深圳大学医学部生物医学工程学院
本科生课程作业

课程：计算方法

（2018-2019 学年第一学期）

任课教师：张治国

专业（方向）	生物医学工程
年级/班级	2016 级 2 班
学号	2016222042
姓名	陈焕鑫
提交日期	201__年 ___ 月 ___ 日

供助教评分使用	
助教姓名	
收到日期	201__年 ___ 月 ___ 日
评分(0-100)	
评语（如有）	

2. 设准确值为 $x=3.78695$，$y=10$，它们的近似值分别为 $x_1^*=3.7869$，$x_2^*=3.7870$ 及 $y_1^*=9.9999$，$y_2^*=10.1$，$y_3^*=10.0001$，试分析 x_1^*，x_2^*，y_1^*，y_2^*，y_3^*分别具有几位有效数字.

解：

（1）$x_1^*=3.7869=10\times0.37869, k=1$

$|x_1^*-x|=|3.7869-3.78695|\le\frac{1}{2}\times10^{1-n}$

⇨ $0.00005\le\frac{1}{2}\times10^{1-n}$

⇨ $0.5\times10^{-4}\le0.5\times10^{1-n}$

⇨ $-4\le1-n$

∵满足不等式的 n 的最大值为 5

∴x_1^*具有 5 位有效数字

（2）$x_2^*=3.7870=10\times0.37870, k=1$

$|x_2^*-x|=|3.7870-3.78695|\le\frac{1}{2}\times10^{1-n}$

⇨ $0.00005\le\frac{1}{2}\times10^{1-n}$

⇨ $0.5\times10^{-4}\le\frac{1}{2}\times10^{1-n}$

⇨ $-4\le1-n$

∵满足不等式的 n 的最大值为 5

∴x_2^*具有 5 位有效数字

（3）$y_1^*=9.9999=10\times0.99999, k=1$

$|y_1^*-y|=|9.9999-10|\le \frac{1}{2}\times 10^{1-n}$

⇨ $0.0001\le \frac{1}{2}\times 10^{1-n}$

⇨ $10^{-4}\le \frac{1}{2}\times 10^{1-n}$

⇨ $0.1\times 10^{-3}\le 0.5\times 10^{1-n}$

⇨ $-3\le 1-n$

∵满足不等式的 n 的最大值为 4

∴y_1^*具有 4 位有效数字

（4） $y_2^*=10.1=10^2\times 0.101, k=2$

$|y_2^*-y|=|10.1-10|\le \frac{1}{2}\times 10^{2-n}$

⇨ $0.1\le \frac{1}{2}\times 10^{2-n}$

⇨ $0.1\times 10^{0}\le 0.5\times 10^{2-n}$

⇨ $0\le 2-n$

∵满足不等式的 n 的最大值为 2

∴y_2^*具有 2 位有效数字

（5） $y_3^*=10.0001=10^2\times 0.100001, k=2$

⇨ $|y_3^*-y|=|10.0001-10|\le \frac{1}{2}\times 10^{2-n}$

⇨ $0.0001\le \frac{1}{2}\times 10^{2-n}$

⇨ $0.1\times 10^{-3}\le 0.5\times 10^{2-n}$

⇨ $-3\le 2-n$

∵满足不等式的 n 的最大值为 5

∴y_3^*具有 5 位有效数字

12. 如何计算下列函数值才比较精确.

(1) $\frac{1}{1+2x}-\frac{1}{1+x}$, 对$|x|<<1$;

(2) $\sqrt{x+\frac{1}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}$, 对$|x|>>1$;

(4) $\frac{1-\cos x}{\sin x}$, 对$|x|<<1$.

解：

（1）在计算中两个相近数相减，有效数字的位数会严重损失.因为当 x<<1 时，$\frac{1}{1+2x}$与$\frac{1}{1+x}$的值非常相近，所以对它们进行通分，得

$$\frac{1}{1+2x}-\frac{1}{1+x}=\frac{1+x}{(1+2x)(1+x)}-\frac{1+2x}{(1+x)(1+2x)}=\frac{1+x-1-2x}{(1+x)(1+2x)}=-\frac{x}{(1+x)(1+2x)}$$

（2）当 x>>1 时，$\sqrt{x+\frac{1}{x}}$与$\sqrt{x-\frac{1}{x}}$的值非常相近

$$\sqrt{x+\frac{1}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}=\frac{\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)}{\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)}=\frac{\frac{2}{x}}{\sqrt{x+\frac{1}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}}$$

（4）当 x<<1 时，

$$\frac{1-\cos x}{\sin x}=\frac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)}=\tan\left(\frac{x}{2}\right)$$

附加题：

4. 设计求 100 个正随机数 a1, a2, …, a100 由小到大的求和算法，并用自然语言（汉语）和流程图等两种方法表达。

解：（一）自然语言表达

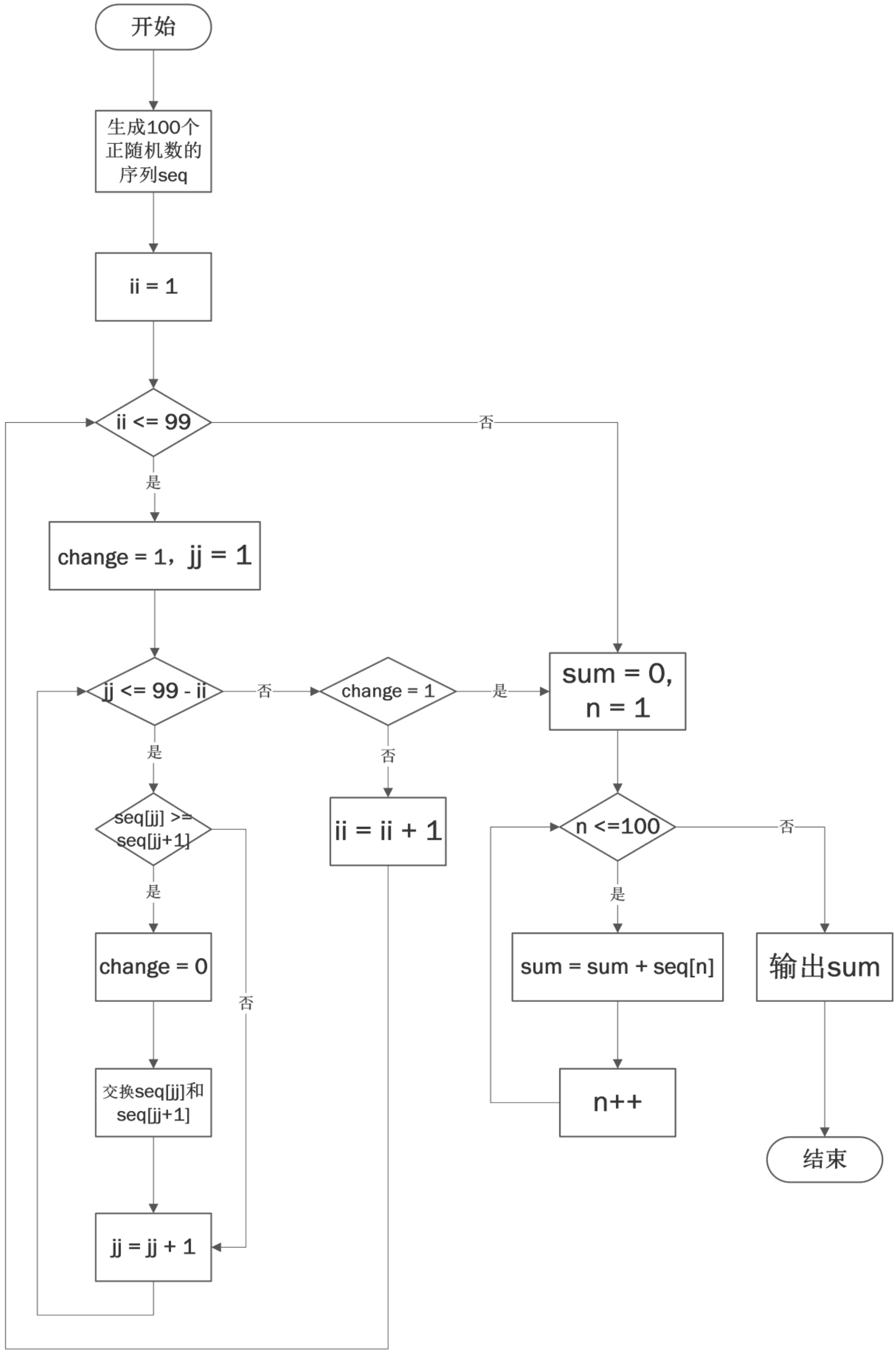
（1） 生成 100 个正随机数 $a_1, a_2, \cdots, a_{100}$ 组成的序列 seq
（2） 令 ii 等于 1
（3） 如果 ii 小于或等于 99，进入第（4）步；否则进入第（12）步
（4） change = 1，jj = 1
（5） 如果 jj 小于或等于 99-ii 进入第（6）步；否则进入第（10）步
（6） 如果 seq 第 jj 个数小于第 jj+1 个数，进入第（7）步；否则进入第（9）步
（7） change = 0
（8） 交换 seq 第 jj 个数和第 jj+1 个数的值
（9） jj = jj + 1，返到第（5）步
（10） 如果 change 不等于 1，进入第（11）步；否则进入第（12）步
（11） ii = ii + 1，返回第（3）步
（12） sum = 0，n = 1
（13） 如果 n 小于或等于 100，进入第（14）步；否则进入第（16）步
（14） sum = sum + seq[n]
（15） n = n + 1，返回第（13）步
（16） 输出 sum

（二）流程图表达（见附页图 1）

（三）<u>附 MATLAB 代码(结果见附页图 2)</u>

```
seq = 100*rand(1,100); %生成100个正随机数的序列
for ii = 1:99              %冒泡排序法对序列进行排序
    change = 1;
    for jj = 1:(100-ii)
        if seq(jj) > seq(jj + 1)
            change = 0;
            temp = seq(jj + 1);
            seq(jj + 1) = seq(jj);
            seq(jj) = temp;
        end
    end
    if change              %change等于1，表明序列已经排好序
        break;              %跳出外循环
    end
end
s_sum = 0;
for n = 1:100
    s_sum = s_sum + seq(n)    %由小到大求和
end
```

附页



开始
生成100个正随机数的序列seq
ii = 1
ii <= 99
否
是
change = 1，jj = 1
jj <= 99 - ii
否
change = 1
是
sum = 0, n = 1
是
否
seq[jj] >= seq[jj+1]
ii = ii + 1
n <=100
否
是
是
change = 0
否
sum = sum + seq[n]
输出sum
交换seq[jj]和seq[jj+1]
n++
结束
jj = jj + 1

图 1

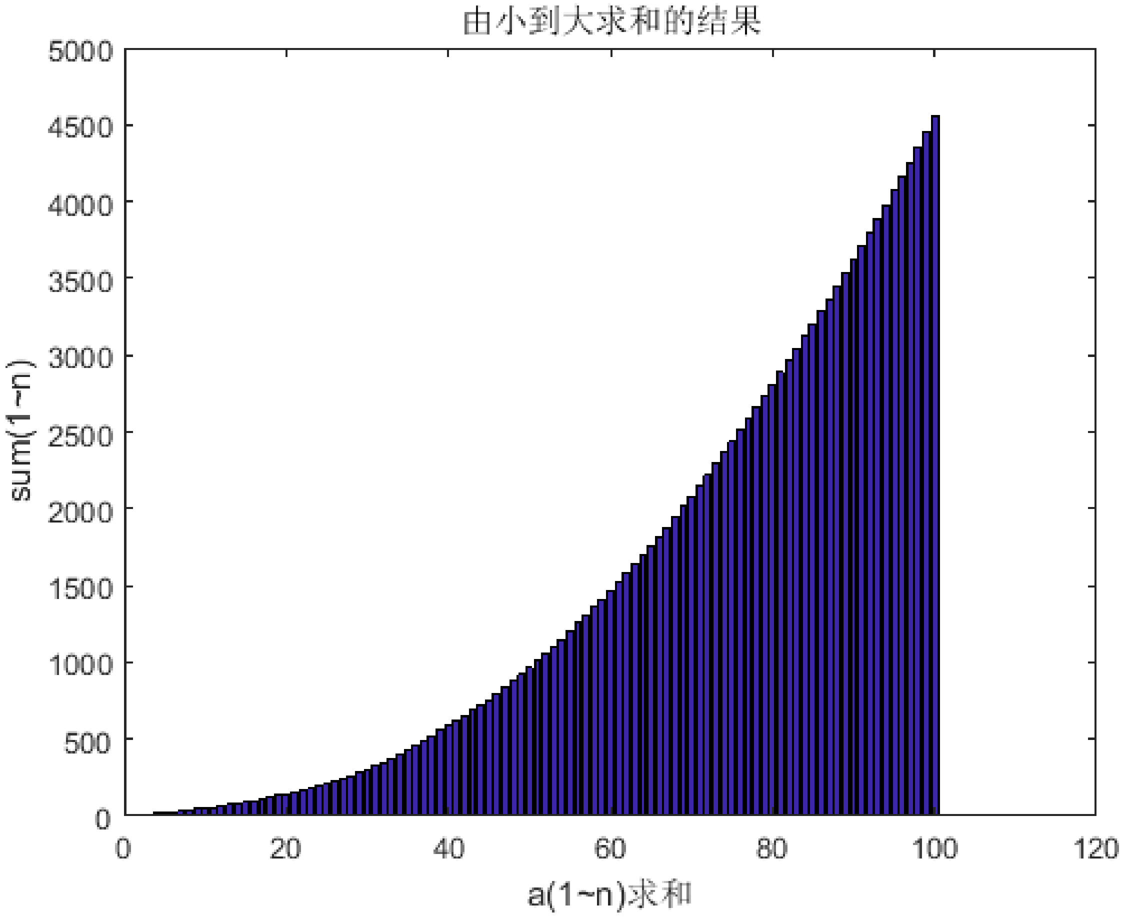

由小到大求和的结果
sum(1~n)
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
4000
4500
5000
0
20
40
60
80
100
120
a(1~n)求和

图 2