

深圳大学医学部生物医学工程学院
本科生课程作业

课程：计算方法
(2018-2019 学年第一学期)

任课教师：张治国

专业（方向）	生物医学工程
年级/班级	2016 级 2 班
学号	2016222042
姓名	陈焕鑫
提交日期	2018 年 12 月 4 日

供助教评分使用	
助教姓名	
收到日期	201__年 __ 月 __ 日
评分 (0-100)	
评语（如有）	

1. (1) 分别用梯形公式和 Simpson 公式计算下列积分.

(a) $\int_1^4 \frac{(1-e^{-x})^{\frac{1}{2}}}{x} dx, (n=6);$

(b) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{4-\sin^2 \theta} d\theta, (n=4).$

解:

(a) 依题意, 令 $f(x) = \frac{(1-e^{-x})^{\frac{1}{2}}}{x}$ 可得

x	1	2.5	4
f(x)	0.7951	0.3832	0.2477

根据梯形公式

$$T = I_1 = \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)],$$

$$T = \frac{4-1}{2} [f(1) + f(4)]$$

$$\begin{aligned} \therefore &= 1.5 \times [0.7951 + 0.2477] \\ &= 1.5 \times 1.0428 \\ &= 1.5642 \end{aligned}$$

根据 Simpson 公式

$$S = I_2 = \frac{b-a}{6} [f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b)],$$

$$S = \frac{4-1}{6} [f(1) + 4 \times f(2.5) + f(4)]$$

$$\begin{aligned} \therefore &= \frac{1}{2} (0.7951 + 4 \times 0.3832 + 0.2477) \\ &= \frac{1}{2} \times 2.5756 \\ &= 1.2878 \end{aligned}$$

(b) 依题意, 令 $f(x) = \sqrt{4-\sin^2 x}$ 可得

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$
f(x)	2	1.9832	1.9365

根据梯形公式

$$T = I_1 = \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)],$$

$$T = \frac{\frac{\pi}{6} - 0}{2} [f(0) + f(\frac{\pi}{6})]$$

$$\begin{aligned} \therefore &= \frac{\pi}{12} (2 + 1.9365) \\ &= 1.0306 \end{aligned}$$

根据 Simpson 公式

$$S = I_2 = \frac{b-a}{6} [f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b)],$$

$$S = \frac{\frac{\pi}{6} - 0}{6} [f(0) + 4 \times f(\frac{0 + \frac{\pi}{6}}{2}) + f(\frac{\pi}{6})]$$

$$\begin{aligned} \therefore &= \frac{\pi}{36} (2 + 4 \times 1.9832 + 1.9365) \\ &= \frac{\pi}{36} \times 11.8693 \\ &= 1.0358 \end{aligned}$$

4. 用复合梯形公式、复合 Simpson 公式计算（计算到4位小数）

$$I = \int_0^1 \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx, (n=4).$$

解:

(1) 将 $[0, 1]$ 等分成 4 个子区间，其长度为 $h = \frac{1-0}{4} = 0.25$ ，可得

k	0	1	2	3	4
x_k	0	0.25	0.5	0.75	1
$f(x_k)$	0	0.2054	0.3664	0.5184	0.6796

根据复合梯形公式

$$T_n = \frac{b-a}{2n} [f(a) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} f(x_k) + f(b)],$$

$$\begin{aligned}
 T_4 &= \frac{1-0}{2 \times 4} [f(x_0) + 2 \sum_{k=1}^3 f(x_k) + f(x_4)] \\
 \therefore &= \frac{1}{8} [0 + 2 \times (0.2054 + 0.3664 + 0.5184) + 0.6796] \\
 &= \frac{1}{8} \times 2.8601 \\
 &= 0.3575
 \end{aligned}$$

(2) 将 $[0, 1]$ 等分成 8 个子区间，其长度为 $h = \frac{1-0}{8} = 0.125$ ，可得

k	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
x_k	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
$f(x_k)$	0	0.1119	0.2054	0.2886	0.3664	0.4422	0.5184	0.5971	0.6796

根据复合 Simpson 公式

$$S_n = \frac{b-a}{6n} [f(a) + 4 \sum_{k=0}^{n-1} f(x_{k+\frac{1}{2}}) + 2 \sum_{k=1}^{n-1} f(x_k) + f(b)],$$

$$\begin{aligned}
 S_4 &= \frac{1-0}{6 \times 4} [f(x_0) + 4 \sum_{k=0}^3 f(x_{k+\frac{1}{2}}) + 2 \sum_{k=1}^3 f(x_k) + f(x_4)] \\
 \therefore &= \frac{1}{24} [0 + 4 \times (0.1119 + 0.2886 + 0.4422 + 0.5971) + 2 \times (0.2054 + 0.3664 + 0.5184) + 0.6796] \\
 &= \frac{1}{24} \times 8.6191 \\
 &= 0.3591
 \end{aligned}$$

16. 已知函数表

x_k	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x_k) = \frac{1}{(1+x_k)^2}$	0.2500	0.2268	0.2066	0.1890	0.1736

试分别用两点及三点公式求 $f(x)$ 在 $x=1.0, 1.2$ 处的导数值（计算到4位小数）。

解：

(1) 用两点公式求 $f(x)$ 在 $x=1.0, 1.2$ 处的导数值

$h=0.1$, 取 $x_0=1.0, x_1=1.1$, 由两点公式得

$$f'(1.0) \approx \frac{1}{0.1}[f(x_1) - f(x_0)] = \frac{1}{0.1} \times (0.2268 - 0.2500) = -0.2320,$$

取 $x_0=1.2, x_1=1.3$, 由两点公式得

$$f'(1.2) \approx \frac{1}{0.1}[f(x_1) - f(x_0)] = \frac{1}{0.1} \times (0.1890 - 0.2066) = -0.1760.$$

(2) 用三点公式求 $f(x)$ 在 $x=1.0, 1.2$ 处的导数值

$h=0.1$, 取 $x_0=1.0, x_1=1.1, x_2=1.2$, 由三点公式得

$$\begin{aligned} f'(1.0) &\approx \frac{1}{2 \times 0.1}[-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)] \\ &= \frac{1}{0.2}(-3 \times 0.25 + 4 \times 0.2268 - 0.2066) \\ &= \frac{1}{0.2} \times (-0.0494) \\ &= -0.2470 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f'(1.2) &\approx \frac{1}{2 \times 0.1} [f(x_0) - 4f(x_1) + 3f(x_2)] \\
 &= \frac{1}{0.2} (0.25 - 4 \times 0.2268 + 3 \times 0.2066) \\
 &= \frac{1}{0.2} \times (-0.0374) \\
 &= -0.1870
 \end{aligned}$$

附加题 【1(1)-(a)用 MATLAB 编程实现】

程序代码如下所示：

(1) 梯形公式的程序：

```

clc; clear; close all;

a = 1;
b = 4;
x = [a,b];
y = sqrt(1-exp(-x))./x;

T = (b-a)/2*(y(1)+y(2))

```

(2) Simpson 公式的程序：

```

clc; clear; close all;

a = 1;
b = 4;
x = [a, (a+b)/2, b];
y = sqrt(1-exp(-x))./x;

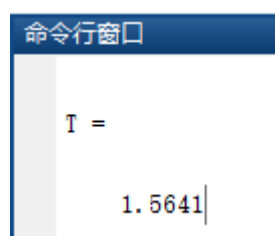
S = (b-a)/6*(y(1)+4*y(2)+y(3))

```

运行结果如下图所示：

```
1 -      clc; clear; close all;
2
3 -      a = 1;
4 -      b = 4;
5 -      x = [a, b];
6 -      y = sqrt(1-exp(-x))./x;
7
8 -      T = (b-a)/2*(y(1)+y(2))
```

图1 – 梯形公式的程序



命令窗口

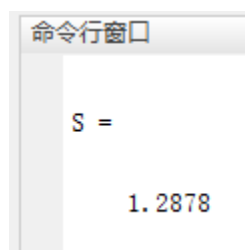
T =

1.5641

图2 – 梯形公式程序运行结果

```
1 -      clc; clear; close all;
2
3 -      a = 1;
4 -      b = 4;
5 -      x = [a, (a+b)/2, b];
6 -      y = sqrt(1-exp(-x))./x;
7
8 -      S = (b-a)/6*(y(1)+4*y(2)+y(3))
```

图3 – Simpson 公式的程序



命令窗口

S =

1.2878

图4 – Simpson 公式运行结果