



**UiT** Norges arktiske universitet

Handelshøgskolen ved UiT

Fakultet for biovitenskap, fiskeri og økonomi

## **Mappeoppgave 2**

Næringsøkonomi og konkurransestrategi

Kandidatnummer: 30

SOK-2030, Vår 2024

# Sammendrag

Del opp og strukturer oppgaven bedre.

Forklar bedre og bruk pensum mer på begrunnelse av modeller.

Lag paier for å illustrere bedre.

Lag en tabell som viser hva og hvilke variabler som er definert i oppgaven.

Lag en tabell som viser profitt med stackelberg og cournot modell i oppgave 1.

Avslutningsvis lag to tabeller som viser profitter til bedriftene før og etter fusjon i oppgave 2 med de forskjellige modellene.

Konklusjon og så få chatgpt til å skrive sammendraget.

# Innholdsfortegnelse

<b>Oppslagsverk av variabler</b>	<b>5</b>
<b>Oppgave 1 (30%)</b>	<b>5</b>
Valg av modell . . . . .	5
Optimal tilpasning ved stackelberg . . . . .	5
Stackelberg ovenfor cournot . . . . .	7
<b>Oppgave 2 (70%)</b>	<b>9</b>
Markedet for mikroøl før fusjon . . . . .	9
Markedet for mikroøl etter fusjon . . . . .	11
<b>Referanser</b>	<b>14</b>
<b>Appendix Generell KI bruk</b>	<b>15</b>
<b>Appendix Kode</b>	<b>16</b>

## Figurliste

1	Stackelberg modell for Olivita og Dr Choice . . . . .	8
2	Cournot modell for Olivita og Dr Choice . . . . .	8

## Tabelliste

1	Oppslagsverk av variabler . . . . .	5
2	Optimalt kvantum, pris og profitt . . . . .	8

## Oppslagsverk av variabler

Variabel	Beskrivelse
$Q$	Kvantum
$Q_i^*$	Optimalt kvantum for gitt bedrift
$P$	Pris
$P^*$	Optimal pris
$a$	Maksimal betalingsvillighet
$b$	Koeffisient for prisfølsomhet
$c_i$	Marginale kostnader for gitt bedrift
$f_k$	Faste kostnader for bedrifter
$\pi_i$	Profittfunksjonen for gitt bedrift

Tabell 1: Oppslagsverk av variabler

Merk: det er mulighet for notasjonsfeil i [Tabell 1](#) mot hva som er skrevet videre i oppgaven.

## Oppgave 1 (30%)

Hva blir optimal tilpasning i dette markedet når Olivita kan gjøre sine strategiske valg før konkurrenten, Dr Choice AS, gjør sitt valg?

### Valg av modell

Godene vi ser på er substitutter (de er like) hvor Olivita har vært lengst i markedet og dermed er lederbedriften. Derfor blir stackelberg-modellen brukt, hvis den ene bedriften (lederbedriften) øker sin produksjon vil den andre bedriften sin produksjon minke, noe som gjør det til kvantumkonkurranse.

Stackelberg-modellen er en sekvensiell modell hvor kvantum er bedriftenes handlingsvariabler i motsetning til bertrand hvor bedriftene konkurrerer om pris. Lederbedriften Olivita, tar sine beslutninger først og bestemmer hvor mye som produseres som maksimerer deres egen profitt basert på at følgerbedriften Dr Choice vil tilpasse seg sekvensielt med sitt eget kvantum som en reaksjon på Olivita sitt valg av kvantum.

### Optimal tilpasning ved stackelberg

Ved å bruke en stackelberg modell kan vi finne optimal tilpasning i markedet.

Den inverse etterspørselen i markedet er gitt ved  $P = a - b(Q_O + Q_C)$  hvor  $Q_O$  er antall solgte flasker med Olivita,  $Q_C$  er antall solgte flasker Easy Choice Omega-3 og  $P$  er pris per flaske av Omega-3 produktene. I produksjon av Omega-3 produktene vil begge bedriftene ha konstante marginalkostnader  $c$  på kr 50 per produsert flaske. Faste kostnader  $f_k$  for begge bedriftene er på 3 millioner kroner.  $a = 990$  og  $b = \frac{1}{60}$  og da blir den inverse etterspørselen  $P = 990 - \frac{1}{60}(Q_O + Q_C)$ .

Siden begge bedrifter har samme faste kostnader og marginale kostnader, kan vi bruke en felles profittfunksjon for begge bedriftene. Profittfunksjonen er gitt ved:

$$\pi = Q_O(a - b(Q_C + Q_O) - c) \quad (1)$$

Tar så og deriverer profittfunksjonen mhp  $Q_C$ :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_C} = a - bQ_C - b(Q_O + Q_C) - c \quad (2)$$

løser for kvantum og setter den deriverte lik 0 for å finne reaksjonsfunksjonen til Dr Choice AS

$$Q_C = \frac{a - bQ_O - c}{2b} \quad (3)$$

Setter så reaksjonsfunksjonen til Dr Choice inn i profittfunksjonen til Olivita og deriveres mhp  $Q_O$  og forenkles (ser egentlig mye verre ut):

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_O} = \frac{a}{2} - bQ_O - \frac{c}{2} \quad (4)$$

Ved å løse for  $Q_O$  får vi optimalt kvantum for lederbedriften (Olivita), og substituerer inn tallverdier:

$$Q_O^* = \frac{a - c}{2b} = \frac{(990 - 50)}{(2 \cdot \frac{1}{60})} = 28200 \quad (5)$$

Optimalt kvantum for lederbedriften (Olivita) er 28200 flasker.

Og for å finne ut optimalt kvantum for følgerbedriften (Dr Choice) setter vi inn  $Q_O^*$  i reaksjonsfunksjonen til Dr Choice:

$$Q_C^* = \frac{a - c}{4b} = \frac{(990 - 50)}{(4 \cdot \frac{1}{60})} = 14100 \quad (6)$$

Hvor optimalt kvantum for følgerbedriften (Dr Choice) blir 14100 flasker.

Videre for å finne optimal pris i sluttmarkedet setter vi inn optimal  $Q_O^*$  og  $Q_C^*$  i den inverse etterspørselen:

$$P^* = a - b(Q_O^* + Q_C^*) = 990 - \frac{1}{60}(28200 + 14100) = 990 - 705 = 285 \quad (7)$$

Den optimale prisen i sluttmarkedet blir 285 kr per flaske.

Så finner vi profitten til lederbedriften Olivita med å gange optimal pris med optimalt kvantum  $Q_O^*$  og trekker fra marginal kostnader  $c$  og faste kostnader  $f_k$ :

$$\pi_O = \frac{(a - c)^2}{8b} - f_k = \frac{(990 - 50)^2}{(8 \cdot \frac{1}{60})} - 3000000 = 3627000 \quad (8)$$

Profitten til Olivita AS blir å være 3.627.000 kroner.

Til slutt for å finne profitten til følgerbedriften (Dr Choice) så repeterer vi forrige prosess bare at vi ganger med optimalt kvantum for Dr Choice  $Q_C^*$ :

$$\pi_C = \frac{(a-c)^2}{16b} - f_k = \frac{(990-50)^2}{(16 \cdot \frac{1}{60})} - 3000000 = 313500 \quad (9)$$

Og finner at profitten til Dr Choice AS blir å være 313.500 kroner.

Den optimale tilpasningen blir 28200 kvantum solgt for Olivita mens Dr Choice vil tilpasse seg med halvparten av kvantumet på 14100 flasker.

Totalt kvantum blir 42.300 kvantum solgt for begge bedriftene til en markedspris på 285 kroner per flaske.

Vil det være en fordel for Olivita å ha mulighet til å gjøre sine valg før konkurrenten gjør sitt valg?

## Stackelberg ovenfor cournot

For å finne ut om det vil være en fordel for Olivita å ha mulighet til å gjøre sine valg før Dr Choice, så tar jeg å regner på en cournot modell for symmetriske bedrifter siden begge bedriftene har samme marginalkostnader.

Starter likt som med stackelberg og bruker samme etterspørsel og profittfunksjoner:

$$P = a - b(Q_O + Q_C) \quad (10)$$

$$\pi = Q_O(a - b(Q_C + Q_O) - c) \quad (11)$$

Videre så deriverer jeg profittfunksjonene mhp  $Q_O$  og  $Q_C$ :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_O} = a - bQ_O - b(Q_O + Q_C) - c \quad (12)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_C} = a - bQ_C - b(Q_O + Q_C) - c \quad (13)$$

Og løser for  $Q_O$  og  $Q_C$ :

$$Q_O^* = \frac{a-c}{3b} = \frac{(990-50)}{(3 \cdot \frac{1}{60})} = 18800 \quad (14)$$

$$Q_C^* = \frac{a-c}{3b} = \frac{(990-50)}{(3 \cdot \frac{1}{60})} = 18800 \quad (15)$$

Setter så inn  $Q_O^*$  og  $Q_C^*$  i etterspørselen for å finne optimal pris i sluttmarkedet:

$$P^* = a - b(Q_O^* + Q_C^*) = 990 - \frac{1}{60}(18800 + 18800) = 990 - 626.666 = 363.33 \quad (16)$$

Fra et samfunnsøkonomisk perspektiv så er det best for samfunnet at lederbedriften setter prisen først, siden det vil være større kvantum produsert under stackelberg hvis man ser på Tabell 2 og prisen blir lavere per enhet. Dette vil føre til at flere kunder vil kjøpe produktet og det vil være en velferdsgevinst for samfunnet ovenfor cournot. I dette tilfellet blir totalt kvantum produsert under cournot noe lavere på 37.600, og prisen per enhet noe dyrere på 363.33 kroner.

Lederbedriften Olivia vil også tjene mer på sekvensielt valg under stackelberg enn cournot, siden lederbedriften kan sette kvantum produsert først og følgerbedriften vil tilpasse seg. Dette vil føre til at lederbedriften vil tjene mer enn følgerbedriften siden de konkurrerer om kvantum solgt.

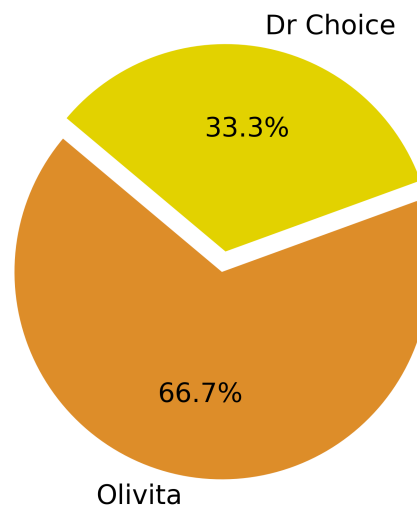
Totalt vil lederbedriften tjene 3.627.000 kroner under stackelberg og  $(P^* - c) \cdot Q_O^* - f_k = (363 - 50) \cdot 18800 - 3000000 = 2890666$  kroner under cournot. Derfor vil det være en fordel for Olivia å ha mulighet til å gjøre sine valg før Dr Choice gjør sitt valg.

I Figur 1 kan vi se hvor stor andel av kvantum produsert hver bedrift får under stackelberg sin modell. Lederbedriften får  $\frac{2}{3}$  av kaken med 28.200 kvantum produsert mens følgerbedriften får  $\frac{1}{3}$  av kaken med 14100 enheter produsert.

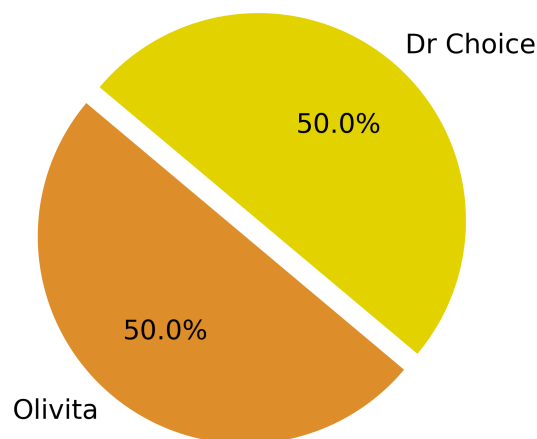
I Figur 2 kan vi se hvor stor andel av kvantum produsert hver bedrift får under cournot sin modell. Begge bedriftene får lik andel av kaken med 18.800 kvantum produsert hver.

Svaret blir da at det er en fordel for Olivia å ha mulighet til å gjøre sine valg før Dr Choice gjør sitt valg.

I Tabell 2 kan vi se optimalt kvantum, salgspris og profitt ved stackelberg og cournot modell. Ved cournot deles profitten likt mellom bedriftene, mens ved stackelberg vil Olivia ha større profitt og prisen blir lavere.



Figur 1: Stackelberg modell for Olivia og Dr Choice



Figur 2: Cournot modell for Olivia og Dr Choice

	Stackelberg	Cournot
$Q_O^*$	28200	18800
$Q_C^*$	14100	18800
$P^*$	285	363.33
$\pi_O$	3627000	2890666
$\pi_C$	313500	2890666

Tabell 2: Optimalt kvantum, pris og profitt



## Oppgave 2 (70%)

### Markedet for mikroøl før fusjon

Markedet for produksjon av mikroøl består av tre lokale bryggerier: Graff Brygghus, Bryggeri 13 og Mack Mikrobryggeri.

Etterspørselen i dette markedet er gitt ved:  $P = 175 - 4Q$  hvor  $P$  er markedspris per flaske mikroøl,  $Q$  er totalt kvantum (antall tusen flasker), som er summen av produksjonen til de tre bryggeriene:  $Q = Q_G + Q_B + Q_M$ , der  $Q_G$  er produsert kvantum for Graff Brygghus,  $Q_B$  er produsert kvantum for Bryggeri 13 og  $Q_M$  er produsert kvantum for Mack Mikrobryggeri.

Mack Mikrobryggeri, som er en del av Mack Ølbryggeri, har en mer effektiv produksjonslinje enn de to andre, med konstante marginalkostnader på 7 kr per flaske, mens Graff Brygghus og Bryggeri 13 har marginalkostnader på 10 kr per flaske. Alle tre mikrobryggeriene har faste årlige kostnader på 300 000 kr. Styrene i selskapene Mack Mikrobryggeri og Bryggeri 13 har startet samtaler knyttet til mulig fusjon av disse to selskapene. Ved en fusjon vil all produksjon flyttes til Mack Mikrobryggeri. De faste kostnadene vil også reduseres ved sammenslåing av selskapene, og totalt utgjøre kr 500.000 per år for det fusjonerte selskapet.

For å finne ut om en fusjon vil være lønnsom for bedriftene til mikrobryggeriene så regner vi ved cournot modell for assymetriske bedrifter først og ser på hva profitten blir for hvert bryggeri før fusjon.

Etterspørselfunksjonen er som tidligere gitt ved:

$$P = a - b(Q_G + Q_B + Q_M) \quad (17)$$

Lager så en felles profittfunksjon for de tre bryggeriene:

$$\pi = Q_G(a - b(Q_G + Q_B + Q_M) - c) \quad (18)$$

Deriverer profittfunksjonen mhp  $Q_G$  og setter  $c_G = 10$ :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_G} = a - bQ_G - b(Q_G + Q_B + Q_M) - c_G \quad (19)$$

Deriverer så mhp  $Q_B$  og setter  $c_B = 10$ :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_B} = a - bQ_B - b(Q_G + Q_B + Q_M) - c_B \quad (20)$$

Deriverer så mhp  $Q_M$  og setter  $c_M = 7$ :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_M} = a - bQ_M - b(Q_G + Q_B + Q_M) - c_M \quad (21)$$

Løser så for optimalt kvantum for alle tre bryggerier  $Q_G^*$ ,  $Q_B^*$  og  $Q_M^*$  ved å sette  $\frac{\partial \pi}{\partial Q_G} = 0$ ,  $\frac{\partial \pi}{\partial Q_B} = 0$  og  $\frac{\partial \pi}{\partial Q_M} = 0$  i tusener:

$$Q_G^* = \frac{a + c_b - 3c_g + c_m}{4b} = \frac{175 + 10 - 3 \cdot 10 + 7}{4 \cdot 4} = 10.125 \quad (22)$$

$$Q_B^* = \frac{a + c_g - 3c_b + c_m}{4b} = \frac{175 + 10 - 3 \cdot 10 + 7}{4 \cdot 4} = 10.125 \quad (23)$$

$$Q_M^* = \frac{a + c_b + c_g - 3c_m}{4b} = \frac{175 + 10 + 10 - 3 \cdot 7}{4 \cdot 4} = 10.875 \quad (24)$$

Dette forteller oss at det optimale kvantum for Graff Brygghus og Bryggeri 13 er 10.125 tusen flasker og for Mack Mikrobryggeri er det 10.875 tusen flasker.

Setter så inn  $Q_G^*$ ,  $Q_B^*$  og  $Q_M^*$  i etterspørsselfunksjonen for å finne markedsprisen:

$$P = a - b(Q_G^* + Q_B^* + Q_M^*) = 175 - 4 \cdot (10.125 + 10.125 + 10.875) = 175 - (4 \cdot 31.125) = 175 - 124.5 = 50.5 \quad (25)$$

Markedsprisen blir da 50.5 kr per flaske om de velger å ikke fusjonere.

Setter så inn optimalt kvantum  $Q_G^*$ ,  $Q_B^*$  og  $Q_M^*$  i profittfunksjonen for Graff Brygghus, Bryggeri 13 og Mack Mikrobryggeri for å finne profitten for hvert bryggeri og trekker fra faste kostnader (her er kvantum ganget med 1000 slik at det blir direkte profitt):

$$\pi_G = \frac{125(a + c_b - 3c_g + c_m)^2}{2b} - f_k = \frac{125(175 + 10 - 3 \cdot 10 + 7)^2}{2 \cdot 4} - 300000 = 110062.5 \quad (26)$$

$$\pi_B = \frac{125(a - 3c_b + c_g + c_m)^2}{2b} - f_k = \frac{125(175 - 3 \cdot 10 + 10 + 7)^2}{2 \cdot 4} - 300000 = 110062.5 \quad (27)$$

$$\pi_m = \frac{125(a + c_b + c_g - 3 \cdot c_m)^2}{2b} - f_k = \frac{125(175 + 10 + 10 - 3 \cdot 7)^2}{2 \cdot 4} - 300000 = 173062.5 \quad (28)$$

Dette forteller oss at profitten for Graff Brygghus blir 110.062,5 kr og før fusjon vil Bryggeri 13 og Mack Mikrobryggeri få en summert profitt på 283.125 kr.

a) Vil en slik fusjon være lønnsom for de fusjonerte partene?

## Markedet for mikroøl etter fusjon

Videre skal vi nå regne og se om en fusjon blir å være lønnsom for Mack Mikrobryggeri og Bryggeri 13. Her brukes det fortsatt en cournot modell med assymetriske bedrifter.

Etterspørselsfunksjonen etter fusjon blir nå:

$$P = a - b(Q_G + Q_{bm}) - c \quad (29)$$

Deriverer så mhp  $Q_G$  og setter marginalkostnaden  $c_G = 10$ :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_G} = a - bQ_G - b(Q_{bm} + Q_G) - c_G \quad (30)$$

Deriverer så mhp  $Q_{bm}$  og setter marginalkostnaden  $c_{bm} = 7$ :

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_{bm}} = a - bQ_{bm} - b(Q_{bm} + Q_G) - c_{bm} \quad (31)$$

Løser så for optimalt kvantum for alle Graff og de to fusjonerte bedriftene  $Q_G^*$ ,  $Q_{bm}^*$  ved å sette  $\frac{\partial \pi}{\partial Q_G} = 0$  og  $\frac{\partial \pi}{\partial Q_{bm}} = 0$  i tusener:

$$Q_G^* = \frac{a + c_{bm} - 2c_g}{3b} = \frac{175 + 7 - 2 \cdot 10}{3 \cdot 4} = 13.5 \quad (32)$$

$$Q_{bm}^* = \frac{a - 2 \cdot c_{bm} + c_g}{3b} = \frac{175 - 2 \cdot 7 + 10}{3 \cdot 4} = 14.25 \quad (33)$$

Dette forteller oss at det optimale kvantum for Graff Brygghus blir 13.5 tusen flasker og for de to fusjonerte bedriftene blir kvantumet 14.25 tusen flasker etter fusjon.

Setter så inn  $Q_G^*$  og  $Q_{bm}^*$  i etterspørselsfunksjonen for å finne markedsprisen:

$$P = a - b(Q_G^* + Q_{bm}^*) = 175 - b \cdot (13.5 + 14.25) = 175 - (4 \cdot 27.75) = 175 - 111 = 64 \quad (34)$$

Markedsprisen blir da 64 kr per flaske om de velger å fusjonere.

Setter så inn optimalt kvantum  $Q_G^*$  og  $Q_{bm}^*$  i profittfunksjonen for Graff Brygghus, og den fusjonerte bedriften for å finne profitten for hvert bryggeri og trekker fra faste kostnader (her er kvantum ganget med 1000 slik at det blir direkte profitt):

$$\pi_G = \frac{1000(a + c_{bm} - 2c_g)^2}{9b} - f_k = \frac{1000(175 + 7 - 2 \cdot 10)^2}{9 \cdot 4} - 300000 = 429000 \quad (35)$$

$$\pi_{bm} = \frac{1000(a - 2c_{bm} + c_g)^2}{9b} - f_{kbm} = \frac{1000(175 - 2 \cdot 7 + 10)^2}{9 \cdot 4} - 500000 = 312250 \quad (36)$$

Dette forteller oss at profitten etter fusjon for Graff Brygghus blir 429.000 kr og for de fusjonerte bedriftene blir profitten på 312.250 kr.

Fusjonsparadokset slår til her og det er Graff Brygghus som tjener mest med en økning fra 110.062,5 kr til 429.000 kr i profitt. Før fusjonen hadde Bryggeri 13 og Mack Mikrobryggeri en profitt på 283.125 kr og etter fusjonen øker den til 312.250 kr. Fusjonen vil være lønnsom for de fusjonerte partene, dog ikke like mye som for Graff Brygghus.

Samfunnsøkonomisk blir kvantumet etter fusjonen å gå ned fra 31.125 til 27.75 tusen flasker og prisen per flaske øker fra 50.5 til 64 kr. Dette vil føre til at det blir produsert mindre mikroøl i markedet og prisen per flaske vil øke.

Videre i oppgaven skal vi anta at fusjon mellom Mack Mikrobryggeri og Bryggeri 13 blir gjennomført, og det nye selskapet vil operere under navnet Mack Mikrobrygg 13. Markedet for produksjon av mikroøl vi da bestå av to lokale produsenter: Mack Mikrobrygg 13 og Graff Brygghus. For å styrke sin posisjon i markedet, investerer Graff Brygghus i nytt og mer effektivt produksjonsutstyr, noe som reduserer deres variable kostnader til kr 7 per flaske. Denne investeringen vil gi selskapet økte faste kostnader på kr 200.000. Totale faste kostnader for begge bryggeriene er da på kr 500.000 for hvert av selskapene.

I restaurantbransjen i Tromsø er Restaurant Gruppen Holdig (RGH) en sentral aktør, som har monopol i sitt segment. RGH kjøper sitt mikroøl fra de to lokale produsentene Mack Mikrobrygg 13 og Graff Brygghus. For å drifte sine restauranter har RGH faste kostnader på kr 600.000.

Etterspørselen etter mikroøl i restaurantbransjen er lik:  $P = 175 - 2Q$  hvor  $Q$  er antall solgte flasker mikroøl (antall tusen flasker) for RGH og  $P$  er prisen for en flaske mikroøl til sluttbruker.

For å ytterligere styrke sin posisjon i oppstrømsmarkedet, vurderer ledelsen i Mack Mikrobrygg 13 en fusjon med konkurrenten Graff Brygghus. Det antas at denne fusjonen ikke vil resultere i kostnadsbesparelser for bryggeriene.

Som konsulent for styret i Mack Mikrobrygg 13, er du bedt om å analysere markedskonsekvensene av en potensiell fusjon mellom Mack Mikrobrygg 13 og Graff Brygghus. Analysen skal omfatte en vurdering av dagens markedstilpasning og en sammenligning med tilpasningen etter en eventuell fusjon i oppstrømsmarkedet.

- b) Basert på din analyse, vil du anbefale styret i Mack Mikrobrygg 13 å gjennomføre fusjon med Graff Bryggerhus?
- c) Hva blir de samfunnsøkonomiske konsekvensene av en fusjon mellom Mack Mikrobrygg 13 og Graff Bryggerhus.

## Referanser

Pepall, L., Richards, D. J. & Norman, G. (2014). *Industrial organization: Contemporary theory and empirical applications* (Fifth edition). Wiley.

## Appendix Generell KI bruk

I løpet av koden så kan det ses mange # kommentarer der det er skrevet for eks “#fillbetween q1 and q2”. Når jeg skriver kode i Visual Studio Code så finnes det en plugin som heter Github Copilot. Når vi skriver slike kommentarer så kan den foresøke å fullføre kodelinjene mens jeg skriver de. Noen ganger klarer den det, men andre ikke. Det er vanskelig å dokumentere hvert bruk der den er brukt siden det “går veldig fort” men siden det ikke er fått på plass en slik dokumentasjon så kan all python kode der det er brukt kommentarer antas som at det er brukt Github Copilot. Nærmere info om dette KI verktøyet kan ses på <https://github.com/features/copilot>

## Appendix Kode

```
import sympy as sp
from matplotlib import pyplot as plt
import numpy as np

q_o, q_c, c, a, b, pi, i, f_k = sp.symbols('q_o q_c c a b pi i f_k')

# c er konstante marginalkostnader
# a og b er parametre i etterspørselsfunksjonen som er gitt ved  $P = a - bQ$ 
# hvor etterspørselen er  $P = 990 - 1/60(Q_o + Q_c)$ 
# faste kostnader for begge bedrifter er 3 millioner
c = 50
a = 990
b = 1/60
f_k = 3000000
def P_demand(Q, a, b):
    return a - b*Q

def profit(q_o, q_c, c, a, b):
    return (P_demand(q_o + q_c, a, b) - c) * q_o
```

```
# Deriverer profittfunksjon til Dr Choice
d_profit2_Q = sp.diff(profit(q_c, q_o, c, a, b), q_c)
d_profit2_Q
```

$-0.0333333333333333q_c - 0.0166666666666667q_o + 940$

```
# Setter den deriverte lik 0 og finner reaksjonsfunksjon til Dr choice
Q2_sol1 = sp.solve(d_profit2_Q, q_c)[0]
Q2_sol1
```

$28200.0 - 0.5q_o$

```
# På trinn 1 settes reaksjonsfunksjonene til Dr Choice inn i Olivita
# sin profittfunksjon, og deriverer dette uttrykket mhp q_o
d_profit1_Q = sp.diff(profit(q_o, Q2_sol1, c, a, b), q_o)
d_profit1_Q
```

$470.0 - 0.0166666666666667q_o$

```
# For å finne optimalt kvantum til lederbedriften (Olivita)
# setter vi uttrykket over lik 0
Q1_sol = sp.solve(d_profit1_Q, q_o)[0]
Q1_sol
```

28200.0



```
# Optimalt kvantum for Dr Choice
Q2_sol2=Q2_sol1.subs({q_o:Q1_sol})
Q2_sol2
```

14100.0

```
def P_demand(q1,q2):
    return a-b*(q1+q2)

# Optimal pris i sluttmarkedet:
P_opt=P_demand(q_o,q_c).subs({q_o:Q1_sol,q_c:Q2_sol2})

P_opt
```

285.0

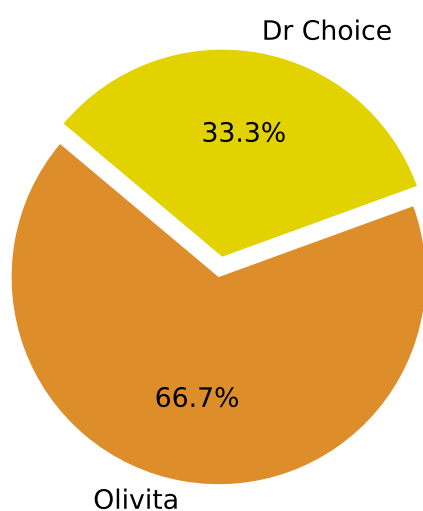
```
# profitt for lederbedrift (Olivita):
sp.simplify((P_opt-c)*Q1_sol-f_k)
```

3627000.0

```
# profitt for følgerbedrift (Dr Choice):
sp.simplify((P_opt-c)*Q2_sol2-f_k)
```

313500.0

```
# Lager første pai som viser hvor stort kvantum av markedet hver bedrift har ved bruk av
labels = 'Olivita', 'Dr Choice'
sizes = [Q1_sol,Q2_sol2]
colors = ['#DD8D29', '#E2D200']
explode = (0.1, 0) # explode 1st slice
plt.pie(sizes, explode=explode, labels=labels, colors=colors, autopct='%1.1f%%', startangle=90)
plt.savefig('dokumentobjekter/figurer/stackelberg_olivita_dr_choice.png', bbox_inches='tight')
```



```
# regner cournot likevekt
q1, q2, c1, c2, a, b = sp.symbols('q1 q2 c1 c2 a b')

a = 990
b = 1/60
c = 50
def P_demand(Q, a, b):
    return a - b * Q

def profit(q1, q2, c, a, b):
    return (P_demand(q1 + q2, a, b) - c) * q1
```

```
d_profit1_Q = sp.diff(profit(q1, q2, c, a, b), q1)
d_profit2_Q = sp.diff(profit(q2, q1, c, a, b), q2)

display(d_profit1_Q)
display(d_profit2_Q)
```

$$-0.0333333333333333q_1 - 0.0166666666666667q_2 + 940$$

$$-0.0166666666666667q_1 - 0.0333333333333333q_2 + 940$$

```
sol = sp.solve([d_profit1_Q, d_profit2_Q], [q1, q2])

display((sol[q1]))
display((sol[q2]))
```

18800.0

18800.0

```
sol = sp.solve([d_profit1_Q, d_profit2_Q], [q1, q2])

Q1_sol = sp.simplify((sol[q1]))
Q1_sol
```

18800.0

```
Q2_sol = sp.simplify((sol[q1]))
Q2_sol
```

18800.0

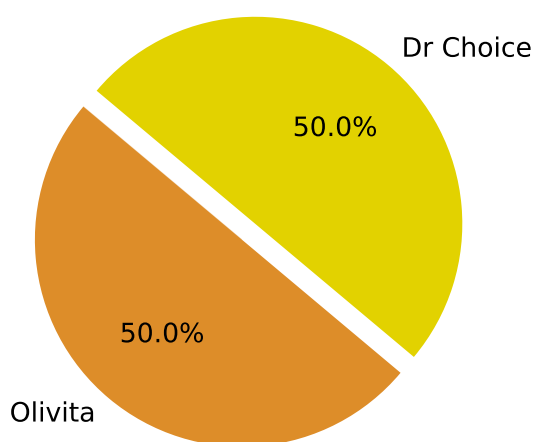
```
def P_demand(q1, q2):
    return a - b * (q1 + q2)
# Optimal pris i sluttmarkedet:
P_opt = P_demand(q1, q2).subs({q1: sol[q1], q2: sol[q2]})
P_opt
```

363.3333333333333

```
# profitt for lederbedrift (Olivita):
sp.simplify((P_opt-c)*sol[q1]-f_k)
```

2890666.666666667

```
# Lager andre pai som viser hvor stor andel av markedet hver bedrift har ved bruk av cournot
sizes = [Q1_sol,Q2_sol]
plt.pie(sizes, explode = explode,labels=labels, colors=colors, autopct='%1.1f%%', startangle=90)
plt.savefig('dokumentobjekter/figurer/cournot_olivita_dr_choice.png', bbox_inches='tight')
```



```
# Starter på oppgave 2, regner på nytt cournot for mikroøl
# q_g er graffi, q_b er bryggeri 13 og q_m er mack mikrobryggeri

# regner cournot likevekt
q_g, q_b, q_m, c_g, c_b, c_m, a, b, f_k, c = sp.symbols('q_g q_b q_m c_g c_b c_m a b f_k c')

a = 175
b = 4
c_g = 10
c_b = 10
c_m = 7
f_k = 300000

def P_demand(Q, a, b):
    return a - b * Q

def profit(q_g, q_b, q_m, c, a, b):
    return (P_demand(q_g + q_b + q_m, a, b) - c) * q_g

d_profit1_Q = sp.diff(profit(q_g, q_b, q_m, c_g, a, b), q_g)
d_profit2_Q = sp.diff(profit(q_b, q_g, q_m, c_b, a, b), q_b)
d_profit3_Q = sp.diff(profit(q_m, q_g, q_b, c_m, a, b), q_m)
```

```
display(d_profit1_Q)
display(d_profit2_Q)
display(d_profit3_Q)
```

$$-4q_b - 8q_g - 4q_m + 165$$

$$-8q_b - 4q_g - 4q_m + 165$$

$$-4q_b - 4q_g - 8q_m + 168$$

```
# Tallene blir i tusener
```

```
sol=sp.solve([d_profit1_Q,d_profit2_Q,d_profit3_Q],[q_g,q_b,q_m])
```

```
# Kvantum til Graff brygghus
```

```
display((sol[q_g]))
```

```
# Kvantum til Bryggeri 13
```

```
display((sol[q_b]))
```

```
# Kvantum til Mack mikrobryggeri
```

```
display((sol[q_m]))
```

$$\frac{81}{8}$$

$$\frac{81}{8}$$

$$\frac{87}{8}$$

```
def P_demand(q_g,q_b,q_m):
    return a-b*(q_g+q_b+q_m)
```

```
# Optimal pris i sluttmarkedet:
```

```
P_opt=P_demand(q_g,q_b,q_m).subs({q_g:sol[q_g],q_b:sol[q_b],q_m:sol[q_m]})
```

```
P_opt
```

$$\frac{101}{2}$$

```
# Husk å gange med 1000 for å finne profitt siden tall er oppgitt i tusen
```

```
# profitt for (Graff brygghus):
```

```
Graff= sp.simplify((P_opt-c_g)*(sol[q_g]*1000)-f_k)
```

```
display(Graff)
```

```
# profitt for Bryggeri 13:
```

```
Bryggeri_13= sp.simplify((P_opt-c_b)*(sol[q_b]*1000)-f_k)
```

```
# profitt for Mack mikrobryggeri:
```

```
Mack = sp.simplify((P_opt-c_m)*(sol[q_m]*1000)-f_k)
```

```
display(Bryggeri_13)
display(Mack)

#Profitt for bryggeri 13 og mack før fusjon
Mack+Bryggeri_13
```

$$\frac{220125}{2}$$

$$\frac{220125}{2}$$

$$\frac{346125}{2}$$

$$283125$$

```
# Fusjonerer to asymmetriske cournot bedrifter Mack mikrobryggeri og Bryggeri 13

# Oppgave 2a
# q_g er kvantum til Graff bryggghus
# q_bm blir kvantum til den fusjonerte bedriften
# ny fk for den fusjonerte bedriften blir 500 000

# regner cournot likevekt
q_g, q_bm, c_g, c_bm, a, b, f_k, c, f_k_bm = sp.symbols('q_g q_bm c_g c_bm a b f_k c f_k_bm')

a = 175
b = 4
c_g = 10
c_bm = 7
f_k = 300000
f_k_bm = 500000
def P_demand(Q, a, b):
    return a - b * Q

def profit(q_g, q_bm, c, a, b):
    return (P_demand(q_g + q_bm, a, b) - c) * q_g

d_profit1_Q = sp.diff(profit(q_g, q_bm, c_g, a, b), q_g)
d_profit2_Q = sp.diff(profit(q_bm, q_g, c_bm, a, b), q_bm)

display(d_profit1_Q)
display(d_profit2_Q)
```

$$-4q_{bm} - 8q_g + 165$$

$$-8q_{bm} - 4q_g + 168$$

```
# Kvantum er i tusener

sol=sp.solve([d_profit1_Q,d_profit2_Q],[q_g,q_bm])

# Kvantum til Graff brygghus
display(float(sol[q_g]))
# Kvantum til fusjonert bedrift
display(float(sol[q_bm]))
```

13.5

14.25

```
def P_demand(q_g,q_bm):
    return a-b*(q_g+q_bm)

# Optimal pris i sluttmarkedet:
P_opt=P_demand(q_g,q_bm).subs({q_g:sol[q_g],q_bm:sol[q_bm]})

# Optimal sluttpris
P_opt
```

64

```
# profitt for (Graff brygghus):
display(sp.simplify((P_opt-c_g)*(sol[q_g]*1000)-f_k))

# profitt for fusjonert bedrift
display(sp.simplify((P_opt-c_bm)*(sol[q_bm]*1000)-f_k_bm))
```

429000

312250