

3.3 Pumping - Lemma

Wir beweisen durch Widerspruch und nehmen an, dass L regulär ist. Somit gibt es ein $n \in \mathbb{N}$ für das alle Wörter $x \in L$ die Länge n haben. Da in L nur Wörter deren Länge Prim ist sind, sei $x := a^n$ und betrachtet man eine beliebige Zerlegung $x = uvw$ und setze $s := 2n$, so gilt:

$$\begin{aligned}
 \exists j, k, l : 0 \leq j, k, l \leq n : x &= uvw \\
 &= a^j a^k a^l \\
 &\stackrel{\text{Pumping-Lemma}}{=} a^j a^{s-(j+k)} a^k \\
 &= a^s \\
 &= a^{2n} \\
 \Rightarrow |a^{2n}| &= 2n
 \end{aligned} \tag{1}$$

Damit ist die Länge des Wortes nicht mehr Prim, also ist das Wort nicht in der Sprache und damit L nicht regulär.