LICS

p.b. aux = " una più lunga sottosequenza CRESCENTE di X e Y, che termina con x_m e y_n se questi coincidono ".

Teorema (proprietà della sottostruttura ottima).

Consideriamo il sottoproblema $C_{i,J}$ con $i,J > 0$.

Siano S^{11}, S^{12}, S^{13} .... etc ... fino a S^{iJ} le soluzioni dei sotto problemi più piccoli.

S^{iJ}, rispetto ai problemi più piccoli:
$$\begin{cases} S^{iJ} = \langle S^{hk\,*} \mid x_i \simeq y_J \rangle \\ S^{iJ} = \varepsilon \quad \text{se } x_i \neq y_J \end{cases}$$

$* \; S^{hk}$ = la soluzione (lunghezza) della più lunga sottoseq. crescente compatibile con $x_i \simeq y_J$. Con $1 \leq h < i \;\land\; 1 \leq k \leq J$

$\downarrow$

$x_h \simeq y_k < x_i \simeq y_J$

! Qualora non $\nexists \; S^{hk} \rightarrow$ non ho compatibili con S^{iJ} allora S^{hk} sarà la sequenza vuota.

Dimostrazione:

Caso 1) ovvio perchè discende dalla definizione S^{iJ}

Caso 2) $x_i = y_J$. $S^{iJ} = \langle S^{hk} \mid x_i \rangle$

ASSURDO:

La soluzione del problema $S^{iJ} \neq \langle S^{hk} \mid x_i \rangle$.
Allora $S = \langle S' \mid x_i \rangle$.

Siccome S è la soluzione del problema (i,J) necessariamente:

- S' è una sottosequenza comune con un qualche prefisso di X_i e Y_J.

- Inoltre, siccome S termina con $x_i = y_J$ tali prefissi saranno

X_h e Y_k con $h<i$ e $k<J$.

- Siccome S è crescente $\mapsto$ S' è crescente, ed il suo ultimo simbolo $< x_i$.

- $|S| > |\langle S^{h,k}, x_i\rangle|$
- $|S| = |\langle S', x_i\rangle| > |\langle S^{h,k}, x_i\rangle|$

Da qui si deduce che $|S'| > |S^{h,k}|$

S' CRESCENTE è una sottosequenza di X_h e Y_k.
termina con il suo ultimo simbolo, che è $< x_i$.

$S^{h,k}$ allora non è soluzione $\longrightarrow$ ASSURDO!
↓
$S^{h,k}$ x premesse è una delle sue soluzioni.

*** Formulazione rispetto alle lunghezze:**

$$c_{i,J} = \begin{cases} 0 & \text{se } x_i \neq y_J \\ 1 + |S^{h,k}| & \text{se } x_i = y_J \end{cases}$$

$$|S^{h,k}| = \max\{ c^{s,t} \mid 1 < s \leq i \land 1 < t \leq J \} \text{ con } x_s < x_i$$

$c^{s,t}$ = "tutte le soluzioni comuni crescenti compatibili"

Stampa → approccio $b_{i,J}$.

Algoritmo ricorsivo di stampa con b_{iJ}.

```
SEQUENZA_LICS ( x, y, b, i, J ) {

    if ( c i,J = 0 ) {


    } else {


        SEQUENZA_LCS (x, y, c, b ij ):
        print (xi);
```

\# in input gli passiamo $s_{i,J}$ max
\# non una qualsiasi

\# chiamata =

SEQUENZA_LCS (x, y, b, (i, J));

COPPIA MAX

}

ESEMPIO:

$x = \langle 2, 4, 7, 11, 21, 14, 1 \rangle$ $\quad m = 7$

$y = \langle 2, 7, 4, 23, 21, 14, 1, 8 \rangle$ $\quad n = 8$

LICS = $\langle 2, 7, 14 \rangle$ e $\langle 2, 7, 21 \rangle$ e $\langle 2, 4, 21 \rangle$

$c_{ij} \quad 1 \leq i \leq m \wedge 1 \leq j \leq n$

RISOLUZIONE PROBL. LUNGHEZZE:

	J=	1	2	3	4	5	6	7	8
		2	7	4	23	21	14	1	8
i = 1 →	2	$1_{0,0}$	0	0	0	0	0	0	0
2 →	4	0	0	$2_{1,1}$	0	0	0	0	0
3 →	7	0	$2_{1,1}$	0	0	0	0	0	0
4 →	11	0	0	0	0	0	0	0	0
5 →	21	0	0	0	0	$3_{2,2}$ *	0	0	0
6 →	14	0	0	0	0	0	$3_{2,3}$	0	0
7 →	1	0	0	0	0	0	0	$1_{0,0}$	0

* esempio calcolo del generico C_{ij}.

$\underbrace{1 + \max \{ c^{i-1, j-1} \}}$

quadrato blu ⇒ massim. tra le sott. sol.

* l'indice poteva essere 2,2 o 2,3 ma x come abbiamo scritto il codice → l'algoritmo prende la prima occorrenza del massimo

↑

$S^{5,5} = \langle S^{2,2} \mid 21 \rangle$ ⟶ TRA TUTTE È QUESTA LA SOL. PER

$S^{5,5} = \langle S^{2,3} \mid 21 \rangle$

$S^{6,6} = \langle S^{2,3} \mid 14 \rangle$

coppia max = 5,5

STAMPA INIZIA DA: SEQUENZA LCS (x, y, b, 5, 5)

Risalgo ricorsivamente, secondo l'algoritmo ottenendo

$\langle 2, 4, 21 \rangle$