

Rezerwa składki netto

June 11, 2022

Celem prezentowanego projektu jest obliczenia rezerw składki netto dla każdego roku trwania ubezpieczenia na życie i dożycie. Importujemy pakiet pandas, który będzie potrzebny do utworzenia tabeli.

```
[1]: import pandas as pd
```

Następnie wczytywane są dane z tablic życia dla kobiet.

```
[2]: lx = [100000,  
99647,  
99627,  
99612,  
99600,  
99590,  
99581,  
99574,  
99566,  
99559,  
99551,  
99541,  
99530,  
99518,  
99504,  
99489,  
99472,  
99452,  
99429,  
99402,  
99374,  
99346,  
99320,  
99295,  
99272,  
99249,  
99224,  
99198,  
99171,  
99142,
```

99112,
99079,
99045,
99007,
98965,
98920,
98870,
98815,
98754,
98686,
98613,
98532,
98444,
98345,
98234,
98110,
97970,
97813,
97639,
97447,
97234,
97001,
96744,
96462,
96150,
95804,
95416,
94981,
94493,
93949,
93349,
92693,
91985,
91224,
90410,
89537,
88598,
87585,
86492,
85311,
84039,
82670,
81202,
79629,
77945,
76142,
74214,

```
72150,  
69934,  
67543,  
64943,  
62098,  
58980,  
55577,  
51912,  
48039,  
44031,  
39965,  
35903,  
31900,  
27997,  
24238,  
20663,  
17325,  
14265,  
11519,  
9108,  
7040,  
5310,  
3902,  
2788]  
qx=[0.00353,  
0.00020,  
0.00016,  
0.00012,  
0.00010,  
0.00008,  
0.00008,  
0.00007,  
0.00007,  
0.00008,  
0.00009,  
0.00011,  
0.00013,  
0.00014,  
0.00015,  
0.00017,  
0.00020,  
0.00023,  
0.00027,  
0.00028,  
0.00028,  
0.00027,  
0.00025,
```

0.00024,
0.00023,
0.00025,
0.00026,
0.00028,
0.00029,
0.00031,
0.00033,
0.00035,
0.00038,
0.00042,
0.00046,
0.00051,
0.00056,
0.00062,
0.00068,
0.00075,
0.00082,
0.00090,
0.00100,
0.00112,
0.00127,
0.00143,
0.00160,
0.00178,
0.00197,
0.00218,
0.00240,
0.00264,
0.00292,
0.00323,
0.00360,
0.00405,
0.00456,
0.00514,
0.00576,
0.00639,
0.00702,
0.00765,
0.00827,
0.00893,
0.00965,
0.01049,
0.01143,
0.01248,
0.01365,
0.01492,

```
0.01628,  
0.01776,  
0.01938,  
0.02115,  
0.02312,  
0.02532,  
0.02782,  
0.03071,  
0.03419,  
0.03849,  
0.04380,  
0.05021,  
0.05770,  
0.06595,  
0.07460,  
0.08343,  
0.09236,  
0.10162,  
0.11151,  
0.12234,  
0.13427,  
0.14748,  
0.16158,  
0.17659,  
0.19251,  
0.20934,  
0.22707,  
0.24568,  
0.26516,  
0.28547,  
0.30658]
```

Zostały utworzone puste listy, do których będą zapisywane wyniki obliczeń w każdej iteracji. Z tych list będzie utworzona tabela.

```
[3]: ax=[]  
     Ax=[]  
     kx=[]  
     pp=[]
```

Pierwsza funkcja służy do wyliczenia czynnika dyskontującego dla podanej stopy procentowej (i) z poniższego wzoru:

$$V = \frac{1}{1+i}$$

Funkcja zwraca wynik działania dla podanego i .

```
[4]: def CzynnikiDyskontujacy(i):
```

```
return 1/(1+i)
```

Do zmiennej V przypisany zostaje wynik wyżej opisanej funkcji dla i=0.1

```
[5]: V=CzynnikDyskontujacy(0.1)
```

Kolejna funkcja zwraca wartość prawdopodobieństwa przeżycia k lat, wyliczanego następującym wzorem:

$${}_k p_x = \frac{l_{x+k}}{l_x}$$

Funkcja przyjmuje parametry k,n,lx, czyli kolejno: który rok trwania ubezpieczenia, na ile lat dana osoba się ubezpieczyła i liste ze średnimi liczbami osób dożywających wieku x.

```
[6]: def kPx(k,n,lx):  
    p=[]  
    for i in range(0,n-k):  
        p.append(lx[30+k+i]/lx[30+k])  
    return p
```

Funkcja Ubez wylicza obecną wartość netto ubezpieczenia na życie i dożycie. Ta funkcja przyjmuje dwa parametry takie same jak poprzednia oraz dwa nowe czyli px i qx, przy czym px to lista wartości prawdopodobieństw przeżycia kolejnych lat, a qx to prawdopodobieństwo, że osoba nie przeżyje okresu x, które brana jest z tablic życia. Obecna wartość netto ubezpieczenia na życie i dożycie jest wyliczana ze wzoru:

$$A_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|}^1 + A_{x:\overline{n}|}^{\overline{1}}$$

Wzory na poszczególne elementy tej sumy wyglądają następująco:

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_k p_x \cdot {}_k q_x$$

$$A_{x:\overline{n}|}^{\overline{1}} = v^n \cdot {}_n p_x$$

Do zmiennej suma dodana zostaje bieżąca wartość netto ubezpieczenia na życie. Na końcu zostaje ona przemnożona przez wartość sumy ubezpieczenia oraz oddajemy do niej bieżącą wartość netto ubezpieczenia na dożycie. Po wykonaniu tych wszystkich działań zwrócona zostaje bieżąca wartość netto ubezpieczenia na życie i dożycie.

```
[7]: def Ubez(k,n,px,qx):  
    suma=0  
    for i in range(0,n-k):  
        suma +=V**(i+1)*px[i]*qx[30+i]  
    return 10000*(suma + V**(n-k)*lx[30+(n-k)+k]/lx[30+k])
```

Funkcja Renta przyjmuje parametry, które zostały opisane w poprzednich funkcjach. Wylicza ona wartość renty n-letniej, płatnej na końcu każdego roku. Wzór wygląda następująco:

$$a_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=1}^{n-1} v^k \cdot {}_k p_x$$

Do zmiennej suma dodana zostaje wartość renty n-letniej, płać na końcu każdego roku.

```
[8]: def Renta(k,n,px):  
    suma=0  
    for i in range(0,n-k):  
        suma += V**(i)*px[i]  
    return suma
```

Funkcja P oblicz wartość P, która wyrażona jest wzorem:

$$P = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{a_{x:\overline{n}|}}$$

Wartość P będzie stała, więc zostanie wyliczona raz, przy teście reszty funkcji i program będzie się do niej odwoływał w trakcie działania.

```
[9]: def P(A,a):  
    return(A/a)
```

Ostatnia funkcja oblicza wartość rezerwy składki netto. Wiliczana jest ona ze wzoru:

$${}_kV_x = A_{x:\overline{n}|} - P \cdot a_{x:\overline{n}|}$$

```
[10]: def rezerwa(A,P,a):  
    return A-P*a
```

Tutaj następuje test funkcji dla k=0 czyli zerowego roku.

```
[11]: p=kPx(0,20,lx)  
A=Ubez(0,20,p,qx)  
a=Renta(0,20,p)
```

Przy okazji testu zostaje wyliczona również wartość P.

```
[12]: P=P(A,a)
```

W pętli wywołujemy nasze funkcje i przypisujemy wyniki obliczeń dla każdego roku do list przygotowanych na początku.

```
[13]: for k in range(0,20):  
    p=kPx(k,20,lx)  
    A=Ubez(k,20,p,qx)  
    a=Renta(k,20,p)  
    kv = rezerwa(A,P,a)  
    ax.append(round(a,2))  
    Ax.append(round(A,2))  
    kx.append(round(kv,2))
```

Następnie generujemy liste zawierając lata, będzie ona naszym indeksem w tabeli.

```
[14]: k = [ i for i in range(0,20)]
```

Tworzymy obiekt DataFrame używając do tego funkcji zawartej w pakiecie pandas, podając nazwy kolumn.

```
[15]: df = pd.DataFrame(zip(k,ax,Ax,kx),columns=['k','ax','Ax','kv'])
```

Na końcu usuwamy automatycznie wygenerowany indeks i zastępujemy go kolumną z listą k , przygotowana przed chwilą.

```
[16]: df=df.set_index('k',drop=True)
df
```

```
[16]:
```

	ax	Ax	kv
k			
0	9.33	1517.37	0.00
1	9.17	1660.51	169.79
2	8.99	1818.38	356.96
3	8.79	1992.52	563.29
4	8.57	2184.58	790.72
5	8.33	2396.39	1041.39
6	8.07	2629.99	1317.71
7	7.78	2887.62	1622.29
8	7.46	3171.71	1957.98
9	7.12	3484.97	2327.94
10	6.73	3830.27	2735.61
11	6.31	4210.99	3184.89
12	5.85	4630.75	3680.08
13	5.34	5093.75	4226.02
14	4.78	5604.56	4828.06
15	4.16	6168.20	5492.07
16	3.48	6790.41	6224.73
17	2.73	7477.41	7033.33
18	1.91	8236.07	7925.91
19	1.00	9074.04	8911.42