

2024

# עבודה בקורס תקשורת ספרתית

סימולציית MATLAB למערכת תקשורת ספרתית

שם המרצה: ד"ר משה זוהר

שם המתרגל: מר' פאר טל

שם המגיש:

דניאל פטחוב 207578345

## תוכן עניינים

1	..... נתונים כלליים:	
2	פרק 2- שאלות הכנה	
2	1. תיאור מתמטי של האות המשודר במישור הזמן $SM(t)$	
2	2. תיאור מתמטי של האות $SM(t)$ במישור התדר	
4	3. הקשר בין $R_b$ , $K_b$ , $R_s$	
4	4. קוד GRAY	
5	5. שרטוט הקונסטלציה	
5	6. מרחק בין סימבולים	
5	7. השפעת הערוץ על מערכת התקשורת	
7	8. יחס אות לרעש לביט ויחס אות לרעש לסימבול בכניסה ל- Device Decision	
8	9. קשר בין $Q(x)$ לבין פונקציית ה- Matlab- " $erfc(x)$ "	
8	10. הסתברות השגיאה	
14	פרק 3- סימולציה	
14	1. יצירת שני בסיסי נתונים	
14	2. בניית המשדר	
15	מקודד	
16	משדר	
17	3. בניית המקלט, קליטה ללא רעש	
22	פרק 4- קליטה עם רעש	
25	פרק 5- קליטה עם הפרש פאזה קבוע	
27	רשימת מקורות	

## רשימת איורים

- איור 1- גרף פונקציית צפיפות ההספק הספקטראלית  $SM(f)$  ..... 4
- איור 2- שרטוט הקונסטלציה שאלת הכנה 5 ..... 5
- איור 3- המחשת עיוותים ספקטראליים ..... 6
- איור 4- תכנון נקודת הדגימה ..... 7
- איור 5- גרף הסתברות השגיאה לסימבול ..... 13
- איור 6- דיאגרמת המשדר ..... 14
- איור 7- הקונסטלציה המתקבלת עבור כל הסימבולים במילון ..... 15
- איור 8- קידוד הביטים לסימבולים ..... 16
- איור 9- הצגת  $SM(t)$  כפונקציה של הזמן ..... 16
- איור 10- הצגת  $SM(t)$  כפונקציה של התדר ..... 17
- איור 11- דיאגרמת המקלט ..... 17
- איור 12- הסיגנלים המתקבלים כפונקציה של הזמן לפני הכפלה ב- $\cos(\omega_c t)$  ו- $\sin(\omega_c t)$  במשדר ..... 19
- איור 13- הסיגנלים המתקבלים כפונקציה של הזמן אחרי מסננים מתואמים במקלט עבור  $\psi = 0$  ..... 19
- איור 14- הסיגנלים המתקבלים כפונקציה של הזמן אחרי מסננים מתואמים במקלט עבור  $\psi = 30$  ..... 19
- איור 15- הקונסטלציה של הסימבולים הנקלטים ..... 20
- איור 16- הצגת הקונסטלציה של הסימבולים הנקלטים ..... 21
- איור 17- מציאת  $\gamma_{\max}$  ו- $\gamma_{\min}$  מגרף הסתברות השגיאה לסימבול ..... 22
- איור 18- גרף הסתברות שגיאה לביט כפונקציה של יחס אות לרעש לביט ..... 24
- איור 19- השוואה בין החישוב התאורטי לסימולציה של הסתברות השגיאה כפונקציה של יחס האות לרעש לביט ביחידות dB ..... 24
- איור 20- השוואה בין החישוב התאורטי לסימולציה של הסתברות השגיאה כפונקציה של יחס האות לרעש לביט ביחידות dB עבור  $\psi = 5^\circ$  ..... 25
- איור 21- השוואה בין החישוב התאורטי לסימולציה של הסתברות השגיאה כפונקציה של יחס האות לרעש לביט ביחידות dB עבור  $\psi = 10^\circ$  ..... 26

## רשימת טבלאות

- טבלה 1- קידוד GRAY עבור 4 הסימבולים ..... 4
- טבלה 2- נתונים לבניית הקונסטלציה ..... 15

## נתונים כלליים:

אפנון:

QAM- Quadrature Amplitude Modulation

תדר מקסימלי:

$$F_{max} = 400 \text{ Hz}$$

רוחב פס:

$$BW = 3.2 \text{ KHz}$$

מספר הרמות:

$$N_Q = 16$$

קצב סימבולים:

$$R_s = \frac{BW}{2} = \frac{3.2 \text{ KHz}}{2} = 1.6 \text{ KHz}$$

$$F_{sample} = 2 \cdot F_{max} = 2 \cdot 400 = 800 \text{ Hz}$$

$$K = \log_2 N_Q = \log_2 16 = 4$$

קצב ביטים:

$$R_b = K \cdot F_{sample} = 4 \cdot 800 = 3.2 \text{ KHz}$$

חישוב גודל המילון:

$$R_b = R_s \cdot \log_2 M \rightarrow M = 2^{\frac{R_b}{R_s}} = 2^{\frac{3.2K}{1.6K}} = 4$$

Modulation: QAM-4

$$g(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq T_s \\ 0, & \text{else} \end{cases}, T_s = \frac{1}{R_s} = \frac{1}{1.6K} = 0.625 \text{ [msec]}$$

## פרק 2- שאלות הכנה

1. תיאור מתמטי של האות המשודר במישור הזמן  $S_M(t)$ :

$$A_K = \{-1+j, -1-j, 1+j, 1-j\}$$

$$S_M(t) = \text{Re}\{S_d(t) \cdot \sqrt{2 \cdot P_c} \cdot e^{j\omega_c t}\}$$

כאשר  $\sqrt{2 \cdot P_c} \cdot e^{j\omega_c t}$  הוא גל הנושא.

$$S_M(t) = \sqrt{2 \cdot P_c} \cdot s_{di}(t) \cdot \cos(\omega_c \cdot t) - \sqrt{2 \cdot P_c} \cdot s_{dq}(t) \cdot \sin(\omega_c \cdot t)$$

הסבר:

$s_d(t)$  הוא אות המידע:

$$s_d(t) = \sum_m A_m \cdot g(t - m \cdot T_s)$$

$$s_{di}(t) = \sum_m |A_m| \cdot \cos(\varphi_K) \cdot g(t - K \cdot T_s)$$

$$s_{dq}(t) = \sum_m |A_m| \cdot \sin(\varphi_K) \cdot g(t - K \cdot T_s)$$

$$A_c = \sqrt{2 \cdot P_c}$$

$$S_M(t) = A_c [s_{di}(t) \cdot \cos(\omega_c \cdot t) - s_{dq}(t) \cdot \sin(\omega_c \cdot t)]$$

$$S_M(t) = \sqrt{2 \cdot P_c} \cdot s_d(t) \cdot \cos(\omega_c \cdot t)$$

2. תיאור מתמטי של האות  $S_M(t)$  במישור התדר:

$$S_M(t) = \sqrt{2 \cdot P_c} \cdot s_{di}(t) \cdot \cos(\omega_c \cdot t) - \sqrt{2 \cdot P_c} \cdot s_{dq}(t) \cdot \sin(\omega_c \cdot t)$$

$$S_d(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |G(jf)|^2 + \frac{\mu_a^2}{T_s^2} \sum_k \left| G\left(j \frac{k}{T_s}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right)$$

$$\mu_a = E(|A_k|) = \sum_{k=1}^M p_k \cdot A_k$$

$$\mu_a = \frac{1}{4}((-1+j) + (-1-j) + (1+j) + (1-j)) = 0$$

$$\sigma_a^2 = E(|A_k|^2) - (E(|A_k|))^2 = \sum_{k=1}^M p_k \cdot |A_k|^2 - \left( \sum_{k=1}^M p_k A_k \right)^2$$

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{4}(|-1+j|^2 + |-1-j|^2 + |1+j|^2 + |-1+j|^2) - 0 = 2$$

$$g(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq T_s \\ 0, & \text{else} \end{cases}, T_s = \frac{1}{R_s} = \frac{1}{1.6K} = 0.625 \text{ [msec]} \quad \text{נחשב את } G(f) \text{ כאשר:}$$

$$|G(f)| = T_s \cdot |\text{sinc}(\pi f T_s)| \cdot |e^{-j\pi f T_s}| = T_s |\text{sinc}(\pi f T_s)|$$

$$S_d(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |G(f)|^2$$

$$S_d(f) = \frac{2}{T_s} |G(f)|^2 = \frac{2}{T_s} \cdot T_s^2 \cdot \text{sinc}^2(\pi f T_s) = \frac{2}{R_s} \cdot \text{sinc}^2(\pi f T_s)$$

$$S_d(f) = A_{mi}(f) + A_{mq}(f)$$

$$S_M(f) = \frac{A_c^2}{4} [A_{mi}(f - f_c) + A_{mi}(f + f_c) + A_{mq}(f - f_c) + A_{mq}(f + f_c)] \left[ \frac{w}{H_z} \right]$$

$$A_c = \sqrt{2 \cdot P_c}$$

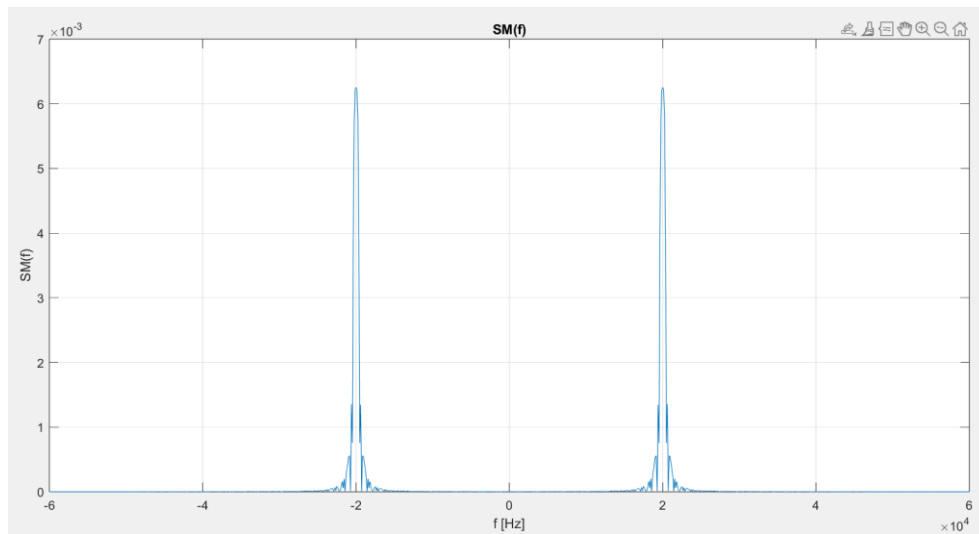
$$S_M(f) = \frac{P_c}{2} [A_{mi}(f - f_c) + A_{mi}(f + f_c) + A_{mq}(f - f_c) + A_{mq}(f + f_c)] \left[ \frac{w}{H_z} \right]$$

$$S_M(f) = T_s P_c [\text{sinc}^2(\pi T_s (f - f_c)) + \text{sinc}^2(\pi T_s (f + f_c))]$$

$$f_c = 20\text{kHz}$$

$$x = \text{linspace}(-60\text{e}3, 60\text{e}3, 1000);$$

```
% הגדרת הפונקציה
y = 10/(1.6e3) * (sinc((pi*(x-20e3)/1.6e3).^2) + sinc((pi*(x+20e3)/1.6e3).^2));
% ציור הגרף
figure;
plot(x, abs(y));
title('SM(f)');
xlabel('f [Hz]');
ylabel('SM(f)');
grid on;
```

איור 1- גרף פונקציית צפיפות ההספק הספקטראלית  $SM(f)$ 3. הקשר בין  $R_b$ ,  $R_s$ ,  $K_b$  :

$$R_b = K_b \cdot R_s$$

כאשר :

$$R_s = \frac{BW}{2}$$

BW- רוחב פס

$$K_b = \log_2(M)$$

M- גודל המילון

$$R_b = K \cdot 2f_{max}$$

K- מספר הביטים לדגימה

4. קוד GRAY :

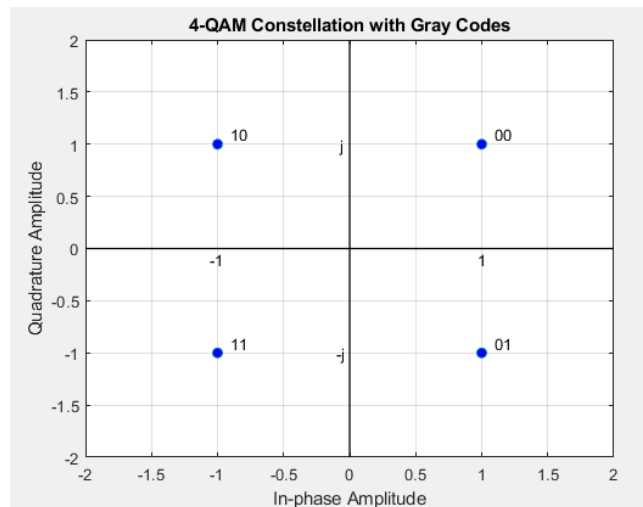
מיפוי סימבולים באמצעות קוד GRAY יכול להפחית את ההסתברות לטעויות במערכת. כאשר מתרחש שינוי ביט אחד בלבד בין סימבולים סמוכים, במקרה של טעות בשידור, הסבירות לטעות גדולה מופחתת, שכן הטעות תשפיע רק על ביט אחד.

באפנון QAM, הסימבולים מועברים כערכים מרובעים וכל סימבול מייצג שילוב של ערכי אמפליטודה ופאזה שונים וכך בשימוש קוד GRAY הסימבול השגוי יהיה קרוב יותר לסימבול הנכון (רק ביט אחד ישתנה), וכך הסיכוי לטעויות חמורות מצטמצם.

טבלה 1- קידוד GRAY עבור 4 הסימבולים

קוד GRAY	בינארי	ערך סימבול	סימבול
00	00	$1 + j$	$A_1$
01	01	$1 - j$	$A_2$
11	10	$-1 - j$	$A_3$
10	11	$-1 + j$	$A_4$

5. שרטוט הקונסטלציה:



איור 2- שרטוט הקונסטלציה שאלת הכנה 5

6. מרחק בין סימבולים:

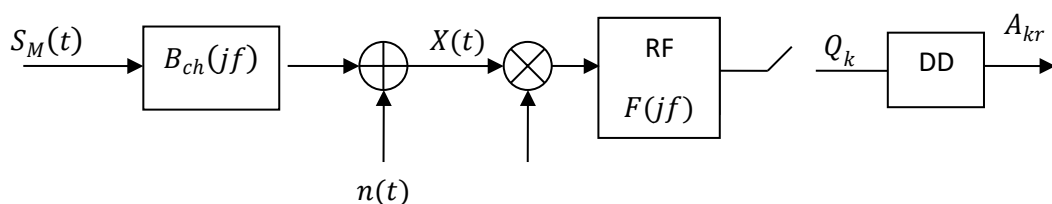
הנוסחה לחישוב מרחק בין שני נקודות במרחב הדו-מימדי:

$$d_{m,n} = \sqrt{|A_{i_m} - A_{i_n}|^2 + |A_{q_m} - A_{q_n}|^2}$$

$$d_{1,2} = \sqrt{|1 - 1|^2 + |j + j|^2} = 2$$

עקב סימטריה, המרחק בין כל שני סימבולים הוא 2.

7. השפעת הערוץ על מערכת התקשורת:



כשאות משודר לערוץ הוא חשוף להשפעות שונות שעלולות לגרום לשינויו. כתוצאה מכך יכול להיגרם איבוד מידע ואף לחוסר קליטה מלא. במילים אחרות, שידור האות בערוץ תשפיע על היחס אות לרעש בקליטה בהתאם לסוג ההפרעות בערוץ. ככל שיחס האות לרעש יהיה גדול יותר הרעש יהיה זניח יותר, ושערוך האות ששודר יהיה טוב יותר.

רעש אדיטיבי (רעש לבן):

רעש אדיטיבי הוא רעש תרמי שקיים בכל מערכת תקשורת.

רעש זה הוא רעש אדיטיבי (נוסף לכל רעש אחר), גאוסי עם תוחלת ששווה ל 0. הוא משפיע על הקונסטלציה המתקבלת במקלט. ככל שהרעש גדול יותר, כלומר צפיפות ההספק שלו גדולה יותר, כך גדלה ההסתברות לשגיאה במערכת. תכונותיו של הרעש האדיטיבי (רעש אקראי גאוסי לבן) הן:

פונקציות צפיפות הספק:



$$G_n(f) = \frac{N_0}{2}$$

תוחלת :

$$E(n(t)) = 0$$

פונקציית אוטו קורלציה :

$$R_n(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$$

פונקציית צפיפות ההסתברות :

$$f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}\right)$$

עבור (Receiver Filter) Match Filter :

$$x(t) = s_{r_K}(t) + n(t)$$

$$Q_k = A_0 \int_{(K-1)T}^{KT} (s_{r_K}(t) + n(t)) \cdot g(t - (K-1) \cdot T) \cdot \cos(\omega_c t + \phi_0) dt = a_k + Z_k$$

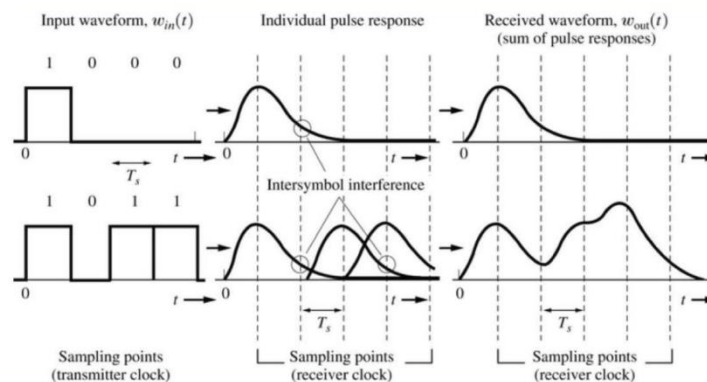
$$Z_k = N\{0, \sigma_Z^2\}$$

$$Q_k = N\{a_k, \sigma_Z^2\}$$

הרעש מתווסף לאות המידע, כמתואר בסכמה בתחילת התשובה, וכך מקבלים בכניסה למקלט אות אקראי ממנו יש לשערך את האות ששודר ולכן מתקבלות שגיאות. ככל שיחס האות לרעש יהיה גדול יותר הרעש יהיה זניח יותר, והשערך יהיה טוב יותר.

**רוחב פס מוגבל (ISI) :**

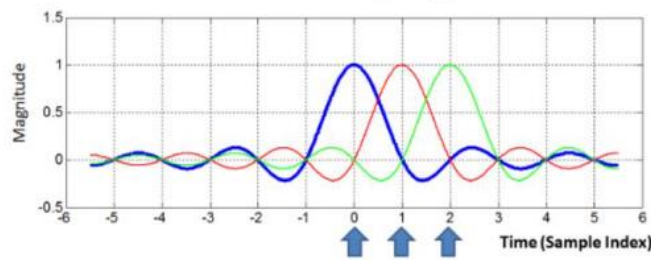
כאשר רוחב הפס של הערוץ קטן מרוחב הפס של אות המידע, מקבלים עיוותים ספקטראליים. תופעה זאת גורמת למריחה או הרחבה של הסימבולים במישור הזמן. כתוצאה מכך הזנבות של הסימבולים הקודמים והבאים נכנסים לתוך תחום החלטה של הסימבול הנוכחי, כלומר המערכת הופכת להיות בעלת זיכרון ואינה מקבלת החלטה באופן בלתי תלוי בשאר הסימבולים.  
איור להמחשה :



איור 3- המחשת עיוותים ספקטראליים

אחד מהפתרונות לבעיה הוא האפשרות לתכנן שבנקודת הדגימה הערך של ה-sinc של הסימבול הנוכחי יהיה מקסימאלי ואילו שאר ה-sinc-ים יתאפסו באותה נקודה.

## Pulse Shaping



איור 4- תכנון נקודת הדגימה

פתרונות נוספים לבעיה הם מימוש איקווליזר או שילוב של filter shaping במשדר ו filter - Match במקלט על מנת להקטין את רוחב סרט האות שמשודר.

הסחת פאזה והסחת ותדר של האות העובר בערוץ :

תוספת פאזה גורמת שהסימבול המתקבל במקלט יתרחק מהמקום בו היה אמור להתקבל אם לא הייתה תוספת פאזה, שיעור ההתרחקות הוא שיעור פאזה השווה לפאזה הערוץ.

כאשר הסחת הפאזה גדולה מחצי הפרש הפאזות בין שני סימבולים סמוכים מתקבלות במקלט שגיאות. הסחת הפאזה לא משפיעה על  $Z_k$ .

כפי שניתן לראות בפיתוח מתמטי הזזת הפאזה עלולה לגרום לטעות בזיהוי הסימבול.

לדוגמא אם הסחת הפאזה הינה  $45^\circ$  של ה-DD עלול לזהות את הסימבול הסמוך.

עבור  $\varphi_0 \neq \varphi_r \rightarrow \Delta\varphi_r \neq 0$  מיקום הסימבולים שיתקבל יתואר ע"י הקשר הבא :

$$a_m(\Delta\varphi_r) = a_m \cdot e^{j\Delta\varphi_r}$$

הפתרון לכך הוא PLL – loop locked phase או שיטות שערך פאזה אחרות. אפשרות נוספת היא אפנון דיפרנציאלי. באפנון מסוג זה המידע נמצא בהפרש הפאזות של בין סימבולים סמוכים ולא בסימבולים עצמם.

סנכרון פאזה מושלם-

במצב זה פאזות האות בשידור ופאזות האות בקליטה שווים :  $\varphi_0 = \varphi_r \rightarrow \Delta\varphi_r = 0$

הקונסטלציה המתקבלת במקלט לא תשתנה ותשתווה לקונסטלציה במשדר.

הסחת תדר מתרחשת כאשר יש חוסר סנכרון בתדר של אות גל הנושא בין המשדר למקלט, דבר היכול ליצור עיוותים ספקטראליים שיגרמו לסימבולים להימרח או להתכווץ מה שעלול להוביל לשגיאות בקליטה. בדומה להסחת פאזה ניתן לממש FLL – loop locked Frequency על מנת לשערך את סטיית התדר ולתקנה, בנוסף טכניקות נוספות כמו , signal pilot ו- frequency known references.

### 8. יחס אות לרעש לביט ויחס אות לרעש לסימבול בכניסה ל- Device Decision :

$SNR_{\text{symb}}$  - יחס אות לרעש לסימבול בכניסה ל- Decision Device מוגדר כיחס בין הספק הקליטה

הממוצע של אות המידע  $(E_{\text{avg}})$  להספק הקליטה של הרעש  $(N_0)$  :

$$E_{avg} = \sum_{m=1}^M p_m \cdot E_{sm}$$

$$E_{sm} = \int_0^{T_s} S_M^2(t) \cdot dt$$

$$SNR_{sym} \triangleq \frac{E_{avg}}{N_0} = \frac{\sum_{m=1}^M p_m E_{sm}}{N_0}$$

$SNR_{bit}$  - יחס אות לרעש לביט בכניסה ל-Decision Device מוגדר כיחס בין יחס אות לרעש לסימבול ( $SNR_{sym}$ ) לבין מספר הביטים שמבטאים כל סימבול ( $K_b$ ):

$$SNR_{bit} \triangleq \frac{SNR_{sym}}{\log_2 M} = \frac{SNR_{sym}}{K_b}$$

יחס זה נותן לנו מדד על יעילות מערכת התקשורת ללא קשר לסוג איפנון, קידוד ורוחב פס.

**9. קשר בין  $Q(x)$  לבין פונקציית ה- Matlab "erfc(x)":**

$$Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \Leftrightarrow \operatorname{erfc}(x) = 2 \cdot Q(\sqrt{2} \cdot x)$$

erfc(x) - Complementary error function

**10. הסתברות השגיאה:**

$$S_r(t) = \sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot g(t) \cdot \cos(\omega_c t) - \sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot g(t) \cdot \sin(\omega_c t)$$

$$E_{sr} = \int_0^{T_s} |S_r(t)|^2 dt$$

$$E_{sr} = \int_0^{T_s} (\sqrt{2P_r} [A_{mi} \cdot g(t) \cdot \cos(\omega_c t) - A_{mq} \cdot g(t) \cdot \sin(\omega_c t)])^2 dt =$$

$$= 2P_r \cdot \left[ \int_0^{T_s} A_{mi}^2 \cdot g^2(t) \cdot \cos^2(\omega_c t) - 2 \cdot A_{mi} \cdot A_{mq} g^2(t) \cdot \cos(\omega_c t) \cdot \sin(\omega_c t) + \right.$$

$$\left. + A_{mq}^2 \cdot g^2(t) \cdot \sin^2(\omega_c t) \right] dt =$$

$$= 2P_r \cdot \left[ \int_0^{T_s} A_{mi}^2 \cdot g^2(t) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t)\right) + A_{mq}^2 \cdot g^2(t) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t)\right) \right] dt =$$

$$= \frac{2P_r}{2} \cdot \int_0^{T_s} [A_{mi}^2 + A_{mq}^2] \cdot g^2(t) dt = |A_m|^2 \cdot P_r \int_0^{T_s} g^2(t) dt = |A_m|^2 \cdot P_r \cdot E_g$$

מפני שהסימבולים נמצאים בקונסטלציה של ריבוע אז גודל הסימבולים שווים משמע האנרגיות הסימבולים שוות בניהם

$$E_{sr}^{(1)} = E_{sr}^{(2)} = E_{sr}^{(3)} = E_{sr}^{(4)} = \overline{E_{sr}} = 2 \cdot P_r \cdot E_g$$

$$SNR_s = \gamma_d = \frac{2P_r \cdot E_g}{N_0}$$

נחשב את הפרמטרים:

$$S_r(t) = \sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot g(t) \cdot \cos(\omega_c t) - \sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot g(t) \cdot \sin(\omega_c t)$$

$$n_r(t) = n_i(t) \cdot \cos(\omega_c t) - n_q(t) \cdot \sin(\omega_c t)$$

ענף עליון

$$\begin{aligned} Re\{Q_k\} &= \int_0^{T_s} (S_r(t) + n_r(t)) \cdot A_0 \cdot \cos(\omega_c t) \cdot g(t) dt = \\ &= \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot g(t) \cdot \cos(\omega_c t) A_0 \cdot \cos(\omega_c t) \cdot g(t) dt - \\ &- \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot g(t) \cdot \sin(\omega_c t) A_0 \cdot \cos(\omega_c t) \cdot g(t) dt + \\ &+ \int_0^{T_s} n_i(t) \cdot \cos(\omega_c t) \cdot A_0 \cos(\omega_c t) \cdot g(t) dt - \\ &- \int_0^{T_s} n_q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot A_0 \cos(\omega_c t) \cdot g(t) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{ki} &= \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot g(t) \cdot \cos(\omega_c t) \cdot A_0 \cos(\omega_c t) \cdot g(t) dt - \\ &- \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot g(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot A_0 \cos(\omega_c t) \cdot g(t) dt = \\ &= \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot A_0 \cos^2(\omega_c t) g^2(t) dt = \\ &= \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot A_0 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t)\right) g^2(t) dt = \frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot A_0 \cdot E_g}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{ki} &= \int_0^{T_s} n_i(t) \cdot \cos(\omega_c t) \cdot A_0 \cos(\omega_c t) g(t) dt - \\ &- \int_0^{T_s} n_q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot A_0 \cos(\omega_c t) g(t) dt = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{T_s} n_i(t) \cdot \cos^2(\omega_c t) \cdot A_0 \cdot g(t) dt = \int_0^{T_s} n_i(t) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t)\right) \cdot A_0 \cdot g(t) dt = \\
 &= \frac{A_0}{2} \int_0^{T_s} n_i(t) g(t) dt \\
 \sigma_{zi}^2 &= \left(\frac{A_0}{2}\right)^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} G_{ni}(f) |H_{MF}|^2 = \frac{A_0^2 N_0}{4} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{MF}|^2 = \frac{A_0^2 N_0 E_g}{4} \\
 Re\{Q_k\}: a_{ki} &= \frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot A_0 \cdot E_g}{2}; z_{ki} = N\left\{O, \frac{A_0^2 N_0 E_g}{4}\right\}
 \end{aligned}$$

ענף תחתון

$$\begin{aligned}
 Im\{Q_k\} &= \int_0^{T_s} (S_r(t) + n_r(t)) \cdot -A_0 \cdot \sin(\omega_c t) \cdot g(t) dt = \\
 &= - \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot g(t) \cdot \cos(\omega_c t) A_0 \cdot \sin(\omega_c t) \cdot g(t) dt + \\
 &\quad + \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot g(t) \cdot \sin(\omega_c t) A_0 \cdot \sin(\omega_c t) \cdot g(t) dt + \\
 &\quad - \int_0^{T_s} n_i(t) \cdot \cos(\omega_c t) \cdot A_0 \sin(\omega_c t) \cdot g(t) dt + \\
 &\quad + \int_0^{T_s} n_q(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot A_0 \sin(\omega_c t) \cdot g(t) dt \\
 a_{kq} &= \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot g^2(t) \cdot \sin^2(\omega_c t) A_0 \cdot dt = \\
 &= \int_0^{T_s} \sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot A_0 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t)\right) g^2(t) dt = \frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot A_0 \cdot E_g}{2} \\
 z_{kq} &= \int_0^{T_s} n_q(t) \cdot \sin^2(\omega_c t) \cdot A_0 \cdot g(t) dt = \\
 &= \int_0^{T_s} n_q(t) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega_c t)\right) \cdot A_0 \cdot g(t) dt = \frac{A_0}{2} \int_0^{T_s} n_q(t) g(t) dt
 \end{aligned}$$

$$\sigma_{zq}^2 = \left(\frac{A_0}{2}\right)^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} G_{nq}(f) |H_{MF}|^2 = \frac{A_0^2 N_0}{4} \int_{-\infty}^{\infty} |H_{MF}|^2 = \frac{A_0^2 N_0 E_g}{4}$$

$$\text{Im}\{Q_k\}: a_{kq} = \frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot A_0 \cdot E_g}{2}; z_{kq} = N\{O, \frac{A_0^2 N_0 E_g}{4}\}$$

$$a_{ki} = \frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_{mi} \cdot A_0 \cdot E_g}{2}; a_{kq} = \frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_{mq} \cdot A_0 \cdot E_g}{2}; \sigma_z^2 = \frac{A_0^2 N_0 E_g}{4}$$

הסתברות שגיאה

$$\begin{aligned} P_{er(SYM)} &= \sum_{j=1}^M P(A_j) \cdot P\left(\frac{er}{A_j}\right) = \sum_{j=1}^M P(A_j) \cdot \left\{ 1 - \prod_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^M \left[ 1 - P\left(\frac{A_{ir}}{A_j}\right) \right] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^M P(A_j) \cdot \left\{ 1 - \prod_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^M \left[ 1 - Q\left(\frac{d_{ij}}{2\sigma_z}\right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$d_{m,i} = d_{i,m} = d_{min} = |a_m - a_i| = \frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_0 \cdot E_g}{2} \sqrt{(A_{1i} - A_{2i})^2 + (A_{1q} - A_{2q})^2}$$

$$d_{min} = \frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_0 \cdot E_g}{2} \sqrt{(1+1)^2 + (1-1)^2} = \frac{2 \cdot \sqrt{2P_r} \cdot A_0 \cdot E_g}{2}$$

$$d_{min} = \sqrt{2P_r} \cdot A_0 \cdot E_g$$

מפני שהקונסטלציה סימטרית- ההסתברות שגיאה של כל סימבול זהה :

$$P(er/A_1) = P(er/A_2) = P(er/A_3) = P(er/A_4)$$

$$\begin{aligned} P(er/A_1) &= 1 - \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq 1}}^{M=4} (1 - P(A_{ir}/A_1)) \\ &= 1 - [1 - P(A_{2r}/A_1)] \cdot [1 - P(A_{3r}/A_1)] \cdot [1 - P(A_{4r}/A_1)] \end{aligned}$$

$$P(er/A_1) = 1 - \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq 1}}^{M=4} \left( 1 - Q\left(\frac{d_{i,1}}{2\sigma_z}\right) \right) = 1 - \left[ 1 - Q\left(\frac{d_{2,1}}{2\sigma_z}\right) \right] \cdot \left[ 1 - Q\left(\frac{d_{3,1}}{2\sigma_z}\right) \right] \cdot \left[ 1 - Q\left(\frac{d_{4,1}}{2\sigma_z}\right) \right]$$

$$P(er/A_1) = 1 - \prod_{\substack{i=2 \\ i \neq 1}}^{M=4} \left( 1 - Q\left(\frac{d_{i,1}}{2\sigma_z}\right) \right) = 1 - \left[ 1 - Q\left(\frac{d_{2,1}}{2\sigma_z}\right) \right] \cdot \left[ 1 - Q\left(\frac{d_{3,1}}{2\sigma_z}\right) \right] \cdot \left[ 1 - Q\left(\frac{d_{4,1}}{2\sigma_z}\right) \right]$$

כאשר:  $d_{3,1} = d_{2,1}$ , ונחשב רק עבור סימבולים שכנים, כך ש-  $d_{\min} = d_{3,1} = d_{2,1}$

$$P(er/A_1) = 1 - 1 + 2Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma_z}\right) - Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma_z}\right)^2$$

כיון ש-  $Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma_z}\right)^2$  זניח, נקבל:

$$P(er/A_1) = 2Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma_z}\right)$$

מאחר והסתברות שגיאה פר סימבול שוות בכל סימבול:

$$P(er/A_1) = per_{sym}$$

$$\begin{aligned} per_{sym} &= 2Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma_z}\right) = 2Q\left(\frac{\sqrt{2P_r} \cdot A_0 \cdot E_g}{2\sqrt{\frac{A_0^2 N_0 E_g}{4}}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2P_r \cdot A_0^2 \cdot E_g^2}{4A_0^2 N_0 E_g}}\right) \\ &= 2Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot P_r \cdot E_g}{N_0}}\right) \end{aligned}$$

$$SNR_s = \gamma_d = \frac{2P_r \cdot E_g}{N_0}$$

$$per_{sym} = 2Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot P_r \cdot E_g}{N_0}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot P_r \cdot E_g}{N_0}}\right) = 2Q(\sqrt{\gamma_d})$$

חישוב והצגת הגרף הסתברות השגיאה לסימבול כאשר  $\gamma_d$  משתנה בין 0 ל- 12dB.

נעשה המרה ל-  $\gamma_d$  מ- dB:

$$\gamma_d[dB] = 0 \rightarrow 10^{\frac{0}{10}} = 1$$

$$\gamma_d[dB] = 12 \rightarrow 10^{\frac{12}{10}} = 15.848$$

$$per_{sym}(\gamma_d = 1) = 2Q(\sqrt{1}) = 2Q(1) = 0.3174$$

$$per_{sym}(\gamma_d = 15.848) = 2Q(\sqrt{15.848}) = 2Q(3.98) = 6.928 \cdot 10^{-5}$$

יחס אות לרעש במערכות תקשורת הינו פרמטר מאוד חשוב בהגדרת המערכת וביכולת לשחזור האות ביחס לרעש, ככל שיחס זה גדול יותר כך נוכל להגיד שהמערכת טובה יותר.

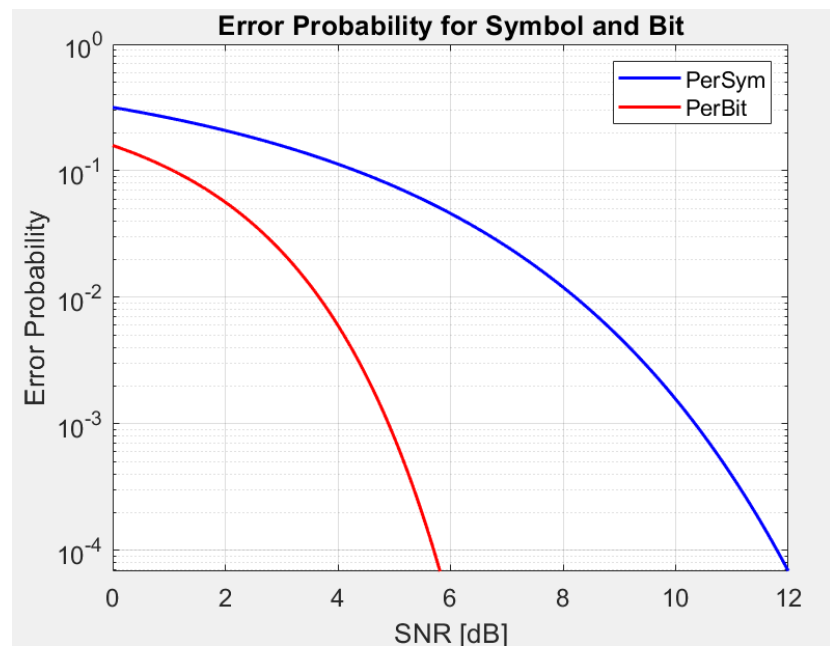
**חישוב הסתברות שגיאה לביט:**

$$SNR_{sym} = \gamma_d = \frac{\bar{E}_r}{N_0} = \frac{2P_r \cdot E_g}{N_0}$$

$$per_{sym} = 2Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot P_r \cdot E_g}{N_0}}\right) = 2Q(\sqrt{\gamma_d})$$

$$per_b = \frac{per_{sym}}{\log_2(M)} = \frac{2Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot P_r \cdot E_g}{N_0}}\right)}{\log_2(4)} = \left(\sqrt{\frac{2 \cdot P_r \cdot E_g}{N_0}}\right) = Q(\sqrt{\gamma_d})$$

$$SNR_b = \frac{SNR_{sym}}{\log_2(M)} = \frac{\frac{2P_r \cdot E_g}{N_0}}{\log_2(4)} = \frac{P_r \cdot E_g}{N_0}$$



איור 5- גרף הסתברות השגיאה לסימבול



### פרק 3- סימולציה

#### 1. יצירת שני בסיסי נתונים:

א) בסיס נתונים המכיל את כל צירופי הביטים לסימבול האפשריים במערכת  $M = 4$  :

$$\{00, 01, 10, 11\}$$

ג) ב. בסיס נתונים המכיל מינימום 20,000 ביטים :

מופיע בקוד תחת המשתנה -second\_database

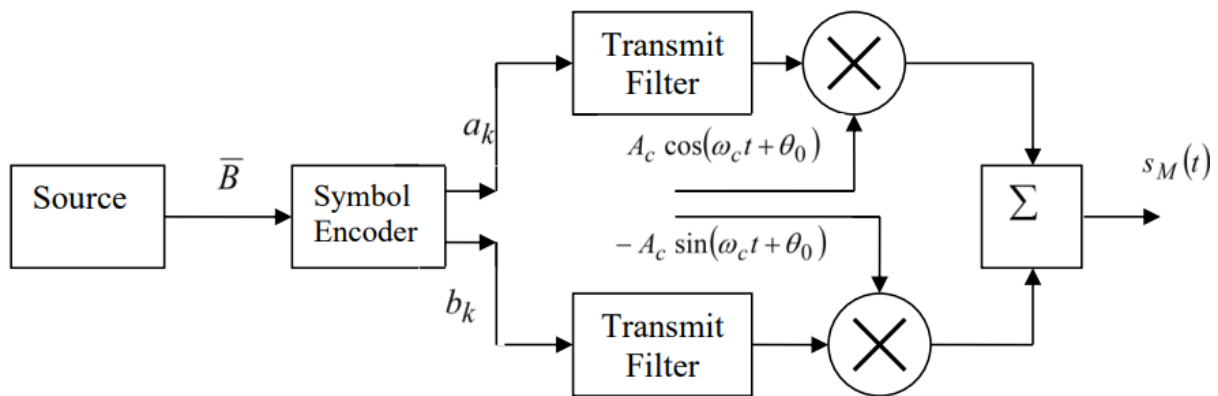
כאשר מספר רמות הקוונטיזציה ותדר הדגימה הינם :

Number of quantization levels used: 16

New sampling frequency: 800 Hz

#### 2. בניית המשדר

האיור הבא מתאר את תכנון המשדר, כיון שהקונסטלציה עבור איפנון QAM מכילה סימבולים מרוכבים, במימוש המודולטור במשדר, האות הוכפל הן בקוסינוס והן בסינוס.



איור 6- דיאגרמת המשדר

בבניית המשדר השתמשנו בפרמטרים הבאים :

• קצב שידור סימבולים :  $R_s = 1.6 \text{ KHz}$ .

• הספק השידור :  $P_c = 10 \text{ W}$

• תדר גל הנושא :  $f_c = 20 \text{ KHz}$

•  $A_c = \sqrt{2P_c}$

הסבר בחירת מקדם ההגבר לחישוב הספק האות :

$$P_M = \sum_{k=1}^4 P_k \cdot P_D$$

כאשר כל אחת מההסתברויות היא :  $P_k = \frac{1}{4}$

חישוב ההספק לכל סימבול:

$$P_D = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} S_0^2(t) dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \left[ D_{k_i} g(t) A_c \cos(\omega_c t) + D_{k_q} g(t) A_c \sin(\omega_c t) \right]^2 dt =$$

$$= \frac{A_c^2}{2T_s} \int_0^{T_s} \underbrace{g^2(t)}_1 \underbrace{|D_k|^2}_1 dt = \frac{A_c^2}{2T_s} \cdot T_s = \frac{A_c^2}{2}$$

מכאן נובע כי:

$$P_M = \sum_{k=1}^4 \frac{1}{4} \cdot \frac{A_c^2}{2} = \frac{A_c^2}{2}$$

$$A_c = \sqrt{2P_c}$$

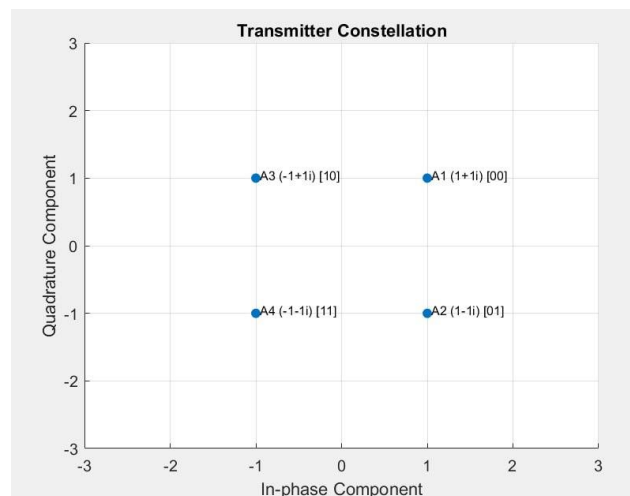
$$P_c = 10W$$

### מקודד

טבלה 2- נתונים לבניית הקונסטלציה

סימבול	ערך סימבול	ביטים
$A_1$	$1 + j$	00
$A_2$	$1 - j$	01
$A_3$	$-1 + j$	10
$A_4$	$-1 - j$	11

הקונסטלציה המתקבלת:



איור 7- הקונסטלציה המתקבלת עבור כל הסימבולים במילון

בנינו את המקודד כפונקציה שמקבלת וקטור של ביטים ומוציאה את ערכי  $a_n$ ,  $b_n$  כאשר:  $A_n = a_n + jb_n$  עבור כל צירוף של ביטים:

```
Encoded symbols from First_database:
 1.0000 + 1.0000i  1.0000 - 1.0000i -1.0000 + 1.0000i -1.0000 - 1.0000i

First 10 encoded symbols from second_database:
Columns 1 through 6

-1.0000 + 1.0000i  1.0000 + 1.0000i -1.0000 + 1.0000i  1.0000 + 1.0000i -1.0000 + 1.0000i  1.0000 + 1.0000i

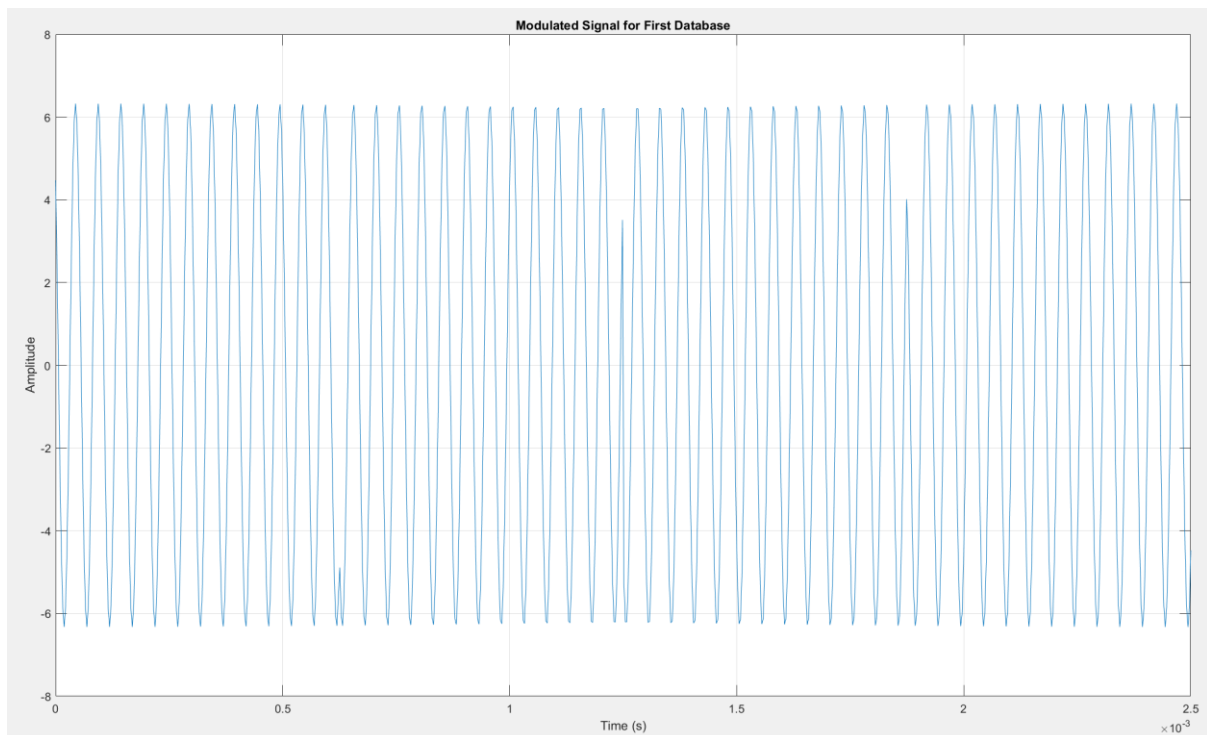
Columns 7 through 10

-1.0000 + 1.0000i  1.0000 + 1.0000i -1.0000 + 1.0000i  1.0000 + 1.0000i
```

איור 8- קידוד הביטים לסימבולים

## משדר

שידור בסיס הנתונים הראשון והצגת  $SM(t)$  כפונקציה של הזמן :



איור 9- הצגת  $SM(t)$  כפונקציה של הזמן

לפי כלל נייקוויסט, יש לדגום לפחות פי שניים מתדר הגל הנושא  $f_c$  שהוא 20,000 הרץ. לכן, קצב הדגימה המינימלי יהיה :

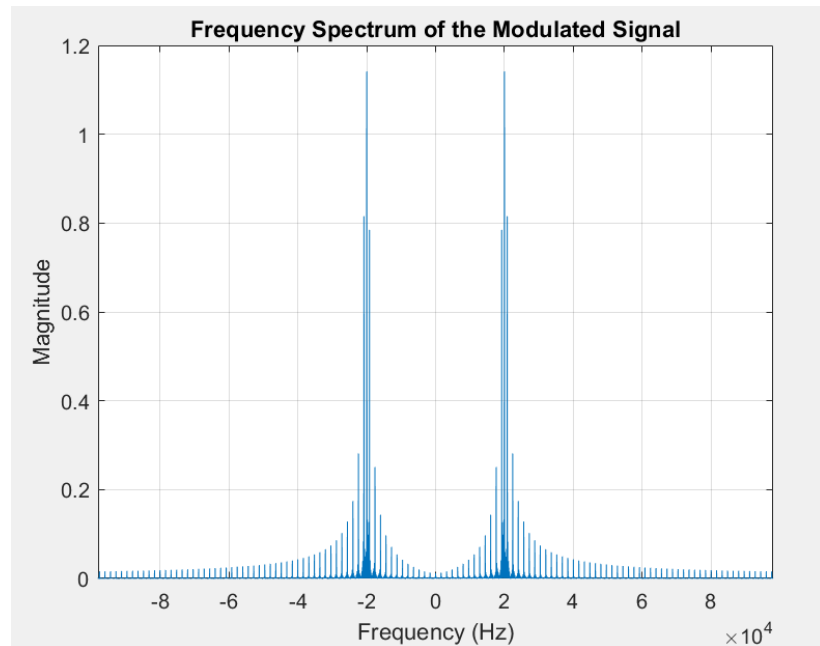
$$f_{\text{sample}} = 2 \cdot f_c = 2 \cdot 20,000 = 40,000$$

מצאנו כי זמן חיים כל סימבול הוא  $T_s = 0.625 \text{ msec}$

$$\text{דגימות} = T_s \cdot f_{\text{sample}} = 0.625 \times 10^{-3} \times 40,000 = 25$$

לכן, במינימום יש לדגום את האות שלנו ב-25 דגימות לכל סימבול. עם זאת, עבדנו עם 200 דגימות לסימבול כדי לקבל גרפים חלקים וברורים יותר.

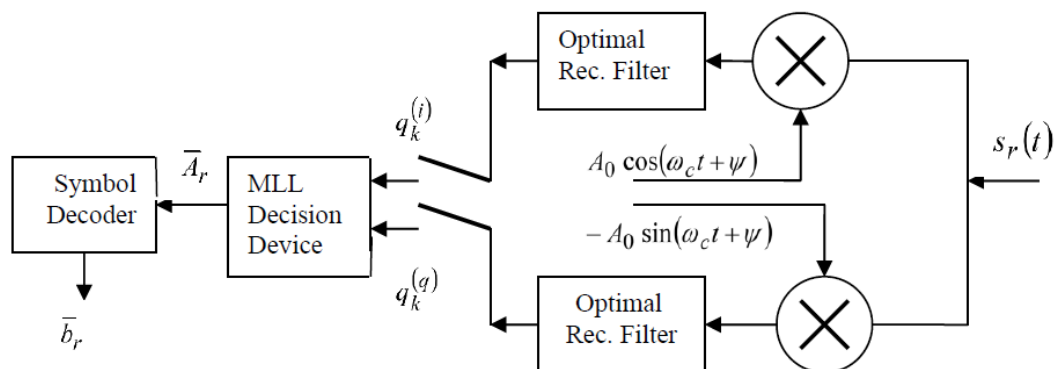
שידור בסיס הנתונים השני והצגת  $SM(t)$  כפונקציה של התדר :



איור 10- הצגת  $SM(t)$  כפונקציה של התדר

ניתן הבין כי בגלל שהכפלנו את האות בתדר הגל הנושא אנחנו בעצם נקבל את המודולציה בתדר של הגל נושא  $f_c$  שהוא 20,000 הרץ

### 3. בנית המקלט, קליטה ללא רעש



איור 11- דיאגרמת המקלט

במקלט מתבצע הכפלה של האות המתקבל עם פונקציות  $\cos$  ו-  $\sin$  עם פאזה  $\psi$  תוצאה זו נכנסת לתהליך האינטגרציה ב- Optimal Rec Filter כדי לקבל את הרכיבים  $q_k^{(i)}$  ו-  $q_k^{(q)}$ .

המקבל החלטות (MLL Decision Device) משתמש ברכיבים אלה כדי לזהות את הסימבול שהתקבל, ומתחשב בשינויי הפאזה החשובים באפנון QAM כדי למנוע כפילויות סימבולים ואובדן מידע.

סמל Decoder ממיר את הסימבולים לרצף ביטים באמצעות קידוד Code Gra

א.

pshi = 0:

MLL\_decision:

1.0000 + 1.0000i 1.0000 - 1.0000i -1.0000 + 1.0000i -1.0000 - 1.0000i

distances: (מציאת המרחקים בין הסימבולים ששודרו לסימבולים שנקלטו)

1.4122 1.4142 1.4142 1.4162

1.4142 1.4122 1.4162 1.4142

1.4142 1.4162 1.4122 1.4142

1.4162 1.4142 1.4142 1.4122

symbol\_decoder:

0 0 0 1 1 0 1 1

pshi = 30:

MLL\_decision:

1.0000 + 1.0000i 1.0000 - 1.0000i -1.0000 + 1.0000i -1.0000 - 1.0000i

distances: (מציאת המרחקים בין הסימבולים ששודרו לסימבולים שנקלטו)

1.4125 1.4132 1.4152 1.4159

1.4152 1.4125 1.4159 1.4132

1.4132 1.4159 1.4125 1.4152

1.4159 1.4152 1.4132 1.4125

symbol\_decoder:

0 0 0 1 1 0 1 1

מה שקרה בעצם שהצלחנו לשחזר את הבסיס הנתונים הראשון ששידרנו בחזרה לביט ששלחנו בראשית

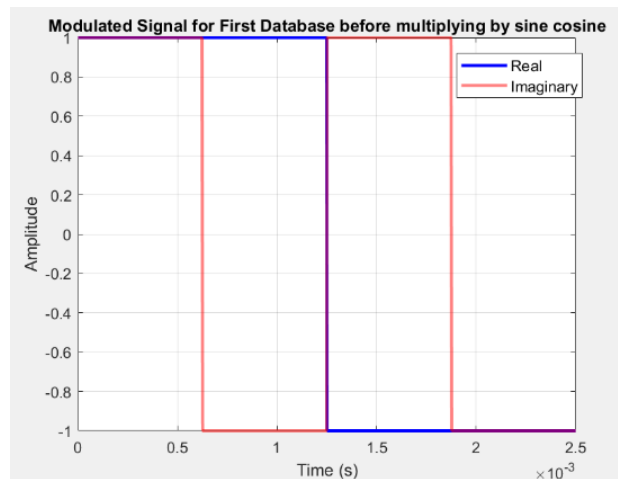
בכך שפונקציית MLL decision מצאה את הסימבולים ששודרו לפי המרחקים הכי קצרים  
ואז בפונקציית symbol decoder שבו החזרנו את הסימבולים לביטים לפי איך שהסימבולים הגדרו על פי  
קוד גריי

ב. שידור בסיס הנתונים הראשון מהמשדר למקלט:

1. הצגת כפונקציה של הזמן את הסיגנלים המתקבלים:

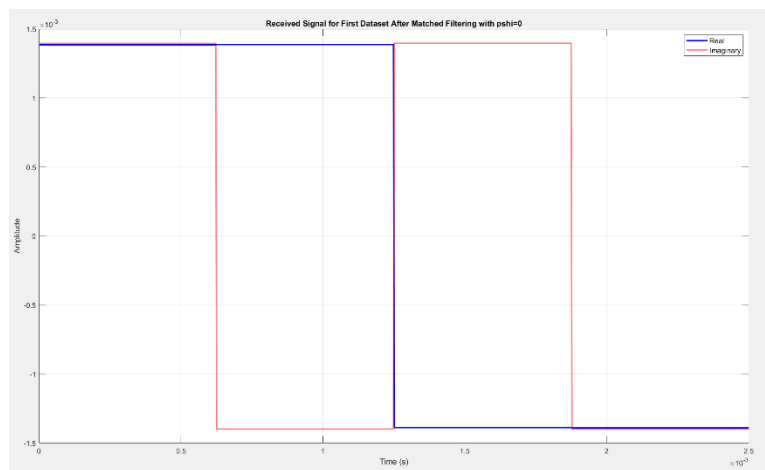
א. לפני הכפלה ב- $\cos(\omega_c t)$  ו- $\sin(\omega_c t)$  במשדר:

$$A_k = \{1+j, 1-j, -1+j, -1-j\}$$

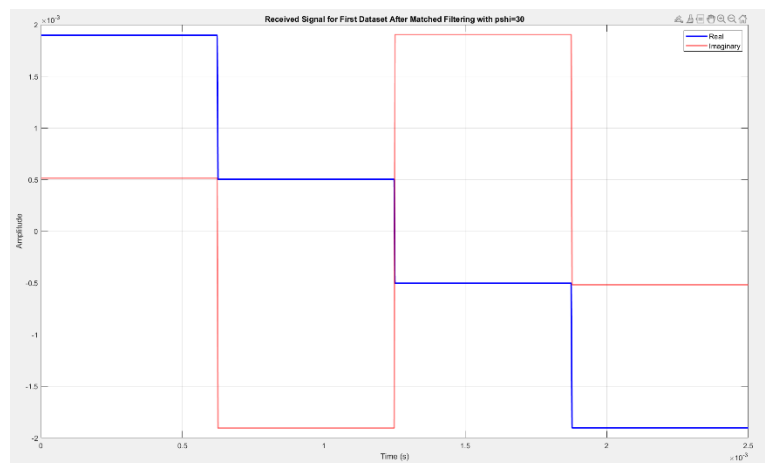


איור 12- הסיגנלים המתקבלים כפונקציה של הזמן לפני הכפלה ב- $\cos(\omega t)$  ו- $\sin(\omega t)$  במשדר

**ב. אחרי מסננים מתואמים במקלט:**



איור 13- הסיגנלים המתקבלים כפונקציה של הזמן אחרי מסננים מתואמים במקלט עבור  $\psi = 0$



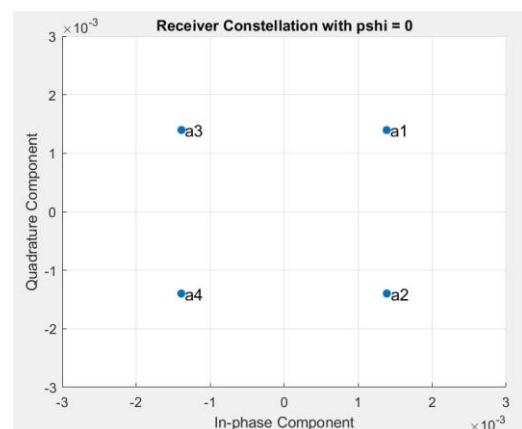
איור 14 - הסיגנלים המתקבלים כפונקציה של הזמן אחרי מסננים מתואמים במקלט עבור  $\psi=30$

### ג. הסבר לתוצאות

ההבדל בין הגרפים נובע בעיקר משינוי ברמת האנרגיה שנגרם כתוצאה משימוש במסנן מתואם בגרף ב', דבר זה גורם לפולסים להיראות עם שיאי אמפליטודה נמוכה יותר ביחס לגרף א', בו האותות עדיין נמצאים במצבם הבסיסי ללא ההגברה האנרגטית של המסנן המתואם. וכי בגרף איור 14 השינוי נגרם מהתזוזה של הקונסטלציה בפאזה 30 משמע מיקום הקונסטלציה השתנה ולכן האמפליטודה של הקונסטלציה המרוכבת השתנה

2. הנחת פאזה קבועה  $\psi = 0, \theta = 0$  סנכרון מלא בין המשדר למקלט.

א. מציאת הסימבולים המתקבלים במקלט והצגת הקונסטלציה של הסימבולים הנקלטים.



איור 15- הקונסטלציה של הסימבולים הנקלטים

ב. מצא את המרחקים בין הסימבולים הנקלטים.

המרחקים בין הסימבולים הנקלטים :

Distances between symbols in Receiver Constellation with pshi = 0:

Distance between a1 and a2: 0.00279

Distance between a1 and a3: 0.00277

Distance between a2 and a4: 0.00278

Distance between a3 and a4: 0.00280

המרחקים בין הסימבולים במשדר :

Distances between symbols in Transmitter Constellation:

Distance between A1 and A2: 2.00000

Distance between A1 and A3: 2.00000

Distance between A2 and A4: 2.00000

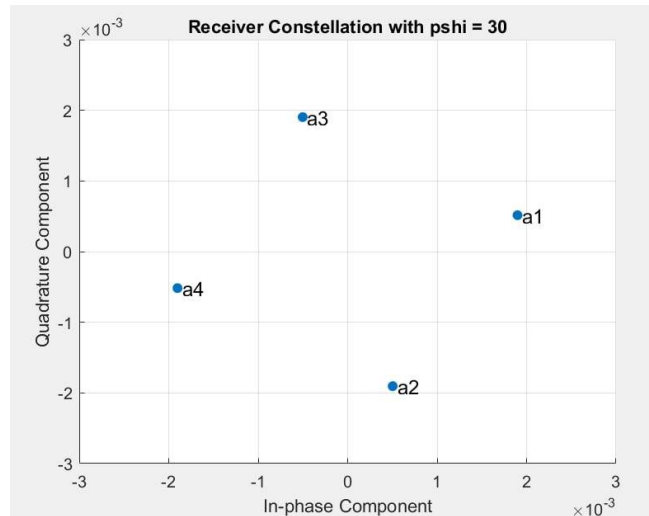
Distance between A3 and A4: 2.00000

השוואה בין המרחקים של הסימבולים במשדר לבין המקלט :

כפי שניתן לראות במרחקים בין הסימבולים שהצגנו מעלה, המרחק בין הסימבולים שנקלטו קטן משמעותית מאשר בין הסימבולים ששודרו. דבר זה נובע מכך שהאות עובר דרך מסנן מתואם במקלט ודרך האינטגרטור על האנרגיה-  $(g(t))^2$  ששווה ל-  $T_s$  (זמן סימבול) וזה מקטין את הספק האות, שכן נוצרת סכימה בפרק זמן  $T_s$  קצר.

3. הנחת פאזה קבועה  $\theta = 0$ ,  $\psi = 30^\circ$  ישנו חוסר סנכרון בין המשדר למקלט.

א. מציאת הסימבולים המתקבלים במקלט והצגת הקונסטלציה של הסימבולים הנקלטים.



איור 16- הצגת הקונסטלציה של הסימבולים הנקלטים

ב. מצא את המרחקים בין הסימבולים הנקלטים.

Distances between symbols in Receiver Constellation with pshi = 30:

Distance between a1 and a2: 0.00279

Distance between a1 and a3: 0.00277

Distance between a2 and a4: 0.00278

Distance between a3 and a4: 0.00280

ג. השוואה בין הקונסטלציה במשדר ובמקלט ואת המרחקים בין הסימבולים

התקבלו מרחקים שווים בין הקליטה בסנכרון ובין בחוסר סנכרון, השוני בין הקונסטלציות הוא מיקום הסימבולים בקונסטלציה בלבד, דבר הנובע מחוסר הסנכרון בין הפאזה של המקלט לבין הפאזה של המשדר. חוסר הסנכרון גורם לקונסטלציה להסתובב סביב צירה ובכך לשנות את מיקום הסימבולים. כתוצאה משינוי מיקום הסימבולים יכולה לקרות טעות בהחלטת מיהו הסימבול שנקלט ולגרור עליה בהסתברות השגיאות במערכת.

השפעת חוסר סנכרון על הקונסטלציה במקלט:

תוספת פאזה גורמת שהסימבול המתקבל במקלט יתרחק מהמקום בו היה אמור להתקבל אם לא הייתה תוספת פאזה, שיעור ההתרחקות הוא שיעור פאזה השווה לפאזה הערוץ.

כאשר הסחת הפאזה גדולה מחצי הפרש הפאזות בין שני סימבולים סמוכים, מתקבלות במקלט שגיאות. הסחת הפאזה לא משפיעה על  $Z_k$ .

הזזת הפאזה עלולה לגרום לטעות בזיהוי הסימבול.

לדוגמא אם הסחת הפאזה הינה  $45^\circ$  של ה-DD עלול לזהות את הסימבול הסמוך.

עבור  $\varphi_0 \neq \varphi_r \rightarrow \Delta\varphi_r \neq 0$  מיקום הסימבולים שיתקבל יתואר ע"י הקשר הבא:

$$a_m(\Delta\varphi_r) = a_m \cdot e^{j\Delta\varphi_r}$$



## פרק 4- קליטה עם רעש

בפרק זה נבחן את השפעת הרעש על מערכת התקשורת.

הערה- כיון שהרעש הינו אקראי, בכל הרצה של הקוד יתקבלו גרפים שונים במקצת מאלו שנציג. כל גרף יהיה קרוב לחישוב התאורטי.

בשאלת הכנה 10 קיבלנו:

$$per_{sym} = 2Q(\sqrt{\gamma_d})$$

נמצא את  $\gamma_{dmax}$  שמספק הסתברות שגיאה לסימבול  $p_{er} = 10^{-3}$ :

$$2Q(\sqrt{\gamma_d}) = 10^{-3} \quad /: 2$$

$$Q(\sqrt{\gamma_d}) = 5 \cdot 10^{-4}$$

נעזר בגרף  $Q$ -function ונקבל-

$$\sqrt{\gamma_d} = 3.2905$$

$$\gamma_d \approx 10.83$$

באותה הדרך נמצא גם את  $\gamma_{dmin}$  שמספק הסתברות שגיאה לסימבול  $p_{er} = 2 \cdot 10^{-1}$ :

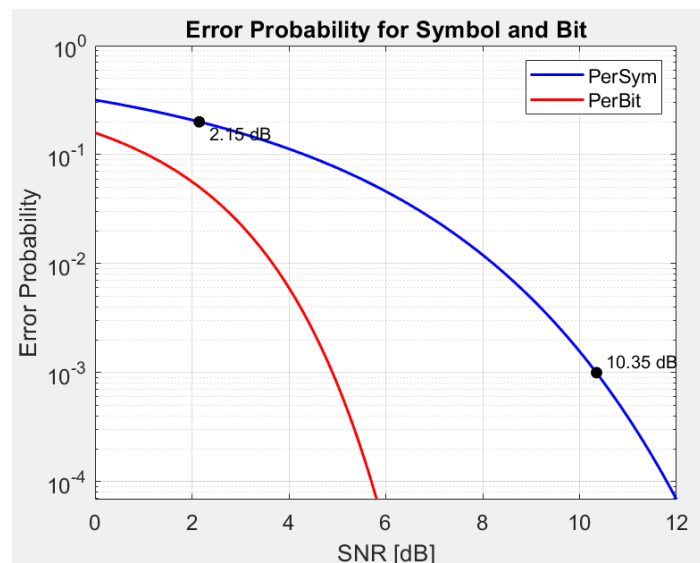
$$\gamma_d \approx 1.64$$

בעשרוני:

$$1.64 < \gamma_d < 10.83$$

בדציבלי:

$$2.15dB < \gamma_d < 10.35dB$$



איור 17- מציאת  $\gamma_{dmax}$  ו-  $\gamma_{dmin}$  מגרף הסתברות השגיאה לסימבול

The value of  $\gamma_d$  for  $\text{PerSym} = 10^{-3}$  is approximately 10.35 dB  
The value of  $\gamma_d$  for  $\text{PerSym} = 2 \cdot 10^{-1}$  is approximately 2.15 dB

נקבע כך את שונות הרעש צר הסרט בכניסה למקלט :

$\gamma_d = \gamma_{d\_min} : \gamma_{d\_max}$ ;

ניצור רעש גאוס צר סרט בכניסה למקלט כמו שהתבקשנו :

לפי שאלה 10 בפרק 2-

$$SNR_{sym} = \gamma_d = \frac{\bar{E}_r}{N_0} = \frac{2P_r \cdot E_g}{N_0}$$

$$N_0 = \frac{2P_r \cdot E_g}{\gamma_d}$$

%חישוב  $N_0$  עבור כל ערך של  $\gamma_d$   
%חישוב צריך להיות עם עשרוני  
 $N_0 = (2 \cdot P_r \cdot E_g) ./ \gamma_d$ ;

חישוב שונות הרעש בעזרת שאלה 10 בפרק 2 :

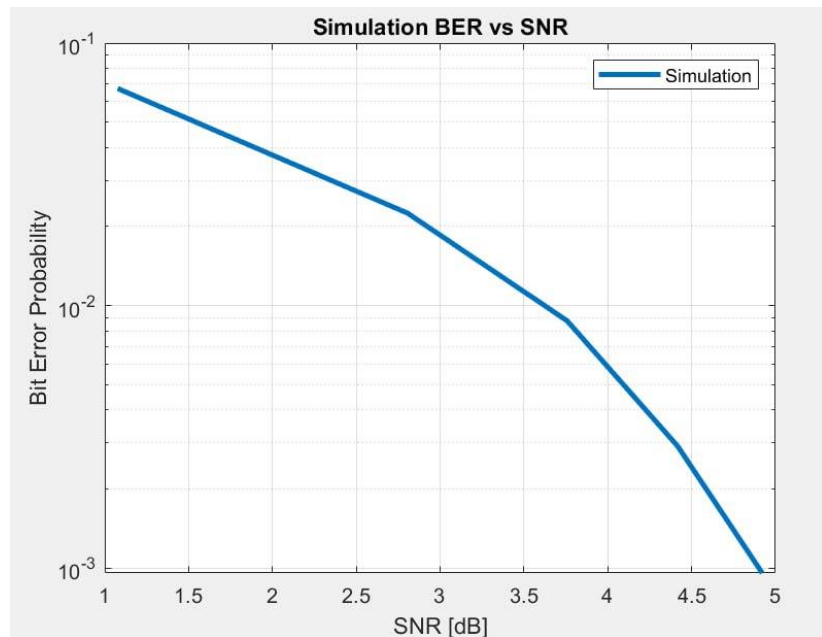
$$\sigma_z = \sqrt{\frac{A_0^2 N_0 E_g}{4}}$$

%חישוב השונות עבור כל ערך של  $N_0$   
 $\sigma_z = \sqrt{(A_0^2 \cdot N_0 \cdot E_g) / 4}$ ;

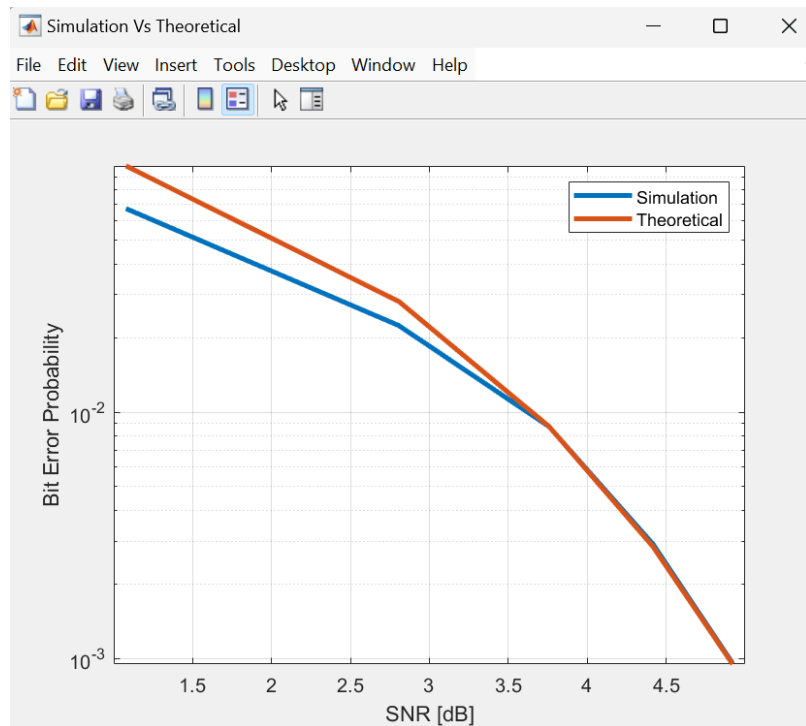
גרף הסתברות שגיאה לביט כפונקציה של יחס אות לרעש לביט בתחום הנבחר :

```
for i = 1:m
    for j = 1:len_A_n2
        [close_symbol(i,j), min_distances] = MLL_decision(received_symbols_3(i,j), A_n1);
    end
    errors(i) = sum(close_symbol(i,:) ~= A_n2); % סך כל השגיאות עבור כל סמל
    ber(i) = errors(i) / len_A_n2; % שיעור השגיאה לסמל
end
```

```
total_bits = len_A_n2 * num_bits_per_symbol; % סך כל הביטים
ber_bit = errors / total_bits; % שיעור השגיאה לביט עבור כל איטרציה
```



איור 18 - גרף הסתברות שגיאה לביט כפונקציה של יחס אות לרעש לביט



איור 19 - השוואה בין החישוב התאורטי לסימולציה של הסתברות השגיאה כפונקציה של יחס האות לרעש לביט ביחידות dB

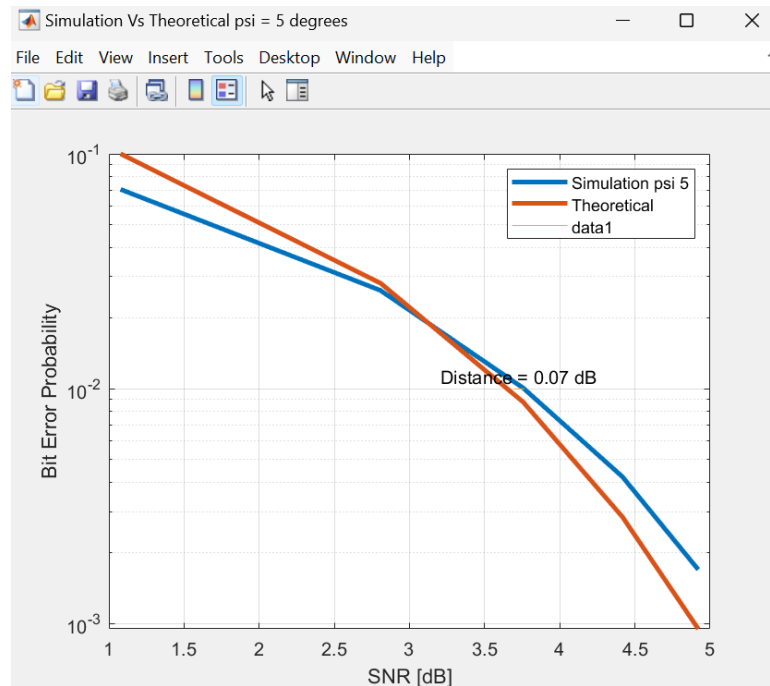
ניתן לראות מהגרף כי תוצאות הסימולציה קרובות מאוד לתוצאות התיאורטיות, כאשר קיים פער קטן ב-SNR-נמוך, אך עבור ערכי SNR גבוהים יותר, ישנה התאמה כמעט מלאה

## פרק 5- קליטה עם הפרש פאזה קבוע

בפרק זה נבחן את ההשפעה על חוסר סנכרון בין המשדר למקלט.

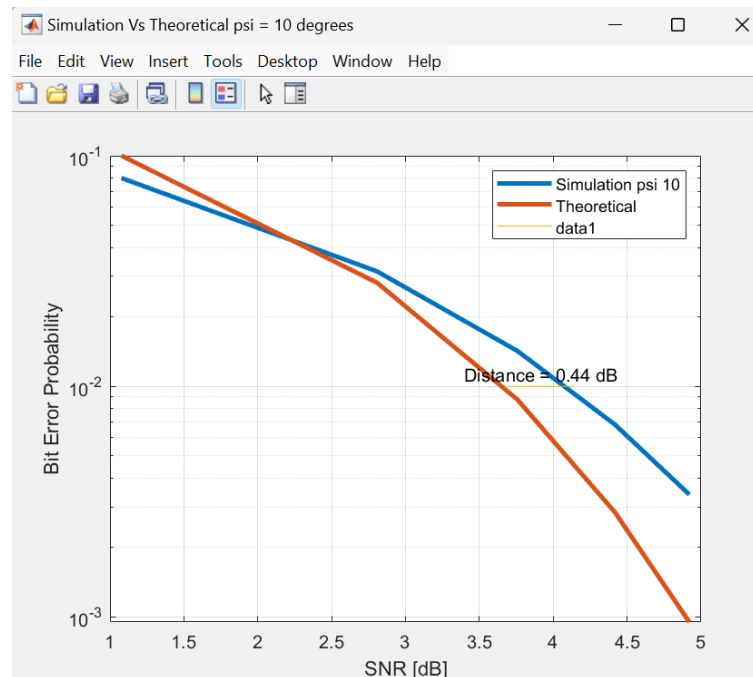
הערה- כיון שהרעש הינו אקראי, בכל הרצה של הקוד יתקבלו גרפים שונים במקצת מאלו שנציג. כל גרף יהיה קרוב לחישוב התאורטי.

ה. עבור פאזה קבועה,  $\psi = 5^\circ$ ;  $10^\circ$ ,  $\theta = 0$  בפונקציות  $\cos(\omega_c t)$  ו- $\sin(\omega_c t)$  במשדר ובמקלט.



איור 20- השוואה בין החישוב התאורטי לסימולציה של הסתברות השגיאה כפונקציה של יחס האות לרעש לביט ביחידות dB עבור  $\psi = 5^\circ$

The power penalty of psi 5 degrees is: 1.015676



איור 21 - השוואה בין החישוב התאורטי לסימולציה של הסתברות השגיאה כפונקציה של יחס האות לרעש לביט ביחידות dB עבור  $\psi = 10^\circ$

The power penalty of psi 10 degrees is: 1.106140

התבקשנו שיחס האות לרעש ( $\gamma_d$ ) יהיה בקפיצות של 2 מ-  $\gamma_{dmin}$  עד ל-  $\gamma_{dmax}$  ולכן התקבלו רק 5 נקודות בלבד.

האינטרפולציה תבצע קירוב המבוסס על אותן נקודות, ולכן האינטרפולציה לא תמצא את הנקודה המדויקת על שתי הפונקציות (פונקציית התיאוריה ופונקציית הסימולציה עם הפאזה), אך זה לא משפיע על נכונות החישוב. אם נגדיל את מספר הנקודות של  $\gamma_d$  האינטרפולציה תהיה מדויקת וקו הצהוב (המרחק) יושב על שתי הפונקציות.

תוצאות ה power penalty-מצביעות על ההספק הנוסף שנדרש להוסיף במשדר על מנת להתגבר על סטיית הפאזה ולהשיג סנכרון מלא

## רשימת מקורות

- J. G. Proakis and M. Salehi, *Digital Communications*, 5th ed., New York: McGraw-Hill, pp. 330-400, 2008 .