11.2

1.

Sei f wie in der Definition zu primär-rekursiv so ergeben sich für g und h

$$g(x) = c_1^{(1)}$$
$$h(x, y, z) = x \cdot z$$

Somit gilt $f = PR(c_1^{(0)}, Komp(\cdot, p_1^{(3)}, p_3^{(3)}))$.

2.

Für diese Aufgabe definieren wir uns die Hilfsfunktionen $Minus : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{N}$, welche die zweite Eingabe von der ersten subtrahiert sofern die erste größer als die zweite ist und ansonsten 0 ausgibt und $Decrement : \mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{N}$, welches die Eingabe um einen verringert.
Hierbei sei

$$decrement = PR(c_0^{(0)}, p_2^{(2)}$$
$$minus = Komp(PR(p_1^{(1)}, Komp(decrement, p_1^{(3)})), p_2^{(2)}, p_1^{(2)})$$

f lässt sich dann wie folgt angeben:

$$f = Komp(+, Komp(minus, p_1^{(2)}, p_2^{(2)}), Komp(minus, p_2^{(2)}, p_1^{(2)}))$$

3.

Sei f hier gegeben als $f = PR(c_0^{(0)}, c_1^{(2)})$

11.3

1.

Sei bininv die Funktion die das binäre Inverse zurück gibt definiert als

$$bininv = PR(c_1^{(0)}, c_0^{(1)})$$

Dann ist divides genau das binäre Inverse zu modulo, dementsprechend gilt

$$divides = komp(bininv, komp(mod, p_1^{(2)}, p_2^{(2)}))$$

2.

Für diese Funktion definieren wir eine Hilfsfunktion $sumdiv : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, welche im Grunde $sumdiv(x, y) = \sum_{i=0}^{y} divides(i, x)$ ausführt und wie folgt definiert ist

$$sumdiv = PR(c_0^{(1)}, Komp(+, p_3^{(3)}, Komp(divides, p_2^{(3)}, p_1^{(3)})))$$

Dann lässt sich prime definieren als

$$prime = komp(bininv, komp(decrement, komp(sumdiv, p_1^{(1)}, komp(decrement, p_1^{(1)}))))$$

11.4

Um f erfolgreich abzubilden definieren wir uns zuerst die Hilfsfunktion $hoch : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, welche eine Basis und einen Exponenten nimmt und $\text{Basis}^{\text{Exponent}}$ rechnet. Diese ist primitiv Rekursiv wie folgt definiert:

$$hoch = PR(c_1^{(1)}, Komp(\cdot, p_1^{(3)}, p_3^{(3)}))$$

Dann ist f definiert als

$$f = \mu - OP(Komp(-, p_1^{(1)}, Komp(hoch, c_2^2, p_2^{(2)})))$$