

## Zadanie 6

### Opis:

Wykres wygenerowany za pomocą programu GNUplot. Program wykonany w języku C++

### Kompilacja/uruchomienie programu:

Aby skompilować program, którego kod znajduje się na końcu tego dokumentu można skopiować go do wybranego IDE np.: Visual Studio, Code Block itd. Bądź uruchomić z poziomu konsoli wybranymi komendami, tak jak zwykły program w C++. Program po takim uruchomieniu wypisze w słupku rozwiązanie (wektor x).

### Metoda rozwiązania/ dyskusja:

Zadanie 6 polegało na rozwiązaniu równania z zadania 6 z poprzedniego zestawu za pomocą opisanych w zestawie gradientów sprzężonych.

Równanie było następujące:  $AX=B$

Macierz  $A: \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$  Wektor  $b: \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$  i należy znaleźć wektor x.

Std::cout zastąpiłem mniej zasobożnymi operacjami printf.

Zamiast wektorów (drogie operacje push) użyłem zwykłych tablic.

No i brak pow(), tylko zwykłe mnożenie.

### Metoda Gradientów Sprzężonych :

Jest algorytmem numerycznym służącym do rozwiązywania niektórych układów równań liniowych. Pozwala rozwiązać te, których macierz jest symetryczna i dodatnio określona. Metoda gradientu sprzężonego jest metodą iteracyjną. Aby skorzystać z metody gradientów sprzężonych postępujemy zgodnie z poniższymi wzorami (wzory z zestawu):

$$\begin{aligned}\alpha_k &= \frac{r_k^T r_k}{p_k^T A p_k}, \\ r_{k+1} &= r_k - \alpha_k A p_k, \\ \beta_k &= \frac{r_{k+1}^T r_{k+1}}{r_k^T r_k}, \\ p_{k+1} &= r_{k+1} + \beta_k p_k.\end{aligned}$$

**Wynik działania programu:** Szukany wektor  $X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  z dokładnością do 8 miejsca po przecinku.

## Opis:

Na sam początek przyjąłem wg algorytmu

([https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda\\_gradientu](https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_gradientu)) początkową wartość  $p=r$ , a  $r = b - A \cdot x_0$ ,  $x_0$  to wektor zerowy. Najpierw według pierwszego wzoru wyliczamy alfa i pierwszą przybliżoną wartość  $x$  i z każdym kolejnym krokiem wstawiając kolejne wartości za wektor  $p$ ,  $r$  i beta (z powyższych wzorów) będziemy uzyskiwać coraz to dokładniejszy wynik.

## Kod programu:

```
#include <iostream>

using namespace std;
int const n = 5;
double const epsilon = 1e-8;

//double norma(double x[])
//{
//    int norm = 0;
//    double xn;
//    for (int i = 0; i < 3; i++)
//    {
//        xn = x[i] * x[i];
//        norm += xn;
//    }
//    return sqrt(norm);
//}

int main()
{

    //macierz A
    double A[3][3] = { 4, -1, 0,
                      -1, 4, -1,
                      0, -1, 4};

    //wektor b
    double b[3] = { 2, 6, 2 };
    double x[3] = { 0,0,0 };
    //double xn[3] = { 0,0,0 };
    double r[3] = { 2,6,2 };
    double p[3] = { 2,6,2 };
    double r_r[3];
    double p_p[3];
    double alfa;
    double beta;
    int counter = 1;
```

```

while (counter<n){//while (norma(x) -norma(xn)) < epsilon) {

    alfa = (r[0] * r[0] + r[1] * r[1] + r[2] * r[2]) /
        ((p[0] * A[0][0] + p[1] * A[0][1] + p[2] * A[0][2]) * p[0] +
        (p[0] * A[1][0] + p[1] * A[1][1] + p[2] * A[1][2]) * p[1] +
        (p[0] * A[2][0] + p[1] * A[2][1] + p[2] * A[2][2]) * p[2]);

    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        x[i] = x[i] + alfa * p[i];
    }

    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        r_r[i] = r[i] - ((A[0][i] * p[0] + A[1][i] * p[1] + A[2][i] *
p[2]) * alfa);
    }

    beta = (r_r[0] * r_r[0] + r_r[1] * r_r[1] + r_r[2] * r_r[2]) /
        (r[0] * r[0] + r[1] * r[1] + r[2] * r[2]);

    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        p[i] = r_r[i] + beta * p[i];

        r[i] = r_r[i];
    }

    counter++;

}

for (int i = 0; i < 3; i++) {
    printf("%.8f\n",x[i]);
}

return 0;
}

```