

הסתברות



הסתברות



הגדרות יסוד

ניסוי מקרי
מרחב מדגם
מאורע
נוסחא לחישוב הסתברות
פעולות על סטים
חיתוך
איחוד
הפרש
מאורע משלים

ניסוי מקרי – ניסוי שתוצאותיו האפשריות ידועות מראש, אך לא ניתן לדעת אילו מהתוצאות תתממש בפועל.

מרחב מדגם – אוסף התוצאות האפשריות של ניסוי מקרי.

דוגמא:

מטילים קוביית משחק הוגנת. זהו ניסוי מקרי משום שאנו יודעים מהן התוצאות האפשריות של הטלת הקובייה, אך איננו יודעים מהי התוצאה שתתממש. מרחב המדגם הוא אוסף התוצאות האפשריות של הניסוי. את איברי מרחב המדגם נציג באמצעות אובייקט מתמטי הנקרא קבוצה:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

מאורע – מאורע הוא קבוצה חלקית של מרחב המדגם. מאורעות נסמן באותיות גדולות.

דוגמא:

בדוגמא של הטלת הקובייה, נגדיר לדוגמא את המאורעות הבאים:

A – ייצא 4 בהטלת הקובייה

B – ייצא מספר זוגי בהטלת הקובייה

C – ייצא מספר הגדול מ – 7 בהטלת הקובייה

D – ייצא מספר בין 1 ל – 6 בהטלת הקובייה
המאורע A נקרא **מאורע יסודי**, המאורע C נקרא **מאורע בלתי אפשרי**, והמאורע D נקרא **מאורע ודאי**.

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

דוגמא:

מטילים שתי קוביות משחק הוגנות, אדומה וירוקה.
מרחב המדגם הוא כל הזוגות האפשריים. כלומר
במרחב המדגם יש 36 תוצאות אפשריות (ראו ציור).
אם נגדיר את A בתור המאורע שנקבל סכום של 8
בהטלת הקוביות, הרי ש- A הוא המאורע הבא:

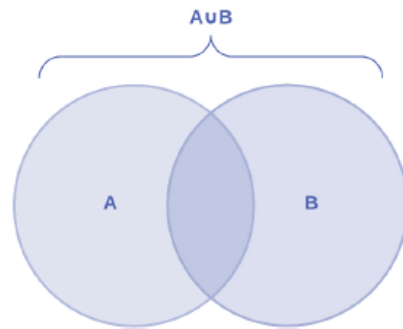
$$A = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (4,4)\}$$

פעולות על מאורעות \cup

נתונים שני מאורעות A ו- B .

המאורע לפיו A יתרחש, או B יתרחש, או שניהם (לפחות אחד מהמאורעות A או B יתרחש), נקרא **האיחוד** של A ו- B ומסומן: $B \cup A$.

$$A \cup B = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (4,4), (5,1), (5,2), (5,4), (5,5), (5,6)\}$$



דוגמא:

בהטלת שתי קוביות נגדיר:

A ייצא סכום של 8

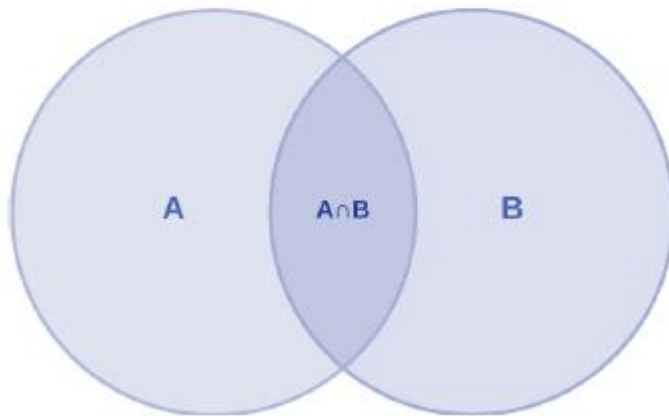
B בקובייה האדומה נקבל 5

האיחוד של A ו- B הוא לפיכך

פעולות על מאורעות ח

נתונים שני מאורעות A ו- B . המאורע לפיו גם A יתרחש וגם B יתרחש (בדיוק שניהם), נקרא **החיתוך** של A ו- B ומסומן: $B \cap A$.

$$A \cap B = \{(5,3)\}$$



דוגמא:

בהטלת שתי קוביות נגדיר:

A ייצא סכום של 8

B בקובייה האדומה נקבל 5

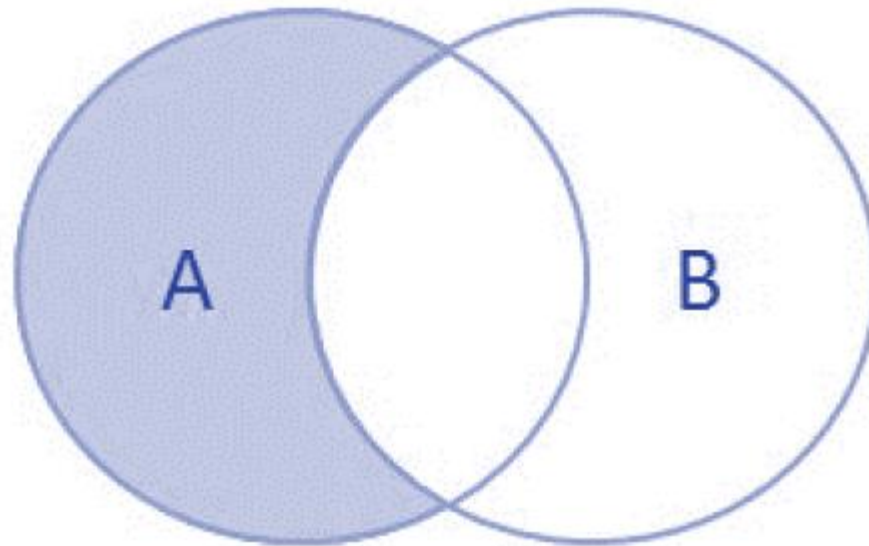
האיחוד של A ו- B הוא לפיכך:

פעולות על מאורעות הפרש

ההפרש: מאורע A פחות מאורע B , הוא המאורע לפיו A יתרחש, אבל B לא.
את מאורע זה נסמן על ידי:
 $A \setminus B$ או $B - A$ (לא להתבלבל עם חיסור מספרים).

דוגמא: בהטלת קובייה בודדת, נגדיר את A בתור המאורע שייצא מספר זוגי, ואת B בתור המאורע שייצא 4.

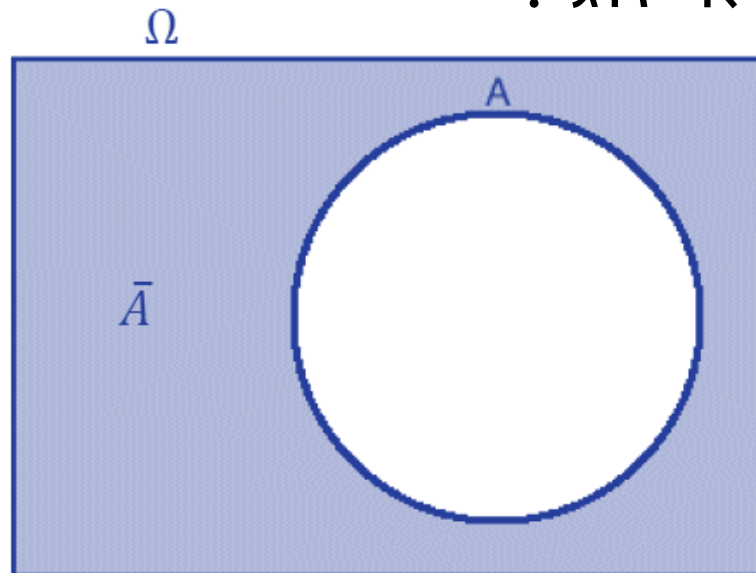
לפיכך $A \setminus B = \{2, 6\}$

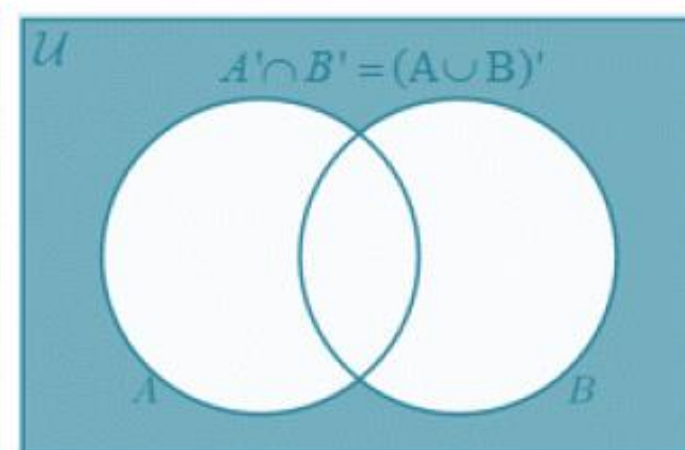
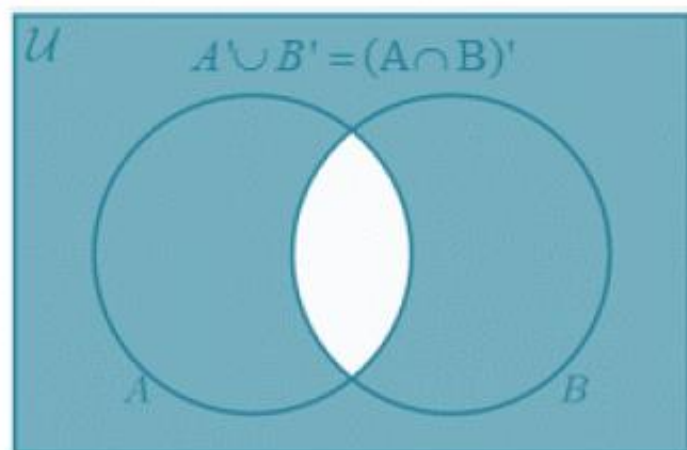
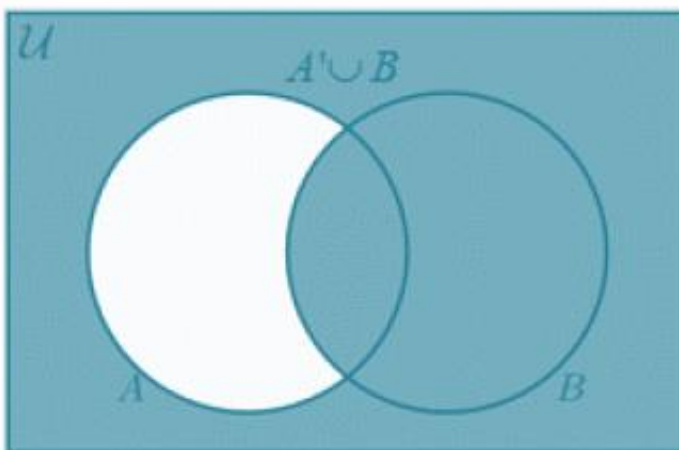
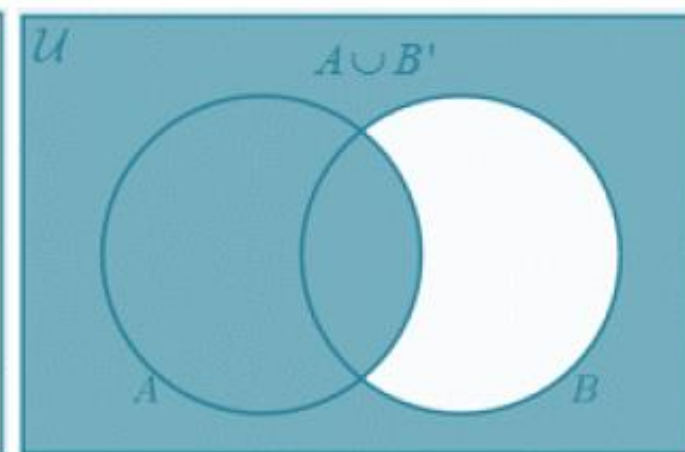
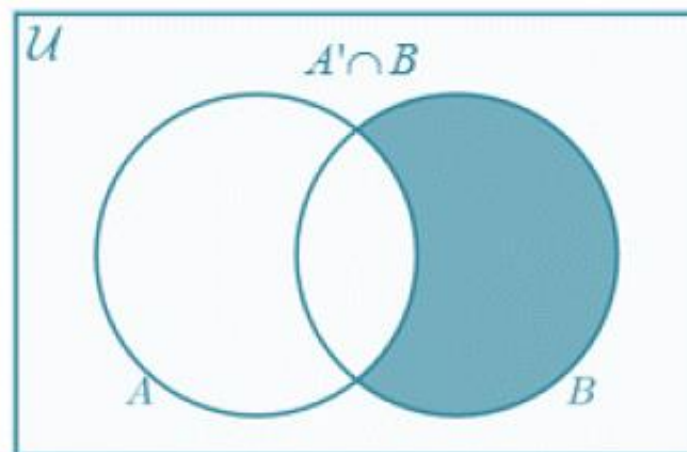
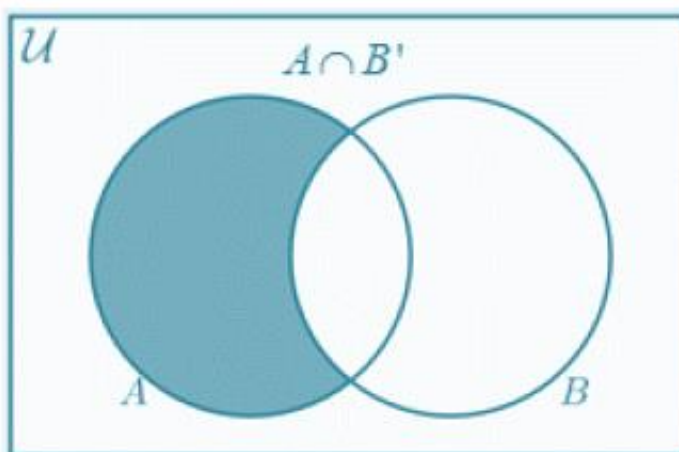
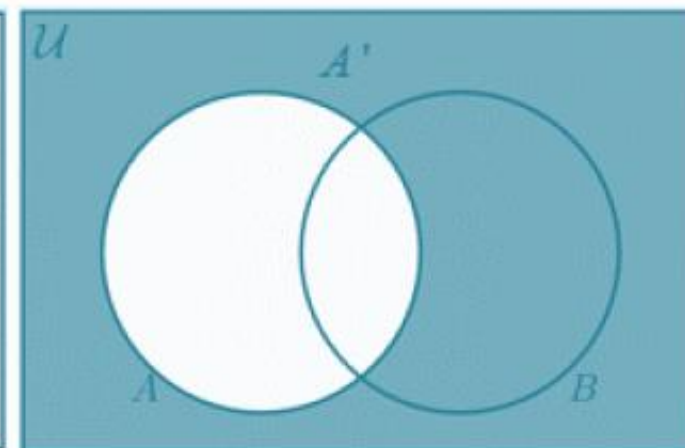
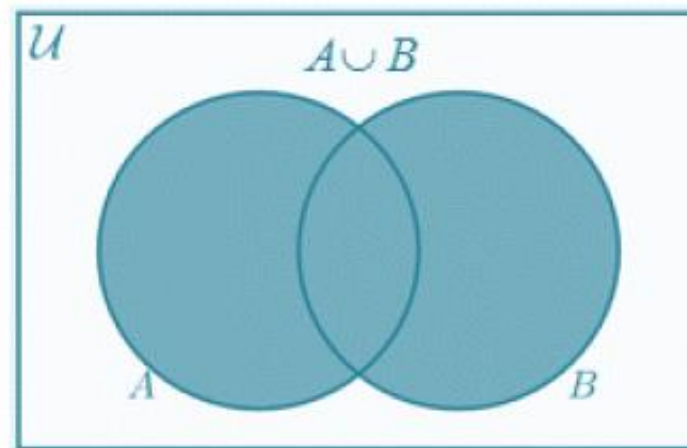
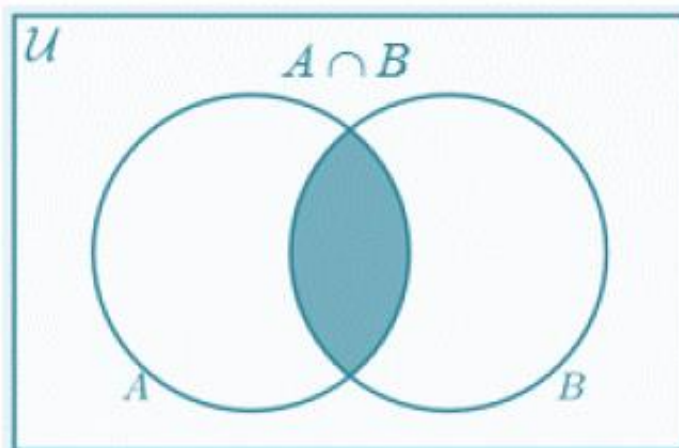


פעולות על מאורעות משלים

נתון מאורע A המאורע המשלים של A הוא המאורע לפיו A לא יתרחש.
את המאורע המשלים נסמן על ידי אחד הסימנים הבאים: \bar{A} , A^C , A' .
ההשלמה נעשית ביחס למרחב המדגם.

דוגמא: בהטלת קובייה אחת, נגדיר את A בתור המאורע שייצא מספר זוגי. לפיכך, המשלים של A הוא המאורע שייצא מספר אי זוגי.



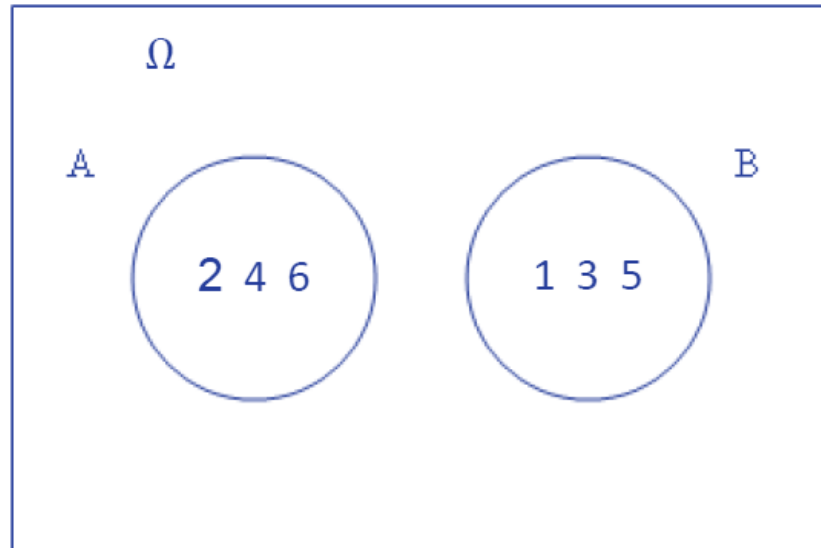


פעולות על מאורעות: מאורעות זרים

שני מאורעות A ו- B ייקראו **מאורעות זרים**, אם החיתוך שלהם נותן **קבוצה ריקה** של תוצאות.

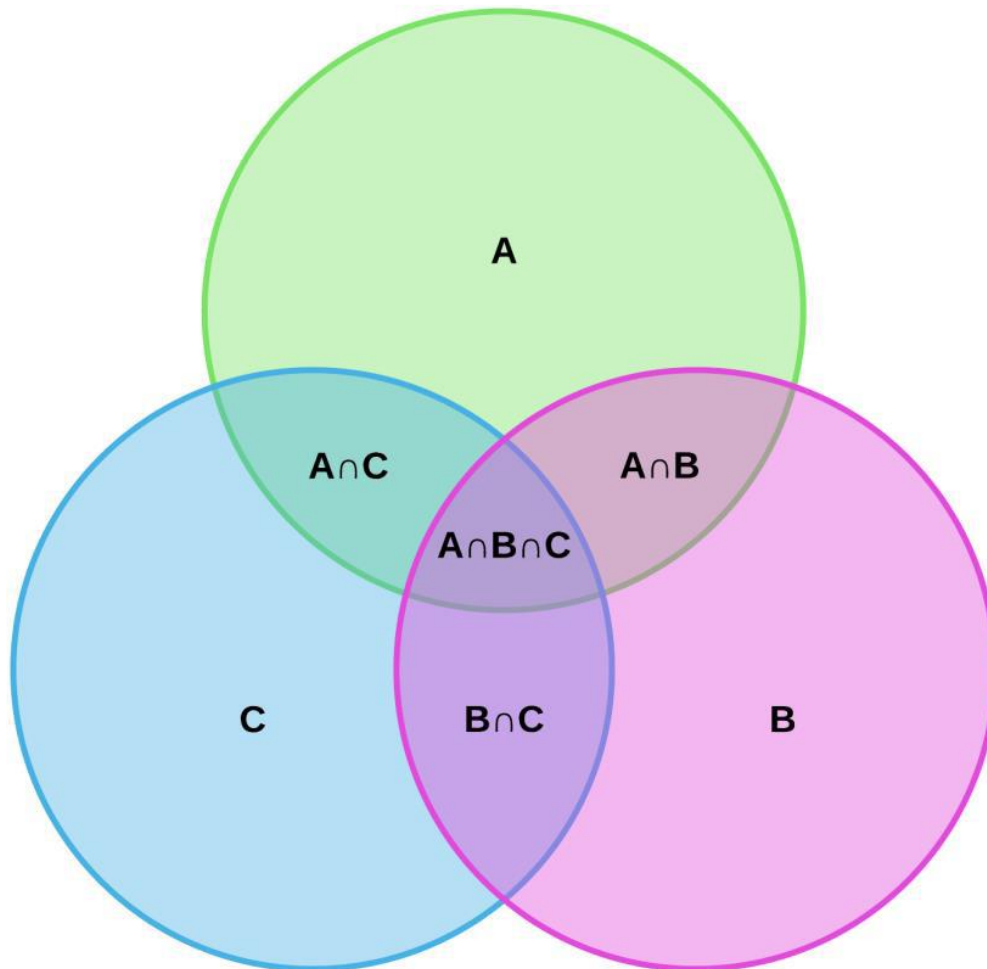
דוגמא:

בהטלת קובייה, נגדיר את A כמאורע שייצא מספר זוגי. B יהיה המאורע שייצא מספר אי זוגי. לפיכך החיתוך, כלומר – ייצא מספר זוגי וגם ייצא מספר אי זוגי, הוא מאורע ריק. לא קיימים מספרים בין 1 ל-6 שהם גם זוגיים וגם אי זוגיים.



ומה אם יש יותר משני מאורעות?

מתמודדים... זה עובד אותו דבר..



בפרויקט שיפור מודל ניבוי, ההסתברות שהדיוק של המודל ישתפר היא 0.6, וההסתברות שהמודל יצליח לזהות קטגוריות חדשות היא 0.5. ידוע שההסתברות שלפחות אחד מהם יתקיים היא 0.8.

א. מה ההסתברות מה ההסתברות ששני הדברים יתקיימו?

ב. תארו את התוצאה של סעיף א' באמצעות דיאגרמת ואן