LIS:

$X = \langle 6, 4, 7, 3, 5, 9, 11, 8, \underset{8.1}{\_}\ \underset{8.2}{\_}\ \underset{8.3}{\_}\ \underset{8.4}{\_} \dots \rangle$

- Problemi validi fino a 8:

  4, 7, 9, 11 }
  6, 7, 9, 11 } tra altre

- Con 8.1 8.2 8.3 ...

  3, 5, 8, 8.1, 8.2 ....

* A differenza della LCS:

Nella LIS → non "l'aggiungo" qualcosa alla migliore fino ad ora.

↓

NON È SEMPRE VERO!

Magari la soluzione non è nell' "ottimo trovato fino ad ora".

PROBLEMA AUSILIARE: Trovare sottosequenze crescenti:

n → "a quale soluzione posso aggiungerlo?"

passo passo creo la tabella:

- 6 L = 1
- 4 L = 1
- 6, 7 L = 2
- 4, 7 L = 2

- 3 L = 1

5:

- 4, 5 L = 2
- 3, 5 L = 2

9:

....

⇒ TROPPO TEMPO.

9:) 6, aggiungo 9 L = 2

4, aggiungo 9 L = 2

6,7 aggiungo 9 $L = 3$

....

lunghezza della

meglio segnarsi "più lunga sottosequenza compatibile con 9"

$= 3 \to$ risultante sarà lunga 4.

l'originale era "quanto è lunga la LIS di X?"

PROBLEMA AUS:

$\forall x_i \to$ "quanto è lunga la più lunga sottoseq. crescente che termina in x_i."

questo è relativo a x_i.

Ho migliorato ma prendendo per $x_i \to$ la "lungh...."

più piccolo? +1

$X = \langle 6, 4, 7, 3, 5, 9, 11, 8 \rangle$ 8.1 8.2 - -

1 1 2 1 2 3 4 3 4 ....

$\max \{ 2 \; 2 \}$ (+1 = 2, +1 = 2)

... così per gli altri, risulta?

$\max \{2, 3, 4\}$

$\Rightarrow$ Mantengo le informazioni su tutti i precedenti.

Approccio: → "non trovo la più lunga in generale"
→ "la più lunga che termina in x_i"

$Z^{(1)}$ = "sottosequenza che finisce con x_1".
$Z^{(2)}$ = "sottosequenza che finisce con x_2".
→ "migliori compatibili con x_i"
↓
magari miglioro! Per questo mi serve!

Soluzione $\forall x_i$ → calcolo $Z^{(1)} \dots Z^{(i-1)}$ e alla fine arrivo a:
↓
$$Z^{(i)} = \max \{ Z^{(j=1)} \dots Z^{(j=i-1)} \mid x_j \text{ compatibile con } x_i + 1 \}$$
↓
Soluzione generale.

RICORDIAMO → il massimo del $\{\emptyset\} = 0$ (banalmente).

OCCHIO: Z^i non è Z^{i-1} + qualcosa X

Z^i si calcola rispetto a TUTTI I PRECEDENTI GIÀ CALCOLATI

VARIABILE UTILIZZATA:

$C[i]$ = lunghezza della più lunga sottosequenza crescente $\underbrace{\text{compatibile ad } x_i}_{\text{"termina in } x_i\text{"}}$.

$\downarrow$

intero

PASSAGGI RICORSIVI:

* **Caso base** : $C[1] = 1$; $\Rightarrow$ non ha bisogno di controllo

* **Caso passo**: $C[i] = 1 + \max\{C[j]\}^{*}$ $\underbrace{x_j < x_i, \; 1 \leq j < i}_{\text{qui sto mettendo un "filtro"}}$

$^{*}\max\{\phi\} = 0.$

Soluzione $\rightarrow$ * dove trovo la risposta? $\rightarrow$ C_{i_j}.

$\max\{1 \ldots n\}$ dell' Array riempito

$\downarrow$

qui sto trovando il "max" di tutte quelle calcolate.

Non c'è un $\rightarrow$ "migliore fino ad ora" $\rightarrow$ lo porto avanti e so che quello è il migliore.

C'è un $\rightarrow$ calcolo il migliore x il sotto-problema corrente.

una volta finito $\rightarrow$ il massimo tra i considerati è la soluzione.

CODICE :

```
        maxtot = 0;
Θ1      C[1] = 1;

        // Calcolo ogni Ci
Θ(n)    FOR i=2 TO n : {

            max = 0;

            FOR j = 1 TO i-1; {

                IF C[j] > max AND X[j] < X[i] {
                    max = C[j].  -> massimo compatibile con Ci
                }
            }

            C[i] = max + 1;
            IF (Ci > maxtot)      Θ(n)
                maxtot = C[i];
        }

        return maxTot.
```

"migliore e compatibile"

$\frac{n(n+1)}{2} = \Theta(n^2)$

So quanto è lunga, non so però quale sia.

1) Risalgo, salvata la casella maxtot → gli elementi compatibili a ritroso.

Simbolo 15 → 12 → 11 → 9 → 8 ... → 1
|| || || || ||
Lunghezza 7 6 5 4 3

2) Posso usare una struttura dati:

$S[i] = 0, 0, 1, 0, 2, 3,$
↑
Sono gli indici dei numeri che fanno parte della sequenza.

TEMPO = $\Theta(n^2)$ **SPAZIO** = $C[i]$ ⇒ posso ridurre lo spazio? Nope
↓
$\Theta(n)$

$\langle 6, 4, 7, 3, 5, 9, 11, 8 \rangle$
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1 1 2 1 2 3 4 3

max.t: 4 :D

PROBLEMA AUSILIARE A LIS:

Con ogni elemento x_i di "•" uguale a:

"lunghezza della LIS considerando tutti i simboli compatibili con x_i ed x_i stesso."

COMP? YES

1 + MAX {4,3}

1 + MAX {6,4,7…5}

… E COSÌ GLI ALTRI

$X = \langle 6, 4, 7, 3, 5, 9, 11, 8 \rangle$ 8.1, 8.2, 8.3

$\bullet = \langle 1, 1, 2, 1, 2, 3, 4, 3$, <u>4, 5, 6</u>

migliorano la

= 1 + lunghezza della <u>più lunga sotto seq.</u> <u>crescente compatibile a x_i</u>.