

深圳大学医学部生物医学工程学院
本科生课程作业

课程：计算方法
(2018-2019 学年第一学期)

任课教师：张治国

专业（方向）	生物医学工程
年级/班级	2016 级 2 班
学号	2016222042
姓名	陈焕鑫
提交日期	2018 年 12 月 18 日

供助教评分使用	
助教姓名	
收到日期	201__年 __ 月 __ 日
评分 (0-100)	
评语（如有）	

1. 用 Euler 法与改进的 Euler 法求解

$$\begin{cases} y' = y - xy^2, 0 \leq x \leq 1, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

取步长 $h=0.1$ 计算, 并与精确解 $y = \frac{1}{x-1+2e^{-x}}$ 相比较.

解: 显然, $f(x, y) = y - xy^2$, $x_0 = 0, y_0 = 1, n = \frac{1}{h} = 10$.

(1) 使用 Euler 法求解, 即

$$y_{j+1} = y_j + hf(x_j, y_j) = y_j + h(y_j - x_j y_j^2), j = 0, 1, \dots, 9.$$

$$j = 0, y_1 = y_0 + h(y_0 - x_0 y_0^2) = 1 + 0.1 \times (1 - 0 \times 1^2) = 1.1000,$$

$$j = 1, y_2 = y_1 + h(y_1 - x_1 y_1^2) = 1.1 + 0.1 \times (1.1 - 0.1 \times 1.1^2) = 1.1979,$$

$$j = 2, y_3 = y_2 + h(y_2 - x_2 y_2^2) = 1.1979 + 0.1 \times (1.1979 - 0.2 \times 1.1979^2) = 1.2890,$$

$$j = 3, y_4 = y_3 + h(y_3 - x_3 y_3^2) = 1.2890 + 0.1 \times (1.2890 - 0.3 \times 1.2890^2) = 1.3680,$$

$$j = 4, y_5 = y_4 + h(y_4 - x_4 y_4^2) = 1.3680 + 0.1 \times (1.3680 - 0.4 \times 1.3680^2) = 1.4300.$$

(2) 使用改进的 Euler 法求解, 即

$$\begin{cases} \bar{y}_k = y_{k-1} + hf(x_{k-1}, y_{k-1}), \\ y_k = y_{k-1} + \frac{h}{2}[f(x_{k-1}, y_{k-1}) + f(x_k, \bar{y}_k)], \\ y(x_0) = y_0, k = 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\bar{y}_1 = y_0 + h(y_0 - x_0 y_0^2) = 1.1000,$$

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2}[(y_0 - x_0 y_0^2) + (\bar{y}_1 - x_1 \bar{y}_1^2)] = 1 + \frac{0.1}{2} \times [(1 - 0 \times 1^2) + (1.1 - 0.1 \times 1.1^2)] = 1.0990,$$

$$\bar{y}_2 = y_1 + h(y_1 - x_1 y_1^2) = 1.0990 + 0.1 \times (1.0990 - 0.1 \times 1.0990^2) = 1.1968,$$

$$y_2 = y_1 + \frac{h}{2}[(y_1 - x_1 y_1^2) + (\bar{y}_2 - x_2 \bar{y}_2^2)] = 1.1934,$$

$$\bar{y}_3 = y_2 + h(y_2 - x_2 y_2^2) = 1.1934 + 0.1 \times (1.1934 - 0.2 \times 1.1934^2) = 1.2842,$$

$$y_3 = y_2 + \frac{h}{2}[(y_2 - x_2 y_2^2) + (\bar{y}_3 - x_3 \bar{y}_3^2)] = 1.2783,$$

$$\bar{y}_4 = y_3 + h(y_3 - x_3 y_3^2) = 1.2783 + 0.1 \times (1.2783 - 0.3 \times 1.2783^2) = 1.3571,$$

$$y_4 = y_3 + \frac{h}{2}[(y_3 - x_3 y_3^2) + (\bar{y}_4 - x_4 \bar{y}_4^2)] = 1.3487,$$

$$\bar{y}_5 = y_4 + h(y_4 - x_4 y_4^2) = 1.3487 + 0.1 \times (1.3487 - 0.4 \times 1.3487^2) = 1.4108,$$

$$y_5 = y_4 + \frac{h}{2}[(y_4 - x_4 y_4^2) + (\bar{y}_5 - x_5 \bar{y}_5^2)] = 1.4005.$$

下表为 Euler 法与改进的 Euler 法求解结果与精确值的比较：

x_k	精确解	Euler 法		改进 Euler 法	
	$y = \frac{1}{x-1+2e^{-x}}$	y_k	$ e_k(h) $	y_k	$ e_k(h) $
0	1.0000	1.0000	0	1.0000	0
0.1	1.0993	1.1000	0.7×10^{-3}	1.0990	0.3×10^{-3}
0.2	1.1941	1.1979	3.8×10^{-3}	1.1934	0.7×10^{-3}
0.3	1.2794	1.2890	9.6×10^{-3}	1.2783	1.1×10^{-3}
0.4	1.3502	1.3680	1.79×10^{-2}	1.3487	1.5×10^{-3}
0.5	1.4024	1.4300	2.76×10^{-2}	1.4005	1.9×10^{-3}

表1 与精确值的比较