ba)^* ba)^* (b(a + ba)^* b + \lambda)$
 $L_3 = a L_3 + b L_4 = a L_3 + b(a L_2 + a L_3 + \lambda) = a A_3 + ba L_2 + ba L_3 + b = (a + ba) L_3 + ba L_2 + b =$
 $(a + ba)^* (ba L_2 + b) = (a + ba)^* ba L_2 + (a + ba)^* b$
 $L_4 = a L_2 + a L_3 + \lambda$

La expresión regular encontrada es:

$$E = a^2(b + b(a + ba)^* ba)^* (b(a + ba)^* b + \lambda)$$

Pregunta 3 [25%]

Hallad una gramática incontextual que genere el siguiente lenguaje:

$$L = \{0^{2i} w \#^j z 0^{3i+1} \mid (i \geq 0) \wedge (j > 0) \wedge (w, z \in (1+2)^*) \wedge (|w| = |z|)\}$$

Por ejemplo, las palabras siguientes pertenecen al lenguaje: {#0,0012##110000}

Pasad la gramática que habéis encontrado a la Forma Normal de Chomsky, efectuando, si es necesario, todas las transformaciones previas necesarias.

Solución:

$G = (V, T, S, P)$ donde $V = \{S, S_1, S_2, S_3\}$ i $T = \{0, 1, 2, a, b\}$

P :

$S \rightarrow S_1 0$

$S_1 \rightarrow 00S_1000|S_2$

$S_2 \rightarrow 1S_21|2S_22|1S_22|2S_21|S_3$

$S_3 \rightarrow \#S_3\#$

Para encontrar la FNC, es necesario tener en cuenta que, en primer lugar, debemos eliminar las producciones unitarias (la gramática debe estar limpia y pelada).

$S \rightarrow S_1 0$

$S_1 \rightarrow 00S_1000|S_2$

$S_2 \rightarrow 1S_21|2S_22|1S_22|2S_21|S_3$

$S_3 \rightarrow \#S_3\#$

$S \rightarrow S_1 0$

$S_1 \rightarrow 00S_1000|S_2$

$S_2 \rightarrow 1S_21|2S_22|1S_22|2S_21|\#S_3\#$

$S_3 \rightarrow \#S_3\#$

Examen 2022/23-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Autómatas y gramáticas	75.579	1/7/2023	10:00

$$S \rightarrow S_1 0$$

$$S_1 \rightarrow 00S_1000|1S_21|2S_22|1S_22|2S_21|\#S_3|$$

$$S_2 \rightarrow 1S_21|2S_22|1S_22|2S_21|\#S_3|\#$$

$$S_3 \rightarrow \#S_3|\#$$

Ahora ya podemos encontrar la FNC.

$$S \rightarrow S_1 C_0$$

$$S_1 \rightarrow 00S_1000|C_{1S_2}C_1|C_{2S_2}C_2|C_{1S_2}C_2|C_{2S_2}C_1|C_{\#}S_3|$$

$$S_2 \rightarrow C_{1S_2}C_1|C_{2S_2}C_2|C_{1S_2}C_2|C_{2S_2}C_1|C_{\#}S_3|\#$$

$$S_3 \rightarrow C_{\#}S_3|\#$$

$$C_0 \rightarrow 0$$

$$C_1 \rightarrow 1$$

$$C_2 \rightarrow 2$$

$$C_{\#} \rightarrow \#$$

$$C_{1S_2} \rightarrow C_1S_2$$

$$C_{2S_2} \rightarrow C_2S_2$$

$$S \rightarrow S_1 C_0$$

$$S_1 \rightarrow C_{00}S_1C_0C_{00}|C_{1S_2}C_1|C_{2S_2}C_2|C_{1S_2}C_2|C_{2S_2}C_1|C_{\#}S_3|$$

$$S_2 \rightarrow C_{1S_2}C_1|C_{2S_2}C_2|C_{1S_2}C_2|C_{2S_2}C_1|C_{\#}S_3|\#$$

$$S_3 \rightarrow C_{\#}S_3|\#$$

$$C_0 \rightarrow 0$$

$$C_1 \rightarrow 1$$

$$C_2 \rightarrow 2$$

$$C_{\#} \rightarrow \#$$

$$C_{1S_2} \rightarrow C_1S_2$$

$$C_{2S_2} \rightarrow C_2S_2$$

$$C_{00} \rightarrow C_0C_0$$

Examen 2022/23-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Autómatas y gramáticas	75.579	1/7/2023	10:00

$$S \rightarrow S_1 C_0$$

$$S_1 \rightarrow C_{001} C_{000} | C_{1S_2} C_1 | C_{2S_2} C_2 | C_{1S_2} C_2 | C_{2S_2} C_1 | C_{\#} S_3 |$$

$$S_2 \rightarrow C_{1S_2} C_1 | C_{2S_2} C_2 | C_{1S_2} C_2 | C_{2S_2} C_1 | C_{\#} S_3 | \#$$

$$S_3 \rightarrow C_{\#} S_3 | \#$$

$$C_0 \rightarrow 0$$

$$C_1 \rightarrow 1$$

$$C_2 \rightarrow 2$$

$$C_{\#} \rightarrow$$

$$C_{1S_2} \rightarrow C_1 S_2$$

$$C_{2S_2} \rightarrow C_2 S_2$$

$$C_{00} \rightarrow C_0 C_0$$

$$C_{001} \rightarrow C_{00} S_1$$

$$C_{000} \rightarrow C_0 C_{00}$$

Pregunta 4 [25%]

Dado el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ sea $G = (\{S, M, T\}, \Sigma, S, P)$ donde S es el símbolo inicial y P es el siguiente conjunto de producciones:

$$S \rightarrow aSb | MT$$

$$M \rightarrow aMb | ab | \lambda$$

$$T \rightarrow ba | bTa$$

- ¿ Qué tipo de lenguaje es $L(G)$? Razone la respuesta.
- Construir un autómata a pila que reconozca $L(G)$

Solución:

- El lenguaje es independiente del contexto no regular. El no terminal S deriva cadenas de la forma $a^n a^m b^m b^p a^p b^n$ con $n > 0$, $m \geq 0$ y $p > 0$, y necesita una pila para poder comprobar el número de símbolos que se van leyendo.
- Un autómata a pila que reconoce este lenguaje sería:

Examen 2022/23-2

Asignatura	Código	Fecha	Hora inicio
Autómatas y gramáticas	75.579	1/7/2023	10:00

δ	a/z_0	a/n	a/m	b/n	b/m	b/p	a/p	λ/z_0
q_0	(q_1, nz_0)	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
q_1	\emptyset	(q_1, nn) (q_2, mn)	\emptyset	(q_4, pn)	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
q_2	\emptyset	(q_2, mm)	\emptyset	\emptyset	(q_3, λ)	\emptyset	\emptyset	\emptyset
q_3	\emptyset	\emptyset	\emptyset	(q_4, pn)	(q_3, λ)		\emptyset	\emptyset
q_4	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	(q_4, pp)	(q_5, λ)	\emptyset
q_5	\emptyset	\emptyset	\emptyset	(q_6, λ)	\emptyset	\emptyset	(q_5, λ)	\emptyset
q_6	\emptyset	\emptyset	\emptyset	(q_6, λ)	\emptyset	\emptyset	\emptyset	(q_f, z_0)
q_f	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset