Definition: Datalog Programm

Ein Datalog-Programm P (ohne IBen(Integritätsbedingungen)) ist eine endliche Menge von Horn-Klauseln mit Jedes $d \in P$ ist entweder

- ein Fakt $q(...)$. ohne Variable
- eine sichere Regel $q(...) : -p_1(...), ..., p_n(...)$. mit $q \in iPraedikat$

Eine Regel heißt sicher, wenn alle in ihr vorkommenden Variablen beschränkt sind.

Definition: Bedeutung eines Datalog Programms

Menge der Grundatome, die logisch aus P gefolgert werden können.

Satz von Gödel / Skolem

Eine Klauselmenge P hat ein Modell genau dann wenn P hat ein Herbrand-Modell. Daraus folgt, dass ein Verfahren analog zu Wahrheitstabellen in der Aussagenlogik möglich ist.

Skolemisierung

Jeder Formel der PL1 Logik, kann in eine erfüllbarkeitsäquivalte Formel in Skolem-Form gebracht werden. Dies bedeutet Pränexnormalform und alle Existenzquantoren durch Funktionen ersetzen.

Definition: Herbrand-Interpretation

Eine Teilmenge der Herbrand- Basis

Grundatom

Ein Grundatom f ist eine logische Folgerung einer Menge D von Datalog Klauseln (z.B. $D \vDash f$) $\diamondsuit_{Def}$. Jedes Herbrand Modell von D ist auch ein Modell von f.

Da f ein Grundatom ist gilt $D \vDash f \implies f$ ist in jedem Herbrand-Modell von D enthalten. Das heißt $f \in \bigcap\{I|IHerbrand - ModellvonD\}$.
Sei $f \in \bigcap\{I|IHerbrand - ModellvonD\}$, dann ist f ein Grundatom und jedes Modell von D auch in Modell von f.

Definition: Mege aller Konsequenzen

$cons(D) =_{def} \{f \in HB_D | D \vDash f\}$

Definition: Substitution

Eine Substitution ist eine endliche Menge der Form

$$\{X_1/t_1, \cdots, X_n/t_n\}, X_1, ..., X_n \text{ unterschiedliche Variablen, } t_1, ..., t_n Terme, X_i \neq t_i \tag{1}$$

Sei θ eine Substitution, t ein Term (Variable oder Konstante), so gilt

$$t\theta =_{def} \begin{cases} t_i, & \text{falls } t/t_i \in \theta \\ t, & \text{sonst} \end{cases} \tag{2}$$

Definition: Grundsubstitution

Substitution bei der alle t_i Konstanten sind.

Definition: Unifizierbar

Seien L_1 und L_2 heißen **unifizierbar**, wenn ($\exists$ Substitution Θ)($L_1\Theta = L_2\Theta$). Θ heißt dann **Unifikator**.

Definition: Komposition

Sei $\Theta = \{X_1/t_1, \cdots, X_n/t_n\}, \sigma = \{Y_1/n_1, \cdots, Y_m/t_m\}$ Substitutionen.
Die Komposition $\Theta\sigma$ von Θ und σ erhält man aus

$$X_1/t_1\sigma, \cdots, X_m/t_m\sigma, Y_1/n_q, \cdots, Y_m/n_m \tag{3}$$

Durch Streichen von Elementen der Form Z/Z sowie Y_i/n_i mit $Y_i = X_j$ für ein j$j \in \{1, ..., n\}$

Definition: allgemeinere Substitution

Sei $\Theta = \{X_1/t_1, \cdots, X_n/t_n\}, \sigma = \{Y_1/n_1, \cdots, Y_m/t_m\}$ Substitutionen.

Die Komposition $\Theta\sigma$ von Θ und σ erhält man aus $X_1/t_1\sigma, \cdots, X_m/t_m\sigma, Y_1/n_q, \cdots, Y_m/n_m$

Definition: Beweisbaum

B entsteht aus S durch Anwendung von Θ auf alle Benennungen von Zielknoten.
B repräsentiert einen Beweis für $g\Theta$, g benennung der Wurzel von S.

Definition: Tiefe eines Baums

maximale Anzahl von Zielknoten auf einem Pfad von einem Blattknoten zur Wurzel. Entsprechend Knoten der Tiefe i, Ebene i eines Baumes. Zusätzlich: Spezielle Suchbäume (Tiefe 0) für Fakten aus P.

Suchbaum zu cons

Sei P ein Datalog-Programm. Die Suchbaum / Beweisbaum Methode, angewand auf alle Ziele $q(X_1, \cdots, X_{Stelligkeit(q)})$, q intentionales Prädikatesymbol von P, liefert cons(P) als Ergebnis

Suchbaum, Vollständigkeit

Die Suchbaum / Beweisbaum Methode bleibt vollständig für ein Programm P, wenn nur Bäume mit max. Tiefe max_fakt(P) betrachtet werden.

Resolutionsmethode

Für allgemeine Klauselformen entwickelte Methode zum automatischen Beweisen.

Definition: Vollständiger Verband

Partiell geordnete Mengt $(V, \leq)$ bei der zu jeder Teilmenge ein Infinum($\perp_V$) & Suprenum ($\top_V$)besteht. Jeder endliche Verband (und jeder Teilmengenverband) ist vollständig.

Definition: Monotone Transformation

Abbildung τ mit $(\forall a, b \in V)(a \leq b \Rightarrow \tau(a) \leq \tau(b))$.

Definition: Fixpunkt

$a \in V : \tau(a) = a$

Magic Set Methode

Transformiere ein Programm in eine Version, die für ein gegebenes Ziel die gleiche Ausgabe hat aber das Ziel bei bottom-up Auswertung berücksichtigt wird. Algorithmus, Beispiel hier.

Vorgehen

1.Schritt

Füge für das Ziel $g = q(\cdots)$ die Regel $query^{f\cdots 1}(X_1, \cdots, X_k) : -q^\alpha(\cdots)$. ein, wobei $X_1, \cdots, X_k$ Variablen aus $q^\alpha(\cdots)$ sind. Erzeuge für jede Regel $r \in P$ und jedes mögliche Bindungsmuster β des Prädikates im Kopf von r eine Regel mit Bindungsmuster für jedes ihrer itensionalen Prädikate. Bestimme dabei unter Beachtung von β für jedes Argument im Rumpf ob es ausgezeichnet ist oder nicht. Falls ein IDB-Pr¨adikat im Rumpf mehrfach auftritt, sollte man es durchnummerieren.

2.Schritt

Forme P_g^{B2} zu P_g^{magic3}.
Sei $P_g^{magic} := P_g^B$. Mach dann für jedes $r \in P_g^B$ und draus folgend für jedes Vorkommen $p^\beta\_i(t_1, \ldots t_l)$ eines IDB-Prädikates im Rumpf von r folgendes:

- Streiche alle anderen Vorkommen von IDB-Prädikaten im Rumpf von r
- Ersetze p_g^β durch $magic\_r\_p^\beta\_i$
- Streiche alle Variablen aus $(t_1, \ldots t_l)$, die nicht ausgezeichnet sind. [4]
- Streiche alle nicht ausgezeichneten EDB-Prädikate aus r.
- Sei $z^\alpha(s_1, \cdots, s_k)$ das Prädikat im Kopf von r. Streiche alle Variablen aus $(s_1, \cdots, s_k)$, die nicht ausgezeichnet sind; α wird nicht verändert.
  Ersetze $magic\_r\_p^\beta\_i(t_1, \ldots t_l)$ durch $magic\_z^\alpha(s'_1, \cdots s'_l)$[5]
- Füge P_g^{magic} die neuen Regeln hinzu

for each $r \in P_g^\beta$ **do**
begin
for each $p^\beta\_i(t_1, ..., t_l), p \in iPräd$ im Rumpf von r **do**
begin erzeuge Prädikat $m = magic\_r\_p^\beta\_i(t'_1, ..., t'_{\tilde{l}})$,
wobei die $t'_1, ..., t'_{\tilde{l}}$ die ausgezeichneten Argumente von
$t_1, ..., t_l$ sind;
if p Prädikatensymbol im Kopf von r
then füge m am Beginn des Rumpfes von r ein
else füge m unmittelbar vor $p^\beta\_i(t_1, ..., t_l)$ ein
end; /* Einfügeposition für Semantik ohne Bedeutung */
ersetze Rumpf von r in P_g^{magic} durch den geänderten Rumpf
end;

Figure 1:

for each $r \in P_g^{magic}$ **do**
for each $p^\beta\_i(t_1, ..., t_l)$ im Rumpf von r **do**
$P_g^{magic} := P_g^{magic} \cup \{magic\_p^\beta(t'_1, ..., t'_{\tilde{l}}) :- \quad magic\_r\_p^\beta\_i(t'_1, ..., t'_{\tilde{l}})\}$;

Figure 2:

3. + 4.Schritt

Definition: Ausgezeichnet

Argument eines Teilziels

Konstantensymbol, gemäß α gebunden, es in einem EDB-Prädikat auftritt, das ein ausgezeichnetes Argument hat.

EDB-Prädikat

Alle seine Argumente sind ausgezeichnet

[1]Hochgestellte Zeichen sind Bindungsmuster (wie in Coral)
[2]Menge aller erreichbaren Regeln aus Schritt 1
[3]Bezüglich g äquivalent
[4]Bei "Prädikaten" ohne Argumente die entsthen können: Fall entsprechende Relation $\neq \emptyset$ wahr, sonst falsch
[5]Änderungen aus letztem Schritt