### Типове и класове в Haskell

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, 2022/23 г.

3-10 януари 2023 г.

Тази презентация е достъпна под лиценза Creative Commons Признание-Некомерсиално-Споделяне на споделеното 4.0 Международен @①



В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

• параметричен полиморфизъм — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин

В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
  - такива конструкции наричаме **генерични (generic)**

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
  - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)
  - параметризират се с типови променливи, които могат да приемат произволен тип за стойност

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
  - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)
  - параметризират се с типови променливи, които могат да приемат произволен тип за стойност
- ad hoc полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по специфичен начин

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
  - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)
  - параметризират се с типови променливи, които могат да приемат произволен тип за стойност
- ad hoc полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по специфичен начин
  - такива конструкции наричаме претоварени (overloaded)

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
  - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)
  - параметризират се с типови променливи, които могат да приемат произволен тип за стойност
- ad hoc полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по специфичен начин
  - такива конструкции наричаме претоварени (overloaded)
  - налагат механизъм за **разпределение (dispatch)**, който определя коя специфична реализация на конструкцията трябва да се използва в конкретен случай

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

• генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]

### Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
  - length :: [a] -> Integer

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
  - length :: [a] -> Integer
  - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]

### Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
  - length :: [a] -> Integer
  - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
  - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
  - length :: [a] -> Integer
  - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
  - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a
  - transpose :: Matrix a -> Matrix a

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
  - length :: [a] -> Integer
  - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
  - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a
  - transpose :: Matrix a -> Matrix a
  - keys :: Dictionary k v -> [k]

### Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
  - length :: [a] -> Integer
  - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
  - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a
  - transpose :: Matrix a -> Matrix a
  - keys :: Dictionary k v -> [k]
  - [] :: [a]



- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
  - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
  - type UnaryFunction a = a -> a
  - type Matrix a = [[a]]
  - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
  - length :: [a] -> Integer
  - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
  - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a
  - transpose :: Matrix a -> Matrix a
  - keys :: Dictionary k v -> [k]
  - [] :: [a]
    - константите са частен случай на функции (функции без параметри)

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

• претоварени константи



- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
  - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
  - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
  - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
  - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
  - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
  - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
  - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
  - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
  - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци
- претоварени функции

### В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
  - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
  - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
  - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци
- претоварени функции
  - elem може да търси елемент в списък от сравними елементи

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
  - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
  - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
  - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци
- претоварени функции
  - elem може да търси елемент в списък от сравними елементи
  - show може да извежда елемент, който има низово представяне



### В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- претоварени константи
  - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
  - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
  - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
  - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
  - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
  - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци
- претоварени функции
  - elem може да търси елемент в списък от сравними елементи
  - show може да извежда елемент, който има низово представяне
  - [from..to] може да генерира списък от елементи от тип, в който имаме линейна наредба



### Дефиниция

**Клас от типове** наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове.

### Дефиниция

**Клас от типове** наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

### Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме методи.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

### Дефиниция

**Клас от типове** наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

### Примери:

• Еq е класът от типове, които поддържат сравнение

# Класове от типове (typeclasses)

#### Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме методи.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

- Ед е класът от типове, които поддържат сравнение
- Ord е класът от типове, които поддържат линейна наредба

# Класове от типове (typeclasses)

#### Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме методи.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

- Ед е класът от типове, които поддържат сравнение
- Ord е класът от типове, които поддържат линейна наредба
- Show е класът от типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ

# Класове от типове (typeclasses)

#### Дефиниция

**Клас от типове** наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

- Eq е класът от типове, които поддържат сравнение
- Ord е класът от типове, които поддържат линейна наредба
- Show е класът от типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
- Num е класът на всички числови типове



### Дефиниране на класове от типове

## Дефиниране на класове от типове

```
class <knac> < tunoba-променлива> where
  {<метод>{,<метод>} :: < tun>}
  {<метод> = < pеализация-по-подразбиране>}
```

#### Примери:

#### class Eq a where

```
(==), (/=) :: a -> a -> Bool

x /= y = not (x == y)

x == y = not (x /= y)
```

## Дефиниране на класове от типове

```
class <knac> < tunoba-променлива> where
  {<metod>{,<metod>} :: < tun>}
  {<metod> = <peaлизация-по-подразбиране>}
```

#### Примери:

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
  x /= y = not (x == y)
  x == y = not (x /= y)

class Measurable a where
  size :: a -> Integer
  empty :: a -> Bool
  empty x = size x == 0
```

#### Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение.

#### Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме **класово ограничение**. Множество от класови ограничения наричаме **контекст**.

#### Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

#### Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

```
• elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
```

#### Дефиниция

Ако C е клас, a t e типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

#### Примери:

- elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
- maximum :: Ord a => [a] -> a

#### Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

- elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
- maximum :: Ord a => [a] -> a
- (^) :: (Integral b, Num a) => a -> b -> a

#### Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

- elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
- maximum :: Ord a => [a] -> a
- (^) :: (Integral b, Num a) => a -> b -> a
- larger :: Measurable a => a -> a -> Bool
- larger x y = size x > size y



#### Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас е тип, за който са дефинирани методите на класа.

#### Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас е тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
instance < \kappa лаc > < \tau un > where {< дефиниция-на-метод >}
```

#### Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас е тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
instance <клас> <тип> where {<дефиниция-на-метод>}
```

#### Примери:

8 / 29

#### Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас е тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
{<дефиниция-на-метод>}
Примери:
instance Eq Bool where
 True == True = True
 False == False = True
       == = False
instance Measurable Integer where
  size 0 = 0
  size n = 1 + size (n 'div' 10)
```

instance <клас> <тип> where

```
Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри: instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where \{<дефиниция-на-метод>\}
```

Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри:

```
instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where {<дефиниция-на-метод>}
```

```
instance (Eq a, Eq b) \Rightarrow Eq (a,b) where (x,y) == (u,t) = x == u \&\& y == t
```

Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри: instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where

```
{<дефиниция-на-метод>}
```

```
instance (Eq a, Eq b) \Rightarrow Eq (a,b) where (x,y) == (u,t) = x == u && y == t
```

```
instance (Measurable a, Measurable b) => Measurable (a,b) where
size (x,y) = size x + size y
```

```
Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри: instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where {<дефиниция-на-метод>}
```

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where
  (x,y) == (u,t) = x == u && y == t

instance (Measurable a, Measurable b) => Measurable (a,b) where
  size (x,y) = size x + size y

instance Measurable a => Measurable [a] where
  size = sum . map size
```

### Наследяване

Можем да дефинираме клас B, който допълва методите на вече съществуващ клас A. Тогава казваме, че:

• Класът В наследява (разширява) класа А

### Наследяване

Можем да дефинираме клас В, който допълва методите на вече съществуващ клас А. Тогава казваме, че:

- Класът В наследява (разширява) класа А
- Класът В е подклас (производен клас, subclass) на класа А

### Наследяване

Можем да дефинираме клас В, който допълва методите на вече съществуващ клас А. Тогава казваме, че:

- Класът В наследява (разширява) класа А
- Класът В е подклас (производен клас, subclass) на класа А
- Класът A е надклас (родителски клас, superclass) на класа В

## Пример: Стандартен клас Ord

```
class Eq a => Ord a where
 (<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool
 max, min
          :: a -> a -> a
 compare :: a -> a -> Ordering
 compare x y
   | x == v = EQ
   | x < y = LT
   | otherwise = GT
 x < y = compare x y == LT
 x > y = compare x y == GT
 x == y = compare x y == EQ
 x \le y = compare x y /= GT
 x >= y = compare x y /= LT
 \max x y = if x > y then x else y
 min x y = if x < y then x else y
```

### Множествено наследяване

Даден клас може да наследява едновременно няколко родителски класа.

#### Примери:

```
class (Ord a, Num a) => Real a where
...
```

### Множествено наследяване

Даден клас може да наследява едновременно няколко родителски класа.

```
class (Ord a, Num a) => Real a where
    ...

class (Ord a, Measurable a) => OrdMeasurable a where
    sortByOrder, sortBySize :: [a] -> [a]
```

• Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси



- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции



- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)
  - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)
  - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
  - Съответно, няма подтипов полиморфизъм

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)
  - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
  - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)
  - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
  - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
  - В C++ и Java то може да бъде и множествено

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)
  - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
  - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
  - В С++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат еднозначно определен тип

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)
  - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
  - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
  - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат еднозначно определен тип
  - В С++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)
  - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
  - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
  - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат еднозначно определен тип
  - В С++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури
  - В Haskell сме длъжни да наложим класови ограничения

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
  - В Haskell данните винаги са разделени от методите
  - Няма ограничения на достъпа (public, private)
  - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
  - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
  - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат еднозначно определен тип
  - В С++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури
  - В Haskell сме длъжни да наложим класови ограничения
- В Haskell не можем да правим насилствено преобразуване на тип към даден клас (casting)

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

• data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
  - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
  - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
  - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
  - всеки вариант за елемент на типа се описва с уникален <конструктор>

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
  - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
  - всеки вариант за елемент на типа се описва с уникален <конструктор>
  - <конструктор> трябва да започва с главна буква

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
  - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
  - всеки вариант за елемент на типа се описва с уникален <конструктор>
  - <конструктор> трябва да започва с главна буква
  - <конструктор> може да има произволен брой параметри, чиито типове се задават в дефиницията



Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

#### Примери:

• data Bool = False | True

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

#### Примери:

- data Bool = False | True
- data Compare = LT | EQ | GT

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

#### Примери:

- data Bool = False | True
- data Compare = LT | EQ | GT
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

#### Примери:

```
data Bool = False | True
data Compare = LT | EQ | GT
data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
today :: Weekday
today = Tue
```

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

#### Примери:

```
• data Bool = False | True
• data Compare = LT | EQ | GT
• data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
• today :: Weekday
• today = Tue
• isWeekend :: Weekday -> Bool
• isWeekend Sat = True
• isWeekend Sun = True
```

• isWeekend = False

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.



Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

- type Name = String
- type Score = Int
- data Player = Player Name Score

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

- type Name = String
- type Score = Int
- data Player = Player Name Score
  - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

- type Name = String
- type Score = Int
- data Player = Player Name Score
  - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
- katniss :: Player
- katniss = Player "Katniss Everdeen" 45

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

- type Name = String
- type Score = Int
- data Player = Player Name Score
  - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
- katniss :: Player
- katniss = Player "Katniss Everdeen" 45
- getName :: Player -> Name
- getName (Player name \_) = name

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

```
• type Score = Int
• data Player = Player Name Score
    • Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
• katniss :: Player
• katniss = Player "Katniss Everdeen" 45
• getName :: Player -> Name
• getName (Player name _) = name
• better :: Player -> Player -> Name
  better (Player name1 score1) (Player name2 score2)
    | score1 > score2 = name1
    | otherwise = name2
```

• type Name = String

• По същество записите са еквивалентни на кортежите...

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- Пример:

17 / 29

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- Пример:
  - data Player = Player { name :: Name, score :: Score }

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- Пример:

```
• data Player = Player { name :: Name, score :: Score }
```

- name :: Player -> Name
- score :: Player -> Score

### Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

### Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

#### Примери:

### Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

#### Примери:

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

#### Примери:

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

#### Примери:

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

#### Примери:

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

#### Примери:

```
• data Shape = Circle { radius :: Double }
          | Rectangle { width, height :: Double}
• circle :: Shape
• circle = Circle 2.3
• rect :: Shape
• rect = Rectangle 3.5 1.8
• area :: Shape -> Double
• area (Circle r) = pi * r^2
• area (Rectangle w h) = w * h
• enlarge :: Shape -> Shape
```

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

#### Примери:

```
• data Shape = Circle { radius :: Double }
          | Rectangle { width, height :: Double}
• circle :: Shape
• circle = Circle 2.3
• rect :: Shape
• rect = Rectangle 3.5 1.8
• area :: Shape -> Double
• area (Circle r) = pi * r^2
• area (Rectangle w h) = w * h
• enlarge :: Shape -> Shape
• enlarge (Circle r) = Circle (2*r)
• enlarge (Rectangle w h) = Rectangle (2*w) (2*h)
```

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:



При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

• Circle 2.3 == Circle 4.5  $\longrightarrow$  ?



При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

• Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- circle  $\longrightarrow$  ?

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- circle → circle :: Shape

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle  $\longrightarrow$  circle :: Shape
- [Mon..Fri]  $\longrightarrow$  ?

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle  $4.5 \longrightarrow \Gamma_{\text{решка}}!$
- ullet circle  $\longrightarrow$  circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle  $\longrightarrow$  circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!
- Thu < Sat  $\longrightarrow$  ?

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle  $\longrightarrow$  circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!
- Thu < Sat → Γρешка!</li>

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle  $\longrightarrow$  circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!
- Thu < Sat → Γρешка!</li>

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като Eq. Ord, Enum, Show:

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5  $\longrightarrow$  Грешка!
- ullet circle  $\longrightarrow$  circle :: Shape
- [Mon..Fri] Грешка!
- Thu < Sat → Γρешка!</li>

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като Eq, Ord, Enum, Show:

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle  $\longrightarrow$  circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!
- Thu < Sat → Γρεшκа!</p>

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като Eq. Ord, Enum, Show:

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете Eq. Ord, Enum, Show, Read.

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете Eq. Ord, Enum, Show, Read.

• data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>



- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
  deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
  deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)
- Еq: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
  deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)
- Еq: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- Ord: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
  deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)
- Еq: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- Ord: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани
- Enum: позволено само за изброени типове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете Eq, Ord, Enum, Show, Read.

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
  deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)
- Еq: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- Ord: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани
- Enum: позволено само за изброени типове
- Show, Read: извежда се/въвежда се конструкторът и след това всеки един от параметрите му



20 / 29

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри.

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

 data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

- data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Just 5 :: ?

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

- data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Just 5 :: Maybe Int

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: ?
```

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. Примери:

- data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Just 5 :: Maybe Int
- Just "wow" :: Maybe String

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: Maybe String
Nothing :: ?
```

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. Примери:

```
• data Maybe a = Nothing | Just a
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
• Just 5 :: Maybe Int
• Just "wow" :: Maybe String
```

• Nothing :: Maybe a

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: Maybe String
Nothing :: Maybe a
Just Nothing :: ?
```

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: Maybe String
Nothing :: Maybe a
Just Nothing :: Maybe (Maybe a)
```

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: Maybe String
Nothing :: Maybe a
Just Nothing :: Maybe (Maybe a)
getAt :: Integer -> [a] -> Maybe a
```

# Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:** 

```
• data Maybe a = Nothing | Just a
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
• Just 5 :: Maybe Int
• Just "wow" :: Maybe String
• Nothing :: Maybe a
• Just Nothing :: Maybe (Maybe a)
• getAt :: Integer -> [a] -> Maybe a
getAt _ [] = Nothing
getAt 0 (x:_) = Just x
getAt n (_:xs) = getAt (n-1) xs
```

• data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq. Ord, Show, Read)

- Left 3 :: ?

- Left 3 :: Either Int b

- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' ::?

- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' :: Either a Char

- data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' :: Either a Char

**Задача.** Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

- data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' :: Either a Char

Задача. Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

```
searchBest :: [Player] -> Either Score [Name]
```

- data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' :: Either a Char

Задача. Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

```
searchBest :: [Player] -> Either Score [Name]
searchBest players
| length bestPlayers == 1 = Left best
| otherwise = Right $ map name bestPlayers
where best = maximum $ map score players
bestPlayers = filter ((==best) . score) players
```

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

```
Пример: data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

• five = Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ Zero

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

```
Пример: data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- five = Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ Zero
- fromNat :: Nat -> Integer

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

```
Пример: data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- five = Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ Zero
- fromNat :: Nat -> Integer
- fromNat Zero = 0
- fromNat (Succ n) = fromNat n + 1

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

```
Пример: data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- five = Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ Zero
- fromNat :: Nat -> Integer
- fromNat Zero = 0
- fromNat (Succ n) = fromNat n + 1
- from Nat five  $\longrightarrow$  5

data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• six = BitZero \$ BitOne \$ One

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin
          deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer
- fromBin One = 1
- fromBin (BitZero b) = 2 \* fromBin b
- fromBin (BitOne b) = 2 \* fromBin b + 1

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer
- fromBin One = 1
- fromBin (BitZero b) = 2 \* fromBin b
- fromBin (BitOne b) = 2 \* fromBin b + 1
- succBin :: Bin -> Bin

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer
- fromBin One = 1
- fromBin (BitZero b) = 2 \* fromBin b
- fromBin (BitOne b) = 2 \* fromBin b + 1
- succBin :: Bin -> Bin
- succBin One = BitZero One
- succBin (BitZero b) = BitOne b
- succBin (BitOne b) = BitZero \$ succBin b

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer
- fromBin One = 1
- fromBin (BitZero b) = 2 \* fromBin b
- fromBin (BitOne b) = 2 \* fromBin b + 1
- succBin :: Bin -> Bin
- succBin One = BitZero One
- succBin (BitZero b) = BitOne b
- succBin (BitOne b) = BitZero \$ succBin b
- fromBin \$ succBin \$ succBin six → 8

25 / 29

• 1 = Cons 1 \$ Cons 2 \$ Cons 3 \$ Nil

- 1 = Cons 1 \$ Cons 2 \$ Cons 3 \$ Nil
- можем да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil

• можем да използваме синтаксиса за записи:
data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• listHead 1 —> ?
```

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil

• можем да използваме синтаксиса за записи:
data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• listHead 1 —> 1
```

25 / 29

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil

• можем да използваме синтаксиса за записи:
data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• listHead l —> 1

• fromList :: List a -> [a]
```

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
              deriving (Eq, Ord, Show, Read)
 • 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil
  • можем да използваме синтаксиса за записи:
   data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
              deriving (Eq. Ord, Show, Read)
  • listHead 1 \longrightarrow 1
  • fromList :: List a -> [a]
 • fromList Nil = □
  • fromList (Cons x t) = x:fromList t
```

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
               deriving (Eq, Ord, Show, Read)
  • 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil
  • можем да използваме синтаксиса за записи:
    data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
              deriving (Eq. Ord, Show, Read)
  • listHead 1 \longrightarrow 1
  • fromList :: List a -> [a]
  • fromList Nil = []
  • fromList (Cons x t) = x:fromList t
  \bullet (+++) :: List a -> List a -> List a
```

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
              deriving (Eq, Ord, Show, Read)
 • 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil
  • можем да използваме синтаксиса за записи:
   data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
              deriving (Eq. Ord, Show, Read)
  • listHead 1 \longrightarrow 1
 • fromList :: List a -> [a]
 • fromList Nil = □
  • fromList (Cons x t) = x:fromList t
  • (+++) :: List a -> List a -> List a
  Nil +++ l = l
 • Cons h t +++ 1 = Cons h (t +++ 1)
```

#### Примери:

• t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)

#### Примери:

- t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)
- depth :: BinTree a -> Integer

26 / 29

#### Примери:

- t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)
- depth :: BinTree a -> Integer
- depth Empty = 0
- depth (Node x 1 r) =  $\max$  (depth 1) (depth r) + 1

#### Примери:

- t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)
- depth :: BinTree a -> Integer
- depth Empty = 0
- depth (Node x 1 r) =  $\max$  (depth 1) (depth r) + 1
- leaves :: BinTree a -> [a]

#### Примери:

- t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)
- depth :: BinTree a -> Integer
- depth Empty = 0
- depth (Node x 1 r) =  $\max$  (depth 1) (depth r) + 1
- leaves :: BinTree a -> [a]
- leaves Empty = []
- leaves (Node x Empty Empty) = [x]
- leaves (Node x 1 r) = leaves 1 ++ leaves r

# Функции от по-висок ред за двоични дървета

Трансформиране на двоично дърво (тар):

#### Функции от по-висок ред за двоични дървета

```
Трансформиране на двоично дърво (map):

mapBinTree :: (a -> b) -> BinTree a -> BinTree b

mapBinTree _ Empty = Empty

mapBinTree f (Node x l r) = Node (f x) (mapBinTree f l) (mapBinTree f r)
```

#### Функции от по-висок ред за двоични дървета

```
Трансформиране на двоично дърво (мар):
mapBinTree :: (a -> b) -> BinTree a -> BinTree b
mapBinTree _ Empty = Empty
mapBinTree f (Node x l r) = Node (f x) (mapBinTree f l) (mapBinTree f r)
Свиване на двоично дърво (foldr):
foldrBinTree :: (a -> b -> b) -> b -> BinTree a -> b
foldrBinTree _ nv Empty
foldrBinTree op nv (Node x l r) =
  foldrBinTree op (x 'op' foldrBinTree op nv r) l
```

Можем да правим взаимнорекурсивни дефиниции:

```
data Tree a = Tree { rootTree :: a, subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a, restTrees :: TreeList a }
```

Можем да правим взаимнорекурсивни дефиниции:

Можем да правим взаимнорекурсивни дефиниции:

Можем да правим взаимнорекурсивни дефиниции:

```
data Tree a = Tree { rootTree :: a. subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a. restTrees :: TreeList a }
leaf x = Tree x None
tree = Tree 1 $ SubTree (leaf 2)
              $ SubTree (Tree 3 $ SubTree (leaf 4) $ None)
              $ SubTree (leaf 5) $ None
level :: Integer -> Tree a -> [a]
level 0 (Tree x _{\rm l}) = [x]
level k (Tree ts) = levelTrees (k - 1) ts
```

Можем да правим взаимнорекурсивни дефиниции: data Tree a = Tree { rootTree :: a. subtrees :: TreeList a } data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a. restTrees :: TreeList a } leaf x = Tree x Nonetree = Tree 1 \$ SubTree (leaf 2) \$ SubTree (Tree 3 \$ SubTree (leaf 4) \$ None) \$ SubTree (leaf 5) \$ None level :: Integer -> Tree a -> [a] level 0 (Tree x  $_{\rm l}$ ) = [x] level k (Tree ts) = levelTrees (k - 1) ts levelTrees :: Integer -> TreeList a -> [a]

Можем да правим взаимнорекурсивни дефиниции: data Tree a = Tree { rootTree :: a. subtrees :: TreeList a } data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a, restTrees :: TreeList a } leaf x = Tree x Nonetree = Tree 1 \$ SubTree (leaf 2) \$ SubTree (Tree 3 \$ SubTree (leaf 4) \$ None) \$ SubTree (leaf 5) \$ None level :: Integer -> Tree a -> [a] level 0 (Tree x  $_{\rm l}$ ) = [x] level k (Tree ts) = levelTrees (k - 1) ts levelTrees :: Integer -> TreeList a -> [a] levelTrees None levelTrees k (SubTree t ts) = level k t ++ levelTrees k ts

```
data SExpr = SBool Bool | SChar Char | SInt Int |
             SDouble Double | SList { list :: [SExpr] }
             deriving (Eq, Ord, Show, Read)
sexpr = SList [SInt 2, SChar 'a', SList [SBool True, SDouble 1.2, SList []]]
countAtoms :: SExpr -> Integer
countAtoms (SList sls) = sum $ map countAtoms sls
countAtoms
flatten :: SExpr -> SExpr
```

```
data SExpr = SBool Bool | SChar Char | SInt Int |
            SDouble Double | SList { list :: [SExpr] }
            deriving (Eq. Ord, Show, Read)
sexpr = SList [SInt 2, SChar 'a', SList [SBool True, SDouble 1.2, SList []]]
countAtoms :: SExpr -> Integer
countAtoms (SList sls) = sum $ map countAtoms sls
countAtoms
flatten :: SExpr -> SExpr
flatten (SList sls) = SList $ concatMap (list . flatten) sls
flatten x = SList [x]
```