深圳大学医学部生物医学工程学院
本科生课程作业

课程：计算方法

（2018-2019 学年第一学期）

任课教师：张治国

专业（方向）	生物医学工程
年级/班级	2016 级 2 班
学号	2016222042
姓名	陈焕鑫
提交日期	2018 年 12 月 4 日

供助教评分使用	
助教姓名	
收到日期	201__年 ___ 月 ___ 日
评分(0-100)	
评语（如有）	

1. （1）分别用梯形公式和 Simpson 公式计算下列积分.

（a）$\int_1^4 \frac{(1-e^{-x})^{\frac{1}{2}}}{x}dx, (n=6);$

（b）$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{4-\sin^2\theta}\,d\theta, (n=4).$

解：

（a）依题意，令 $f(x)=\frac{(1-e^{-x})^{\frac{1}{2}}}{x}$ 可得

x	1	2.5	4
f(x)	0.7951	0.3832	0.2477

根据梯形公式

$$T=I_1=\frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)],$$

$$\begin{aligned} T&=\frac{4-1}{2}[f(1)+f(4)] \\ \therefore\quad &=1.5\times[0.7951+0.2477] \\ &=1.5\times 1.0428 \\ &=1.5642 \end{aligned}$$

根据 Simpson 公式

$$S=I_2=\frac{b-a}{6}[f(a)+4f(\frac{a+b}{2})+f(b)],$$

$$\begin{aligned} S&=\frac{4-1}{6}[f(1)+4\times f(2.5)+f(4)] \\ \therefore\quad &=\frac{1}{2}(0.7951+4\times 0.3832+0.2477) \\ &=\frac{1}{2}\times 2.5756 \\ &=1.2878 \end{aligned}$$

（b）依题意，令 $f(x)=\sqrt{4-\sin^2 x}$ 可得

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$
f(x)	2	1.9832	1.9365

根据梯形公式

$$T=I_1=\frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)],$$

$$T=\frac{\frac{\pi}{6}-0}{2}[f(0)+f(\frac{\pi}{6})]$$

$$\therefore \quad =\frac{\pi}{12}(2+1.9365)$$

$$=1.0306$$

根据 Simpson 公式

$$S=I_2=\frac{b-a}{6}[f(a)+4f(\frac{a+b}{2})+f(b)],$$

$$S=\frac{\frac{\pi}{6}-0}{6}[f(0)+4\times f(\frac{0+\frac{\pi}{6}}{2})+f(\frac{\pi}{6})]$$

$$\therefore \quad =\frac{\pi}{36}(2+4\times 1.9832+1.9365)$$

$$=\frac{\pi}{36}\times 11.8693$$

$$=1.0358$$

4．用复合梯形公式、复合 Simpson 公式计算（计算到4位小数）

$$I=\int_0^1\frac{xe^x}{(1+x)^2}dx,(n=4).$$

解：

（1）将[0, 1]等分成 4 个子区间，其长度为$h=\frac{1-0}{4}=0.25,$ 可得

k	0	1	2	3	4
x_k	0	0.25	0.5	0.75	1
$f(x_k)$	0	0.2054	0.3664	0.5184	0.6796

根据复合梯形公式

$$T_n = \frac{b-a}{2n}[f(a) + 2\sum_{k=1}^{n-1} f(x_k) + f(b)],$$

$$\begin{aligned} T_4 &= \frac{1-0}{2\times4}[f(x_0)+2\sum_{k=1}^{3} f(x_k)+f(x_4)] \\ \therefore \quad &= \frac{1}{8}[0+2\times(0.2054+0.3664+0.5184)+0.6796] \\ &= \frac{1}{8}\times 2.8601 \\ &= 0.3575 \end{aligned}$$

（2）将[0, 1]等分成8个子区间，其长度为$h=\frac{1-0}{8}=0.125$，可得

k	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
x_k	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
$f(x_k)$	0	0. 1119	0.2054	0.2886	0.3664	0.4422	0.5184	0.5971	0.6796

根据复合 Simpson 公式

$$S_n = \frac{b-a}{6n}[f(a) + 4\sum_{k=0}^{n-1} f(x_{k+\frac{1}{2}}) + 2\sum_{k=1}^{n-1} f(x_k) + f(b)],$$

$$\begin{aligned} S_4 &= \frac{1-0}{6\times4}[f(x_0)+4\sum_{k=0}^{3} f(x_{k+\frac{1}{2}})+2\sum_{k=1}^{3} f(x_k)+f(x_4)] \\ \therefore \quad &= \frac{1}{24}[0+4\times(0.1119+0.2886+0.4422+0.5971)+2\times(0.2054+0.3664+0.5184)+0.6796] \\ &= \frac{1}{24}\times 8.6191 \\ &= 0.3591 \end{aligned}$$

16. 已知函数表

x_k	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x_k)=\dfrac{1}{(1+x_k)^2}$	0.2500	0.2268	0.2066	0.1890	0.1736

试分别用两点及三点公式求 f(x)在 x=1.0,1.2处的导数值（计算到4位小数）。

解：

（1）用两点公式求 f(x)在 x=1.0,1.2处的导数值

h=0.1,取 x_0=1.0,x_1=1.1，由两点公式得

$$f'(1.0)\approx\frac{1}{0.1}[f(x_1)-f(x_0)]=\frac{1}{0.1}\times(0.2268-0.2500)=-0.232,$$

取 x_0=1.2,x_1=1.3，由两点公式得

$$f'(1.2)\approx\frac{1}{0.1}[f(x_1)-f(x_0)]=\frac{1}{0.1}\times(0.1890-0.2066)=-0.176$$

（2）用三点公式求 f(x)在 x=1.0,1.2处的导数值

h=0.1,取 x_0=1.0,x_1=1.1,x_2=1.2，由三点公式得

$$\begin{aligned}f'(1.0)&\approx\frac{1}{2\times0.1}[-3f(x_0)+4f(x_1)-f(x_2)]\\&=\frac{1}{0.2}(-3\times0.25+4\times0.2268-0.2066)\\&=\frac{1}{0.2}\times(-0.0494)\\&=-0.2470\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
f'(1.2) &\approx \frac{1}{2\times0.1}[f(x0)-4f(x1)+3f(x2)] \\
&= \frac{1}{0.2}(0.25-4\times0.2268+3\times0.2066) \\
&= \frac{1}{0.2}\times(-0.0374) \\
&= -0.1870
\end{aligned}
$$

附加题【1(1)-(a)用 MATLAB 编程实现】

程序代码如下所示：

（1）梯形公式的程序：

```
clc; clear; close all;

a = 1;
b = 4;
x = [a,b];
y = sqrt(1-exp(-x))./x;

T = (b-a)/2*(y(1)+y(2))
```

（2）Simpson 公式的程序：

```
clc; clear; close all;

a = 1;
b = 4;
x = [a,(a+b)/2,b];
y = sqrt(1-exp(-x))./x;

S = (b-a)/6*(y(1)+4*y(2)+y(3))
```

运行结果如下图所示：

```
clc; clear; close all;

a = 1;
b = 4;
x = [a, b];
y = sqrt(1-exp(-x))./x;

T = (b-a)/2*(y(1)+y(2))
```

图1 – 梯形公式的程序

```
命令行窗口

T =

    1.5641
```

图2 – 梯形公式程序运行结果

```
clc; clear; close all;

a = 1;
b = 4;
x = [a, (a+b)/2, b];
y = sqrt(1-exp(-x))./x;

S = (b-a)/6*(y(1)+4*y(2)+y(3))
```

图3 – Simpson 公式的程序

```
命令行窗口

S =

    1.2878
```

图4 – Simpson 公式运行结果