

5.2

G

Sei G gegeben als $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = S, A, B, C, D$, $\Sigma = a, b, c, d$ und
 $P = \{ (S, A), (S, B), (S, C), (S, D), (S, a), (S, b), (S, c), (S, d), (S, \varepsilon), (A, (aSa)), (B, (bSb)), (C, (cSc)), (D, (dSd)) \}$

Kontextfrei

Dies gilt, da für alle $(\alpha, \beta) \in P$ gilt, dass $\alpha \in V$ ist. Dementsprechend ist die Grammatik Kontextfrei.

$L = L(G)$

Dies zeigen wir, indem wir zeigen, dass alle $w' \in L(G)$ exakt die Bedingung von L erfüllen.

Sei $w \in L$ beliebig, so gilt für die Induktion:

$$|w| = 1$$

In diesem Fall kann für w lediglich gelten $w \in (\{\emptyset, \varepsilon\} \cup \Sigma)$. Von $w = \emptyset$ oder $w = \varepsilon$ gilt sowohl, dass sie in L sind, als auch dass sie in $L(G)$ sind, denn diese sind in jeder Grammatik. (I= ????? Don't know just guessed) Für $w \in \Sigma$ gilt dass diese in L sind, da ein Buchstabe umgedreht weiterhin der selbe ist. Zudem gilt, dass dieser in $L(G)$ ist, da für $(S, X) \in P$ gilt, dass jedes Element aus Σ in X ist. Dementsprechend gilt dies für solche w .

Induktionsvoraussetzung: $|w| = n$

$\forall w \in L(G) : w \in L$ (Ist das die richtige Behauptung?)

Induktionsschritt: $|w| = n + 1$

zu Zeigen

5.3

Um zu zeigen, dass eine Sprache kontextfrei ist zeigen wir, dass es eine Grammatik gibt die Kontextfrei ist und diese Sprache erzeugt. Diese definieren wir wie folgt:

$$\begin{aligned}
 X^n &= \bigcup_{n \in \mathbb{N}_{\geq 0}} \{a^i b^j \mid \exists i, j \in \mathbb{N}_{\geq 0} : i + j = n\} \\
 Y^n &= \bigcup_{n \in \mathbb{N}_{\geq 0}} \{c^i d^j \mid \exists i, j \in \mathbb{N}_{\geq 0} : i + j = n\} \\
 V &= X^n \cup Y^n \cup S \text{ mit } n \in \mathbb{N} \\
 \Sigma &= \{a, b, c, d\} \\
 X'^n &= \bigcup_{n \in \mathbb{N}_{\geq 0}} (|^{X \in X^n} X) \\
 Y'^n &= \bigcup_{n \in \mathbb{N}_{\geq 0}} (|^{Y \in Y^n} Y) \\
 P &= (S, (\bigcup_{n \in \mathbb{N}_{\geq 0}} X^n Y^n)) \cup X'^n \cup Y'^n \\
 G &= (V, \Sigma, P, S)
 \end{aligned}$$

G erzeugt L

Seien $m, n \in \mathbb{N}_{\geq 0}$ beliebig und $p \in \mathbb{N}_{\geq 0} : p \leq m + n$ so gilt zu zeigen, dass ein Wort $w \in L$ mit solchen m, n, p und dem sich daraus ergebenden q erzeugt werden kann. Sprich, dass $w \in L(G)$ ist, es gibt also eine Resolution die dieses Wort als Ergebnis hat.

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow X^{m+n} Y^{p+q} \\
 &\rightarrow a^m b^n c^p d^q
 \end{aligned}$$

Dementsprechend ist jedes Wort aus w auch in $L(G)$, also erzeugt $G L$.

G ist kontextfrei

zu Zeigen

5.4