FIBONACCI: iterativo effic. → bastava (quello ricorsivo puro era didattico)

$$= T(n) = \Theta\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

la soluzione era una "ricorsione bottom-up" → iterazione che "mima" la ricorsione con un buffer. → $T(n) = \Theta(n)$ e $S(n) = \Theta(n)$ per il buffer.

→ COSA DIVERSA QUANDO USEREMO LA PROGR. DINAMICA ⇒ L'ITER SARÁ INEFFICIENTE.

SEQUENZA → (DA LCS) HO UN ALFABETO Σ, SEQUENZA SULL'ALFABETO Σ CHIAMATA $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ $\forall i \in [1, n]\ x_i \in \Sigma$

ESEMPIO: Σ = "alfabeto italiano" $X = \{c, i, a, o, \dots\}$

$$\begin{array}{cccccc} c & i & a & o & \dots \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \dots \\ x_1 & x_2 & x_3 & & \dots & x_{\dots} \end{array}$$

SOTTOSEQUENZA → ($\neq$ SOTTOSTRINGA) DATA X SEQUENZA, LA SEQUENZA $Z = \langle z_1 \dots z_k \rangle$ NE É SOTTOSEQUENZA, SSE $\exists$ UNA SEQUENZA STRETTAMENTE CRESCENTE $\langle i_1, i_2 \dots i_k \rangle$ DI INDICI $(i_1 < i_2 < \dots < i_k)$ T.C. $\forall j \in [1, k]\ z_j = x_{i_j}$

$X = \langle a, b, c, b, d, a, b \rangle$ con $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ $\quad Z = \langle b, c, d, b \rangle$ con z_1, z_2, z_3, z_4

ESISTE UNA SEQ. TOT. CRESCENTE DI INDICI $\langle 2, 3, 5, 7 \rangle$ ($i_1\ i_2\ i_3\ i_4$)

(e così le atre)

MA NON SOTTOSTRINGA → PERCHÉ LA COMPARSA NON É "CONTIGUA" (COME PER Y)

ESEMPIO: $Z = \langle b, c, d, b \rangle$ ($z_1\ z_2\ z_3\ z_4$) 4 É SOTTOSEQUENZA DI $X = \langle a, b, c, b, d, a, b \rangle$ 7 I SIMBOLI DI Z SONO DENTRO X, MA NELL'ORDINE DI "COMPARSA".

UNA SOTTOSTRINGA È $\neq$. ES: $Y = \langle C, B, D \rangle$ ⇒ SOTTOSEQ. DI X E SOTTOSTRINGA.

$J = \langle C, C \rangle$ NON È SOTTOSEQUENZA DI X.

$K = \langle d, c \rangle$ NON È SOTTOSEQUENZA DI X

MOTIVAZIONE → BIOLOGICA, SEQUENZE DI DNA.

NOTAZIONE: $X = \langle x_1, \dots, x_n \rangle$ $n \neq 0$

$i \in [0, n]$ **PREFISSO** i-esimo di X, CHE SI INDICA CON X_i ⇒ INTENDO LA SEQUENZA FATTA DAI PRIMI i SIMBOLI DI X $_i = \langle x_1, x_2 \dots x_i \rangle$.

ESEMPIO:

$X = \langle a, b, c, b, d, a, b \rangle$ ($x_1\, x_2\, x_3\, x_4\, x_5\, x_6\, x_7$) $\quad n = 7 \qquad X_4 = \langle a, b, c, b \rangle$ ($x_1\, x_2\, x_3\, x_4$) $\qquad X_0 = \langle\ \rangle$ oppure ε (NOTAZIONE LC)

$X_1 = \langle a \rangle$ (x_1)

PROBLEMA LCS: LONGEST COMMON SUBSEQUENCE. DATE 2 SEQUENZE, DETERMINARE $\underbrace{\text{LA}}_{}$ PIÙ LUNGA SOTTOSEQUENZA COMUNE ALLE SEQUENZE DATE.

POSSONO ESSERE PIÙ DI UNA, MA NO UNA LUNGHEZZA MASSIMA

ISTANZA: 2 SOTTOSEQUENZE $X = \langle x_1, x_2 \dots x_m \rangle \quad Y = \langle y_1, y_2 \dots y_m \rangle \quad |X| = m \quad |Y| = n$

SOLUZIONE: Z SOTTOSEQUENZA SIA DI X CHE Y T.C.: $|Z| = \max\{|W| \mid W$ SOTTOSEQUENZA COMUNE A X e $Y\}$

ESEMPIO:

$X = \langle a, b, c, b, d, a, b \rangle \quad |X| = 7$

$Y = \langle b, d, c, a, b, a \rangle \quad |Y| = 6$

$\langle b, c, a \rangle$ è sottoseq. comune? Sì. È la più lunga? No.

$\langle b, c, a, b \rangle$ È PIÙ LUNGA → È ANCHE SOLUZIONE.

$\langle b, d, a, b \rangle$ È PURE LEI SOLUZ. DI LUNGHEZZA 4.

RISOLUZIONE (RAGIONAMENTI):

- PROVARE OGNI POSSIBILE SOTTOSEQ → CONTROLLO OGNI $\underset{\text{tutte le possibili combinazioni}}{\text{f}}$ CARATTERISTICA $X = \langle X_1 \dots X_m \rangle$ e $Y = \langle Y_1 \dots Y_n \rangle$

$\boxed{\text{LCS-ITER:}}$ →

```
lunghezza_max = 0;
for (i=1 to 2^m) {
  - genera la i-esima sottoseq. W di X
  - if (W é sottoseq di Y) {
      if (|W| > lunghezza_massima) {
          lunghezza_massima = |W|;
      }
    }
}
return lunghezza_massima.
```

$T(n) = \Omega(2^m)$ → insieme delle parti di X (possibili sottoseq)

PROSSIMI PASSAGGI:

1) INDIVIDUARE I SOTTOPROBLEMI $\}\ X_i\, Y_J$

2) INDIVIDUARE QUALI TRA I SOTTOPROBLEMI SONO CASO BASE → SOTTOPROBLEMA PIÙ SEMPLICE E CASO PASSO

$\langle\rangle\ \langle\rangle$; $\langle x_1 \dots x_n \rangle\ \langle\rangle$; $\langle y_1 \dots y_J \rangle\ \langle\rangle$

"**VERSO LA PROG. DINAMICA**": trova il sottoproblema ricorsivo.

(Ragionamento):

SOTTOPROBLEMA: X_{m-1} e Y_n ⇝ I SOTTOPROBLEMI LI OTTENGO RIDUCENDO LE LUNGHEZZE.

↓

* TUTTE LE COMB.:

$X_i\ \}$ tot. di $m+1$ *
$Y_J\ \}$ $\quad n+1$ *
SOTTOPROBLEMI

X_{m-1}, Y_{n-1} , X_{m-2}, Y_{n-2} , X_0, Y_0 , X_0, Y_n , ... etc...

PROBLEMA ESPRESSO IN RELAZIONE AI SOTTOPROBLEMI: $S^{(m,n)} = \dots S^{m-1,n-1} \dots S^{m,n-1} \dots$ etc...

ESERCIZIO RAGIONAMENTO (DIDATTICO, MANCA DIMOSTRAZIONE)

$X = \{C, A, I, M, A, N, O\} \qquad X = X_7 \qquad$ SOTTOPROBLEMI: 8×7

$Y = \{S, C, I, A, T, O\} \qquad Y = Y_6$

$Z = LCS(X, Y) = \langle C, I, A, O \rangle$ → SE $X_7 = X_6$

$\boxed{???}\ O$ = SOTTOPROBLEMA $X_6, Y_5 = \{\langle C, A, I, M, A, N \rangle, \langle S, C, I, A, T \rangle\}$

CONTENUTI :

- Definizione di
  - SEQUENZA
  - SOTTOSEQUENZA
  - PREFISSO
- PROBLEMA LCS
- APPROCCIO PROGRAMMAZIONE DINAMICA
  - 1 - DIVIDERE IN SOTTOPROBLEMI
  - 2 - TROVARE I SOTTOPROBLEMI "BASE"
  - 3 - COMBINARLI
- .... (PROX LEZIONE).

DA SAPERE:

* 3 DEFINIZIONI (RIGOROSE)
* ENUNCIARE RIGOROS. LCS
* PASSAGGI P.D.