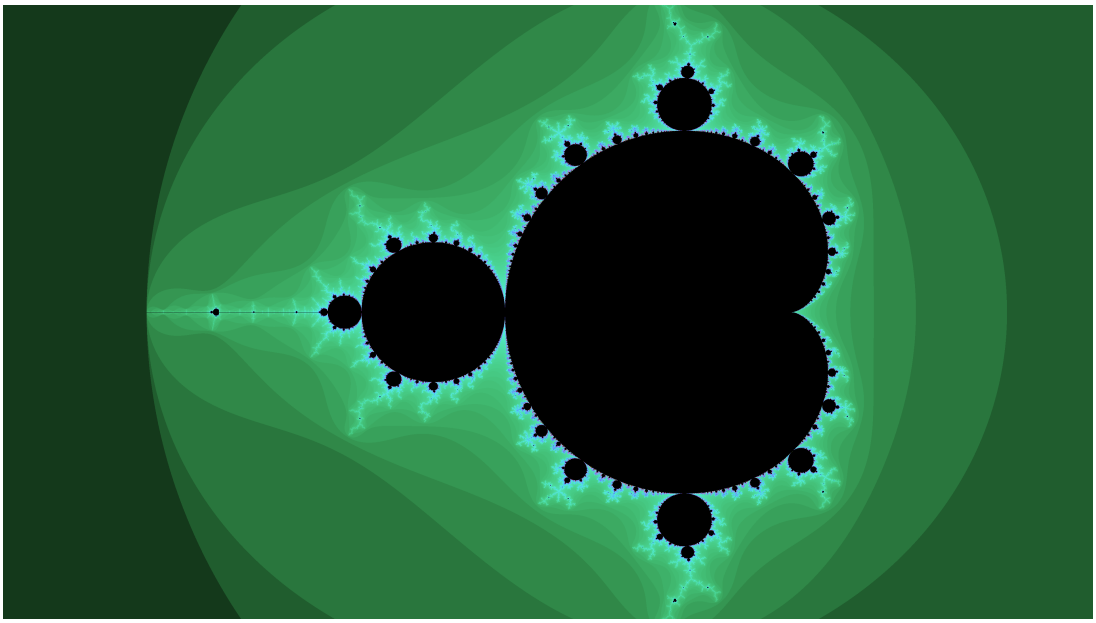
Софийски университет "Св. Климент Охридски"
Факултет по математика и информатика
Специалност "Софтуерно инеженерство"

MandelTest

Скалируемост на теста на Манделброт с кеш адаптивност и статично и динамично балансиране

Изготвил:	Даниел Халачев
Факултетен номер:	62547
Дата:	5 юни 2023 г.

Абстракт



Фигура 1: Изображение на фрактала на Манделброт в областта
$Re \in [-2.50; 1.30]\,, Im \in [-1.1; 1.1]$

Съдържание

1 Въведение **1**
1.1 Фрактал на Манделброт 1
1.2 Последователен алгоритъм за изобразяване на множеството на Манделброт . 1

2 Анализ **2**
2.1 Техники за паралелен алгоритъм на теста на Манделброт 2
2.1.1 Смущаващо паралелни алгоритми [1] 2
2.1.2 Ефективно генериране на множеството на Манделброт [2] 3
2.1.3 Паралелно генериране на множеството на Манделброт [3] 4
2.1.4 Сравнение между MPI и OpenMP при генериране на множеството на Манделброт [4] 7
2.2 Технологичен анализ 8
2.3 Сравнителна таблица 9

3 Проектиране **9**
3.1 Функционално проектиране 9
3.1.1 Статично циклично балансиране 9
3.1.2 Динамично централизирано балансиране 10
3.1.3 Модел на системата 11
3.2 Технологично проектиране 12
3.2.1 Тестова среда 12
3.2.2 Ръководство на потребителя 13
3.2.3 Програмен език и системни извиквания 14

4 Тестване **15**
4.1 Статично циклично балансиране 16
4.2 Динамично централизирано балансиране 19

5 Източници **23**

Списък на фигурите **24**

Списък на таблиците **24**

Списък на кода **24**

1 Въведение

Фракталите са структури, които са самоподобни със собствените си части. Те се създават чрез рекурсивни или итеративни процеси, изпълнени неограничен брой пъти. В резултат, фракталите не могат да бъдат изобразени в тяхната цялост, а единствено чрез техни приближения. Терминът *фрактал* е въведен за първи път от Беноа Манделброт през 1975г., като думата произхожда от латинската *fractus* - начупен, което отразява свойството, отличаващо фракталите от други структури - тяхното самоподобие, видимо по границите на структурите. Въпреки това, фракталите са известни на човечеството много по-рано - като форми, които се срещат в природата, или като графики на математически функции (функция на Вайершрас, снежинка на Кох и др.).

1.1 Фрактал на Манделброт

Един от най-популярните фрактали е този на Манделброт. Множеството на Манделброт е множеството от всички комплексни числа c, такива, че функцията $f_c(z) = z^2+c$ не е разходяща за $z = 0$, тоест е ограничена. Казано по-просто, това са всички комплексни числа c, такива, че редицата $\{a_i\}^\infty = f_c(0), f_c(f_c(0)), ... = c, f_c(c), f_c(f_c(c)), ...$ е ограничена по абсолютна стойност. Например за $c_1 = 1$ редицата $\{a_i\} = 0, 1, 2, 5, 26, ...$ Тя не е разходяща, тоест е неограничена, следователно числото $c_1 = 1$ не принадлежи на множеството на Манделброт. От друга страна, за $c_2 = -1$, $\{a_i\} = -1, 0, -1, 0, -1, ...$ е ограничена, следователно числото $c_2 = -1$ принадлежи на множеството на Манделброт. Понеже множеството на Манделброт е компактно, то се побира в кръг с радиус 2 и център - началото на координатната система. Затова, за да определим дали редицата $\{a_i\}^\infty = f_c(0), f_c(f_c(0)), ... = c, f_c(c), f_c(f_c(c)), ...$ е ограничена по абсолютна стойност, е достатъчно да проверим дали $\|a_i\| \leq 2$.

1.2 Последователен алгоритъм за изобразяване на множеството на Манделброт

Фракталът за първи път е дефиниран и нарисуван от Робърт Брукс и Питър Мателски през 1978г., но Беноа Манделброт първи го визуализира на компютър - през 1980г., и затова фракталът е наречен в негова чест. Генерирането на изображението на компютър се основава на математическата дефиниция. По дължината на изображението се нанасят реалните части, а по височината на изображението - имагинерните части на комплексните числа c. Определя се праг, или максимален брой итерации (членове на редицата), според които да определим дали редицата е ограничена. Дефинира се палитра от цветове, които кодират колко бързо редицата се доближава до ограничението. Цветовете са толкова на брой, колкото са и членовете на редицата, която проверяваме. Колкото по-голям е максималният брой итерации, толкова по-богата е палитрата и толкова по-детайлно е изображението. По-конкретно, за максимален брой итерации 1024, за всеки пиксел от изображението:

1. изчисляваме стойността на c в дадения пиксел
2. изчисляваме $a_0, a_1, \ldots, a_{1024}$, като спираме изчислението, ако $\|a_i\| \leq 2$.

3. ако сме стигнали до a_{1024} и $\|a_{1024}\| \leq 2$, то оцветяваме пиксела в черно, което означава, че точката принадлежи на множеството на Манделброт. Ако сме спрели изчислението по-рано, оцветяваме точката толкова тъмно, колкото по-рано е спряло изчислението.

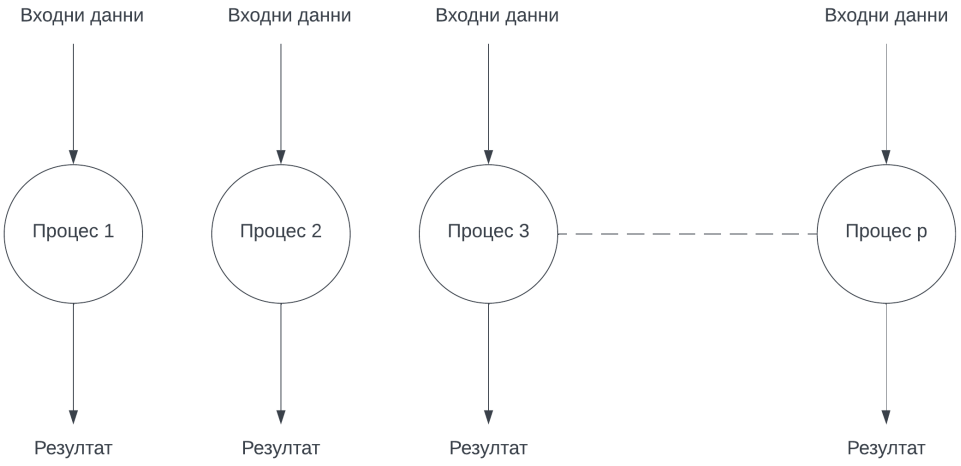
2 Анализ

2.1 Техники за паралелен алгоритъм на теста на Манделброт

2.1.1 Смущаващо паралелни алгоритми [1]

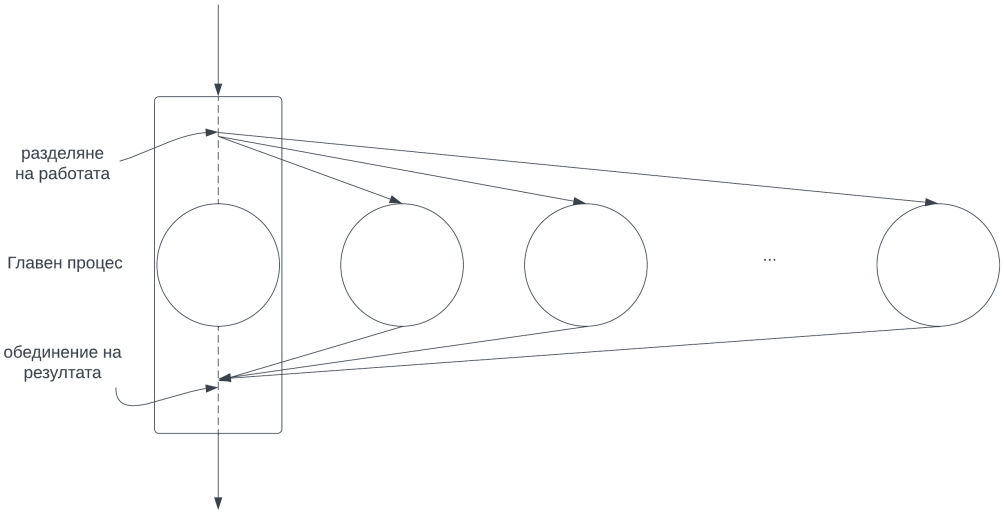
Смущаващо паралелни алгоритми са такива алгоритми, при които се изискват минимални усилия за разделянето на изчислителния проблем на паралелни процеси. Такива проблеми се отличават с ограничена или никаква комуникация между отделните процеси. Генерирането на Множеството на Манделброт е подходящ пример за такива процеси, защото няма зависимост по данни - всеки пиксел се изчислява независимо от всеки друг, а освен това липсва необходимост от комуникация между отделните нишки, т.е. алгоритъмът е асинхронен.

Максимална ефективност се постига, когато всички процесорни ядра са заети за възможно най-дълго време. Но един от процесите трябва да раздели проблема и да „раздаде“ задачите. Такива архитектури се наричат *Master-Slave*.



Фигура 2: Архитектура на смущаващо паралелна програма

Комбинацията от SPMD и Master Slave носи предимствата и на двата модела - позволява разпределение на задачите, но минимална комуникация между процесите и ефективна работа и на „главната“ нишка.



Фигура 3: Архитектура на смущаващо паралелна SPMD + Master-Slave програма

2.1.2 Ефективно генериране на множеството на Манделброт [2]

Статията разглежда ефективното генериране на множеството на Манделброт от гледна точка на приложението му в криптирането. Първо се доказва, че изчислителният проблем може да се паралелизира чрез правилата на Bernstein. Разглеждат се три подхода за балансиране при *Master-Slave* архитектура:

1. **Делене на блокове** - изображението се разделя на блокове от равен брой последователни редове. Ако броят нишки е p, то изображението се поделя на p блока.

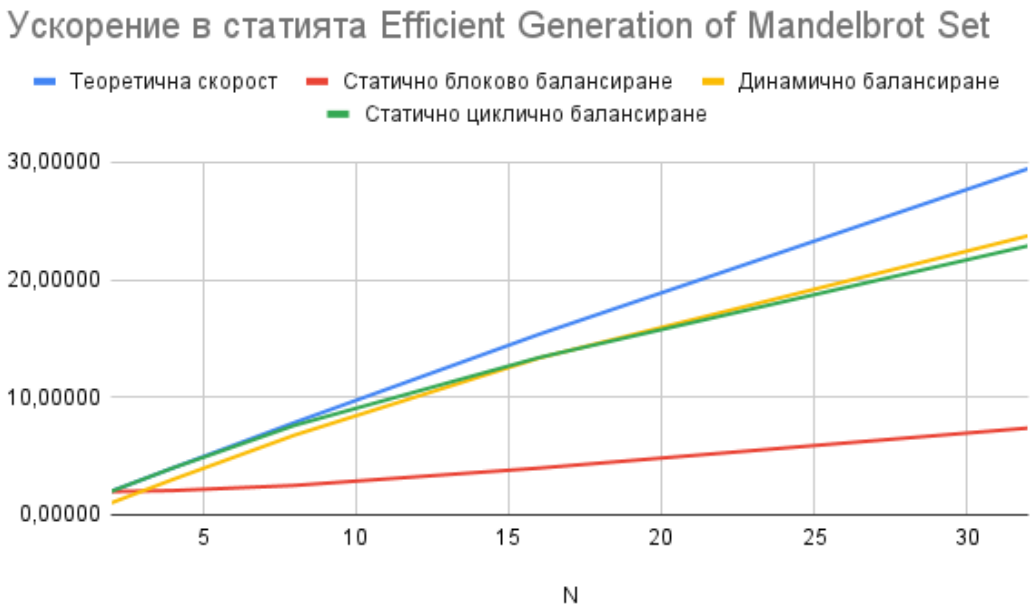
2. **Динамично балансиране на принципа *First Come, First Served*** - изображението се поделя на части, или задачи. Всяка задача се състои от един ред. Задава се по една задача на всяка нишка. След като дадена нишка приключи изчислението си, получава нова от главната нишка до изчерпването на всички задачи.

3. **Статично циклично балансиране** - изображението отново се поделя на редове. Предварително се определя коя нишка кои редове ще получи.

Резултатите при генерирането на изображение с размери 8000×8000 с 2000 итерации са следните:

N	**Теоретична скорост**	**Статично блоково балансиране**	**Динамично балансиране**	**Статично циклично балансиране**
2	1.999440	1.97812	1.00396	1.99000
4	3.96659	2.05984	2.98414	3.96060
8	7.84583	2.49809	6.77486	7.60671
16	15.35350	3.97305	13.33375	13.37449
32	29.43820	7.37966	23.72932	22.87749
∞	356.22764	-	-	-

Таблица 1: Постигнато ускорение в статията Effective Mandelbrot Computation



Фигура 4: Ускорение в статията Efficient Generation of Mandelbrot Set

1. **Делене на блокове** - при паралелизъм $p = 2$ резултатите са близки до теоретичния лимит и останалите два подхода. Това не е изненадващо, защото изображението се поделя на две части, които са симетрични. При нарастване на паралелизма се проявява недостатъкът на подхода и постигнатото ускорение е значително по-малко. Причината е, че блоковете вече не са симетрични и работата на нишките не е балансирана справедливо.

2. **Динамично балансиране** - при паралелизъм $p = 2$ не се постига почти никакво ускорение. Причината е, че главната нишка просто предава задачата на единствената второстепенна нишка. Колкото повече нараства паралелизма, толкова по-справедлива е подялбата на работата. При 32 нишки ускорението става категорично по-добро от това при статично циклично балансиране. Причината - комуникационният свръхтовар се компенсира от по-ефективното използване на процесорното време.

3. **Статично циклично балансиране** - подходът запазва консистентно добро ускорение при всички стойности на паралелизма, защото се осигурява ефективно балансиране при минимизиран свръхтовар.

2.1.3 Паралелно генериране на множеството на Манделброт [3]

Статията *Parallel generation of a Mandelbrot set* разглежда две схеми на паралелизация на алгоритъма:

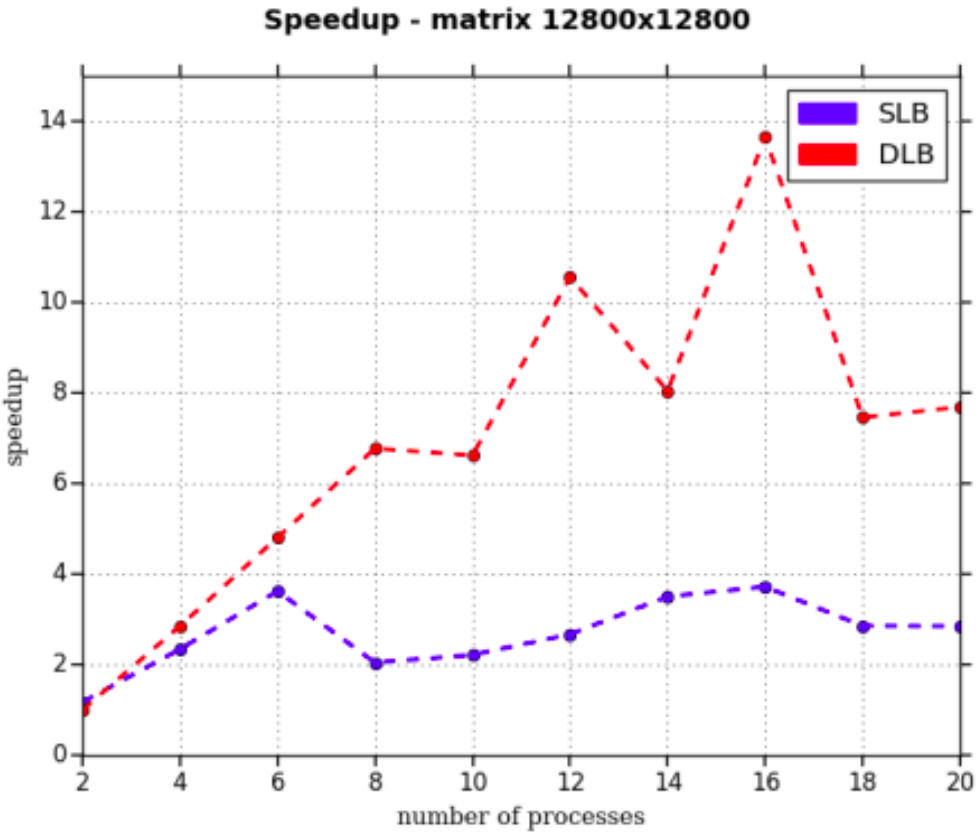
- **Статично балансиране** - изображението се поделя на толкова области, колкото са и паралелните процеси. Главният процес също изчислява една област.

- **Динамично балансиране** - главният процес има единствено управляваща роля.

Изображението се поделя на задачи, които се раздават на процесите, докато не се изчерпят.

Тестването на ускорението включва няколко различни сценария:

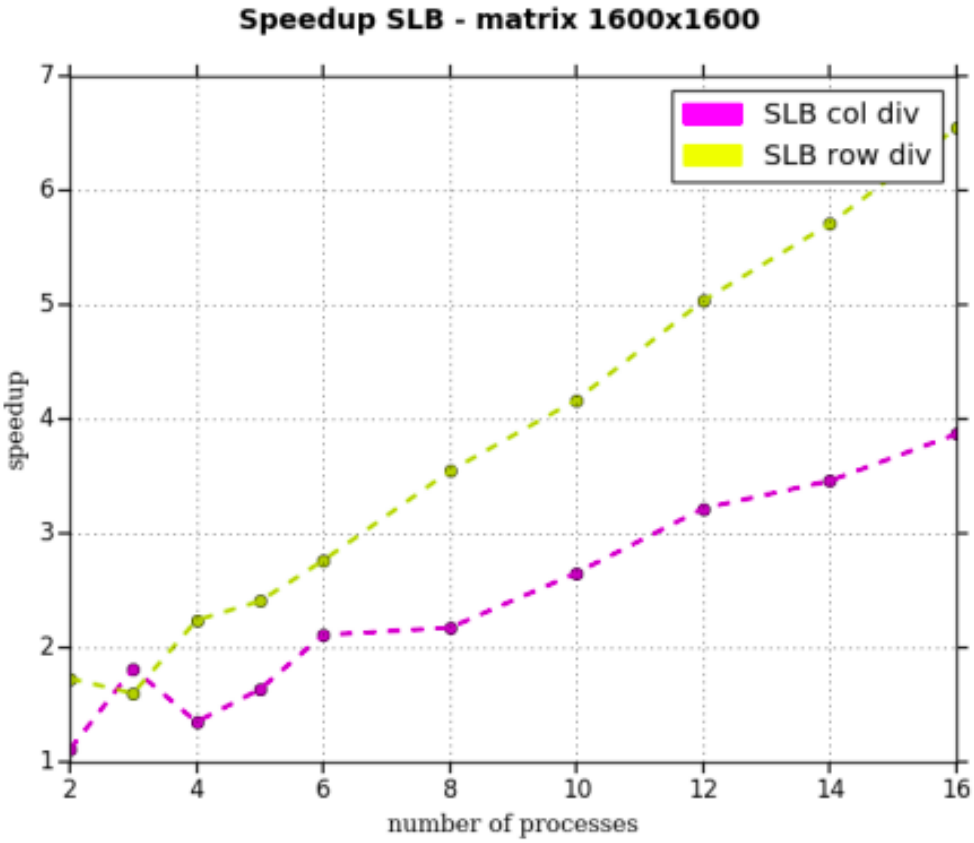
1. Изображение 12800×12800, поделено на области, които са правоъгълници. Видима е огромната разлика в постигнатото ускорение между статично и динамично балансиране. В допълнение се наблюдава силно проявена немотонна аномалия. И двете прояви не са изненадващи с оглед на неподходящата схема на балансиране. Множеството на Манделброт е компактно, следователно няколко области ще останат напълно празни, а други ще съдържат само точки от множеството. Именно затова схемата с динамично балансиране постига по-добро ускорение.



Фигура 5: Ускорение при разделяне по области в статията *Parallel generation of a Mandelbrot set*

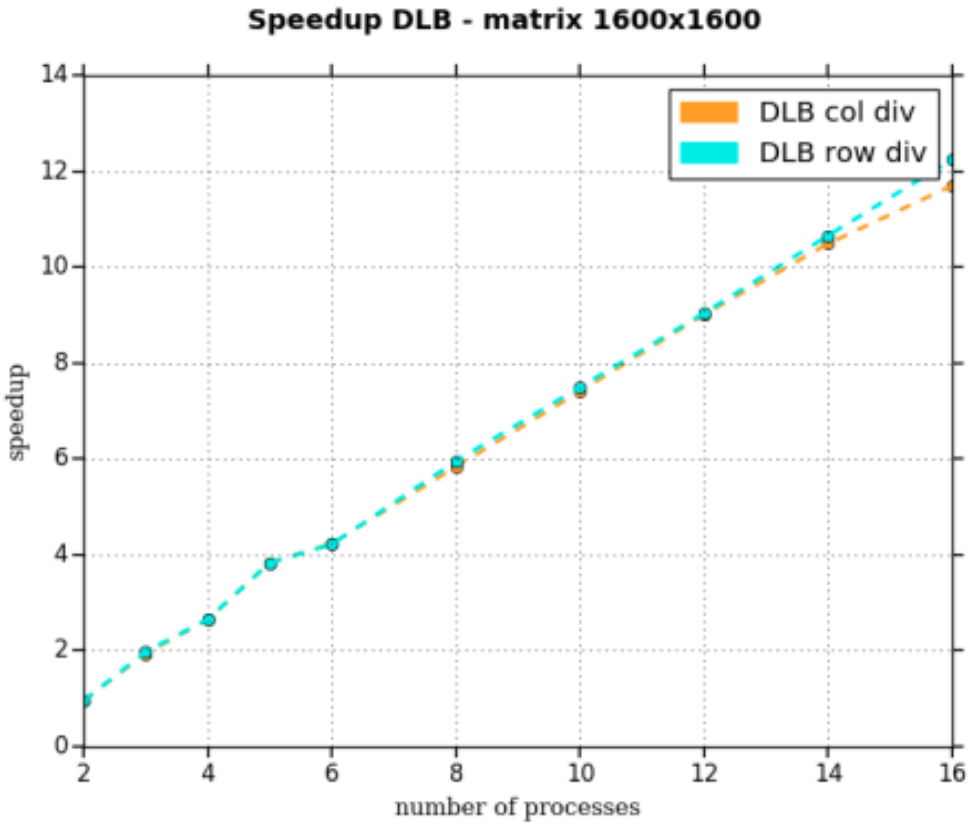
2. Изображение 1600×1600, поделено на редове или на колони. При схемата със статично балансиране се получава голямо разминаване между постигнатото ускорение по редове и по-колони, което е значително по-ниско. С оглед на еднаквата ширина и височина на изображението, възможно обяснение за явлението е избраната област за изобразяване на множеството, която не е упомената. Отново се появява немотононна аномалия, която би могла да бъде обяснена с възможен недостатък в паралелната имплементация на алгоритъма. Това предположение изглежда по-вероятно с оглед на

постигнатия паралелизъм и в двата случая, който е значително по-нисък от теоретичния лимит според закона на Амдал.



Фигура 6: Статично циклично балансиране по редове и по колони в статията *Parallel generation of a Mandelbrot set*

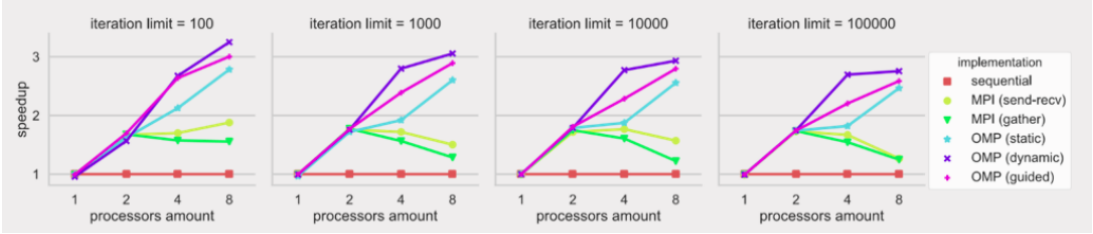
Разликата между редове и колони по отношение на сложността на изчисление не оказва влияние върху имплементацията с динамично балансиране, което обяснява голямото сходство в полученото ускорение по редове и по колони. В допълнение, ускорението в този сценарий е много по-близко до теоретичния лимит, което говори за по-ефикасен алгоритъм.



Фигура 7: Динамично централизирано балансиране по редове и по колони в статията *Parallel generation of a Mandelbrot set*

2.1.4 Сравнение между MPI и OpenMP при генериране на множеството на Манделброт [4]

Статията прави сравнение между *Message Passing Interface* и *Open Multi-Processing* технологиите за паралелно програмиране. *OpenMP* технологията е изградена на принципа *shared memory*, при което се постига паралелизъм на ниво нишки - задачите се изпълняват на нишки, част от *един* процес. За разлика от *OpenMP*, *MPI* задачите се изпълняват от няколко процеса, които се съгласуват чрез предаване на съобщения. Тестването е проведено за различен брой итерации и паралелизъм, като са използвани две имплементации на *MPI* и три схеми за балансиране за *OpenMP* - статично, динамично и *guided* (задачите не са с еднакъв размер - започва се с големи, но към края размерът им намалява с цел максимално точно балансиране):



Фигура 8: Постигнато ускорение в статията *MPI* vs *OpenMP*

Всички варианти с *message passing* изостават в сравнение с *OpenMP* поради породения свръхтовар от обмена на съобщения. *Shared memory* вариантът със статично балансиране постига по-добро ускорение. Най-добро ускорение постигат динамичното и *guided* балансирането. Това е очаквано с оглед на факта, че декомпозицията е по брой пиксели (матрицата е представена в кода като едномерен масив) и статичното балансиране не е циклично.

2.2 Технологичен анализ

№	Платформа
[2]	**Intel® Xeon® Gold Processor** L1d cache 576 KiB L1i cache 576 KiB Level 2 Cache 18 MiB Level 3 Cache 24.75 MiB Threads 18/36, hyper-threading – turned off
[3]	клъстер от 13 Intel quadcore 64-битови x86_64 процесора с 2GB RAM
[4]	**AMD Ryzen™ 5 2500U Quad-Core** Level 1 Cache 384 KB Level 2 Cache 2 MB Level 3 Cache 4 MB

Таблица 2: Използвани платформи в различните източници

2.3 Сравнителна таблица

№	Балансиране	Размерност	Паралелизъм	Итерации	Грануларност	Ускорение
[2]	Статично циклично по редове и по блокове от редове	8000×8000	18/36	2000	средна, фина	11.9
[3]	Статично циклично по блокове, по редове и по колони; динамично централизирано	1600×1600 12800×12800	13/16	1000	едра, средна, фина	$6.5 - 7$
[4]	Статично и динамично балансиране	1024×1024	4/8	100, 1000, 10000, 100000	едра, средна, фина	~ 3.25
MT	Статично циклично по редове; динамично централизирано	3840×2160	16/32	1024	едра, средна, фина	12.483

Таблица 3: Сравнителна таблица

3 Проектиране

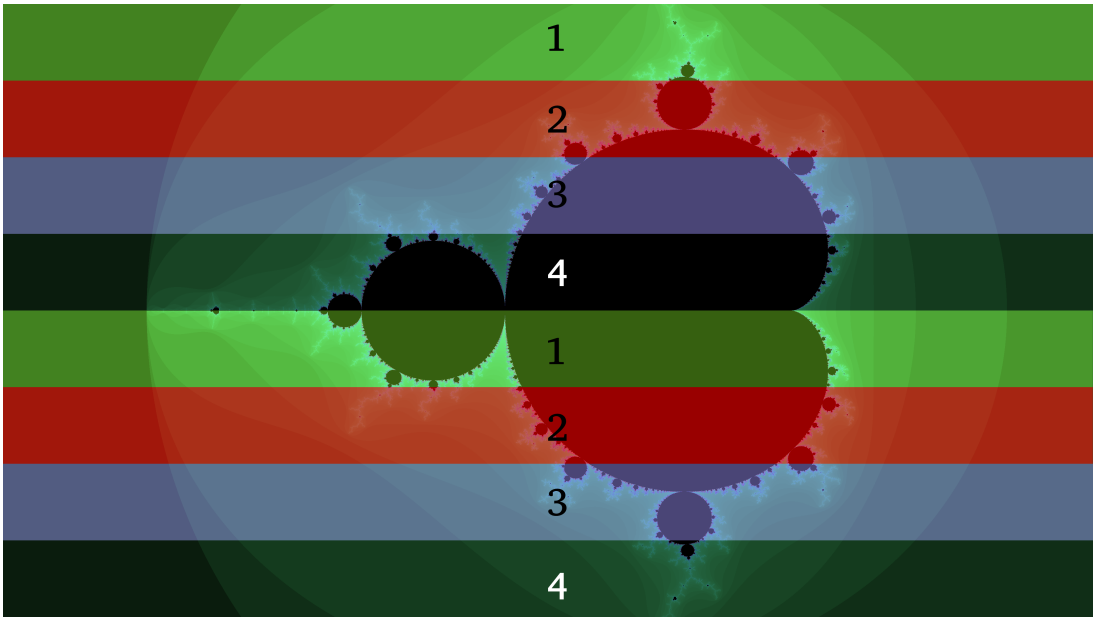
3.1 Функционално проектиране

Ще постигнем паралелизъм чрез декомпозиция по данни и асинхронен алгоритъм. Ще се стремим към архитектура от тип *Single Program Multiple Data*, защото всеки процес ще изпълнява едни и същи като тип изчисления, но върху различни данни (различни пиксели). Архитектурата ще напомня и на *Master-Slave*, защото първата нишка ще отговаря за разделянето на проблема между различните нишки и за тяхното стартиране. Комуникация ще се осъществява само при инициализирането на „второстепенните“ нишки и след завършването им, когато се определя цялото време за изчисление. Основният въпрос е как ще бъдат балансирани задачите между отделните процеси.

3.1.1 Статично циклично балансиране

Статичното циклично балансиране е подходящ подход за разпределението на задачите между отделните процеси. Изображението се поделя на ленти (по редове или по колони), като всеки процес получава за обработка (почти) равен брой несъседни ленти. Това позволява

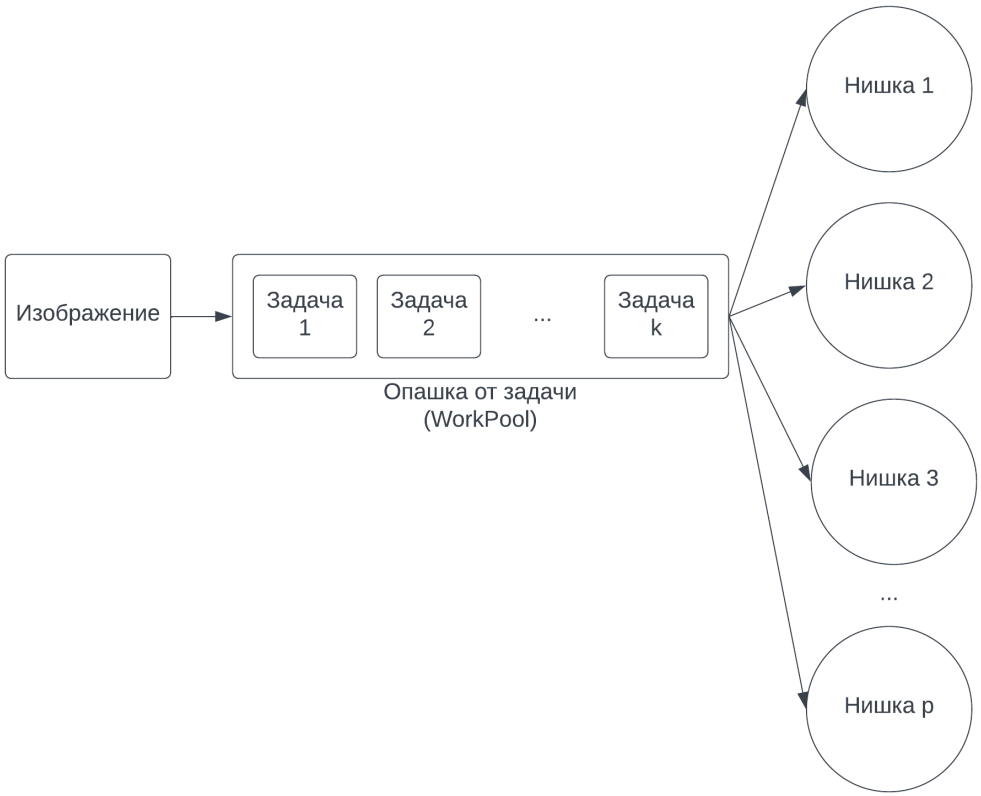
по-справедливо разпределение на работата, защото всеки процес ще получи области и с малка, и с голяма сложност на изчисление.



Фигура 9: Статично циклично балансиране при паралелизъм $p = 4$

3.1.2 Динамично централизирано балансиране

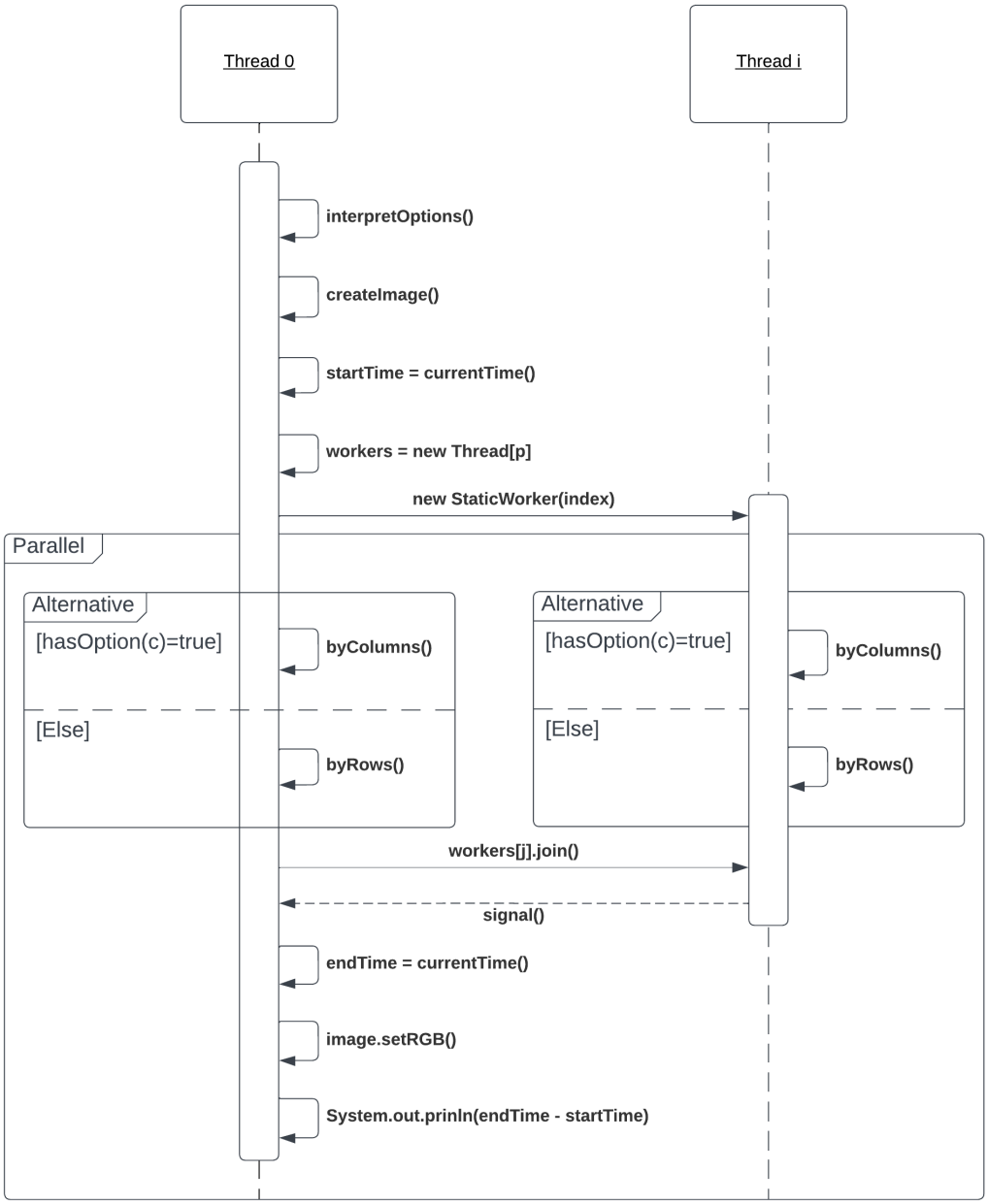
Друга възможна техника за балансиране на заданията е динамичното централизирано балансиране. Изображението се поделя на задания, които се съхраняват в опашка, като в началото всеки процес получава по едно задание. Процес, който свърши със заданието си, получава ново до изчерпването на всички задания в опашката. Този подход гарантира, че през повечето време процесите са заети, но налага интензивна комуникация между процесите. Този курсов проект ще извърши тестване и с динамично централизирано балансиране, освен със статично циклично, с цел анализ на свръхтовара. Очакването е породеният свръхтовар за този изчислителен проблем да направи решението с динамично централизирано балансиране по-бавно от имплементацията със статично циклично.



Фигура 10: Динамично балансиране чрез опашка от задачи

3.1.3 Модел на системата

Диаграмата на последователностите представя поредицата от стъпки в главния процес и една от всички $p-1$ стартирани нишки. Времето за обработка започва да се измерва непосредствено преди стартирането на нишките и приключва с края на работата на последната нишка. В него не се включва превръщането на таблицата от изчисления в изображения по предварително зададената палета, нито входно-изходни операции.



Фигура 11: Диаграма на последователностите за главната и една произволна от второстепенните нишки

3.2 Технологично проектиране

3.2.1 Тестова среда

Тестването на имплементациите със статично циклично и динамично централизирано балансиране се осъществи на сървъра на адрес *t5600.rmi.yaht.net*, който е със следните характеристики:

```
[u62547@t5600 ~]$ lscpu
Architecture:          x86_64
CPU op-mode(s):        32-bit, 64-bit
```

```
Byte Order:          Little Endian
CPU(s):              32
On-line CPU(s) list: 0-31
Thread(s) per core:  2
Core(s) per socket:  8
Socket(s):           2
NUMA node(s):        2
Vendor ID:           GenuineIntel
CPU family:          6
Model:               45
Model name:          Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2660 0 @ 2.20GHz
Stepping:            7
CPU MHz:             3000.000
CPU max MHz:         3000,0000
CPU min MHz:         1200,0000
BogoMIPS:            4389.39
Virtualization:      VT-x
L1d cache:           32K
L1i cache:           32K
L2 cache:            256K
L3 cache:            20480K
NUMA node0 CPU(s):   0-7,16-23
NUMA node1 CPU(s):   8-15,24-31
```

3.2.2 Ръководство на потребителя

Имплементацията със статично циклично балансиране се помещава в пакета `src.balancing.constant`, с основен клас `StaticMandelTest.java`. Имплементацията с динамично централизирано балансиране се помещава в пакета `src.balancing.dynamic.pool`, с основен клас `DynamicMandelTest.java`. За да се изпълни програмата, трябва първо да се компилират класовете ѝ, заедно с използваните библиотеки, например така:

Програмен код 1: Компилиране на StaticMandelTest от директорията корен на проекта

```
javac -cp lib/commons-cli-1.5.0.jar:lib/commons-math3-3.6.1.jar src
   /balancing/constant/*
```

Когато се въвежда командата за изпълнение на компилираната програма, може да се променят настройките по подразбиране чрез следните командни параметри:

Опция	Пълна форма	Стойност по подразбиране	Упътване
-w	–width	3840px	Указва ширината на изображението в px
-h	–height	2160px	Указва височината на изображението в px
-d	–dimensions	2.50:1.30:1.1:1.1	Указва крайните точки на изображението във формата $X_{min} : X_{max} : Y_{min} : Y_{max}$
-p	–parallelism	16	Указва броя нишки за изпълнение на програмата
-o	–output	StaticMandel.png	Указва пътя до изображението, включително името на файла му.
-i	–info		Показва възможните опции на програмата
-c	–cols		Флаг без стойност. Ако се посочи, декомпозицията се прави по колони, а не по редове
-g	–granularity		Определя размера на задачите

Таблица 4: Командни параметри на програмите `StaticMandelTest` и `DynamicMandelTest`

Остава само програмата да се изпълни с желаните параметри, например по този начин:

```
java -cp lib/commons-cli-1.5.0.jar:lib/commons-math3-3.6.1.jar:src
   balancing.constant.StaticMandelTest -p 4
```

Програмен код 2: Изпълнение на програмата `StaticMandelTest` с допълнително задаване на паралелизъм $p = 4$

Ако желаете да изпълните програмата многократно по тестовия план, можете да го направите чрез последователното изпълнение на скриптовете `compileStaticMandel.sh` и `runStaticMandel.sh` в директорията корен на проекта ето така:

```
$ ./compileStaticMandel.sh
$ ./runStaticMandel.sh myCSV.csv
```

Програмен код 3: Компилиране и изпъление на програмата според тестовия план

Забележка: Ръководството на потребителя е аналогично и за имплементацията с динамично централизирано балансиране.

3.2.3 Програмен език и системни извиквания

Програмата е разработена на езика `Java` и използва две външни библиотеки - `org.apache.commons.math3.6.1` - за класа `Complex`, и `org.apache.commons.cli-1.5.0` - за анализ на входните параметри. Библиотеките се предоставят заедно с програмните класове в папката `libs` под формата на `jar` файлове.
„Второстепенните“ нишки се създават чрез следния код:

```
workers = new Thread[NUMBER_OF_THREADS];
for (int workerIndex = 1; workerIndex < NUMBER_OF_THREADS; workerIndex++) {
    Runnable r = new StaticWorker(workerIndex);
```

```
    Thread t = new Thread(r);
    t.start();
    workers[workerIndex] = t;
}
```

Програмен код 4: Инициализиране на $p-1$ нишки в Java

Освен тях се задава работа и на "главната нишка"чрез `new StaticWorker(0).run();`. „Главната“ нишка „проверява“ дали останалите са свършили, като изпраща сигнал, след което заспива. Второстепенната нишка връща отговор, с което „събужда“ главната. Процесът се повтаря докато не постъпят сигнали от всички нишки, че са свършили изчисленията си. Това се осъществява чрез кода:

```
for (int j = 1; j < threads; ++j) {
    try {
        workers[j].join();
    } catch (Exception e) {
        e.printStackTrace();
    }
}
```

Програмен код 5: Проверка на $p-1$ нишки в Java

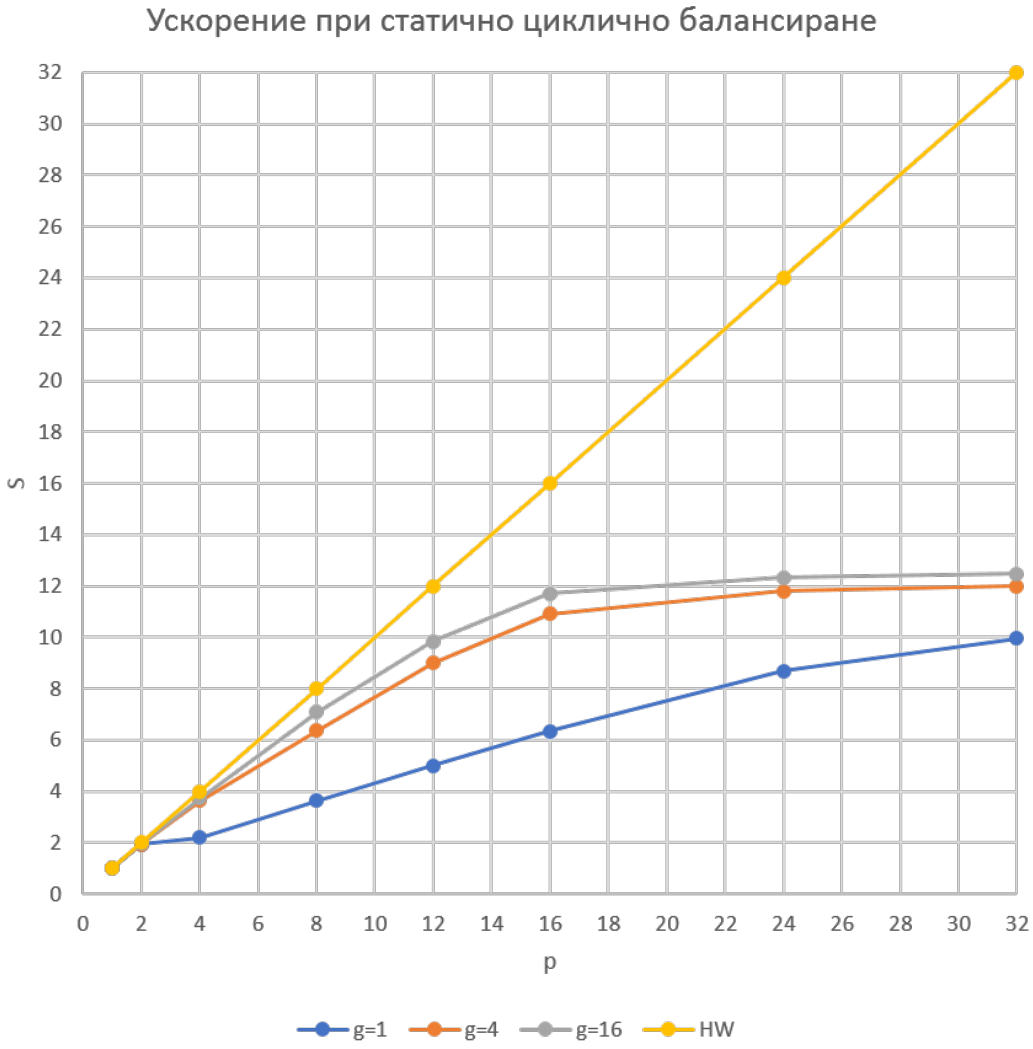
4 Тестване

В секциите по-долу са посочени резултатите от проведеното тестване, където p е паралелизмът, g - грануларността, T_p^i - времето в милисекунди на i-тия опит при паралелизъм p, T_p - най-малкото T_p^i, $S_p = \frac{T_1}{T_p}$ - ускорението, а $E = \frac{S_p}{p}$ - ефективността.

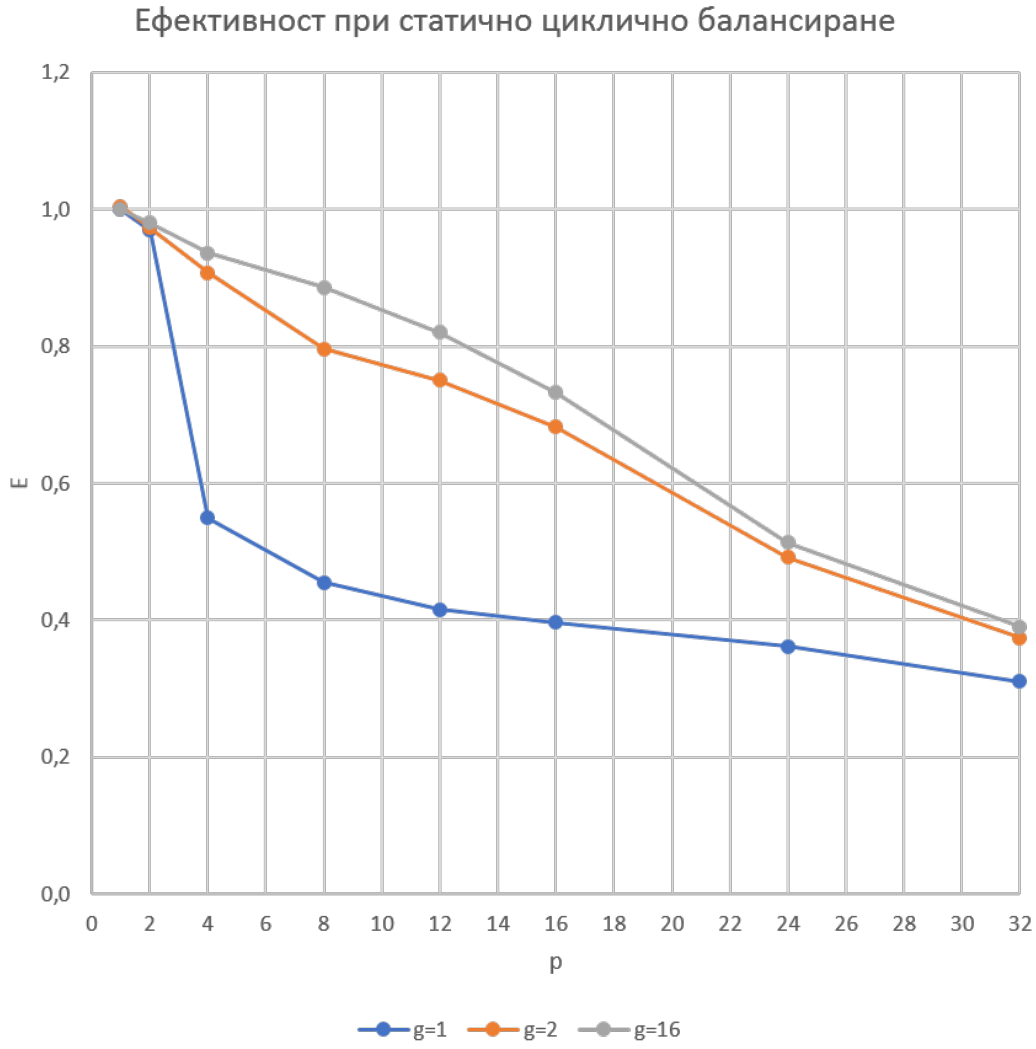
4.1 Статично циклично балансиране

p	g	T_p^1	T_p^2	T_p^3	$T_p = min\left\{T_p^i\right\}$	$S_p = \frac{T_1}{T_p}$	$E = \frac{S_p}{p}$
1	1	29401	29403	29384	29384	1.000	1.000
2	1	15167	15153	15153	15153	1.939	0.970
4	1	13376	13468	13443	13376	2.197	0.549
8	1	8078	8071	8151	8071	3.641	0.455
12	1	5990	5889	5887	5887	4.991	0.416
16	1	4675	4671	4628	4628	6.349	0.397
24	1	3504	3386	3454	3386	8.678	0.362
32	1	3167	2953	2971	2953	9.951	0.311
1	4	29252	29263	29282	29252	1.005	1.005
2	4	15179	15189	15097	15097	1.946	0.973
4	4	8122	8091	8106	8091	3.632	0.908
8	4	4613	4620	4679	4613	6.370	0.796
12	4	3264	3373	3286	3264	9.002	0.750
16	4	2693	2778	2733	2693	10.911	0.682
24	4	2508	2517	2491	2491	11.796	0.492
32	4	2452	2464	2457	2452	11.984	0.374
1	16	29490	29378	29381	29378	1.000	1.000
2	16	15205	15056	14994	14994	1.960	0.980
4	16	7847	7846	7885	7846	3.745	0.936
8	16	4146	4194	4164	4146	7.087	0.886
12	16	3002	3002	2985	2985	9.844	0.820
16	16	2569	2508	2542	2508	11.716	0.732
24	16	2393	2400	2385	2385	12.320	0.513
32	16	2372	2354	2377	2354	12.483	0.390

Таблица 5: Тестов план при статично циклично балансиране



Фигура 12: Ускорение при статично балансиране



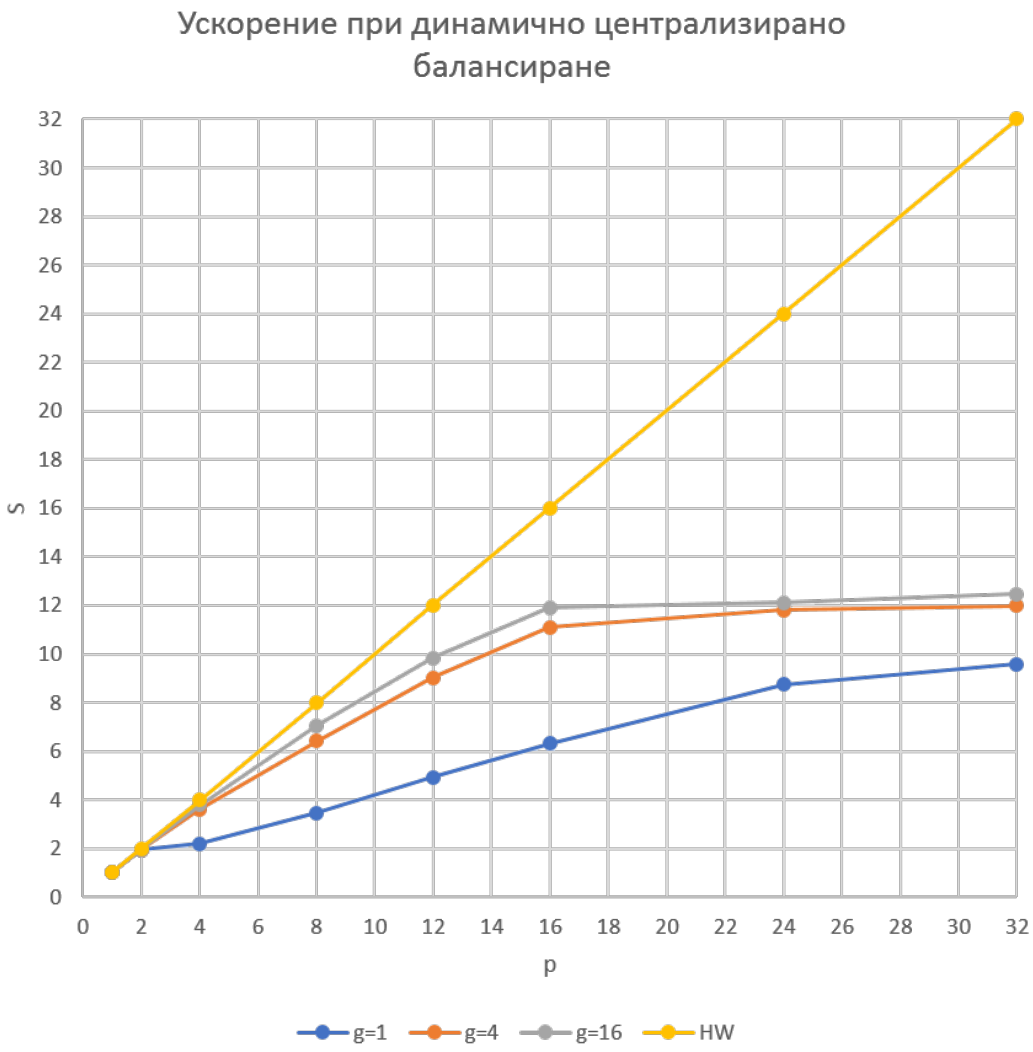
Фигура 13: Ефективност при статично балансиране

От таблицата и графиките е видимо, че най-високото ускорение - 12.483, е постигнато при грануларност $g = 16$ и 32 нишки. При тази грануларност е постигнат най-приспособен размер на данните спрямо L1D Cache. Особено видимо на графиката е минималното увеличение на ускорението при паралелизъм над 16. Причината е, че сървърът разполага само с 16 физически ядра, а 32 са логическите ядра. Тоест, на всяко физическо ядро се падат по 2 нишки - това е т.нар. технология на *Intel* - *Hyperthreading*, която официално посочва очаквано подобрение до 30%. В случая, то е едва 2%. Ако игнорираме логическите ядра, постигнатият паралелизъм от 12.483 при $p = 16$ е сравнително близък до теоретичния лимит, посочен от закона на Амдал. В резултатите липсва немотонна аномалия, която е възможно да се прояви, ако алгоритъмът беше тестван при допълнителни стойности на паралелизъм - например $20, 28, 30$ и други. Наблюдават се минимални стойности на хиперлинейна аномалия за $p = 1, g = 4$, които могат да бъдат обяснени с неточно изчисление на времето на изпълнение на цялата програма, което все пак зависи от ядрото на операционната система.

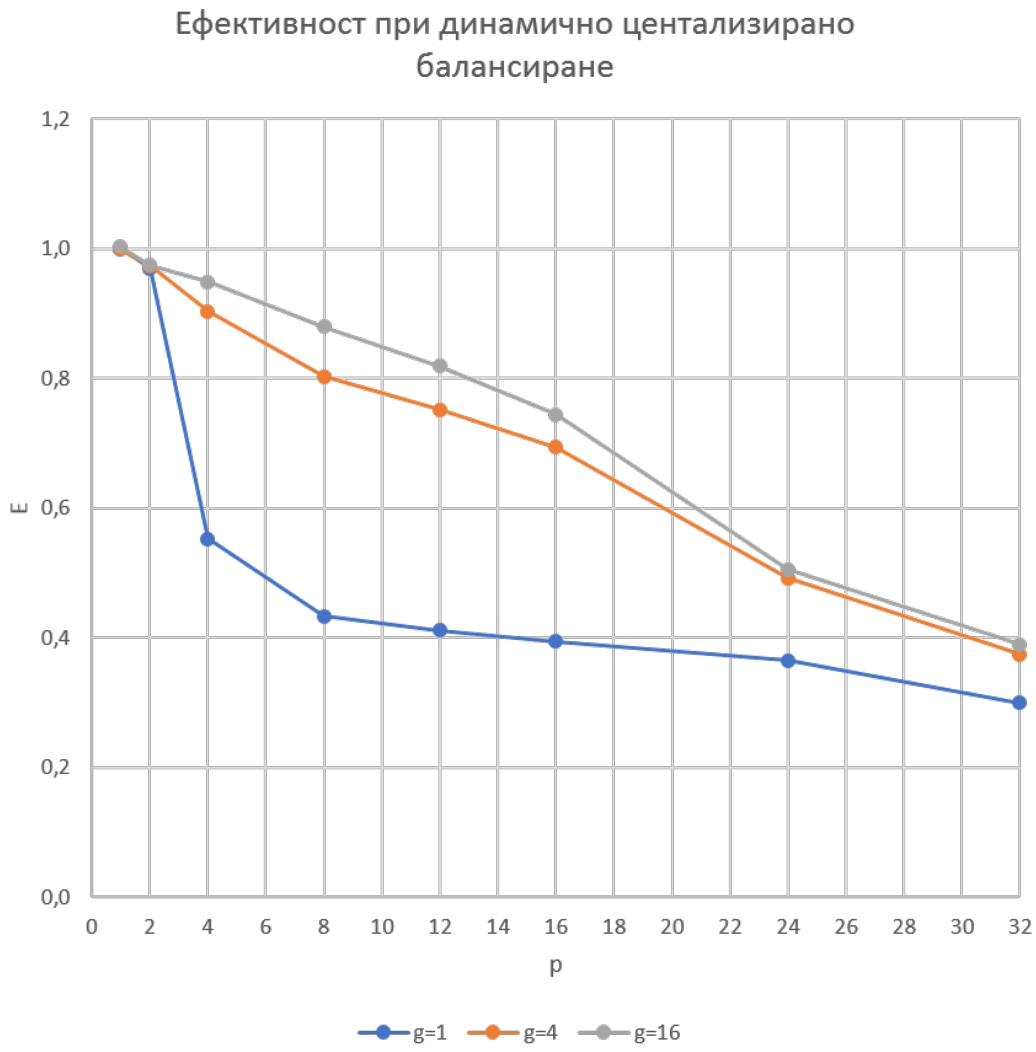
4.2 Динамично централизирано балансиране

p	g	T_p^1	T_p^2	T_p^3	$T_p = min\left\{T_p^i\right\}$	$S = \frac{T_1}{T_p}$	$E = \frac{S_p}{p}$
1	1	29430	29453	29525	29430	1.000	1.000
2	1	15236	15176	15319	15176	1.939	0.970
4	1	13311	13499	13325	13311	2.211	0.553
8	1	8491	8592	8593	8491	3.466	0.433
12	1	5959	6000	5957	5957	4.940	0.412
16	1	4660	4717	4839	4660	6.315	0.395
24	1	3450	3360	3374	3360	8.759	0.365
32	1	3350	3197	3073	3073	9.577	0.299
1	4	29460	29493	29460	29460	0.999	0.999
2	4	15164	15112	15169	15112	1.947	0.974
4	4	8141	8364	8182	8141	3.615	0.904
8	4	4707	4644	4578	4578	6.429	0.804
12	4	3311	3263	3334	3263	9.019	0.752
16	4	2673	2650	2779	2650	11.106	0.694
24	4	2497	2494	2500	2494	11.800	0.492
32	4	2470	2455	2518	2455	11.988	0.375
1	16	29347	29331	29480	29331	1.003	1.003
2	16	15136	15356	15090	15090	1.950	0.975
4	16	7810	7881	7749	7749	3.798	0.949
8	16	4179	4195	4191	4179	7.042	0.880
12	16	3054	3033	2992	2992	9.836	0.820
16	16	2490	2489	2471	2471	11.910	0.744
24	16	2453	2431	2428	2428	12.121	0.505
32	16	2375	2405	2359	2359	12.476	0.390

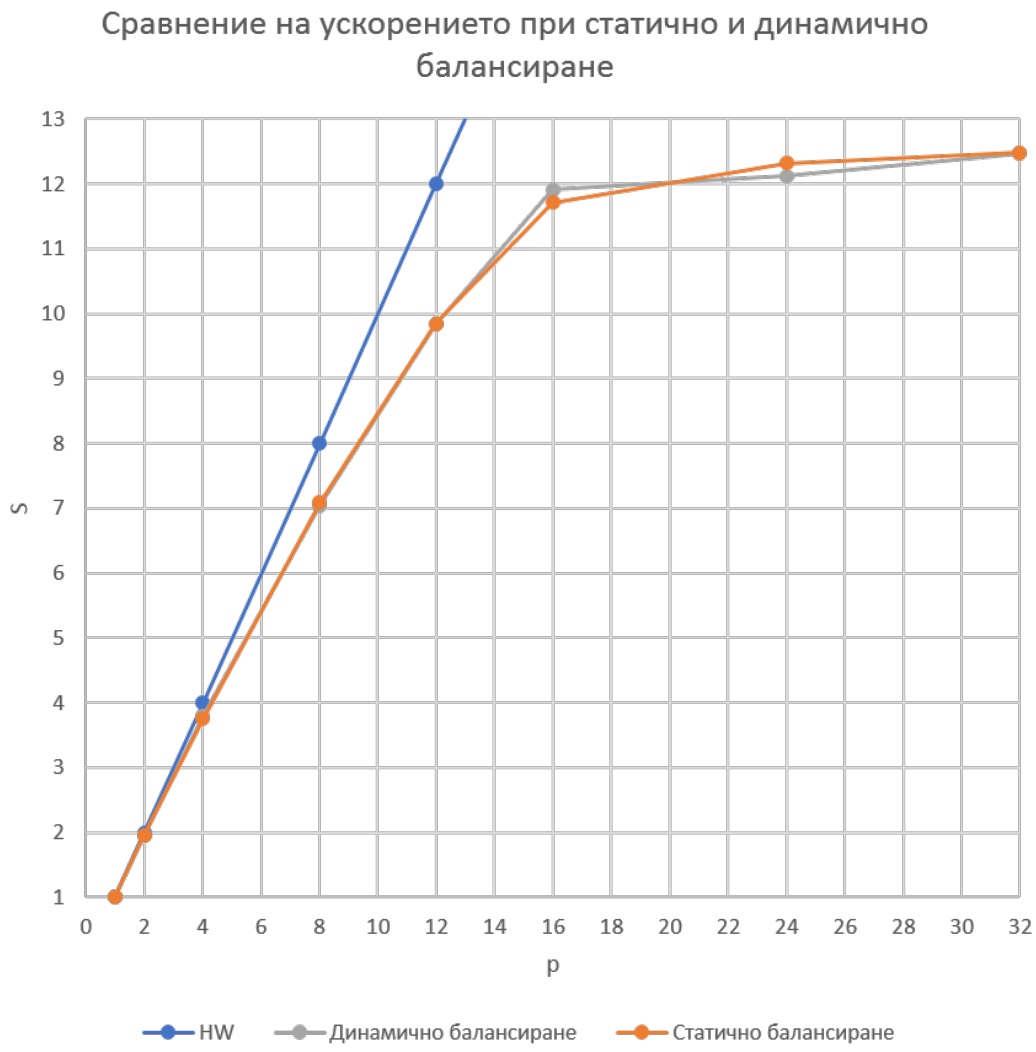
Таблица 6: Тестов план при динамично централизирано балансиране



Фигура 14: Ускорение при динамично балансиране



Фигура 15: Ефективност при динамично балансиране



Фигура 16: Сравнение на постигнатото ускорение при статично циклично и динамично централизирано балансиране

Резултатите от тестването на имплементацията с динамично централизирано балансиране са близки до тези от имплементацията със статичното циклично - максималното ускорение отново се постига при $p = 32, g = 16$. Отново липсват немотонни аномалии. В този случай се проявява хиперлинейна аномалия за $p = 1, g = 16$. Ако сравним постигнатото ускорение при статично циклично и динамично централизирано балансиране, в почти всички случаи статичното циклично балансиране превъзхожда по постигнато ускорение динамичното централизирано балансиране. Резултатът е очакван, с оглед на склонността на динамичното балансиране да поражда комуникационен свръхтовар.

5 Източници

[1] **Leduc, Ryan**, McMaster University, Toronto, Canada. 2004. *Embarrassingly Parallel Computations.*. http://www.cas.mcmaster.ca/ leduc/slides4f03/slides6.pdf.

[2] **Gamage, Bhanuka M., Vishnu M. Baskaran**, Monash University Malaysia. 1.07.2020. *Efficient Generation of Mandelbrot Set using Message Passing Interface.* Arxiv. https://arxiv.org/pdf/2007.00745.pdf.

[3] **Tracolli, Mirco, Antonio Lagana, Leonardo Pacifici**, University of Perugia. 21.04.2016. *Parallel generation of a Mandelbrot set.* UniPG. http://services.chm.unipg.it/ojs/index.php/virtlcomm/article/view/112/108.

[4] **Gomez, Erstesto S.**, Universidad de las Ciencias Informáticas, Cuba. 30.09.2020. *MPI vs OpenMP: A case study on parallel generation of Mandelbrot set.* Redalyc. https://www.redalyc.org/journal/6738/673870835002/html/.

Списък на фигурите

1 Изображение на фрактала на Манделброт в областта $Re \in [-2.50; 1.30], Im \in [-1.1; 1.1]$ . . . 1
2 Архитектура на смущаващо паралелна програма . . . 2
3 Архитектура на смущаващо паралелна SPMD + Master-Slave програма . . . 3
4 Ускорение в статията Efficient Generation of Mandelbrot Set . . . 4
5 Ускорение при разделяне по области в статията *Parallel generation of a Mandelbrot set* . . . 5
6 Статично циклично балансиране по редове и по колони в статията *Parallel generation of a Mandelbrot set* . . . 6
7 Динамично централизирано балансиране по редове и по колони в статията *Parallel generation of a Mandelbrot set* . . . 7
8 Постигнато ускорение в статията *MPI* vs *OpenMP* . . . 7
9 Статично циклично балансиране при паралелизъм $p = 4$ . . . 10
10 Динамично балансиране чрез опашка от задачи . . . 11
11 Диаграма на последователностите за главната и една произволна от второстепенните нишки . . . 12
12 Ускорение при статично балансиране . . . 17
13 Ефективност при статично балансиране . . . 18
14 Ускорение при динамично балансиране . . . 20
15 Ефективност при динамично балансиране . . . 21
16 Сравнение на постигнатото ускорение при статично циклично и динамично централизирано балансиране . . . 22

Списък на таблиците

1 Постигнато ускорение в статията Effective Mandelbrot Computation . . . 3
2 Използвани платформи в различните източници . . . 8
3 Сравнителна таблица . . . 9
4 Командни параметри на програмите `StaticMandelTest` и `DynamicMandelTest` 14
5 Тестов план при статично циклично балансиране . . . 16
6 Тестов план при динамично централизирано балансиране . . . 19

Listings

1 Компилиране на StaticMandelTest от директорията корен на проекта . . . 13
2 Изпълнение на програмата `StaticMandelTest` с допълнително задаване на паралелизъм $p = 4$ . . . 14
3 Компилиране и изпъление на програмата според тестовия план . . . 14
4 Инициализиране на $p - 1$ нишки в Java . . . 14
5 Проверка на $p - 1$ нишки в Java . . . 15