

**Права в равнина:** Уравнение от вида

$Ax + By + C = 0$  наричаме общо уравнение на права в равнина. Нека  $g : Ax + By + C = 0$ . Тогава:

1. Вектора  $\vec{p}(-B, A)$  е колинеарен с правата  $g$  ( $\vec{p} \parallel g$ )
2. Вектора  $\vec{N}_g(A, B)$  е перпендикулярен на правата  $g$  ( $\vec{N}_g \perp g$ )
3. Правата  $m \parallel g \iff m : Ax + By + C_1 = 0$
4. Правата  $h \perp g \iff h : -Bx + Ay + C_2 = 0$
5. Уравнение от вида  $\frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 0$  наричаме нормално уравнение на правата  $g$
6. Нека  $M(x_1, y_1)$ , разстояние от точката  $M$  до правата  $g$  се намира по формулата:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Нека  $g_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0$ ,  $g_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0$ . Тогава ъглополовящите  $b_1, b_2$  на правите  $g_1$  и  $g_2$  имат уравнения:

$$b_1, b_2 : \frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \pm \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} = 0$$

Ако  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , то общото уравнение на правата  $l$  минаваща през точките  $A$  и  $B$  се намира чрез една от детерминантите:

$$l : \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$l : \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

**Права и равнина в пространството:**

Уравнение от вида  $Ax + By + Cz + D = 0$  наричаме общо уравнение на равнина в пространството.

Нека  $\pi : Ax + By + Cz + D = 0$ . Тогава:

1. Вектора  $\vec{p}(v_1, v_2, v_3)$  е колинеарен с равнината  $\pi \iff Av_1 + Bv_2 + Cv_3 = 0$
2. Вектора  $\vec{N}_\pi(A, B, C)$  е перпендикулярен на равнината  $\pi$  ( $\vec{N}_\pi \perp \pi$ )
3. Уравнение от вида  $\frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 0$  наричаме нормално уравнение на равнината  $\pi$
4. Нека  $M(x_1, y_1, z_1)$ , разстояние от точката  $M$  до равнината  $g$  се намира по формулата:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$\pi_1 : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$\pi_2 : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

Тогава ъглополовящите равнини  $b_1, b_2$  на равнините  $\pi_1$  и  $\pi_2$  имат уравнения:

$$b_1, b_2 : \frac{A_1x + B_1y + C_1z + D_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}} \pm \frac{A_2x + B_2y + C_2z + D_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} = 0$$

Ако  $A(x_1, y_1, z_1), \vec{v}(v_1, v_2, v_3), \vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ , то общото уравнение на равнина  $\pi$  определена чрез точката  $A$  и векторите  $\vec{v}$  и  $\vec{u}$  се намира чрез детерминантата:

$$\pi : \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \end{vmatrix} = 0$$

Ако  $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2), C(x_3, y_3, z_3)$ , то общото уравнение на равнина  $\pi$  минаваща през точките  $A, B$  и  $C$  се намира чрез детерминантата:

$$\pi : \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

Права в пространството:

1. Ако  $A(x_1, y_1, z_1), \vec{v}(v_1, v_2, v_3)$ , то параметрично уравнение на права  $g$  в пространството, определена от точката  $A$  и вектор  $\vec{v}$  се представя:

$$g : \begin{cases} x = x_1 + \lambda v_1 \\ y = y_1 + \lambda v_2 \\ z = z_1 + \lambda v_3 \end{cases}$$

Ако  $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ , то параметрично уравнение на права  $g$  в пространството, минаваща през точките  $A$  и  $B$  се представя:

$$g : \begin{cases} x = x_1 + \lambda(x_2 - x_1) \\ y = y_1 + \lambda(y_2 - y_1) \\ z = z_1 + \lambda(z_2 - z_1) \end{cases}$$

Където векторът с координати

$(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$  е колинеарен с правата  $g$ .

2. Правата  $g$  може да се представи като пресечница на две равнини:

$$g : \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$