

Optimización de Redes de Distribución Energética

Contexto práctico

En una red de distribución energética de la UNE, las subestaciones están interconectadas mediante una red de líneas de transmisión. Cada línea tiene un costo de mantenimiento (ponderación) y una capacidad de transferencia energética. Cuando ocurre un fallo en una línea de transmisión ¹, la red debe reorganizarse dinámicamente ² para minimizar los costos de reparación y garantizar que el suministro energético a las regiones más críticas sea continuo ³.

El jefe de la UNE desea dividir la red en k grupos independientes (subredes autónomas) durante situaciones de mantenimiento o emergencias, asegurándose de que la desconexión sea lo menos costosa posible (en términos de la suma de los costos de las líneas cortadas).

Adicionalmente, al jefe de la UNE le llegó de las altas esferas la orientación de resolver otra tarea. Se quiere garantizar que existan zonas priorizadas que no sufran cortes de electricidad por su relevancia. Estas zonas pueden incluir hospitales, instituciones importantes como el ICRT, residencias de mandatarios ⁴, entre otras. Por ello, se plantea la necesidad de determinar la cantidad mínima de aristas que deben removerse para obtener al menos una componente conexa con exactamente t nodos, representando estas zonas priorizadas.

Formalización del problema

Dado un grafo ponderado $G = (V, E)$, donde:

- V : Conjunto de nodos que representan subestaciones.
- E : Conjunto de aristas que representan líneas de transmisión, cada una con un costo $w(e)$ asociado.
- k : Número de subredes requeridas.
- t : Tamaño de la componente priorizada.

Problemas:

¹Nada frecuente, por cierto.

²Muy dinámico siempre.

³jaja yeah sure.

⁴ya de paso jiji

1. Encontrar un conjunto mínimo de aristas $E' \subseteq E$ tal que al eliminar E' :
 - a) G se divide en k componentes conexos.
 - b) La suma de los costos de las aristas eliminadas $\sum_{e \in E'} w(e)$ es mínima.
2. Determinar la cantidad mínima de aristas a remover del grafo G tal que quede al menos una componente conexa con exactamente t nodos.

Trabajo propuesto ⁵

1. **Demostración de NP-Compleitud:** Se propone una demostración de que la primera parte del problema es **NP-Completo**, utilizando una reducción al problema *Max-Clique*.
2. **Reducción a árboles y solución greedy:** Se piensa reducir la primera parte del problema a árboles y diseñar una solución greedy con complejidad $O(n \log n)$.
3. **Algoritmo de aproximación con flujo:** Se tiene la idea de proponer un algoritmo de aproximación basado en técnicas de flujo para resolver la primera parte del problema en grafos generales.
4. **Reducción de la segunda parte del problema a árboles:** Se quiere reducir la segunda parte del problema a árboles y resolverlo utilizando programación dinámica, con demostración de complejidad $O(n^2)$.

⁵ATENCIÓN SPOILERS