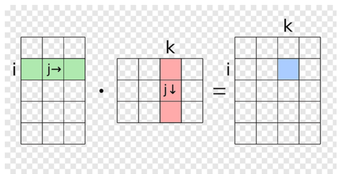
NumPy - Algebra Linear

- Notação
  - Matriz
    - $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$
    - $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ — $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$
    - *NumPy* — *A = np.array([[1,2,3], [4,5,6])*
  - Vetor
    - $\vec{v} \in \mathbb{R}^{n}$
    - $\vec{v} \in \mathbb{R}^{3}$ — $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
    - *NumPy* — *v = np.array([1, 2, 3]*
- Padrão de importação — *import numpy as **np***
- Matrizes especiais
  - zeros — $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
    - *np.zeros((2,3))*
  - um — $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
    - *np.ones((2,3))*
  - Identidade
    - I_3 — $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
    - *np.eye(3)*
- Propriedades
  - Número e dimensões — *A.ndim*
  - Tamanho das dimensões — *A.shape*
  - Tamanho dos elementos — *A.size*
- Indexando
  - 1-D — *A[n]* — *n* elemento
  - N-D — *A[n : m : w]*
    - *n* elemento da dimensão 1
    - *m* elemento da dimensão 2
    - *w* elemento da dimensão 3
- Fatiando
  - 1-D — *A[n : m]* — do *n* elemento ao *m* elemento — Obs: $n < m$
  - N-D — *A[n : m, w : z, u : v]*
    - do *n* elemento ao *m* elemento da dimensão 1 — Obs: $n < m$
    - do *w* elemento ao *z* elemento da dimensão 2 — Obs: $w < z$
    - do *u* elemento ao *v* elemento da dimensão 3 — Obs: $u < v$
- Operações
  - Multiplicação de Matriz
    - Produto entre cada linha de A e cada coluna de B
      - $\mathbf{C} = \mathbf{AB} \quad \Leftrightarrow \quad c_{ij} = \sum_{k=1}^{\ell} a_{ik} b_{kj}, \forall i \in [1, \dots, m], j \in [1, \dots, n]$
      - 

      - $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 2}.$
    - $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times \ell}$
    - $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{\ell \times n}$
    - *NumPy* — *np.dot(A,B)*
  - Transposição de Matriz
    - $\mathbf{A}^T$
      - "virar" a matriz pela sua diagonal
      - ${a^T}_{ij} = a_{ji}$
      - $^T : \mathbb{R}^{m\times n} \to \mathbb{R}^{n\times m}$
      - $\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}^{\top} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 \end{bmatrix}$
    - *NumPy* — *A.T*
  - Determinante
    - procedimento que envolve todos os elementos da matriz, e que o resultado é um número único
    - descreve a geometria relativa dos vetores que fazem as linhas de uma matriz
      - a determinante de uma matriz diz respeito sobre o volume de uma caixa com os lados dados pelas linhas da matriz
    - $\det : \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}.$
      - $\det(\mathbf{A}) = \det\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$
    - *NumPy* — *np.linalg.det(A)*