Computerlinguistik: Theoretische Aufgabe 2

Author: Daniel Gallagher

Date: November 12, 2024

1 Überblick

Aufgabe:

Bitte β-reduzieren Sie den Lambda-Term **((subtr 3)1)**.

Termen:

$\text{subtr} = \lambda m.\lambda n.\,((n\ \text{pred})\ m)$

$\text{pred} = \lambda n.(\pi_1((n\ step) < 0, 0 >))$

$\pi_1 = \lambda p.\,(p\ \lambda x.\lambda y.\ x)$

$\pi_2 = \lambda p.\,(p\ \lambda x.\lambda y.\ y)$

$\text{step} = \lambda p.\,((\text{pair}\,(\pi_2\,p))\,(\text{succ}\,(\pi_2\,p)))$

$\text{pair} = \lambda m.\,\lambda n.\,\lambda f.\,((f\,m)\,n)$

$\text{succ} = \lambda k.\,\lambda s.\,\lambda z.\,(s\,((k\,s)\,z))$

$n = \lambda s.\lambda z.(s^{\text{n}} z)$

2 3 – 1: Ableitung durch β-Reduktion

$((\text{subtr}\,3)\,1)$

$\Rightarrow (\lambda m.\,\lambda n.\,((n\,\text{pred})\,m)\,3)\,1$

$\Rightarrow \lambda n.\,((n\,\text{pred})\,3)\,1$

$\Rightarrow (1\,\text{pred})\,3$

$\Rightarrow \lambda s.\,\lambda z.\,(s\,z)\,\text{pred}\,3$

$\Rightarrow \lambda z.\,(\text{pred}\,z)\,3$

$$\Rightarrow \text{pred}\, 3$$

$$\Rightarrow (\lambda n.\, \pi_1\, (n\, \text{step}\, \langle 0, 0\rangle))\, 3$$

$$\Rightarrow \pi_1\, (3\, \text{step}\, \langle 0, 0\rangle)$$

$$\Rightarrow \pi_1\, ((\lambda s.\, \lambda z.\, s\, (s\, (s\, z)))\, \text{step})\, \langle 0, 0\rangle$$

$$\Rightarrow \pi_1\, (\lambda z.\, \text{step}\, (\text{step}\, (\text{step}\, z)))\, \langle 0, 0\rangle$$

$$\Rightarrow \pi_1\, (\text{step}\, (\text{step}\, (\text{step}\, \langle 0, 0\rangle)))$$

$$* \Rightarrow \pi_1(\lambda p.((\text{pair}(\pi_2 p))(\text{succ}(\pi_2 p)))(\lambda p.((\text{pair}(\pi_2 p))(\text{succ}(\pi_2 p))))(\lambda p.((\text{pair}(\pi_2 p))(\text{succ}(\pi_2 p))\langle 0, 0\rangle)))$$

Wir führen dies schrittweise durch, indem wir auf der tiefsten eingebetteten Ebene beginnen.

$$\lambda n.\lambda f((f(fm))0 \quad (\lambda k.\lambda s.\lambda z(s((ks)z))0$$

$$\Rightarrow \lambda n.\lambda f((f0)n \quad (\lambda s.\lambda z(s((0s)z))$$

$$\Rightarrow \lambda f.((f0)\lambda s.\lambda z.(s(s(0s)z)))$$

$$\Rightarrow \lambda f.((f0)\lambda s.\lambda z.(sz))$$

$$\Rightarrow \lambda f.((f0)1 \quad \Rightarrow < 0, 1 >$$

$$\Rightarrow < 0, 1 >$$

Daraus ergibt sich folgende Ableitung:

$$* \Rightarrow \pi_1(\lambda p.((\text{pair}(\pi_2 p))(\text{succ}(\pi_2 p))))(\lambda p.((\text{pair}(\pi_2 p))(\text{succ}(\pi_2 p))))\langle 0, 1\rangle$$

Dieser Prozess wird erneut durchgeführt.

$$\lambda n.\lambda f((f(fm))1 \quad (\lambda k.\lambda s.\lambda z(s((ks)z))1$$

$$\Rightarrow \lambda n.\lambda f((f1)n \quad (\lambda s.\lambda z(s((1s)z))$$

$$\Rightarrow \lambda f.((f1)\lambda s.\lambda z.(s(s(1s)z)))$$

$$\Rightarrow \lambda f.((f1)\lambda s.\lambda z.(s(sz))$$

$$\Rightarrow \lambda f.((f1)2$$

$$\Rightarrow < 1, 2 >$$

Daraus ergibt sich folgende Ableitung:

$$* \Rightarrow \pi_1(\lambda p.((\text{pair}(\pi_2 p))(\text{succ}(\pi_2 p))))\langle 1, 2\rangle$$

Das wird ein letztes Mal durchgeführt.

$$\Rightarrow \pi_1(\lambda n.\lambda f((f(fm))2 \quad (\lambda k.\lambda s.\lambda z(s((ks)z))2)$$

$$\Rightarrow \pi_1(\Rightarrow \lambda n.\lambda f((f2)n \quad (\lambda s.\lambda z(s((2s)z)))$$

$$\Rightarrow \pi_1(\lambda f.((f2)\lambda s.\lambda z.(s(s(sz)))))$$

$$\Rightarrow \pi_1(\lambda f.((f2)3 \quad)$$

$$\Rightarrow \pi_1 < 2, 3 >$$

$$\Rightarrow \lambda p.(p\ \lambda x.\lambda y.\ x) < 2, 3 >$$

$$\Rightarrow < 2, 3 > \ \lambda x.\lambda y.\ x$$

$$\Rightarrow 2$$

Das Ergebnis von **3 - 1** mit β-Reduktion ist **2**.