



Universidad de Guadalajara



Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías

Proyecto Final: Carro IP02

Control I

Carlos Iván Aldana López

Ingeniería en Robótica

Equipo:

Karla Goretti Gutiérrez Iñiguez

Daniel Alejandro Hernández López

Osmar Josel Méndez Rosales

Luis Fernando Loza López

Josué Esaú Hernández Ramírez

Isidro Martínez Valdéz

Índice

Introducción.

Descripción del Hardware	2
Descripción del Software	3
Especificaciones del Controlador	4

Modelado.

Modelado del sistema IP02	5
Función de Transferencia del IP02	10

Diseño del controlador.

Análisis de Estabilidad	11
Desarrollo del Controlador	12
Compensador de Adelanto	12
Validación experimental	20

Conclusiones	25
---------------------	----

Bibliografía	27
---------------------	----

Introducción

En este proyecto diseñaremos un sistema de control para el que posteriormente realizaremos su implementación experimental, el sistema que estaremos utilizando es el carro IP02 para el cual realizaremos un compensador de adelanto de fase para controlar su velocidad. Para esto modelamos la servo planta de movimiento lineal del IP02 basándonos en la segunda ley de Newton y de esta manera obtendremos su función de transferencia. Más adelante se mostrarán las gráficas de la simulación del sistema y todo el desarrollo de los pasos para diseñar nuestro controlador siguiendo cada una de las especificaciones que se nos piden.

Para realizar este proyecto se requiere lo siguiente:

- **Módulo de alimentación:** Quanser VoltPAQ o equivalente.
- **Tarjeta de adquisición de datos:** Quanser Q2-USB, Q8-USB, QPID o equivalente.
- **Servo planta de movimiento lineal:** Quanser IP02.
- **Software de control en tiempo real:** La configuración de QUARC-Simulink-Matlab.

Descripción del Hardware

Para llevar a cabo este proyecto, es fundamental comprender el sistema con el que trabajaremos, por lo tanto, debemos tener claro cómo se compone el IP02. El IP02 es un carro que está elaborado con aluminio sólido mecanizado que es accionado por un motor de corriente continua cuya entrada es de máximo 6 volts, este motor es de la más alta calidad y cuenta con una caja de engranajes planetarios. Este carro se desliza a lo largo de un eje de acero inoxidable mediante rodamientos lineales y cuenta con un mecanismo de piñón y cremallera que nos garantiza una tracción continua y persistente.

La posición del IP02 se detecta mediante un codificador incremental, el eje de este codificador engrana a la cremallera con un piñón adicional. El IP02 también cuenta con eje rotatorio al cual se le puede colocar una varilla de oscilación, dicha varilla funciona como péndulo invertido. El ángulo de inclinación de la varilla también se mide con un codificador incremental, por lo que esto lo vuelve continuo y no tiene límite en todo su rango de movimiento.

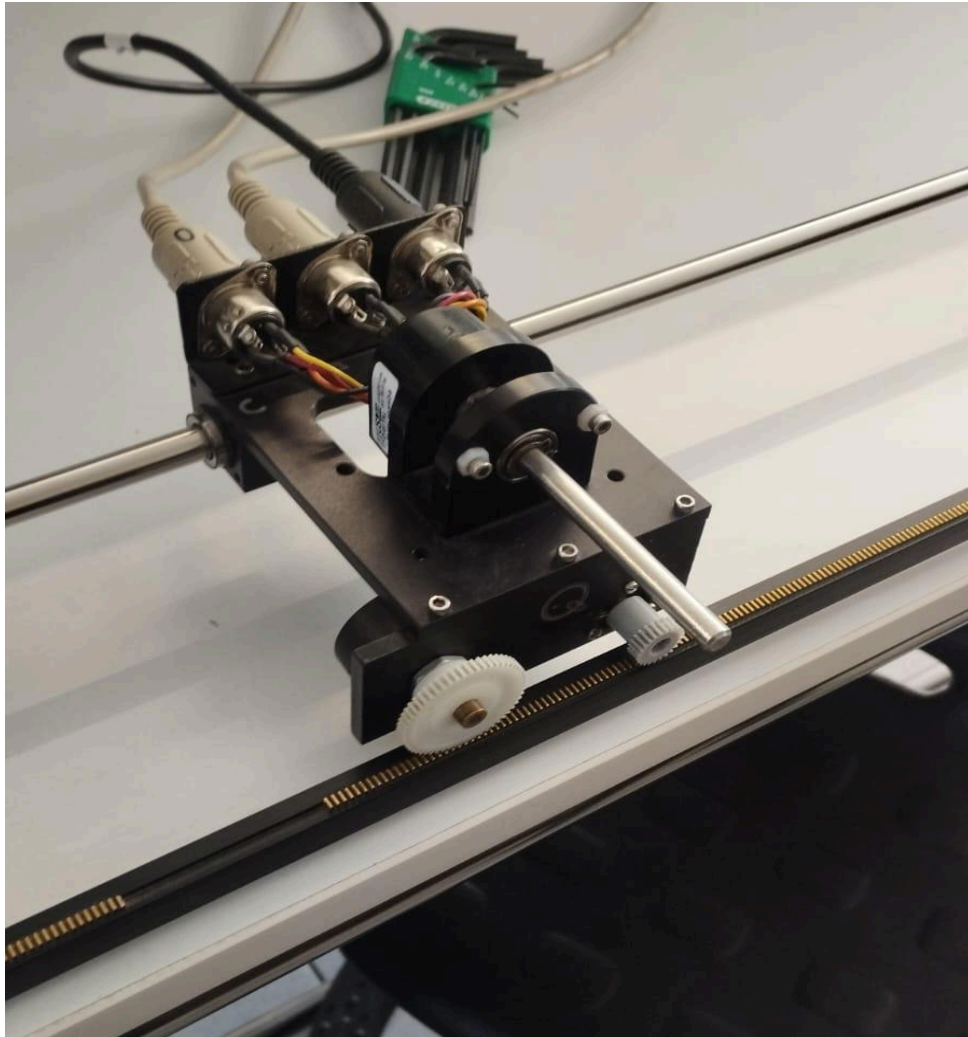


Figura 1. Sistema físico del carro IP02.

Descripción del Software

En este proyecto se utilizó software especializado para, modelado, simulación y control en tiempo real. El software utilizado se basa principalmente en Matlab/simulink.

Matlab es un software de cálculo numérico ampliamente utilizado en el ámbito del diseño de sistemas de control debido a su capacidad para realizar análisis matemáticos, simulaciones dinámicas y representación gráfica de datos. Por su parte, simulink se complementa como un entorno de modelado visual basado en bloques que permite:

*Modelado del sistema dinámico: Se utilizó para describir matemáticamente la servo planta de movimiento lineal del IP02 con base en la ecuación diferencial obtenida por el modelado físico (ley de Newton y Kirchhoff). A través de simulink esta ecuación fue representada en bloques para realizar simulaciones precisas.

*Simulación del sistema en lazo abierto y cerrado: Con los datos y parámetros obtenidos, se simuló el comportamiento del carro IP02 en diferentes condiciones, verificando la estabilidad y respuesta transitoria del sistema.

*Diseño del controlador: Matlab/simulink facilita el diseño del compensador de adelanto de fase ajustando los parámetros para cumplir con las especificaciones, como el error en estado estacionario y el margen de fase.

El uso de estas herramientas permitió además:

-Obtención de la función de transferencia: Se derivó de la función de transferencia del sistema dinámico del IP02 basándose en las ecuaciones obtenidas por el modelado físico.

-Análisis de estabilidad: Matlab permitió verificar la ubicación de los polos del sistema mediante cálculos teóricos y simulaciones gráficas, demostrando que el sistema es estable.

-Diseño del compensador de adelanto de fase: Utilizando herramientas de análisis en frecuencia de matlab se ajustaron los parámetros del compensador para lograr el margen de fase deseado.

-Visualización de resultados: Gráficas generadas por matlab y simulink mostraron el comportamiento del sistema y ayudaron a validar los cálculos teóricos.

Especificaciones del controlador IP02

Se debe diseñar un controlador basado en el esquema del compensador de adelanto que debe satisfacer dos requisitos predefinidos. El objetivo de estas especificaciones es que se logre reducir o eliminar el error en estado estacionario y aumentar el margen de fase para mejorar la respuesta transitoria.

El sistema de control en lazo cerrado debe cumplir con los siguientes requerimientos:

- El error en estado estacionario ante una entrada escalón unitario se define por:

$$|e_{ss}| \leq 0.0005 \text{ m/s}$$

- El margen de fase del sistema de lazo abierto compensado es de 85 grados, por lo tanto:

$$\phi_m = 85^\circ$$

Modelado

- **Modelado del sistema IP02.**

En esta sección comenzaremos con el Modelado del carro IP02, para esto aplicando la metodología de modelado de Newton y su segunda ley tenemos que:

$$\sum F = M \frac{dv(t)}{d(t)} \quad \text{Ec. 1.1}$$

Con base en **Ec. 1.1** tenemos que las fuerzas que interactúan en nuestro sistemas son las siguientes:

$$F_c(t) - B_{eq} v(t) - F_{ai}(t) = M \frac{dv(t)}{d(t)} \quad \text{Ec. 1.2}$$

Donde:

M : Masa de nuestro carro que multiplica a la aceleración.

F_{ai} : Fuerza de inercia inducida por la rotación del motor.

B_{eq} : Coeficiente de amortiguamiento viscoso equivalente en el engranaje del motor.

F_c : Es la fuerza motriz generada por el motor DC que actúa sobre el carro a través del engranaje.

Reescribiendo nuestra ecuación **Ec.1.2** tenemos que:

$$M \frac{dv(t)}{d(t)} + F_{ai}(t) = F_c(t) - B_{eq} v(t) \quad \text{Ec. 1.3}$$

La fuerza de inercia generada por la rotación del motor se puede expresar de la siguiente manera:

$$F_{ai} = \frac{\eta_g K_g^2 J_m \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)}{r_{mp}^2}$$

Donde:

η_g : Es la eficiencia de la caja de *engranajes planetarios del motor*

K_g : Es la razón entre la caja de *engranajes planetarios del motor*

J_m : Es el momento de inercia del rotor del motor

r_{mp} : Es el radio del engranaje del motor

Nota: Los engranajes planetarios son sistemas que tienen la capacidad de transmitir grandes cantidades de par de torsión de una manera más compacta.

La fuerza motriz generada por el motor DC se expresa de la siguiente forma:

$$F_c = \frac{\eta_g K_g T_m}{r_{mp}} \quad \text{Ec. 1.4}$$

Donde:

T_m : Es el torque creado por el motor

Al considerar las pérdidas eléctricas, debemos incluir la eficiencia en el cálculo del par de torsión generado. Por lo tanto:

$$T_m = \eta_m K_t I_m$$

Entonces nuestra **Ec. 1.4** queda expresado de la siguiente forma:

$$F_c = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t I_m}{r_{mp}} \quad \text{Ec. 1.5}$$

Ahora para encontrar I_m se realiza lo siguiente

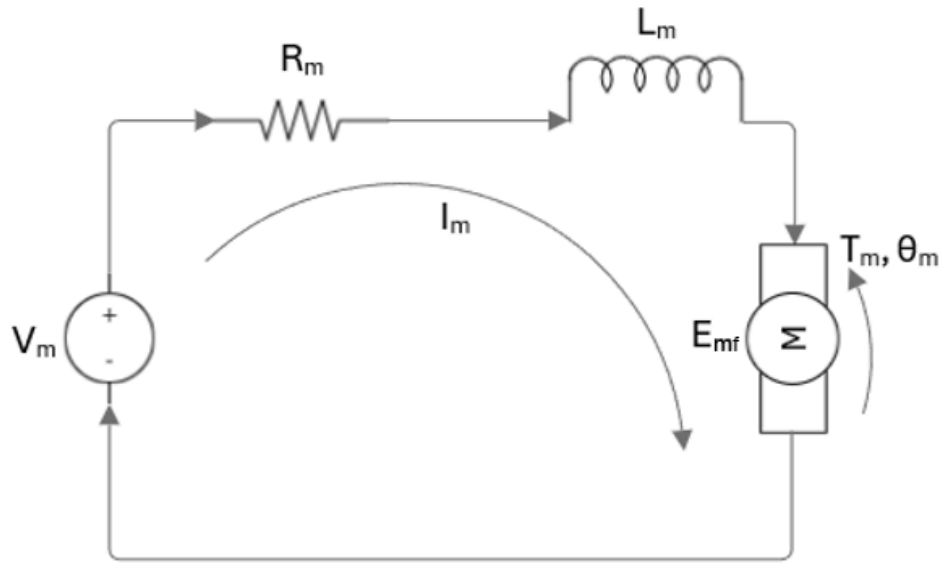


Figura 2. Circuito de un motor DC estándar

La **Figura 2** servirá para una mejor comprensión sobre la obtención de la ecuación **Ec. 1.6** utilizando la segunda ley de Kirchhoff (ley de voltaje) la cual dicta que la suma de todos los voltajes de un circuito cerrado es igual a cero la fórmula queda de la siguiente forma:

$$V_m - R_m I_m - L_m \left(\frac{\partial}{\partial t} I_m \right) - E_{mf} = 0 \quad \text{Ec. 1.6}$$

Donde:

E_{mf} : fuerza electromotriz generado por el motor

Dado que la resistencia es muy grande a comparación de la inductancia, esta se vuelve despreciable por lo que se puede simplificar **Ec. 1.6** de la siguiente manera:

$$V_m - R_m I_m - E_{mf} = 0 \quad \text{Ec. 1.7}$$

La **Ec. 1.7** se puede expresar de la siguiente forma dado que E_{mf} es proporcional a ω_m , y también se despeja la corriente del motor entonces la ecuación queda como :

$$I_m = \frac{V_m - K_m \omega_m}{R_m} \quad \text{Ec. 1.8}$$

Donde:

K_m : Es la constante de fuerza motriz

Dado que existe una relación directa entre la velocidad angular del motor y la velocidad lineal del carro, esta puede representarse así:

$$\omega_m = \frac{K_g V(t)}{r_{mp}}$$

Una vez sabiendo lo anterior la **Ec. 1.8** queda como:

$$I_m = \frac{V_m - K_m K_g V(t)}{R_m r_{mp}}$$

Ya una vez obtenida I_m se puede sustituir en **Ec. 1.5** y al acomodarlo queda como:

$$F_c = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t (V_m r_{mp} - K_m K_g V(t))}{r_{mp}^2 R_m} \quad \text{Ec. 1.9}$$

Se desarrolla, se separa y se simplifica la **Ec. 1.9** quedando de la siguiente forma:

$$F_c = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t V_m r_{mp} - \eta_g K_g \eta_m K_t K_m K_g V(t)}{r_{mp}^2 R_m}$$

$$F_c = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t V_m r_{mp} - \eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m V(t)}{r_{mp}^2 R_m}$$

$$F_c = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t V_m r_{mp}}{r_{mp}^2 R_m} - \frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m V(t)}{r_{mp}^2 R_m}$$

$$F_c = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t V_m}{r_{mp} R_m} - \frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K V(t)}{r_{mp}^2 R_m}$$

Ya una vez obtenidos F_{ai} y F_c al sustituirlo en la **Ec. 1.2** la fórmula nos queda como:

$$M \frac{dv(t)}{dt} + \frac{\eta_g K_g^2 J_m (\frac{d}{dt} v(t))}{r_{mp}^2} = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t V_m}{r_{mp} R_m} - \frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K V(t)}{r_{mp}^2 R_m} - B_{eq} v(t) \quad \text{Ec. 1.10}$$

Se factorizan los términos semejantes en ambos lados de la igualdad de la **Ec. 1.10**

$$(M + \frac{\eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2}) (\frac{dv(t)}{dt}) = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t V_m}{r_{mp} R_m} - (\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K}{r_{mp}^2 R_m} + B_{eq}) (v(t)) \quad \text{Ec. 1.11}$$

Se despeja el voltaje del motor V_m de la **Ec. 1.11**

$$(M + \frac{\eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2}) (\frac{dv(t)}{dt}) + (\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K}{r_{mp}^2 R_m} + B_{eq}) (v(t)) = (\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m}) V_m(t) \quad \text{Ec. 1.12}$$

La ecuación diferencial **Ec. 1.12** es la que describe nuestra planta en este caso el IP02. Ahora para obtener la función de transferencia se aplica la transformada de Laplace con las condiciones iniciales igual a cero donde recordando que la entrada es el voltaje $V_m(t)$ y la salida es la velocidad $v(t)$.

$$\mathcal{L}[(M + \frac{\eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2}) (\frac{dv(t)}{dt})] + (\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K}{r_{mp}^2 R_m} + B_{eq}) (v(t)) = \mathcal{L}[(\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m}) V_m(t)] \quad \text{Ec. 1.13}$$

Recordando la propiedad de linealidad de la transformada de Laplace la **Ec. 1.13** queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[(M + \frac{\eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2}) (\frac{dv(t)}{dt})] + \mathcal{L}[(\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K}{r_{mp}^2 R_m} + B_{eq}) (v(t))] &= \mathcal{L}[(\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m}) V_m(t)] \\ (M + \frac{\eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2}) \mathcal{L}[(\frac{dv(t)}{dt})] + (\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K}{r_{mp}^2 R_m} + B_{eq}) \mathcal{L}[(v(t))] &= (\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m}) \mathcal{L}[V_m(t)] \quad \text{Ec. 1.14} \end{aligned}$$

Resolviendo la **Ec. 1.14** nos da como resultado:

$$(M + \frac{\eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2}) (sV(s) - v(0)) + (\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K}{r_{mp}^2 R_m} + B_{eq}) V(s) = (\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m}) V_m(s)$$

$$\left(M + \frac{\eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2}\right)sV(s) + \left(\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m}{r_{mp}^2 R_m} + B_{eq}\right)V(s) = \left(\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m}\right)V_m(s) \quad \text{Ec. 1.15}$$

Se factoriza V(s) de la parte izquierda de la igualdad en Ec. 1.15 quedando:

$$V(s) \left[s \left(M + \frac{\eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2} \right) + \left(\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m}{r_{mp}^2 R_m} + B_{eq} \right) \right] = \left(\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m} \right) V_m(s)$$

$$V(s) \left[s \left(\frac{Mr_{mp}^2 + \eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2} \right) + \left(\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m + B_{eq} r_{mp}^2 R_m}{r_{mp}^2 R_m} \right) \right] = \left(\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m} \right) V_m(s)$$

Para obtener la función de transferencia se debe de tener el cociente de la salida sobre la entrada entonces:

$$G(s) = \frac{V(s)}{V_m(s)} = \frac{\left(\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m} \right)}{s \left(\frac{Mr_{mp}^2 + \eta_g K_g^2 J_m}{r_{mp}^2} \right) + \left(\frac{\eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m + B_{eq} r_{mp}^2 R_m}{r_{mp}^2 R_m} \right)}$$

Después simplificamos la fracción del denominador de nuestra función de transferencia:

$$G(s) = \frac{V(s)}{V_m(s)} = \frac{\left(\frac{\eta_g K_g \eta_m K_t}{r_{mp} R_m} \right)}{\left(\frac{Rm s (Mr_{mp}^2 + \eta_g K_g^2 J_m) + \eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m + B_{eq} r_{mp}^2 R_m}{r_{mp}^2 R_m} \right)}$$

Reducimos la división de las fracciones aplicando la “ley de la tortilla” quedando de la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{V(s)}{V_m(s)} = \frac{(\eta_g K_g \eta_m K_t) r_{mp}^2 \cancel{R_m}}{\left(Rm s (Mr_{mp}^2 + \eta_g K_g^2 J_m) + \eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m + B_{eq} r_{mp}^2 R_m \right) r_{mp}^2 \cancel{R_m}}$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t r_{mp}}{Rm s (Mr_{mp}^2 + \eta_g K_g^2 J_m) + \eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m + B_{eq} r_{mp}^2 R_m}$$

Una vez resuelta y simplificada la ecuación, nuestra función de transferencia es la siguiente:

$$G(s) = \frac{V(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g K_g \eta_m K_t r_{mp}}{\left(R_m M r_{mp}^2 + R_m \eta_g K_g^2 J_m\right)s + \eta_g \eta_m K_g^2 K_t K_m + B_{eq} r_{mp}^2 R_m}$$

Lo siguiente que tenemos que hacer es sustituir los valores de los parámetros en nuestra función de transferencia con base en el **Apéndice 1**:

$$G(s) = \frac{(1)(3.71)(1)(0.00767)(0.00635)}{((2.6)(0.57)(0.00635)^2 + (2.6)(1)(3.71)^2(0.00000039))s + (1)(1)(3.71)^2(0.00767)(0.00767) + (5.4)(0.00635)^2(2.6)}$$

La función de transferencia queda de la siguiente manera:

$$G(s) = \frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001376}$$

Para comprobar que los resultados están correctos utilizamos el siguiente código de Matlab.

```
clear all
close all
clc

%Parámetros IP02
Rm = 2.6; %Resistencia de la armadura del motor
Kt = 0.00767; %Constante de par del motor
nm = 1; %Eficiencia del motor
Km = 0.00767; %Constante de fuerza electromotriz trasera
Jm = 3.90*10^(-7); %Momento de inercia
Kg = 3.71; %Caja de cambios planetaria Relación de transmisión
ng = 1; %Eficacia del reductor planetario
M = 0.57; %Masa del carro IP02
rmp = 6.35*10^(-3); %Radio del piñón
Beq = 5.4; %Coeficiente de amortiguamiento equivalente viscoso visto en el piñón del motor

%Función de transferencia
a = rmp*ng*Kg*nm*Kt;
b = Rm*M*rmp^2+Rm*ng*Kg^2*Jm;
c = ng*Kg^2*nm*Kt*Km+Beq*Rm*rmp^2;

Gs = tf(a,[b c]);
```

Como se puede apreciar en la **Figura 3**, los cálculos realizados anteriormente están correctos ya que obtuvimos los mismos valores para nuestra función de transferencia.

$$Gs = \frac{0.0001807}{7.371e-05 s + 0.001376}$$

Figura 3. Función de transferencia calculada en Matlab.

Diseño del controlador

- **Análisis de estabilidad.**

Antes de comenzar con el diseño del compensador, necesitamos saber si nuestro sistema es estable, para eso observaremos la ubicación de los polos de nuestra función de transferencia. Para que nuestro sistema sea estable necesitamos que la parte real de los polos se encuentren en el semiplano izquierdo del plano complejo.

Lo primero que tenemos que hacer es obtener nuestra función de transferencia en lazo cerrado:

$$G(s) = \frac{V(s)}{V_m(s)} = \frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001376}$$

$$G(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001376}}{1 + \frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001376}}$$

$$G(s) = \frac{\frac{0.0001807}{\cancel{0.00007371s + 0.001376}}}{\frac{0.00007371s + 0.001376 + 0.0001807}{\cancel{0.00007371s + 0.001376}}}$$

$$G(s) = \frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001376 + 0.0001807}$$

$$G(s) = \frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001557}$$

Una vez obtenida nuestra función de transferencia en lazo cerrado, lo siguiente es obtener la ecuación característica del sistema la cual se encuentra en el denominador. Entonces la ecuación característica es la siguiente:

$$0.00007371s + 0.001557 = 0$$

Ahora despejamos la variable “s” para obtener la ubicación del polo que tiene nuestro sistema:

$$0.00007371s = -0.001557$$

$$s = \frac{-0.001557}{0.00007371}$$

$$s = -21.1233$$

Para comprobar que el resultado es correcto utilizamos el siguiente código de Matlab:

```

%Función de transferencia en lazo cerrado
Gc = feedback(Gs,1);

%Raíz de la ecuación
p = [0 7.371*10^(-5) 0.001557];
r = roots(p);

```

Como se observa en la **Figura 4** y en la **Figura 5**, los cálculos que realizamos son correctos.

Gc =

$$\frac{0.0001807}{7.371e-05 s + 0.001557}$$

Figura 4. Función de transferencia en lazo cerrado calculada en Matlab.

r =

$$-21.1233$$

Figura 5. Polo del sistema calculado en Matlab.

El resultado es negativo, por lo que podemos decir que el polo se encuentra en el semiplano izquierdo del plano complejo, lo que significa que nuestro sistema es estable.

- **Compensador de Adelanto**

La función de transferencia del compensador de adelanto $G_c(s)$:

$$G_c(s) = \frac{K(s+z)}{(s+p)} = K\alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T\alpha}} \quad 0 < \alpha < 1$$

Donde:

$K \rightarrow$ es la ganancia.

$z \rightarrow$ es un cero.

$p \rightarrow$ es un polo.

$\alpha \rightarrow$ es un factor de atenuación el cual $0 < \alpha < 1$.

Nota: el cero (z) debe ser menor al polo (p).

La función de transferencia del sistema $G(s)$ es:

$$G(s) = \frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001376}$$

Para cumplir con el requerimiento de un error en estado estacionario a una entrada escalón menor a $|e_{ss}| \leq 0.0005 \text{ m/s}$ se le va a agregar un integrador a nuestra planta haciendo que esta resulte de la siguiente manera:

$$G(s) = \frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001376} * \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{0.0001807}{0.00007371s^2 + 0.001376s}$$

Esto se hizo para convertir a nuestro sistema a un tipo 1, y como dice en el **capítulo 5 apartado 5-8** la constante de error estacionario para un sistema tipo 1 a una entrada escalón es igual a 0. Para ver este resultado podemos hacer un diagrama en Simulink y ver la respuesta en el tiempo.

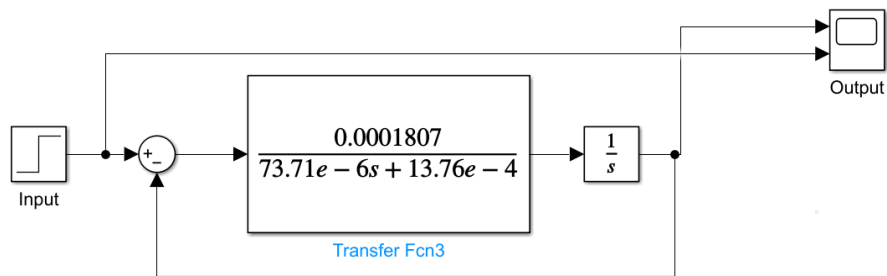


Figura 6. Planta con un integrador en serie

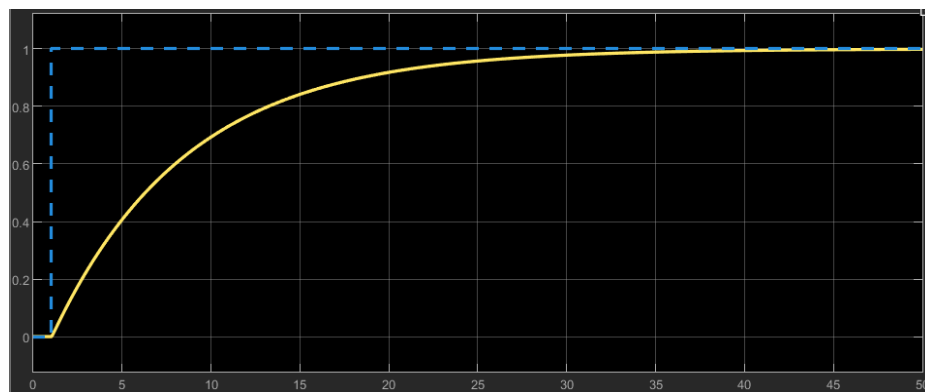


Figura 7. Respuesta en el tiempo de la planta con un integrador en serie.

Como observamos en la **Figura 6** tenemos el la planta **G(s)** con un integrador en serie para conseguir un error en estado estacionario igual a cero, y también como se muestra en la **Figura 7** observamos su repuestos graficada en el tiempo, y notamos que el error desaparece pero el sistema es muy lento lo cual se traduce en bode como un cure en cero en la parte de magnitud en un a frecuencia muy baja como se puede observar en la **Figura 8**

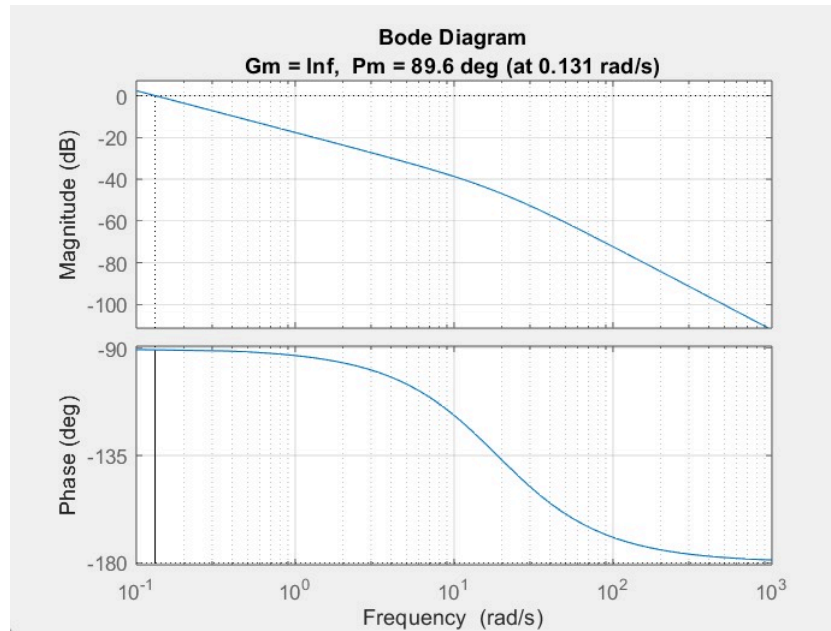


Figura 8. Diagrama de bode de la planta con un integrador en serie.

Como se observa en la **Figura 8** tenemos un margen de fase de **89.6** y margen de ganancia **Infinito**, esto nos dice que el sistema es estable como el análisis de estabilidad que elaboramos anteriormente, y que el sistema al hacerlo tipo 1. se cumple con el otro requerimiento del proyecto la cual era obtener un margen de fase mayor a **85°** aunque la frecuencia de cruce por 0 dB está en una frecuencia baja, y esto se puede mejorar si completamos el compensador de adelanto ya que aumenta el margen de fase y reduce el tiempo de asentamiento.

La función de transferencia del sistema **G(s)** con un integrador::

$$G(s)_1 = \frac{0.0001807}{0.00007371s^2 + 0.001376s}$$

el siguiente paso del compensador de adelanto es hacer el producto de nuestra planta $G(s)_1$ y $G_c(s)$

$$G_c(s) G(s)_1 = k_c \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} * \frac{0.0001807}{0.00007371s^2 + 0.001376s}$$

donde $K = k_c \alpha$ y $G_2(s) = KG(s)$

$$G_2(s) = K * \frac{0.0001807}{0.00007371s^2 + 0.001376s}$$

En este caso estamos analizando el error ante una entrada tipo escalón lo cual al tener un sistema **tipo 1** nuestra constante de posición se define de la siguiente manera.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k^*(T_a s + 1)^*(T_b s + 1) \dots}{s^n (T_1 s + 1)^*(T_2 s + 1) \dots} = \infty$$

Entonces esa K_p es la que utilizaremos para calcular nuestro compensador.

Decimos que:

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G_c(s) G_2(s)$$

Entonces:

$$\begin{aligned} \infty &= \lim_{s \rightarrow 0} K \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} * \frac{0.0001807}{0.00007371s^2 + 0.001376s} = \frac{\cancel{T(0)+1}}{\alpha \cancel{T(0)+1}} K \frac{0.0001807}{0.00007371(0)^2 + 0.001376(0)} \\ \infty &= \frac{1}{1} K \frac{0.001807}{0} = K\infty \\ \infty &= K\infty \end{aligned}$$

Donde K es igual a cualquier valor donde se cumpla la igualdad.

En este caso K sería el valor que cumpla con aumentar el margen de fase y la frecuencia de cruce por 0 dB.

A si que nosotros usaremos que $K = 50$. Teniendo nuestra K podremos obtener $G_2(s)$

$$\begin{aligned} G_2(s) &= K * \frac{0.0001807}{0.00007371s^2 + 0.001376s} \\ &= 50 \frac{0.0001807}{0.00007371s^2 + 0.001376s} \\ G_2(s) &= \frac{0.009035}{0.00007371s^2 + 0.001376s} \end{aligned}$$

Ahora obtenemos el diagrama de bode de $G_2(s)$ con la ganancia que escogimos con el código de matlab mostrado a continuación.

```

G=tf([0 0.0001807],[7.371e-05 0.001376]);
K=50;
I=tf([1],[1 0]);
GI=G*I;
bode(K*GI,{0.01,1000})
margin(K*GI)
grid on

```

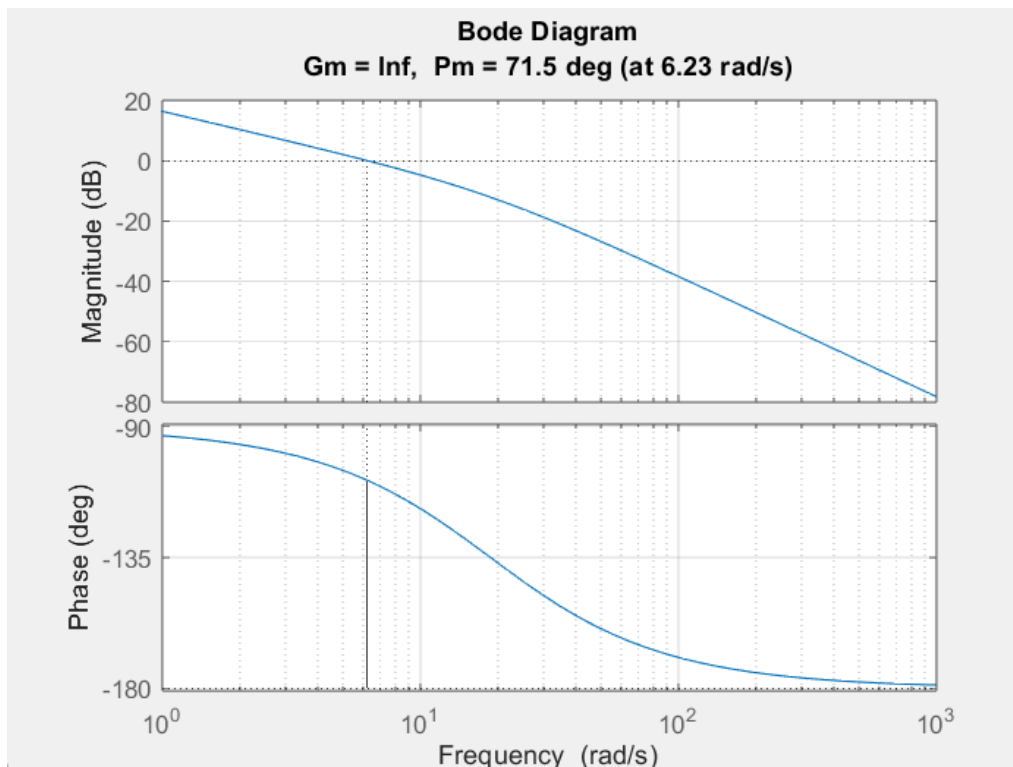
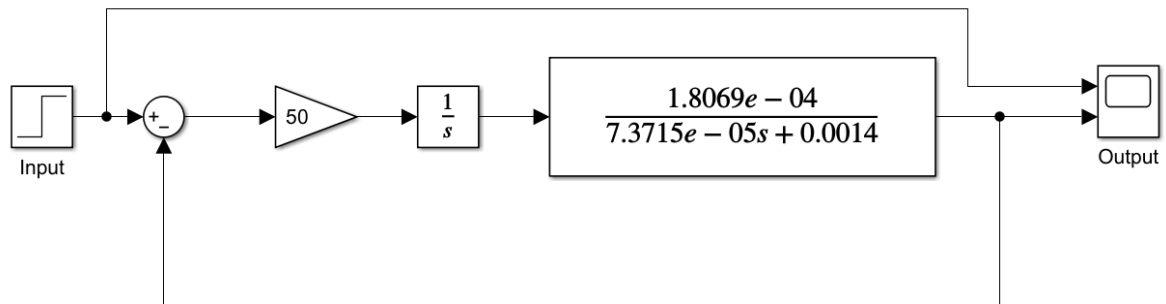


Figura 9. Diagrama de bode de la planta con un integrador en serie y con ganancia.

Como se puede observar en la **Figura 9** el cruce en 0 db se hizo más a la derecha por ende se volvió más rápido, también con un margen de fase de **71.5** si bien no es un aumento muy grande no queremos agregar mucha ganancia ya que no sabemos qué tan rápida sea la respuesta del actuador (en este caso el motor del IP02) a si que para tener una sistema ajustado con una ganancia que nos de una aproximación de lo que andamos buscando, seria probar con varias ganancia para hallar los resultados esperados, y para este caso utilizamos una ganancia de ajuste de 50..

Al graficarlo en Simulink y ver la respuesta en el tiempo. se puede observar llega al estado estacionario en casi 2 segundos



Otra cosa que podemos observar de la **Figura 9** es que el margen de ganancia el de 71.5 cuando lo que se requiere es de 85 por lo que vemos que es lo que nos falta y agregamos un ajuste adicional entre 5 y 12 comenzaremos con 5° por lo que nos queda la siguiente ecuación:

$$\phi_m = \phi_{des} - \phi_{act} + 10$$

Donde:

ϕ_{des} = Es el margen deseado.

ϕ_{act} = El margen de fase actual.

$$\phi_m = 85^\circ - 71.5^\circ + 10^\circ$$

$$\phi_m = 23.5^\circ$$

Ahora con ϕ_m podemos obtener α ya que si $\text{sen}(\phi_m) = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ al despejar esta ecuación se puede calcular α de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{1 - \sin(\phi_m)}{1 + \sin(\phi_m)} = \frac{1 - \sin(23.5)}{1 + \sin(23.5)} = 0.4298$$

Ahora para poder encontrar en qué magnitud debe ser el cruce para obtener la ganancia la cual denominaremos como M_{ω_c} se utiliza la siguiente fórmula:

$$M_{\omega_c} = -20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right)$$

$$M_{\omega_c} = -20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{0.4298}} \right) = -3.66$$

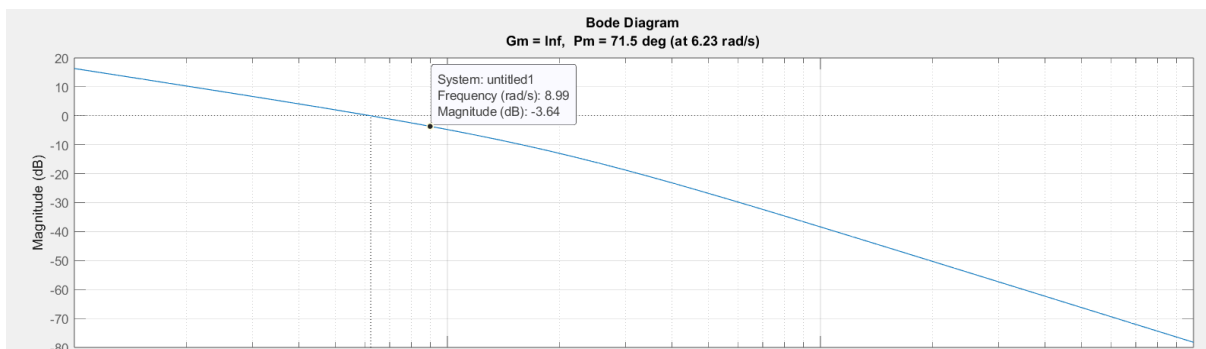


Figura 10. Diagrama de bode que muestra la nueva frecuencia de cruce.

Como se puede ver en la **Figura 10** la frecuencia de M_{ω_c} de igual a:

$$\omega_c = 8.99$$

con esta frecuencia ya podemos calcular tanto el cero como el polo de nuestro compensador de adelanto de la siguiente forma:

Para el cero (z):

$$\frac{1}{T} = \sqrt{\alpha} * \omega_c = \sqrt{0.4298} * 8.99 = 5.89$$

Para el polo (p):

$$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_c}{\sqrt{\alpha}} = \frac{8.99}{\sqrt{0.4298}} = 13.71$$

Para la K_c de nuestro compensador es:

$$k_c = \frac{K}{\alpha} = \frac{50}{0.4298} = 116.33$$

Por lo que nuestro compensador de adelanto queda como:

$$G_c(s) = 116.33 * \frac{s + 5.89}{s + 13.71}$$

Y nuestro sistema compensado se vería de la siguiente manera:

$$G_c(s)G_1(s) = 116.33 * \frac{s + 5.89}{s + 13.71} * \frac{0.0001807}{0.00007371s^2 + 0.001376s}$$

$$G_c(s)G_1(s) = 116.33 * \frac{0.0001807s + 0.001064}{0.00007371s^3 + 0.002387s^2 + 0.01886s}$$

$$G_c(s)G_1(s) = \frac{0.02102s + 0.123}{0.00007371s^3 + 0.002387s^2 + 0.01886s}$$

Lo siguiente es obtener el diagrama de bode de $G_c(s)G_1(s)$ como se observa en la **Figura 11**:

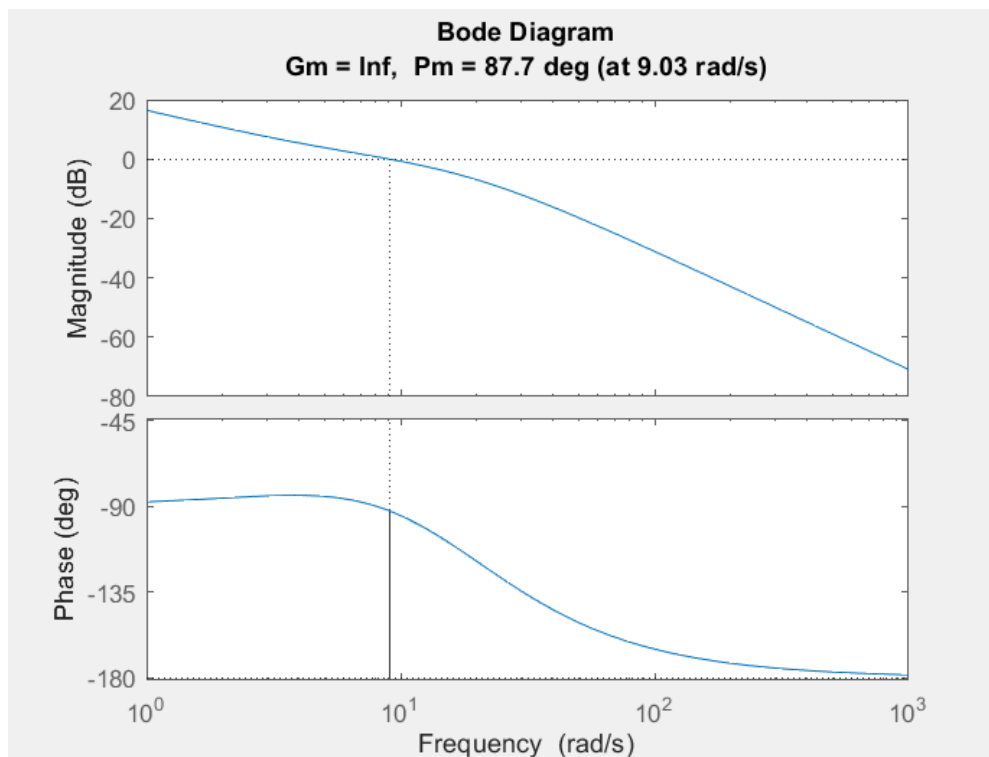


Figura 11. Diagrama de bode del sistema $G_c(s)G_1(s)$.

Como podemos observar en la **Figura 11** de nuestro sistema ya compensado obtenemos un margen de fase de **87.7** lo que es mayor al especificado a si que en ese punto ya hemos cumplido, y también con la especificación de error en estado estacionario menor a 0.0005 m/s al pasar nuestro sistema a tipo 1.

- **Validación experimental**

Para la validación experimental tenemos que ver la respuesta en el tiempo de lo que sería nuestro sistema ya compensado como se muestra en la **Figura 12**.

IP02 Speed Control: Simulation

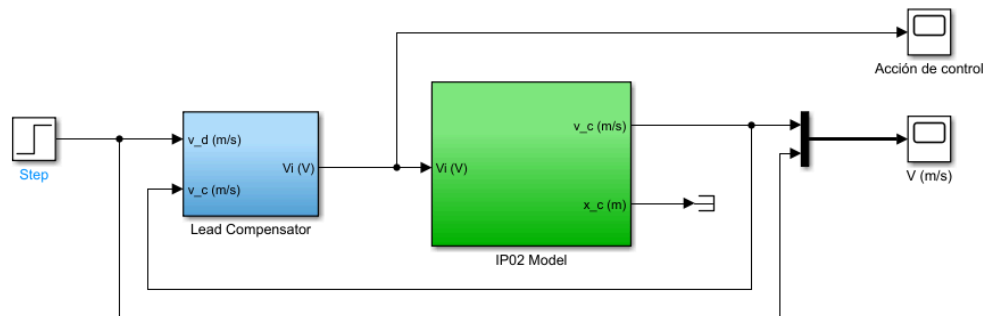


Figura 12. Diagrama de bloques del sistema junto con el compensador.

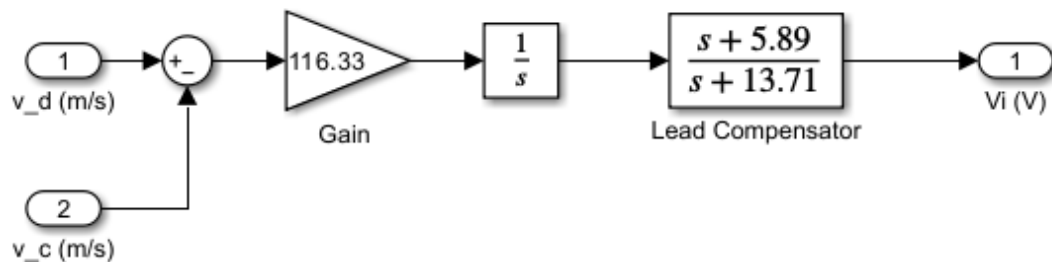


Figura 13. Diagrama de bloques del compensador.

Como se observa en la **Figura 13** tenemos que el compensador para el sistema está conformado por la ganancia del compensador de adelanto, un polo y un cero del compensador antes calculado y un integrador la cual nos provee el error en estado estacionario igual a cero.

La respuesta al sistema compensado graficado en el tiempo es la siguiente:

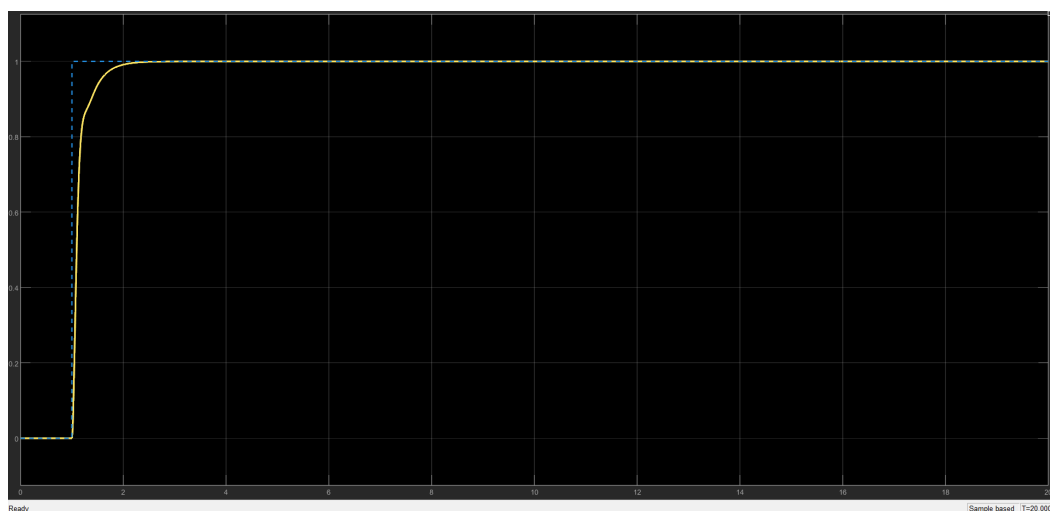


Figura 14. Respuesta en el tiempo del sistema compensado.

Como observamos en la **Figura 14** tenemos que la respuesta en línea amarilla tiene un periodo transitorio muy satisfactorio con un tiempo de asentamiento alrededor de 3 segundos lo cual era el objetivo de realizar el compensador. y la línea azul punteada es la referencia tipo escalón unitario que deberá seguir el sistema.

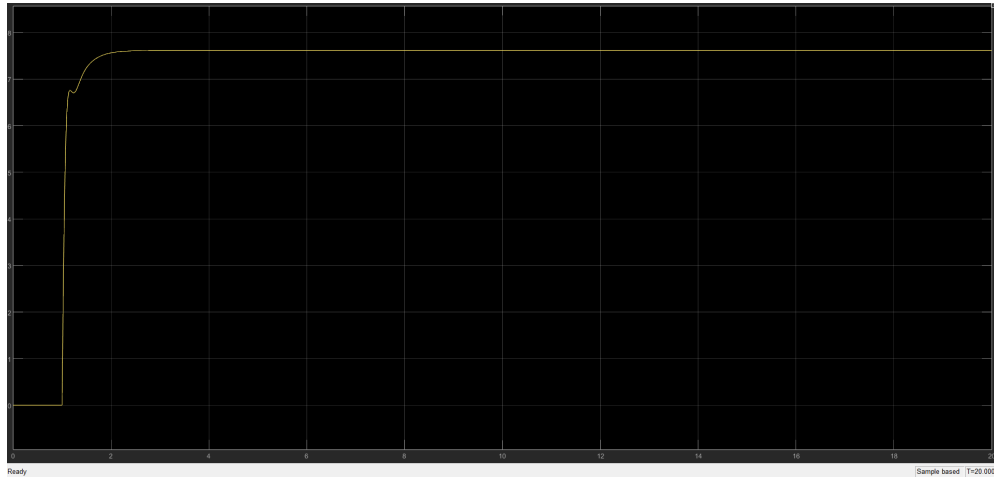


Figura 15. Respuesta en el tiempo de la acción de control.

Como se observa en la **Figura 15.** tenemos la acción de control la cual se interpreta en voltaje de entrada a nuestro sistema, lo que observamos es que en un periodo el sistema exige un voltaje mayor hasta que llega a su periodo estacionario donde el voltaje de entrada es continuo con una amplitud menor a 8v lo cual esto en la práctica sería aceptable si consideramos las limitaciones de nuestro actuador como $\pm 8v$, en otro caso también tomaríamos el voltaje mínimo la cual el actuador permite para obtener una salida especificada, para el caso del actuador de el sistema IP02 estamos en el rango de voltaje mínimo para tener una velocidad deseada.

Análisis de entradas básicas al sistema

El análisis realizado tiene como objetivo evaluar el desempeño del sistema de control del carro IP02 ante diferentes entradas básicas (escalón, impulso, rampa y parábola). Este sistema de control se compone de la planta (el carro IP02), a la cual se le añade un integrador para reducir el error en estado estacionario y un compensador de adelanto para mejorar la respuesta dinámica, aumentar la velocidad de respuesta y la estabilidad del sistema.

El sistema inicial representa la planta del carro cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{0.0001807}{0.00007371s + 0.001376}$$

Para mejorar el rendimiento del sistema se añade una ganancia y un integrador a la planta $G(s)$, lo que permite reducir el error en estado estacionario para entradas de tipo escalón y rampa, mejorando así la precisión del control esto debido a que al agregarle el integrador pasa el sistema de ser un tipo 0 a un tipo 1, lo cual hace que a una entrada escalón sea 0 el error y una entrada rampa su error sea constante.

Adicionalmente se incluye un compensador de adelanto G_c , que es esencial en este diseño debido a que:

- *Aumenta la velocidad de respuesta

- *Mejora la estabilidad porque se incrementa el margen de fase

- *Reduce el sobreimpulso y mejora el tiempo de estabilización

Este compensador tiene la forma:

$$G_c(s) = 116.33 * \frac{s + 5.89}{s + 13.71}$$

1. Modelado del sistema: *La planta, integrador y el compensador se combinan para formar el sistema en lazo abierto. Se introduce la retroalimentación unitaria para obtener el sistema en lazo cerrado llamado H.

$$H(s) = \frac{0.02102s + 0.123}{0.00007371 s^3 + 0.002387 s^2 + 0.01886 s}$$

2. Se simulan respuestas a entradas básicas: *Escalón: Un cambio repentino en la referencia, que permite analizar el tiempo de estabilización y sobreimpulso. *Impulso: Una perturbación instantánea para observar cómo se amortiguan las variaciones rápidas. *Rampa: Una entrada de tipo lineal, que mide la capacidad del sistema para seguir señales de ese tipo sin acumular error. *Parábola: Una entrada de aceleración constante, útil para evaluar el seguimiento de señales de un mayor orden.
3. Las respuestas del sistema se graficaron para comparar el desempeño en cada caso.

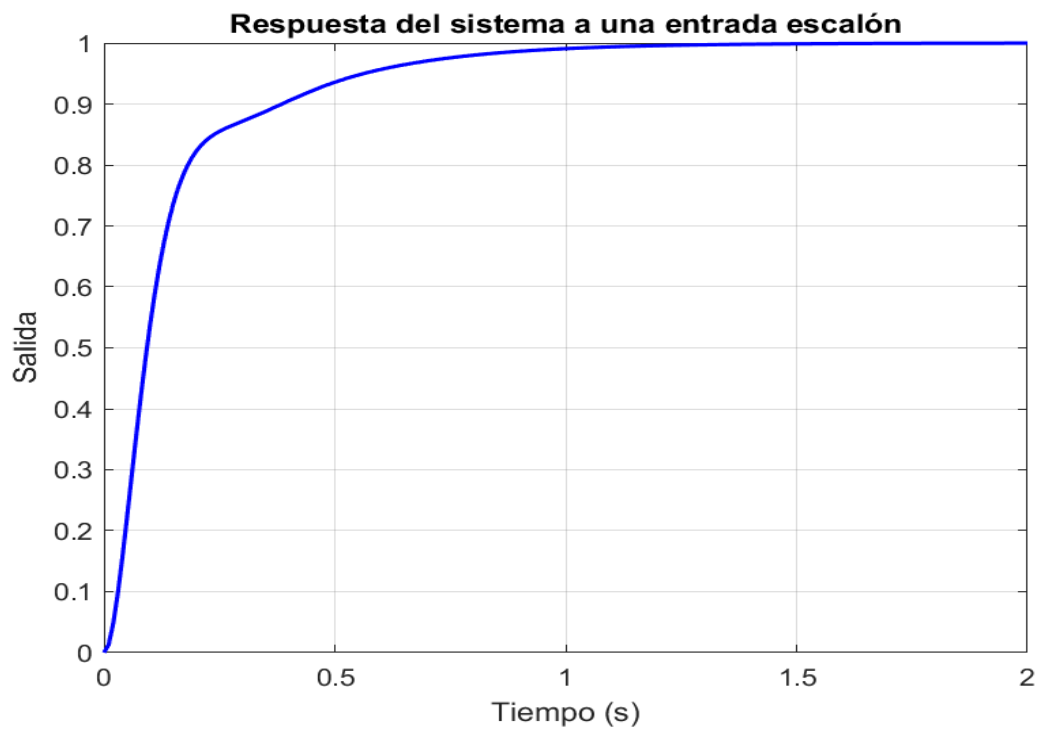


Figura 16. Respuesta del sistema a una entrada escalón.

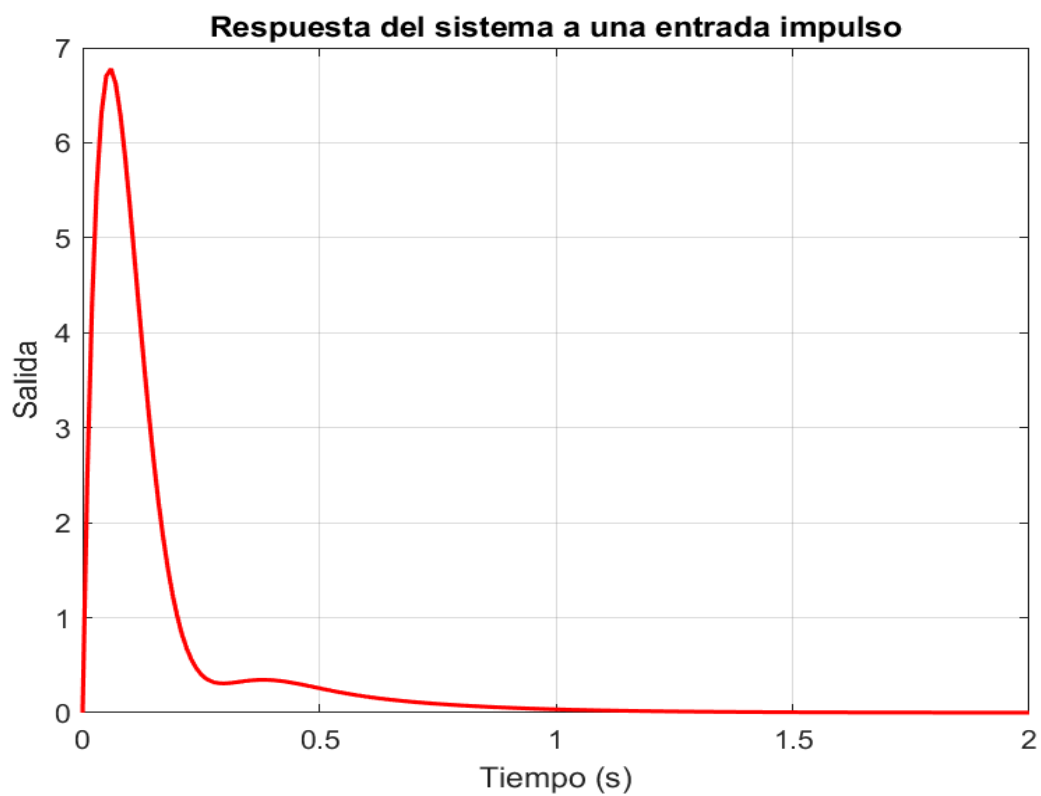


Figura 17. Respuesta del sistema a una entrada impulso.

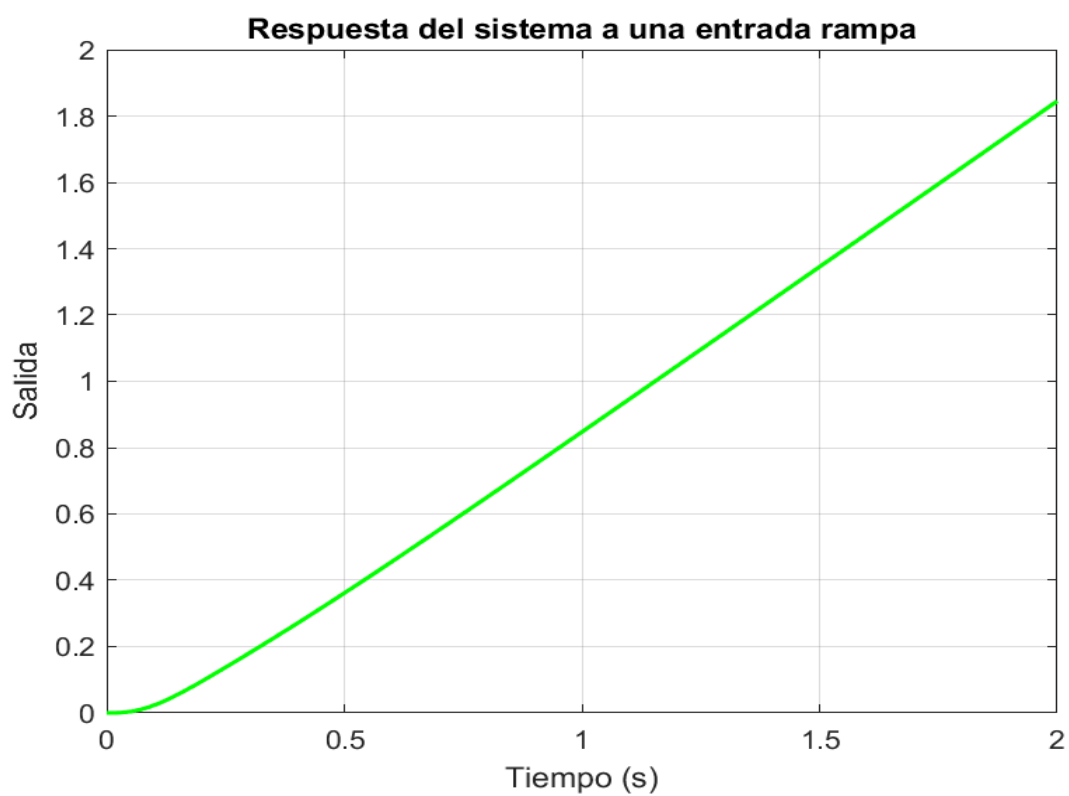


Figura 18. Respuesta del sistema a una entrada rampa.

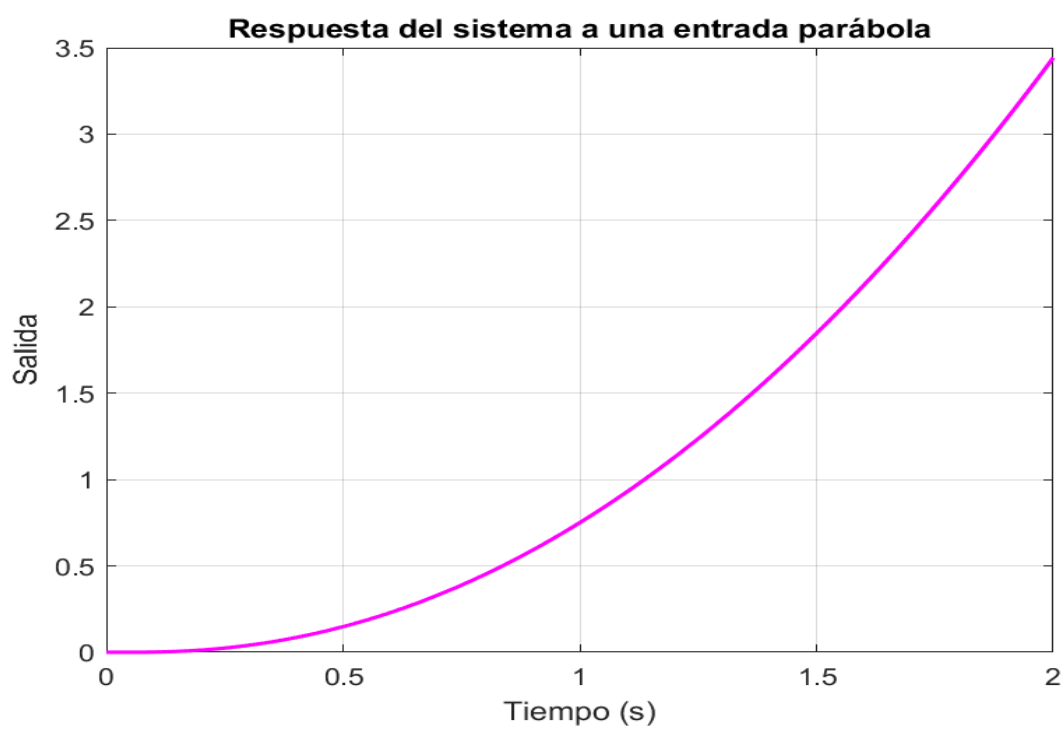


Figura 19. Respuesta del sistema a una entrada parábola.

Resultados Observados

*Respuesta al Escalón: Se observa que el sistema en lazo cerrado sigue la referencia de manera precisa, con un bajo sobreimpulso y tiempo de estabilización rápido, lo que confirma la efectividad del compensador de adelanto y el integrador para reducir el error estacionario y mejorar la respuesta dinámica.

*Respuesta al Impulso: El sistema muestra una amortiguación efectiva de las perturbaciones, lo que indica que la combinación del compensador de adelanto y la realimentación unitaria mejora la robustez frente a perturbaciones externas.

*Respuesta a la Rampa: El sistema sigue la señal lineal con una precisión aceptable, pero el error acumulativo para señales rampa puede ser leve, lo que indica que el sistema está optimizado para seguir entradas más rápidas, pero podría requerir ajustes adicionales si se necesita una precisión más alta en señales crecientes de largo plazo.

*Respuesta a la Parábola: La respuesta a la parábola muestra que el sistema es capaz de seguir una entrada de segundo orden, aunque con una leve desaceleración en el seguimiento de la señal, lo que es esperado debido a que el sistema está diseñado principalmente para señales de primer orden.

Conclusiones del análisis:

*Efectividad de integrador: La inclusión del integrador asegura una disminución del error en estado estacionario frente a entradas escalón y rampa.

*Desempeño del compensador de adelanto: Mejora la respuesta dinámica, reduciendo el sobreimpulso y el tiempo de estabilización, además de aumentar la velocidad de respuesta sin comprometer la estabilidad.

*Limitaciones: Aunque el sistema maneja las entradas de tipo escalón, impulso y rampa, presenta limitaciones al seguir entradas de mayor orden como la parábola, lo que nos indica que si se quiere seguir señales de segundo o mayor orden con alta precisión se necesita un controlador de orden mayor.

● Conclusión:

En conclusión, el aprender control automático moderno no es sencillo ya que aprendimos cosas nuevas que nunca habíamos imaginado como es el diagrama de bode el cual utilizamos en este proyecto para la creación del compensador de adelanto, que es un controlador de muchos que aprendimos a lo largo en este semestre y que gracias eso pudimos observar el comportamiento de nuestro sistema ante la respuesta en frecuencia y qué significaba su gráfica en el tiempo.

Las gráficas que implementamos en el documento muestran que el compensador que diseñamos tiene una respuesta transitoria corta con un sobreimpulso pequeño y que si sigue la referencia por lo que tiene un error en estado estacionario casi nulo. Estos resultados demuestran la eficacia del compensador en términos de estabilidad y desempeño. Lamentablemente no pudimos revisar la respuesta de nuestro compensador en el modelo no lineal por limitaciones de tiempo y porque empezamos el desarrollo del proyecto tiempo

después del recomendado lo cual no nos permitió realizar nuestro proyecto de manera óptima y por ende tampoco pudimos implementar nuestro compensador en la planta física lo cual hubiera sido un paso crucial para la validación de la correcta elaboración del compensador. Durante la realización de este proyecto pudimos darnos cuenta de cosas que durante el semestre dimos por alto, como la importancia de repasar los temas y realizar las tareas y trabajos con anticipación, además de mantener una buena comunicación entre los integrantes del equipo la cual se nos dificulta por los horarios distintos que teníamos cada integrante y la unión tardía del otro equipo.

Apéndice 1

- $R_m = 2.6 \Omega$
- $\eta_g = 100 \% = 1$
- $\eta_m = 100 \% = 1$
- $K_t = 0.00767 Nm/A$
- $K_m = 0.00767 V.s/rad$
- $J_m = 0.00000039 kg/m^2$
- $K_g = 3.71$
- $B_{eq} = 5.4$
- $r_{mp} = 0.00635 m$
- $M = 0.57 kg$

Bibliografía:

- [1] K. Ogata. Ingeniería de control moderna. 5.a ed. Esp: PEARSON, 2010.
Cap. 7. isbn: 978-84-8322-660-5 url:
<https://ingenierovizcaino.com/material/libros/sd/ingenieria-de-control-moderna-ogata-5ed.pdf>
- [2] Quanser Inc. Linear Experiment #1: PV Position Control
- [3] Quanser Inc. Linear Experiment #2: Lead-Based Speed Control
- [4] Quanser Inc. IP02 User Manual