

Error de Redondeo

Los errores numéricos se generan con el uso de aproximaciones para representar las operaciones y cantidades matemáticas. Esto incluye errores de truncamiento que resultan de representar aproximadamente un procedimiento matemático exacto, y los errores de redondeo, que resultan de presentar aproximadamente números exactos. Para los tipos de errores, la relación entre el resultado exacto o verdadero y el aproximado esta dado por :

$$\text{Valor verdadero} = \text{valor aproximado} + \text{error} \text{ (Ec.1)}$$

Reordenando la ecuación Ec.1, se encuentra que el error numérico es igual a la diferencia entre el valor verdadero y el valor aproximado esto es :

$$E_v = \text{valor verdadero} - \text{valor aproximado}$$

Donde E_v se usa para redondear el valor exacto del error. Se incluye el subíndice v par dar a entender que se trata del “verdadero” error.

Un defecto es que muchas veces no se toma en consideración el orden de magnitud del valor que se esta probando . Por ejemplo, un error de un centímetro es mucho mas significativo si se esta midiendo un remache que un puente. Una manera de medir las magnitudes de las cantidades que se están evaluando es normalizar el error respecto al valor verdadero, como en:

$$\text{Error relativo fraccional} = \text{error} / \text{valor verdadero}$$

Donde:

$$\text{Error} = \text{valor verdadero} - \text{valor aproximado}.$$

El error relativo también se puede multiplicar por el 100% para expresarlo como $E_v = (\text{error verdadero} / \text{valor verdadero}) 100$; Donde E_v denota el error relativo porcentual. El subíndice v significa la normalización del error al valor verdadero .

Para los métodos numéricos el valor verdadero únicamente se conocerá cuando se habla de funciones que se pueden resolver analíticamente. Sin embargo, en aplicaciones reales, no se conoce la respuesta verdadera. En estos casos, normalizar el error es una alternativa usando la mejor estimación posible del valor verdadero, esto es a la aproximación misma, como:

$$E_a = (\text{error aproximado} / \text{valor aproximado}) 100$$

Donde el subíndice a significa que el error está normalizado a un valor aproximado .

Uno de los retos a que se enfrentas los métodos numéricos es el de determinar estimaciones del error en ausencia de conocimiento de los valores verdaderos. El error se calcula como la diferencia entre la aproximación previa y la actual. Por lo tanto, el error relativo porcentual está dado por

$$E_a = \text{abs}((\text{aproximación actual} - \text{aproximación previa}) / \text{aproximación actual}) 100$$

Si se cumple la relación anterior , entonces se considera que el resultado obtenido esta dentro del nivel aceptable, es decir, aun error previamente fijado(E_s):

Abs(Ea) \triangleleft

ERRORES DE REDONDEO

Los errores de redondeo se deben a que las computadoras solo guardan un número finito de cifras significativas durante un cálculo. Las computadoras realizan esta función de maneras diferentes; esta técnica de retener solo los primeros siete términos se llamó “truncamiento” en el ambiente de computación. De preferencia se llamará de corte, para distinguirlo de los errores de truncamiento. Un corte ignora los términos restantes de la representación decimal completa.

La mayor parte de las computadoras tienen entre 7 y 14 cifras significativas, los errores de redondeo parecerían no ser muy importantes. Sin embargo, hay dos razones del por qué pueden resultar críticos en algunos métodos numéricos:

- 1) Ciertos métodos requieren cantidades extremadamente grandes para obtener una respuesta. Además, estos cálculos a menudo dependen entre sí, es decir, los cálculos posteriores son dependientes de los anteriores. En consecuencia, aunque un error de redondeo individual puede ser muy pequeño, el efecto de acumulación en el transcurso de la gran cantidad de cálculos puede ser significativo.
- 2) El efecto de redondeo puede ser exagerado cuando se llevan a cabo operaciones algebraicas que emplean números muy pequeños y muy grandes al mismo tiempo. Ya que este caso se presenta en muchos métodos numéricos, el error de redondeo puede resultar de mucha importancia.

ERRORES DE TRUNCAMIENTO

Los errores de truncamiento son aquellos que resultan al usar una aproximación en lugar de un procedimiento matemático exacto.

Estos tipos de errores son evaluados con una formulación matemática: la serie de Taylor.

Taylor es una formulación para predecir el valor de la función en X_{i+1} en términos de la función y de sus derivadas en una vecindad del punto X_i .

Siendo el término final:

$$R_n = \frac{(f^{(n+1)}(\xi))}{(n+1)!} h^{n+1}$$

En general, la expansión en serie de Taylor de n -ésimo orden es exacta para un polinomio de n -ésimo orden. Para otras funciones continuas diferenciables, como las exponenciales o senoidales, no se obtiene una estimación exacta mediante un número finito de términos. Cada una de los términos adicionales contribuye al mejoramiento de la aproximación, aunque sea un poco.

Bibliografía

<http://meto2numericos.blogspot.com/2008/02/tipos-de-errores.html>