LICS: Longest increasing common subsequence.

Istanza: X e Y

Soluzione: più lunga sottoseq. crescente di X e Y.

Ci basiamo su LIS. * n.b a fondo pagina

Problema ausiliario: "lunghezza di una più lunga sotto sequenza compatibile"...

- **compatibilità**:

DIFFERENZA CON LCS.?

So che in LCS → tutto dipende dagli el. in coda

non devo "attaccare" niente.

in LIS

Se $x_i = y_J$: $S^{i,J} = \langle \_ \_ \_ \mid x_i \rangle$

$\to \{x_i\} + \langle \text{compatibile} \rangle$

x_{i+1} devo attaccarlo

t.c. $x_{i+1} < x_i$

* manca informazione

$S^{h,k} \to$ simbolo $< x_i$ e in più $\in X$ e Y.

- qua introduco un problema ausiliario / vincolato.

Sout: una più lunga LIS crescente di X e Y, e che termina con l'ultimo simbolo sia di X, che di Y. SE COINCIDONO.

SOTTOPROBLEMA: X_i Y_J $(i, J) \to$ che ne abbiamo $n+1 \cdot m+1$ etc..

Soluz.: $X \to X_i$, $Y \to Y_J$] prefissi, terminano con lo stesso x_i.

* Voglio S^{ij} termini sia con x_i che y_J.
* Se S^{ij} sono diversi $\rightarrow$ $S^{ij} = \varepsilon$.

Ci "aggancio" $S^{h,k}$ $\rightarrow$ più lunga dei sotto problemi, che termina con x_h compatibile.

Quindi dell'insieme:

$S^{i,J}$ con $x_i = y_J$ $\rightarrow$ x_i lo aggancio con:

$\max \{$ compatibile con x_i e che ha ultimo simbolo $\in X$ e $Y \}$

FORMULAZIONE RICORSIVA:

Caso base:

Se $i=0$ e $J=0$ $\quad S^{ij} = \varepsilon$

Passo:

Assumo di aver già risolto i sottop. più piccoli:

Se $x_i \neq y_J$ $\quad S^{ij} = \varepsilon$

Se $x_i = y_J$ $\quad S^{ij} = < S^{hk}$ più lunga fra tutte le $| \, x_i >$

$\int^{s,t}$ t.c. $x_s < x_i$

y_t

y_J

VARIABILE LUNGHEZZA:

$c_{iJ} \mapsto$ lunghezza della più lunga sottoseq. crescente di x_i e y_J e che termina con x_i e y_J contemporan. (se questi coincidono).

(i, J) con $i = 0 \vee J = 0$ $\quad c_{0,0} = 0$

(i, J) con $i > 0 \vee J > 0$ $\quad c_{i,J} = 0$ se $x_i \neq y_J$

(i, J) con $i > 0 \vee J > 0$

$$c_{i,J} = 1 + \max \{ c_{s,t} \mid 1 \leq s < i \quad 1 \leq t < J \text{ t.c. } x_s < x_i \}$$

se $x_i = y_J$ dove $\max \emptyset = 0$

RICORR.

$$c_{iJ} = \begin{cases} 0 & \text{se } x_i \neq y_J \\ 1 + \max \{ c_{s,t} \mid 1 \leq s < i \wedge 1 \leq t < J \text{ t.c. } x_s < x_i \} \end{cases}$$

$\max \emptyset = 0$

* Non uso mai riga 0 e colonna 0.

↓ $i>0 \wedge j>0$

(i,j) sottop.

$$C_{ij} = \begin{cases} \boxed{0} & \text{se } x_i \neq y_j \\ 1 + \max\{\ldots\} \end{cases}$$

→ Nel c.b. stanno tutte le

* i,j con $x_i \neq y_j$ perché so imm. che sono $= 0$.

$i>0$ e $j>0$

// Calcolo lunghezza.

PD-LCS (X, Y, m, n)

max = ∅ → "RICOSTRUZIONE"

for $i = 1$ to m

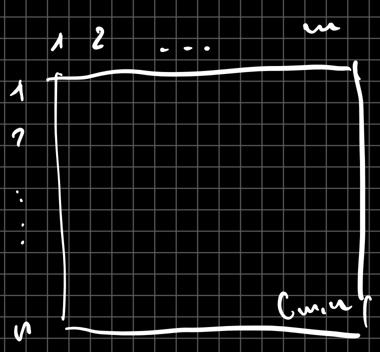
for $j = 1$ to n

```
if (X[i] ≠ Y[j]) {
    C[i,j] = 0;
}
else {
    tmp = 0   → contiene max
```

B.

```
        for s=1 to i-1 {
            for t=1 to j-1 {
                if (x_s < x_j ∧ C[s,t] > tmp)
                    tmp = C_st.
                }
            }
        }
        C_ij = 1 + tmp;
    }
} . if C_ij > max → max = C_ij
}
```

Riempio e sono ok!



TORNO AL PROBL. DI ORIGINE.

→ $\max\{C_{ij}\}$ = ottimo.

$$\left.\begin{array}{l} 1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n \end{array}\right] \Rightarrow$$ prendo il v. max.

$\boxed{\text{X UN:}}$ RICOSTRUIRE LA SEQ. SOLUZIONE.

ISTANZA: X e Y su alfabeto Σ

SOLUZIONE: (lunghezza di) una più lunga sottoseq. di X e Y, nella quale non appaiono mai 2 simboli consec. uguali.

$X = \langle a, b, c, c, d, e, h \rangle$

$Y = \langle a, y, c, c, d, x, e, h \rangle$ → uguale a prima, ma cambio la compatibilità.

$$c_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } x_i \neq y_j \\ 1 + \max \{ c^{s,t} \mid 1 \leq s < i \wedge 1 \leq t < j \text{ t.c. } \overset{\text{simbolo}}{\overset{\uparrow}{s_t}} \neq x_i \} \end{cases}$$

- Variabili del problema.
- Formulazione ricorsiva
- Formulazione rispetto alle variabili del problema
- Algoritmo.
- Dimostrazione della sottostruttura ottima

! Quando capisco di dover usare un sottopb?

> Quando preso S_{ij} → questo posso "collegarlo" ad una soluz. già trovata (giusto), ma non é garantito che SIA L'OTTIMO.

perché → andando più avanti una S_{hk} NON COMPATIBILE con S_{ij} → può essere migliore.

Quindi: x ognuna S_{ij} risolvo e salvo. Alla fine confronto tutto.

Es:

$\langle \boxed{1, 2, 3, 4, 5}, 20, \underbrace{6, 7, 8, 9, 10}_{S_{ij}} \rangle$

comp! $\langle 1, 2, 3, 4, 5, 20 \rangle$

non comp con S_{ij}, MA MI PORTA AD UN OTTIMO MIGLIORE.