

## Definition: Datalog Programm

Ein Datalog-Programm  $P$  (ohne IBen(Integritätsbedingungen)) ist eine endliche Menge von Horn-Klauseln mit Jedes  $d \in P$  ist entweder

- ein Fakt  $q(\dots)$ . ohne Variable
- eine sichere Regel  $q(\dots) : \neg p_1(\dots), \dots, p_n(\dots)$ . mit  $q \in iPraedikat$

Eine Regel heißt sicher, wenn alle in ihr vorkommenden Variablen beschränkt sind.

## Definition: Bedeutung eines Datalog Programms

Menge der Grundatome, die logisch aus  $P$  gefolgert werden können.

## Satz von Gödel / Skolem

Eine Klauselmenge  $P$  hat ein Modell genau dann wenn  $P$  hat ein Herbrand-Modell. Daraus folgt, dass ein Verfahren analog zu Wahrheitstabellen in der Aussagenlogik möglich ist.

## Skolemisierung

Jeder Formel der PL1 Logik, kann in eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel in Skolem-Form gebracht werden. Dies bedeutet Pränexnormalform und alle Existenzquantoren durch Funktionen ersetzen.

## Definition: Herbrand-Interpretation

Eine Teilmenge der Herbrand- Basis

## Grundatom

Ein Grundatom  $f$  ist eine logische Folgerung einer Menge  $D$  von Datalog Klauseln (z.B.  $D \models f$ )  $\triangleq_{Def}$ . Jedes Herbrand Modell von  $D$  ist auch ein Modell von  $f$ .

Da  $f$  ein Grundatom ist gilt  $D \models f \implies f$  ist in jedem Herbrand-Modell von  $D$  enthalten. Das heißt  $f \in \bigcap \{I \mid I \text{ Herbrand-Modell von } D\}$ .

Sei  $f \in \bigcap \{I \mid I \text{ Herbrand-Modell von } D\}$ , dann ist  $f$  ein Grundatom und jedes Modell von  $D$  auch in Modell von  $f$ .

## Definition: Menge aller Konsequenzen

$$\text{cons}(D) =_{\text{def}} \{f \in HB_D \mid D \models f\}$$

## Definition: Substitution

Eine Substitution ist eine endliche Menge der Form

$$\{X_1/t_1, \dots, X_n/t_n\}, X_1, \dots, X_n \text{ unterschiedliche Variablen, } t_1, \dots, t_n \text{ Terme, } X_i \neq t_i \quad (1)$$

Sei  $\theta$  eine Substitution,  $t$  ein Term (Variable oder Konstante), so gilt

$$t\theta =_{\text{def}} \begin{cases} t_i, & \text{falls } t/t_i \in \theta \\ t, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2)$$

## Definition: Grundsubstitution

Substitution bei der alle  $t_i$  Konstanten sind.

## Definition: Unifizierbar

Seien  $L_1$  und  $L_2$  heißen **unifizierbar**, wenn  $(\exists \text{ Substitution } \Theta)(L_1\Theta = L_2\Theta)$ .  $\Theta$  heißt dann **Unifikator**.

**Definition: Komposition**

Sei  $\Theta = \{X_1/t_1, \dots, X_n/t_n\}, \sigma = \{Y_1/n_1, \dots, Y_m/t_m\}$  Substitutionen.  
 Die Komposition  $\Theta\sigma$  von  $\Theta$  und  $\sigma$  erhält man aus

$$X_1/t_1\sigma, \dots, X_m/t_m\sigma, Y_1/n_q, \dots, Y_m/n_m \quad (3)$$

Durch Streichen von Elementen der Form  $Z/Z$  sowie  $Y_i/n_i$  mit  $Y_i = X_j$  für ein  $j \in \{1, \dots, n\}$

**Definition: allgemeinere Substitution**

Sei  $\Theta = \{X_1/t_1, \dots, X_n/t_n\}, \sigma = \{Y_1/n_1, \dots, Y_m/t_m\}$  Substitutionen.

Die Komposition  $\Theta\sigma$  von  $\Theta$  und  $\sigma$  erhält man aus  $X_1/t_1\sigma, \dots, X_m/t_m\sigma, Y_1/n_q, \dots, Y_m/n_m$

**Definition: Beweisbaum**

B entsteht aus S durch Anwendung von  $\Theta$  auf alle Benennungen von Zielknoten.  
 B repräsentiert einen Beweis für  $g\Theta$ , g benennung der Wurzel von S.

**Definition: Tiefe eines Baums**

maximale Anzahl von Zielknoten auf einem Pfad von einem Blattknoten zur Wurzel.  
 Entsprechend Knoten der Tiefe i, Ebene i eines Baumes. Zusätzlich: Spezielle Suchbäume (Tiefe 0) für Fakten aus P.

**Suchbaum zu cons**

Sei P ein Datalog-Programm. Die Suchbaum / Beweisbaum Methode, angewandt auf alle Ziele  $q(X_1, \dots, X_{Stelligkeit(q)})$ , q intentionales Prädikatesymbol von P, liefert  $cons(P)$  als Ergebnis

## Suchbaum, Vollständigkeit

Die Suchbaum / Beweisbaum Methode bleibt vollständig für ein Programm P, wenn nur Bäume mit max. Tiefe  $\text{max\_fakt}(P)$  betrachtet werden.

## Resolutionsmethode

Für allgemeine Klauselformen entwickelte Methode zum automatischen Beweisen.

## Definition: Vollständiger Verband

Partiell geordnete Menge  $(V, \leq)$  bei der zu jeder Teilmenge ein Infimum ( $\perp_V$ ) & Supremum ( $\top_V$ ) besteht. Jeder endliche Verband (und jeder Teilmengenverband) ist vollständig.

## Definition: Monotone Transformation

Abbildung  $\tau$  mit  $(\forall a, b \in V)(a \leq b \Rightarrow \tau(a) \leq \tau(b))$ .

## Definition: Fixpunkt

$a \in V : \tau(a) = a$

## Magic Set Methode

Transformiere ein Programm in eine Version, die für ein gegebenes Ziel die gleiche Ausgabe hat aber das Ziel bei bottom-up Auswertung berücksichtigt wird. Algorithmus, Beispiel hier.

## Vorgehen

### 1. Schritt

Füge für das Ziel  $g = q(\dots)$  die Regel  $query^{f\dots 1}(X_1, \dots, X_k) : -q^\alpha(\dots)$  ein, wobei  $X_1, \dots, X_k$  Variablen aus  $q^\alpha(\dots)$  sind. Erzeuge für jede Regel  $r \in P$  und jedes mögliche Bindungsmuster  $\beta$  des Prädikates im Kopf von  $r$  eine Regel mit Bindungsmuster für jedes ihrer intensionalen Prädikate. Bestimme dabei unter Beachtung von  $\beta$  für jedes Argument im Rumpf ob es ausgezeichnet ist oder nicht. Falls ein IDB-Prädikat im Rumpf mehrfach auftritt, sollte man es durchnummerieren.

### 2. Schritt

Forme  $P_g^{B2}$  zu  $P_g^{magic3}$ .

Sei  $P_g^{magic} := P_g^B$ . Mach dann für jedes  $r \in P_g^B$  und draus folgend für jedes Vorkommen  $p_g^\beta \text{--} i(t_1, \dots, t_l)$  eines IDB-Prädikates im Rumpf von  $r$  folgendes:

- Streiche alle anderen Vorkommen von IDB-Prädikaten im Rumpf von  $r$
- Ersetze  $p_g^\beta$  durch  $magic\text{--}r\text{--}p_g^\beta \text{--} i$
- Streiche alle Variablen aus  $(t_1, \dots, t_l)$ , die nicht ausgezeichnet sind.<sup>4</sup>
- Streiche alle nicht ausgezeichneten EDB-Prädikate aus  $r$ .
- Sei  $z^\alpha(s_1, \dots, s_k)$  das Prädikat im Kopf von  $r$ . Streiche alle Variablen aus  $(s_1, \dots, s_k)$ , die nicht ausgezeichnet sind;  $\alpha$  wird nicht verändert.  
Ersetze  $magic\text{--}r\text{--}p_g^\beta \text{--} i(t_1, \dots, t_l)$  durch  $magic\text{--}z^\alpha(s'_1, \dots, s'_l)$ <sup>5</sup>
- Füge  $P_g^{magic}$  die neuen Regeln hinzu

### 3. + 4. Schritt

---

<sup>1</sup>Hochgestellte Zeichen sind Bindungsmuster (wie in Coral)

<sup>2</sup>Menge aller erreichbaren Regeln aus Schritt 1

<sup>3</sup>Bezüglich  $g$  äquivalent

<sup>4</sup>Bei "Prädikaten" ohne Argumente die entstehen können: Fall entsprechende Relation  $\neq \emptyset$  wahr, sonst falsch

<sup>5</sup>Änderungen aus letztem Schritt

```

for each  $r \in P_g^\beta$  do
  begin
    for each  $p^\beta \_i(t_1, \dots, t_l), p \in iPräd$  im Rumpf von  $r$  do
      begin erzeuge Prädikat  $m = magic\_r \_p^\beta \_i(t'_1, \dots, t'_l)$ ,
        wobei die  $t'_1, \dots, t'_l$  die ausgezeichneten Argumente von
           $t_1, \dots, t_l$  sind;
      if  $p$  Prädikatsymbol im Kopf von  $r$ 
      then füge  $m$  am Beginn des Rumpfes von  $r$  ein
      else füge  $m$  unmittelbar vor  $p^\beta \_i(t_1, \dots, t_l)$  ein
      end; /* Einfügeposition für Semantik ohne Bedeutung */
    ersetze Rumpf von  $r$  in  $P_g^{magic}$  durch den geänderten Rumpf
  end;

```

Figure 1:

```

for each  $r \in P_g^{magic}$  do
  for each  $p^\beta \_i(t_1, \dots, t_l)$  im Rumpf von  $r$  do
     $P_g^{magic} := P_g^{magic} \cup \{magic\_p^\beta(t'_1, \dots, t'_l) : - \quad magic\_r \_p^\beta \_i(t'_1, \dots, t'_l)\}$ ;

```

Figure 2:

## Definition: Ausgezeichnet

### Argument eines Teilziels

Konstantensymbol, gemäß  $\alpha$  gebunden, es in einem EDB-Prädikat auftritt, das ein ausgezeichnetes Argument hat.

### EDB-Prädikat

Alle seine Argumente sind ausgezeichnet