Lógica Computacional

LEI, 2023/2024
FCT UNL

Aula Prática 2

Semântica da Lógica Proposicional:
Álgebra de Boole, tabelas de verdade, e noção de consequência semântica.

1. Prove os seguintes resultados sobre álgebras de Boole.
   (a) $b \oplus (\ominus b) = 1$, para qualquer $b \in \mathcal{B}$
   (b) A multiplicação é comutativa.
   (c) A adição é associativa.
   (d) A multiplicação e a adição são mutuamente distributivas, à esquerda e à direita.
2. Construa tabelas de verdade para indicar a natureza das seguintes fórmulas, sabendo que $\{p, q, r\} \subseteq P$
   (a) $p \vee \neg p$
   (b) $p \to (p \vee q)$
   (c) $(p \vee p) \to p$
   (d) $(p \wedge q) \to p$
   (e) $p \wedge \neg p$
   (f) $p \to (q \to p)$
   (g) $\neg(p \vee q) \to \neg p$
   (h) $\neg p \to (p \to q)$
   (i) $(q \to r) \to ((p \wedge q) \to r)$
   (j) $p \wedge q$
   (k) $(p \to q) \to (p \to (q \vee r))$
   (l) $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$
   (m) $((p \to q) \wedge \neg q) \to \neg p$
   (n) $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$
   (o) $p \vee (q \wedge r)$
   (p) $p \leftrightarrow \neg\neg p$
   (q) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$
   (r) $(p \leftrightarrow q) \to ((p \wedge r) \leftrightarrow (q \wedge r))$
   (s) $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$
   (t) $(p \to q) \wedge (p \wedge \neg q)$
   (u) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

(v) $(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

(w) $(p \vee q) \rightarrow q$

(x) $(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

(y) $(p \wedge q) \wedge \neg p$

3. Verifique se são verdadeiras ou falsas as afirmações seguintes.

(a) $\{\neg(p \wedge q), p\} \models \neg q$ $\quad \neg p \vee \neg q \, , \, p \qquad \neg q$

(b) $\{\neg(p \vee q), p\} \models \neg q$

(c) $\{\neg(p \rightarrow q), \neg q\} \models q$

(d) $\{\neg(p \rightarrow q), \neg q\} \models \neg p$

(e) $\{p \rightarrow q, \neg p \rightarrow q\} \models q$

(f) $\{p \rightarrow q\} \models (r \wedge p) \rightarrow q$

(g) $\{p \rightarrow q\} \models p \rightarrow (r \wedge q)$

(h) $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r\} \models r$

(i) $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r\} \models p \rightarrow r$ $\quad \boxed{\neg p} \vee \cancel{\boxed{q}} \quad \cancel{\boxed{\neg q}} \vee \boxed{r} \qquad \neg p \vee r \models p \rightarrow r$

(j) $\{p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow s\} \models r \wedge s$

(k) $\{p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow s\} \models r \vee s$

(l) $\{p \rightarrow q\} \models \neg p \vee q$

(m) $\{\neg p \vee q\} \models p \rightarrow q$

(n) $\{p \rightarrow (r \wedge q), (s \vee q) \rightarrow r\} \models r \rightarrow p$