

11.2

1.

Sei f wie in der Definition zu primär-rekursiv so ergeben sich für g und h

$$\begin{aligned} g(x) &= c_1^{(1)} \\ h(x, y, z) &= x \cdot z \end{aligned}$$

Somit gilt $f = PR(c_1^{(0)}, Komp(\cdot, p_1^{(3)}, p_3^{(3)}))$.

2.

Für diese Aufgabe definieren wir uns die Hilfsfunktionen $Minus : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{N}$, welche die zweite Eingabe von der ersten subtrahiert sofern die erste größer als die zweite ist und ansonsten 0 ausgibt und $Decrement : \mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{N}$, welches die Eingabe um einen verringert.

Hierbei sei

$$\begin{aligned} decrement &= PR(c_0^{(0)}, p_2^{(2)}) \\ minus &= Komp(PR(p_1^{(1)}, Komp(decrement, p_1^{(3)})), p_2^{(2)}, p_1^{(2)}) \end{aligned}$$

f lässt sich dann wie folgt angeben:

$$f = Komp(+, Komp(minus, p_1^{(2)}, p_2^{(2)}), Komp(minus, p_2^{(2)}, p_1^{(2)}))$$

3.

Sei f hier gegeben als $f = PR(c_0^{(0)}, c_1^{(2)})$

11.3

1.

Sei $bininv$ die Funktion die das binäre Inverse zurück gibt definiert als

$$bininv = PR(c_1^{(0)}, c_0^{(1)})$$

Dann ist divides genau das binäre Inverse zu modulo, dementsprechend gilt

$$divides = komp(bininv, komp(mod, p_1^{(2)}, p_2^{(2)}))$$

2.

Für diese Funktion definieren wir eine Hilfsfunktion $sumdiv : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, welche im Grunde $sumdiv(x, y) = \sum_{i=0}^y divides(i, x)$ ausführt und wie folgt definiert ist

$$sumdiv = PR(c_0^{(1)}, Komp(+, p_3^{(3)}, Komp(divides, p_2^{(3)}, p_1^{(3)})))$$

Dann lässt sich prime definieren als

$$prime = komp(bininv, komp(decrement, komp(sumdiv, p_1^{(1)}, komp(decrement, p_1^{(1)}))))$$

11.4