

Detectando Interacciones en Coros de Colines (*Eleutherodactylus eileenae*). Un enfoque desde el Modelo de Ising.

Daniel Machado Pérez

Grupo C411

DANIEL.MACHADO.0206@GMAIL.COM

Tutor(es):

Dr. Roberto Mulet, *Facultad de Física, UH*

Dr. Milton García, *Centro de Sistemas Complejos, UH*

Dr. Roberto Alonso, *Facultad de Biología, UH*

Resumen

Este estudio presenta un nuevo enfoque para analizar las interacciones en coros de *Eleutherodactylus eileenae* (Colín) a partir de grabaciones de campo. Se parte de la metodología desarrollada en trabajos previos, en la que se identificaron secuencias de cantos mediante técnicas de extracción de mel-espectrogramas, detección de picos de energía y sincronización de señales a través de correlación cruzada. En el presente trabajo se incorporan mejoras en el preprocesamiento de la información, como la eliminación de ruido basada en el percentil 99.9 y un algoritmo automático de sincronización, que permiten obtener datasets de mayor calidad. Posteriormente, se modela el sistema acústico mediante el Modelo de Ising, permitiendo la inferencia exacta de los parámetros de interacción (J_{ij}) a partir de la enumeración total de las $2^9 = 512$ configuraciones posibles. Los resultados obtenidos revelan la presencia de interacciones fuertes y persistentes, lo que sugiere una organización estructural en el comportamiento colectivo del coro.

Abstract

This study presents a novel approach to analyze interactions in choruses of *Eleutherodactylus eileenae* (Colín) using field recordings. Building upon a previously developed methodology—which identified call sequences using mel-spectrogram extraction, energy peak detection, and cross-correlation-based synchronization—the present work incorporates improvements in data preprocessing, such as noise elimination based on the 99.9th percentile and an automatic synchronization algorithm, to obtain higher quality datasets. Subsequently, the acoustic system is modeled using the Ising model, allowing for the exact inference of interaction parameters (J_{ij}) by enumerating all $2^9 = 512$ possible configurations. The obtained results reveal the presence of strong and persistent interactions, suggesting a structured organization in the collective behavior of the chorus.

Palabras Clave: Colín, Modelo de Ising, Inferencia Estadística, Descenso por Gradiente, Procesamiento de Señales.

Tema: Inteligencia Artificial, Matemática Aplicada.

1. Introducción

La rana *Eleutherodactylus eileenae* (Colín, Figura 1) es una especie de la familia *Eleutherodactylidae* endémica de Cuba, ampliamente distribuida en las zonas occidental y central de la isla [1]. Su canto de apareamiento es característico, compuesto por dos señales distintivas: una de frecuencia baja, denominada *CO*, y otra de frecuencia alta, denominada *LIN*. Estas emisiones se organizan en secuencias repetitivas que, al conformar un coro, sugieren la existencia de patrones de sincronización y de regulación de frecuencia en respuesta a las interacciones acústicas entre individuos.

En investigaciones previas se desarrolló el estudio titulado *Identificando Colines (Eleutherodactylus eileenae) a partir de audios desordenados*, en el que se diseñó una metodología computacional para identificar las secuencias probables de cantos a partir de grabaciones de campo realizadas con nueve micrófonos du-



Figura 1: Ejemplar de *Eleutherodactylus eileenae*.

rante 3 días, a partir de las 18:00 hasta las 06:00 horas del día siguiente. Para visualizar la distribución geográfica de los dispositivos véase la Figura 2. Cada micrófono, colocado estratégicamente en el entorno natural, registró 58 minutos consecutivos, seguidos de un breve lapso de inactividad, durante los períodos de mayor actividad (desde el atardecer hasta el amanecer). Los métodos implementados incluyeron la utilización de mel-espectrogramas [5] (Figura 3), extracción de picos de energía, y técnicas de sincronización basadas en correlación cruzada [3], permitiendo así discriminar, a partir de la mezcla de señales, el canto emitido por el individuo más próximo a cada micrófono.

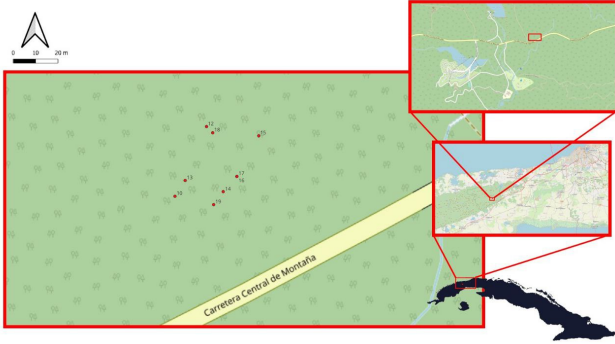


Figura 2: Distribución Geográfica de los Micrófonos.

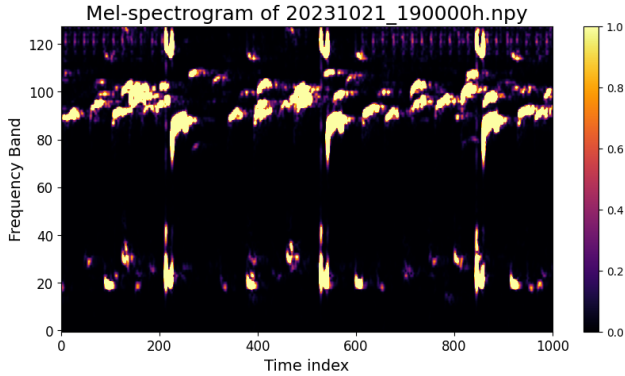


Figura 3: Ejemplo de mel-espectrograma de un fragmento de audio del conjunto de datos.

1.1 Actualizaciones y mejoras

Como mejoras respecto al estudio anterior, se ha incorporado un nuevo esquema de eliminación de ruido, que utiliza el percentil 99.9 para filtrar los valores atípicos y descartar contribuciones espurias en las señales. Además, se implementó un algoritmo de sincronización automático, basado en el análisis detallado de las energías temporales, que optimiza la alineación de los audios de las diversas fuentes. Estos avances permiten obtener conjuntos de datos de mayor calidad y consistencia, proporcionando una base robusta para la exploración de la dinámica y la causalidad en las interacciones del coro.

Como resultado del trabajo mencionado se logró obtener un *dataset* limpio, donde se guarda por separado

la información de los cantos de Colines, de tal forma que es posible estudiar coros como el que se observa en la Figura 4.

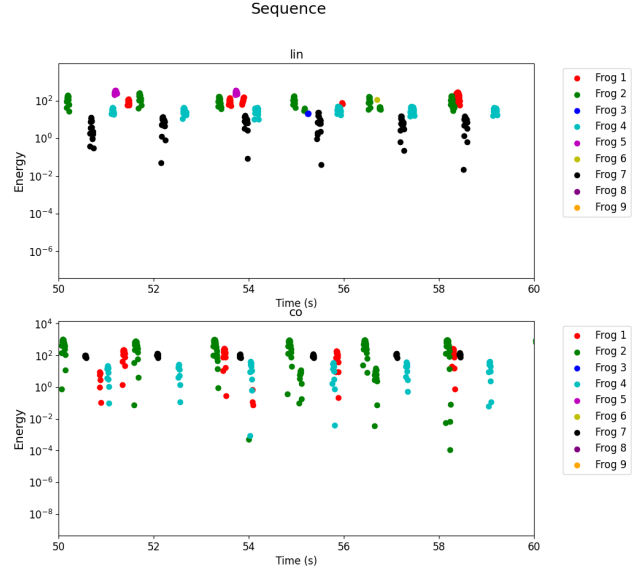


Figura 4: Gráfica del comportamiento de la Energía en el Tiempo, donde cada color representa un Colín distinto.

1.2 Nuevos retos

La presente investigación se enfoca en ampliar el análisis previo, abordando la tarea de modelar y cuantificar las interacciones entre los individuos mediante un *Modelo de Ising* [2].

El Modelo de Ising es un marco matemático fundamental en la física estadística, originalmente concebido para describir la interacción de espines en sistemas magnéticos. En este modelo, cada componente se representa mediante una variable binaria $\sigma_i \in \{-1, +1\}$, que asume uno de dos estados posibles. Las interacciones entre estos espines se cuantifican a través de parámetros J_{ij} , y además se incluye un campo externo h_i que influye en el comportamiento individual. Gracias a su formulación, el Modelo de Ising permite estudiar fenómenos cooperativos y transiciones de fase en sistemas complejos, siendo aplicable no solo en magnetismo, sino también en diversas áreas como la biología, la informática y la inferencia estadística.

En este marco, cada Colín se asocia a un espín $\sigma_i \in \{-1, +1\}$, donde $+1$ indica la emisión de canto y -1 su ausencia. La distribución de probabilidad del sistema se modela a partir de la distribución de Boltzmann:

$$P(\sigma) = \frac{1}{Z} \exp \left(\sum_{i < j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum_i h_i \sigma_i \right),$$

donde Z es la función de partición, y los parámetros J_{ij} y h_i representan, respectivamente, las intensidades de las interacciones entre pares de individuos y los sesgos o influencias individuales. Gracias al reducido número de espines ($N = 9$), es posible calcular de

manera exacta Z mediante la enumeración de las 2^9 configuraciones, lo que permite llevar a cabo una inferencia precisa de los parámetros a través de un algoritmo de descenso por gradiente. Este enfoque no solo facilita la identificación de interacciones significativas—por ejemplo, determinando aquellas que se mantienen fuertes y persistentes a lo largo del tiempo—sino que además sienta las bases para el análisis causal y la comprensión de la estructura subyacente del comportamiento colectivo del coro.

Con el modelo matemático así definido, el presente artículo desarrolla la inferencia de los parámetros del sistema, explorando las relaciones de causalidad y correlación entre los individuos y proponiendo un nuevo enfoque en el análisis de interacciones acústicas basado en herramientas de la física estadística.

2. Desarrollo

Con el objetivo de estudiar las posibles dependencias e influencias mutuas entre los individuos del coro, se plantea modelar su comportamiento mediante un sistema estadístico en equilibrio. Aunque las vocalizaciones de los Colines no constituyen en sí un proceso estrictamente estacionario, se considera una aproximación inicial útil suponer que el sistema se encuentra en equilibrio termodinámico. Esta hipótesis permite el uso de herramientas de la física estadística y proporciona un marco riguroso para analizar las correlaciones observadas.

La idea central consiste en inferir la estructura de interacciones entre los individuos del sistema, es decir, determinar qué tan probable es que un Colín cante dado el estado acústico de los demás. Para modelar estas relaciones se utiliza el conocido *Modelo de Ising*, el cual ha sido ampliamente empleado en física, biología y ciencias de la computación para describir sistemas de componentes binarios que interactúan sobre una red.

En el modelo propuesto, cada Colín se asocia a un espín $\sigma_i \in \{-1, +1\}$, donde $\sigma_i = +1$ indica que el individuo está vocalizando en un instante dado, y $\sigma_i = -1$ que no lo está. El conjunto de estados $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_N)$, donde $N = 9$, representa una configuración global del sistema. A partir de esta representación binaria, el modelo establece una distribución de probabilidad sobre todos los posibles estados, dada por la distribución de Boltzmann:

$$P(\sigma) = \frac{1}{Z} \exp \left(\sum_{i < j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum_i h_i \sigma_i \right),$$

donde J_{ij} representa la fuerza de interacción entre los individuos i y j , h_i es un campo externo (o sesgo individual), y Z es la función de partición que garantiza la normalización:

$$Z = \sum_{\sigma} \exp \left(\sum_{i < j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum_i h_i \sigma_i \right).$$

Este modelo puede entenderse también como una red no dirigida en la que cada nodo (espín) se conecta a los demás mediante pesos J_{ij} . En analogía con las redes neuronales o los modelos gráficos probabilísticos, las conexiones codifican correlaciones estadísticas que se busca estimar a partir de datos observados.

Dado un conjunto de configuraciones $\{\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^{(M)}\}$ obtenidas del sistema real (en este caso, instantes discretos de la secuencia de cantos), el objetivo es encontrar los parámetros J_{ij} y h_i que maximizan la verosimilitud del modelo [4]. Esto equivale a resolver el siguiente problema de optimización:

$$\mathcal{L}(J, h) = \sum_{m=1}^M \log P(\sigma^{(m)}),$$

cuyo gradiente con respecto a J_{ij} se expresa como:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial J_{ij}} = \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{datos}} - \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{modelo}},$$

donde el primer término es la correlación empírica entre los espines i y j calculada sobre los datos, y el segundo es su esperanza bajo la distribución modelada. Lo mismo aplica para los gradientes respecto a h_i .

En general, calcular $\langle \cdot \rangle_{\text{modelo}}$ requiere muestreo o aproximaciones (como métodos de Monte Carlo), dado que la función de partición Z implica una suma sobre 2^N configuraciones posibles. Sin embargo, en este caso particular, al contar con solo 9 espines, es computacionalmente factible calcular exactamente Z y todas las esperanzas requeridas mediante una enumeración exhaustiva de los $2^9 = 512$ estados posibles. Esto permite aplicar un algoritmo de descenso por gradiente exacto para encontrar los parámetros J_{ij} que mejor explican las interacciones observadas.

Esta aproximación proporciona una primera inferencia de la red de influencias acústicas entre individuos, y aunque el sistema biológico real es más complejo y no necesariamente se encuentra en equilibrio, este enfoque permite extraer patrones de correlación robustos que pueden orientar futuras modelaciones dinámicas o causales.

2.1 Descenso por Gradiente

El algoritmo parte de una inicialización nula para todos los parámetros y, en cada iteración, actualiza los valores de J_{ij} y h_i de acuerdo con la diferencia entre las correlaciones empíricas y las correlaciones modeladas, calculadas exactamente mediante enumeración de las 2^9 configuraciones posibles del sistema. Además, se incluye un término de regularización L_2 sobre los acoplamientos, con el fin de evitar sobreajuste y favorecer soluciones más estables.

La estimación de las expectativas modeladas requiere calcular la probabilidad de cada configuración σ según la distribución de Boltzmann. Para ello, se define la energía del sistema en un estado dado como:

$$E(\sigma) = - \sum_{i < j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - \sum_i h_i \sigma_i.$$

Esta cantidad permite expresar la probabilidad de cada configuración como:

$$P(\sigma) = \frac{1}{Z} \exp(-E(\sigma)),$$

donde $Z = \sum_{\sigma} \exp(-E(\sigma))$ es la función de partición. En cada iteración, se enumeran todas las configuraciones posibles y se calcula su energía para construir $P(\sigma)$, lo que permite evaluar con precisión las expectativas del modelo:

$$\langle \sigma_i \rangle_{\text{modelo}}, \quad \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{modelo}}.$$

Las actualizaciones se realizan según las siguientes reglas:

$$h_i \leftarrow h_i + \eta (\langle \sigma_i \rangle_{\text{datos}} - \langle \sigma_i \rangle_{\text{modelo}}), \quad (1)$$

$$J_{ij} \leftarrow J_{ij} + \eta (\langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{datos}} - \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{modelo}}) - \eta \lambda J_{ij}, \quad (2)$$

donde η es la tasa de aprendizaje y λ es el coeficiente de regularización.

El proceso iterativo se detalla a continuación:

Algorithm 1 Gradient Descent for Ising Model Parameter Inference

Require: Observed configurations $\{\sigma^{(1)}, \dots, \sigma^{(M)}\}$, learning rate η , number of iterations T , regularization parameter λ

- 1: Initialize $h_i \leftarrow 0$, $J_{ij} \leftarrow 0$ for all i, j
- 2: **for** $t \leftarrow 1$ to T **do**
- 3: Compute empirical averages:

$$\langle \sigma_i \rangle_{\text{data}}, \quad \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{data}}$$

- 4: Enumerate all configurations $\sigma \in \{-1, +1\}^9$
- 5: **for** each configuration σ **do**
- 6: Compute energy:

$$E(\sigma) = - \sum_{i < j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - \sum_i h_i \sigma_i$$

- 7: Compute unnormalized probability:

$$\tilde{P}(\sigma) = \exp(-E(\sigma))$$

- 8: **end for**
- 9: Normalize to obtain $P(\sigma)$
- 10: Compute model expectations:

$$\langle \sigma_i \rangle_{\text{model}}, \quad \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{model}}$$

- 11: Update parameters:

$$h_i \leftarrow h_i + \eta (\langle \sigma_i \rangle_{\text{data}} - \langle \sigma_i \rangle_{\text{model}})$$

$$J_{ij} \leftarrow J_{ij} + \eta (\langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{data}} - \langle \sigma_i \sigma_j \rangle_{\text{model}}) - \eta \lambda J_{ij}$$

- 12: **end for**
-

Este procedimiento garantiza la convergencia hacia un conjunto de parámetros que maximizan la verosimi-

litud del modelo bajo las restricciones impuestas. Gracias al uso de expectativas exactas, se evita la necesidad de métodos estocásticos de muestreo como Monte Carlo, lo cual resulta fundamental en un contexto donde la robustez y precisión de la inferencia son prioritarias. La inclusión de regularización adicional permite atenuar posibles efectos espurios debidos al ruido en los datos o a la escasez de observaciones para ciertas combinaciones de espines.

2.2 Resultados

En la Figura 5 se muestra la matriz inferida correspondiente al 21 de octubre de 2023 a las 19:00 horas. Se observa una estructura dispersa, con algunos acoplamientos significativamente distintos de cero, lo que indica posibles relaciones entre ciertos individuos.

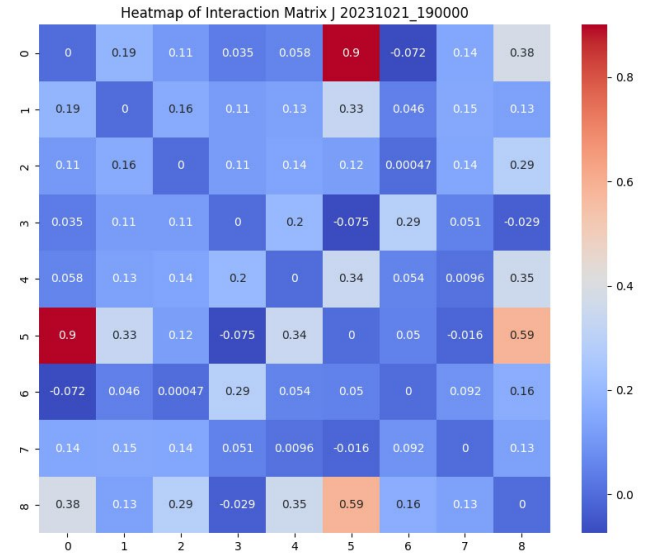


Figura 5: Matriz de Interacciones J_{ij} Inferida para el 21 de octubre de 2023 a las 19:00 horas.

Para facilitar la interpretación de las interacciones, se construye un grafo no dirigido donde cada nodo representa una rana y las aristas indican la presencia de una interacción inferida. En particular, se utiliza una línea continua para aquellas interacciones cuya magnitud supera el umbral de 0.5, y una línea discontinua para aquellas entre 0.3 y 0.5. Las interacciones por debajo de este último umbral se omiten por considerarse insignificantes. El resultado se muestra en la Figura 6.

Como análisis preliminar, se aplicó el mismo procedimiento de inferencia a tres ventanas horarias consecutivas. En la Figura 7 se observa que algunas interacciones fuertes —particularmente aquellas por encima de 0.5— tienden a persistir en el tiempo, lo que sugiere la presencia de relaciones estables. Particularmente se nota que la interacción entre los índices 0 y 5 perdura en las 3 horas en cuestión. En la Figura 8 se visualiza como permanece la arista correspondiente en los respectivos grafos. Este tipo de evidencia puede ser indicativo de organización funcional dentro del conjunto de ranas.

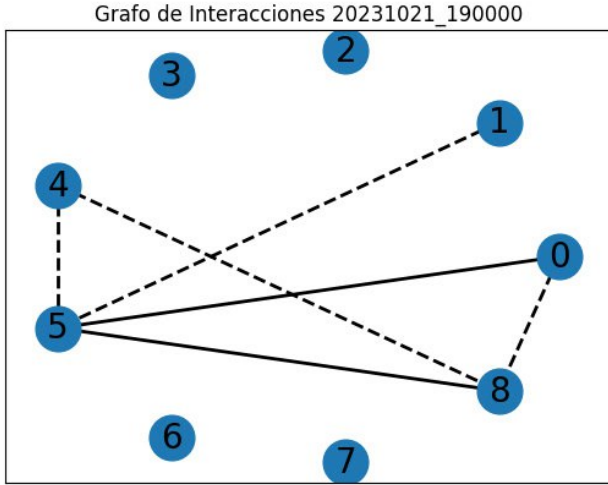


Figura 6: Grafo de Interacciones para el 21 de octubre de 2023 a las 19:00 horas.

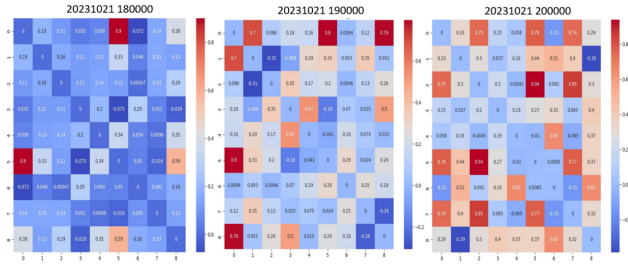


Figura 7: Evolución de la matriz J_{ij} a lo largo de tres horas consecutivas.

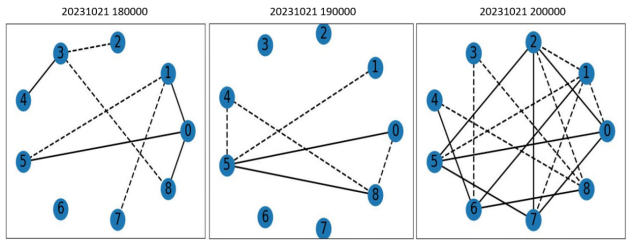


Figura 8: Evolución de los grafos de interacciones a lo largo de tres horas consecutivas.

3. Conclusiones

El presente trabajo constituye una extensión significativa a investigaciones anteriores en el análisis de coros de *Eleutherodactylus eileenae*. A partir de la implementación de un algoritmo de inferencia basado en descenso por gradiente y fundamentado en el Modelo de Ising, se logró identificar y cuantificar las interacciones entre individuos desde un enfoque basado en herramientas de la Física Estadística. La capacidad de calcular exactamente las expectativas del modelo, dada la factibilidad de enumerar las 2^9 configuraciones posibles, permitió estimar los parámetros J_{ij} y h_i sin recurrir a métodos de muestreo estocástico, lo que se tradujo en resultados robustos y reproducibles.

Particularmente, se observó que algunas interacciones muestran persistencia a lo largo de ventanas ho-

rrarias consecutivas, lo que sugiere la existencia de una estructura definida y persistente en el comportamiento colectivo del coro. Esta persistencia indica que ciertos patrones de interacción, posiblemente relacionados con la organización funcional del grupo, se mantienen estables a lo largo del tiempo. Estos hallazgos no sólo confirman la robustez del enfoque propuesto, sino que también abren la puerta a futuros análisis dinámicos y causales en sistemas biológicos complejos, especialmente en contextos en los que el sistema opera fuera del equilibrio termodinámico, tal como ocurre en la realidad.

4. Recomendaciones

Se recomienda continuar investigando la dinámica temporal de las interacciones, explorando métodos alternativos y enfoques que permitan analizar la causalidad de los cantos en condiciones de desequilibrio termodinámico. Asimismo, es pertinente profundizar en la hipótesis planteada en el trabajo anterior acerca de la posible regulación voluntaria de la frecuencia en los cantos, la cual podría ser un mecanismo para distinguir a los individuos dentro del coro. La exploración de estos aspectos contribuirá a una comprensión más integral de la organización y el comportamiento colectivo en sistemas biológicos acústicos.

Referencias

- [1] Roberto Alonso, Ariel Rodríguez-Gómez, and Alberto R Estrada. Patrones de actividad acústica y trófica de machos cantores de *eleutherodactylus eileenae* (anura: Leptodactylidae). *Revista española de herpetología*, 15(2001):45–52, 2001.
- [2] H Chau Nguyen, Riccardo Zecchina, and Johannes Berg. Inverse statistical problems: from the inverse ising problem to data science. *Advances in Physics*, 66(3):197–261, 2017.
- [3] Luciano da F Costa. Comparing cross correlation-based similarities. *arXiv preprint arXiv:2111.08513*, 2021.
- [4] Hong-Li Zeng, Mikko Alava, Erik Aurell, John Hertz, and Yasser Roudi. Maximum likelihood reconstruction for ising models with asynchronous updates. *Physical review letters*, 110(21):210601, 2013.
- [5] Tao Zhang, Guoqing Feng, Jinhua Liang, and Tong An. Acoustic scene classification based on mel spectrogram decomposition and model merging. *Applied Acoustics*, 182:108258, 2021.