10.2

x ÷ y

```
x := x + 1;
LOOP x
#  Increase z unless x == 0
  k := 0;
  LOOP x DO k := 1 END
  LOOP k DO z := z + 1 END
#  Substract divisor from dividend
  LOOP y DO x := x - 1 END
END
z := z + 1;
```

x mod y

```
# get clones of variables for calculation
LOOP x DO a := a + 1 END
LOOP y DO b := b + 1 END
a := a + 1;
LOOP a
#  Increase z unless a == 0
  k := 0;
  LOOP a DO k := 1 END
  LOOP k DO z := z + 1 END
#  Substract divisor from dividend
  LOOP b DO a := a - 1 END
END
z := z + 1;
LOOP z DO
  LOOP y DO
    j := j + 1;
  END
END
LOOP j DO x := x - 1; END
```

10.3

Sei P das gegebene Programm und beschreibe P_n die nte Programmzeile und $P_{n,m}$ das Teilprogramm von der nten bis zur mten Programmzeile, so gilt:

Sei k der kleinste Wert für den $pr_1([P_{6,12}]^k(n+1,0,1,n,0)) = 0$ gilt.

$$
\begin{aligned}
[P](n,0,0,0,0) &= [P_{2,14}](n+1,0,0,0,0)\\
&= [P_{3,14}](n+1,0,0,0,0)\\
&= [P_{4,14}](n+1,0,1,0,0)\\
&= [P_{5,14}](n+1,0,1,n,0)\\
&= [P_14]([P_{5,12}](n+1,0,1,n,0))\\
&= [P_14]([P_{6,12}]^k(n+1,0,1,n,0))
\end{aligned}
$$

$[P_{6,12}]$ ist hierbei definiert als

$$
\begin{aligned}
[P_{6,12}](n,m,o,p,0) &= [P_{7,12}](n,m+1,o,p,0)\\
&= [P_{8,12}](n,m+1,o,p,0)\\
&= [P_{11,12}]([P_9]^{m+1}(n,m+1,o,p,0))\\
&= [P_{11,12}](n,m+1,o,p,o\cdot(m+1))\\
&= [P_{12}](n,m+1,o\cdot(m+1),p,o\cdot(m+1))\\
&= (n,m+1,o\cdot(m+1),n-o\cdot(m+1),o\cdot(m+1))
\end{aligned}
$$

Insgesamt berechnet [P](n) das kleinste m für das gilt $n \leq m!$.

10.4

Um zu zeigen, dass jede $While$-berechenbare Funktion $While_0$-berechenbar ist, muss für jede Teilfunktion aus dem $While$ Programm, die es nicht in der $While_0$ definition gibt ein äquivalentes Teilprogramm in $While_0$ From gefunden werden.

Zu zeigen ist:

$$X_i := 0 \leftrightarrow X_i := 0 - 1 \tag{1}$$
$$X_i := X_j + X_k \leftrightarrow X_i := X_j;\ \text{loop } X_k \text{ begin } X_i := x_i + 1 \text{ end;} \tag{2}$$
$$X_i := X_j - X_k \leftrightarrow X_i := X_j;\ \text{loop } X_k \text{ begin } X_i := x_i - 1 \text{ end;} \tag{3}$$
$$X_i := X_j \leftrightarrow X_i := x_j + 1;\ X_i := X_i - 1; \tag{4}$$
$$X_i \text{ begin } Q \text{ end} \leftrightarrow X_k := X_i;\ \text{while } X_k > 0 \text{ do begin } Q;\ X_k := X_k - 1 \text{ end} \tag{5}$$