

# Maccpredadores

Daniel Jose Morales, Laura Sofia Ortiz, Juan Jose Reina

Universidad del Rosario

Carrera de Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computacion

danielj.morales@rosario.edu.co, laurasof.ortiz@rosario.edu.co, juanj.reina@rosario.edu.co

**Abstract**—Este trabajo propone el modelado y simulación de un ecosistema de depredador-presa utilizando el modelo de Lotka-Volterra y varios conceptos de Física 1. La simulación abarca el uso de vectores, leyes de Newton, energía cinética, potencial, momentum lineal, entre otros, para modelar el comportamiento dinámico de las poblaciones y sus interacciones. Adicionalmente, se exploran los comportamientos oscilatorios característicos de las poblaciones depredador-presa y se desarrollan gráficos de simulación que permiten visualizar la evolución temporal del ecosistema.

**Index Terms**—Modelo Lotka-Volterra, depredador-presa, dinámica de sistemas, cinemática, trabajo y energía, oscilaciones, simulación, programación.

## I. INTRODUCCIÓN

La simulación de ecosistemas ha sido una herramienta fundamental para estudiar las interacciones entre especies y cómo estas afectan la estabilidad y el equilibrio en los sistemas biológicos. Uno de los modelos más estudiados para analizar la interacción entre depredadores y presas es el modelo de Lotka-Volterra, el cual utiliza un conjunto de ecuaciones diferenciales para describir cómo las poblaciones de ambas especies varían a lo largo del tiempo en función de las tasas de crecimiento, depredación y mortalidad.

Este modelo ha sido utilizado para representar diferentes situaciones en ecología y biología matemática, demostrando cómo las interacciones entre especies pueden generar comportamientos oscilatorios, donde las poblaciones de depredadores y presas fluctúan de manera cíclica. Sin embargo, el modelo clásico de Lotka-Volterra asume que las especies interactúan en un entorno abstracto sin tener en cuenta otros factores físicos como el movimiento en el espacio, las fuerzas que actúan sobre los individuos o el trabajo necesario para llevar a cabo comportamientos como la caza o el escape.

En este proyecto, se propone una extensión del modelo clásico de Lotka-Volterra mediante la incorporación de conceptos físicos relacionados con el movimiento y las interacciones de los individuos dentro de un ecosistema. Al introducir temas de Física 1 como vectores, cinemática, leyes de Newton, energía cinética y potencial, y el teorema trabajo-energía, el modelo se enriquece con una representación más realista de cómo las fuerzas y energías involucradas en la dinámica de los depredadores y presas influyen en sus trayectorias y comportamiento.

## II. OBJETIVOS

### A. Objetivo General

Modelar y simular un ecosistema de depredador-presa utilizando el modelo de Lotka-Volterra y conceptos de Física 1 para profundizar en la dinámica de sistemas de interacción biológica.

### B. Objetivos Específicos

- Implementar un sistema de ecuaciones diferenciales que describa la dinámica entre depredadores y presas basado en el modelo Lotka-Volterra.
- Extender el modelo con conceptos de Física como cinemática, leyes de Newton, y energía.
- Desarrollar una simulación para visualizar el movimiento de las poblaciones y las oscilaciones en sus tamaños a lo largo del tiempo.
- Utilizar vectores y principios físicos para representar las trayectorias y el comportamiento espacial de las especies.

## III. MARCO TEÓRICO

Este proyecto utiliza el modelo Lotka-Volterra, descrito por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y \quad (2)$$

Donde:

- $x$  representa la población de presas.
- $y$  representa la población de depredadores.
- $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ , y  $\gamma$  son parámetros del sistema.

### A. Conexión con los conceptos de Física 1

Este proyecto se basa en una serie de conceptos clave de Física 1 que proporcionan el marco para extender el modelo Lotka-Volterra más allá de sus ecuaciones diferenciales básicas. Los temas que se incluyen en esta extensión son:

- **Vectores y Cinemática:** Representar las posiciones, velocidades y trayectorias de depredadores y presas utilizando vectores en un espacio bidimensional o tridimensional.
- **Leyes de Newton:** Modelar las fuerzas de persecución y escape utilizando la segunda ley de Newton, considerando que tanto los depredadores como las presas experimentan aceleraciones debido a fuerzas externas.

- **Energía Cinética y Teorema Trabajo-Energía:** Calcular la energía cinética asociada al movimiento de los individuos y el trabajo que realizan para cazar o escapar.
- **Energía Potencial y Fuerzas Conservativas:** Modelar cómo la energía potencial cambia a medida que los depredadores se acercan o se alejan de sus presas.
- **Oscilaciones y Movimiento Armónico:** Analizar el comportamiento oscilatorio característico del modelo Lotka-Volterra, donde las poblaciones suben y bajan en ciclos que imitan un movimiento armónico simple en el tiempo.

Cada uno de estos conceptos será implementado en la simulación, lo que permitirá no solo observar la dinámica poblacional, sino también entender cómo las leyes físicas subyacentes afectan el comportamiento del sistema.

#### IV. METODOLOGÍA

La simulación se implementará en Python, donde se utilizarán los siguientes pasos:

- 1) Definir las ecuaciones diferenciales del sistema Lotka-Volterra para modelar la interacción entre depredadores y presas.
- 2) Extender el modelo para incluir movimiento en el espacio, utilizando vectores de posición y velocidad.
- 3) Aplicar las leyes de Newton para modelar las fuerzas de persecución y escape, calculando las trayectorias de los individuos.
- 4) Incorporar la energía cinética y el trabajo realizado por los depredadores en la caza, y por las presas al escapar.
- 5) Utilizar simulaciones numéricas para visualizar las oscilaciones en las poblaciones y cómo las trayectorias se ven afectadas por las fuerzas.

#### V. RESULTADOS ESPERADOS

Se espera que la simulación muestre el comportamiento oscilatorio típico del modelo Lotka-Volterra y cómo las interacciones entre los depredadores y las presas afectan sus trayectorias y energías. Además, se espera visualizar cómo las leyes de la física influyen en la evolución de las poblaciones en un entorno dinámico.

#### VI. BIBLIOGRAFÍA

##### REFERENCES

- [1] A. J. Lotka, "Contribution to the Theory of Periodic Reactions," *The Journal of Physical Chemistry*, vol. 14, no. 3, pp. 271–274, 1910.
- [2] V. Volterra, "Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically," *Nature*, vol. 118, pp. 558–560, 1926.
- [3] J. D. Murray, *Mathematical Biology: I. An Introduction*, 3rd ed. Springer, 2002.