

ENTROPIE EINES WIRTSCHAFTSSYSTEMS

Modellierung

Daniel Meiborg

SIA - Schüler-Ingenieur-Akademie



Frau Dr. Hardung, Herr Dr. Itzen, Hr. Vogelgesang
Schule Birklehof e.V.

2022/2023

Inhaltsverzeichnis

Modellierung	2
Einleitung	2
Ausgleichsterme	2
Agentenbasierter Markov-Prozess	2
Entropie	3
Beispiel	3
Vorteile	4
Probleme	4
Diffusionsbasierter Markov-Prozess	4
Beispiel	4
Vorteile	4
Probleme	5
Entropiebasiertes Wirtschaftssystem	5
Beispiel	5
Vorteile	6
Probleme	6
Markup Sprache	6
Evolutionäre Algorithmen	7
Beispiel	7
Vorteile	8
Probleme	8
Atomare Operationen	8
Beispiel	8
Vorteile	9
Probleme	10
Fazit	10
Ausblick	12
Quellen	12

Modellierung

Einleitung

Ein grundlegender Ansatz in der Wissenschaft besteht darin, komplexe Phänomene zu vereinfachen und in mathematische Modelle zu überführen. In den Wirtschaftswissenschaften gibt es eine Vielzahl von Modellen, die dazu dienen, wirtschaftliche Zusammenhänge abzubilden. Ein entscheidender Aspekt der in dieser Arbeit betrachteten und entwickelten Modelle ist, dass sie den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik erfüllen müssen. In diesem Kapitel werde ich mehrere Ansätze vorstellen, um Modelle zu entwickeln, die diese Anforderung erfüllen.

Ausgleichsterme

Die meisten der folgenden Modelle basieren auf die eine oder andere Weise auf Markov-Prozessen. Ziel ist es, ein Modell so für den zugrundeliegenden Sachverhalt zu erstellen, dass dieser Markov-Prozess den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik erfüllt. Nachdem das ein Spezialfall von Markov-Prozessen ist, ist es unwahrscheinlich, dass der erste Versuch dieses Kriterium erfüllt. Aus diesem Grund kann man modellkonforme Ausgleichsterme einführen. Diese dienen als Negentropie-Quelle oder als Entropieablage. Beispiele dafür befinden sich in Atomare Operationen.

Agentenbasierter Markov-Prozess

Bei einem agentenbasiertem Markov-Prozess versucht man, ökonomische Agenten (Staat, Banken etc.) annähernd zu modellieren. Agenten sind hier im Sinne der Spieltheorie als Entitäten, die mit ihrer Umwelt agieren können, zu verstehen. Der erste Schritt ist hier das Verhalten einzelnen Agenten mithilfe von z.B. Entscheidungsdiagrammen (siehe Beispiel) in eine Form zu übersetzen, die sich dann weiterverarbeiten lässt.

Im nächsten Schritt muss dieses Modell dann in einen Markov-Prozess umgewandelt werden. Eine Möglichkeit dafür ist die Bibliothek Entromatica [1].

Dieser Markov-Prozess lässt sich dann vergleichsweise einfach simulieren. Aus der daraus zu berechnenden Entropie (siehe Entropie) oder direkt aus der Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix kann man nun berechnen, ob der zwei-

te Hauptsatz der Thermodynamik gilt - was höchstwahrscheinlich nicht der Fall ist. Um weitere Analysen zu ermöglichen, müssen modellkonforme Ausgleichsterme eingeführt werden. Dementsprechend muss man das Ausgangsmodell sukzessive anpassen.

Entropie

Die Entropie wird hier wie bereits im Kapitel zu den theoretischen Grundlagen beschreiben anhand der Shannon-Entropie der möglichen Zustände definiert. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung X_0 ist zu Beginn bekannt, und die Entropie wird als Funktion über die Zeit dargestellt. Diesem Prinzip folgen auch alle anderen auf Markov-Prozessen basierenden hier vorgestellten Modelle.

Beispiel

Im Folgenden ist ein Diagramm zu sehen, was vereinfacht mögliche Zustände eines Kaufprozesses auf der Seite des Käufers und die jeweiligen Übergangswahrscheinlichkeiten darstellt. 'Stabil' bezeichnet hier den Ausgangszustand. In diesem Szenario entschließt sich der Agent von Zeit zu Zeit, ein Produkt zu kaufen, und erfährt dabei ab und zu Betrug. Das führt dann dazu, dass er für eine Zeit lang im 'Abbruch' Zustand feststeckt d.h. aufgrund der Betrugserfahrung vorsichtiger ist.

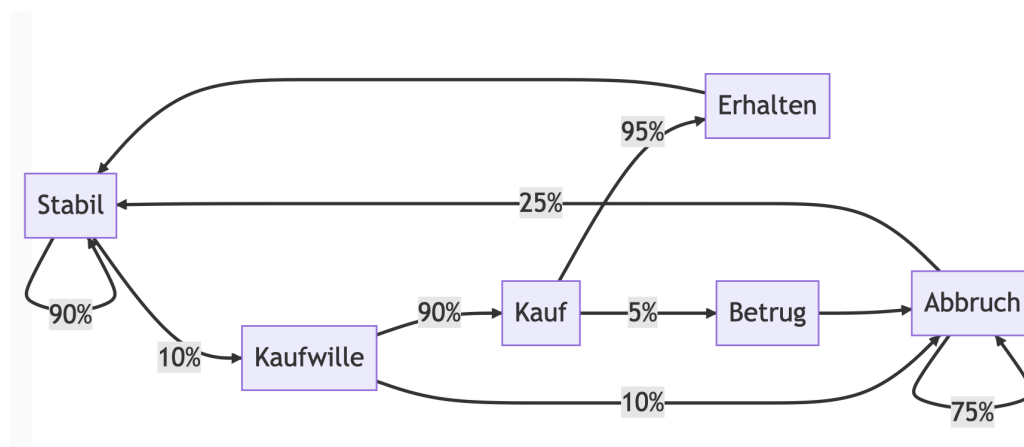


Abbildung 1: Beispiel agentenbasierter Markov-Prozess Modell, eigene Abbildung

Vorteile

Da ein tatsächliches Wirtschaftssystem ebenfalls aus einer Vielzahl an Agenten besteht, hat dieses System das Potential, bei idealer Umsetzung gute Ergebnisse zu liefern.

Probleme

Dabei treten jedoch einige Probleme auf: Zunächst einmal ist die Modellierung von menschlichen Agenten extrem aufwendig, schwierig oder schlicht unmöglich. Auch bei sehr simplen Systemen müssen eine Vielzahl an Parametern willkürlich gesetzt werden, da die Datenlage und die Verarbeitungskapazität in der Regel sehr limitiert sind. Des weiteren sind die Ausgleichsterme in Vergleich zu den folgenden Ansätzen schwieriger zu implementieren, da sie erfordern, dass entweder neue Agenten hinzukommen, oder bisherige ihre Entscheidungen radikal verändern, was die Aussagekraft des Modells weiter beeinträchtigt.

Diffusionsbasierter Markov-Prozess

Das Vorgehen bei diffusionsbasierten Markov-Prozessen ist ähnlich wie bei agentenbasierten Markov-Prozessen. Der Hauptunterschied besteht allerdings darin, dass anstatt alle Agenten weitestgehend einzeln zu modellieren, lediglich grobkörnig die Flüsse von Kapital bzw. Ressourcen angegeben werden. Da solche Austausche in der Regel auf einem Austausch bestehen, die genauen Zeitpunkte jedoch nur schwer vorausgesagt werden können, wird hier von Diffusion gesprochen.

Beispiel

Auf diesem Diagramm sind schematische Beziehungen zwischen ökonomischen Entitäten zu sehen. Im nächsten Schritt müssen hier Wahrscheinlichkeiten für Diffusion und Quantitäten angegeben werden.

Vorteile

Ein wesentlicher Vorteil dieses Ansatzes ist, dass Entscheidungen von Agenten von Anfang an als nicht vorhersagbar angenommen werden. Tatsächlich ist diese Unvorhersagbarkeit hier hilfreich, da Zufall für Markov-Prozesse ein

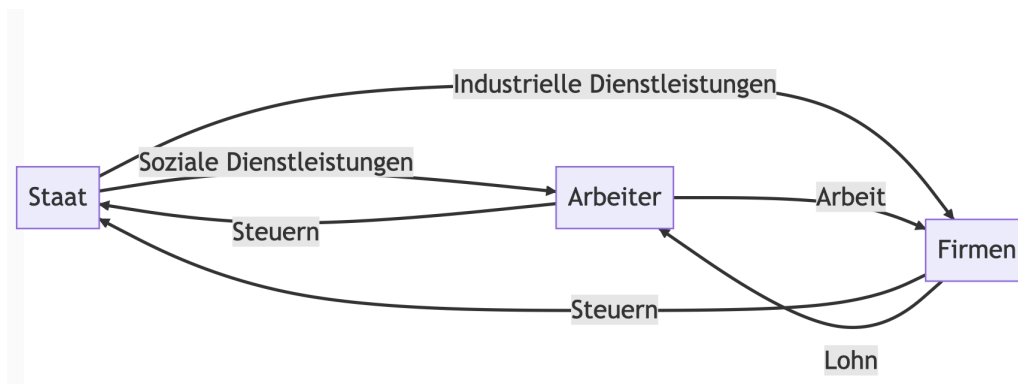


Abbildung 2: Beispiel diffusionsbasierter Markov-Prozess Model, eigene Abbildung

essentielles Element ist. Stattdessen werden lediglich die größeren Zusammenhänge beachtet.

Probleme

Allerdings kann bei dem Versuch, das Wirtschaftssystem auf einer niedrigeren Ebene zu modellieren, dieses Konzept in eine kompliziertere Version der agentenbasierten Version ausarten. Es muss also immer zwischen den beiden Ansätzen abgewogen werden.

Entropiebasiertes Wirtschaftssystem

Der nächste Ansatz besteht darin, lediglich diejenigen Teile der Wirtschaft zu betrachten, die sich selbst mit Wahrscheinlichkeiten beschäftigen. Dieses breite Feld umfasst alles von Versicherungen, Glücksspiel bis hin zu Kryptowährungen. Hier können sowohl reale Systeme betrachtet werden, als auch fiktive Wirtschaftssysteme, in denen beispielsweise reine Information eine Währung ist.

Beispiel

Ein Beispiel dafür ist ein virtuelles Pferderennen: In diesem ist die einzigen Information, die das ansonsten geschlossene System (z.B. ein Computer) verlässt, der (eindeutige) Gewinner. Bei 8 Pferden sind das 3 Bit Information.

Vor Beginn des Zufallexperiments gibt es also 3 Bit Ungewissheit; danach sind es 0 Bit (auf das Pferderennen bezogen). Nun kann man einen Markov-Prozess aus dem Pferderennen und Umgebung erstellen. Um diesen nach dem zweiten Hauptsatz zu modellieren (der, unseres Wissens nach, auf die Physik zutrifft), muss diese Pferderennen-Simulation dabei an mindestens 3 Bit Entropie zunehmen. Anhand des Landauer Prinzips lässt sich ein Minimum an Energie festlegen, welches benötigt wird, um ein Bit zu löschen. Die Argumentation ist mit dem Beispiel für die Thermodynamik im Kapitel über die theoretischen Grundlagen verwandt. Dieses wird mithilfe der Boltzmann Konstante berechnet: $E = k_B T \ln(2)$ [2]. Die 3 Bit entsprechen bei Raumtemperatur etwa $0,0175 \cdot 3 = 0,0525 eV$, die in Wärme konvertiert werden müssen. Bei einem Preis von etwa 0,33€/kWh 2022 in Deutschland [3] sind das etwa $8,714 \cdot 10^{-16}$ €, die der Ausgang mindestens wert ist. So könnte man in einer Gesellschaft prinzipiell Information als tatsächlichen Wertgegenstand einsetzen.

Vorteile

Da die Branche direkt an Wahrscheinlichkeiten orientiert ist, hat der Begriff der Entropie hier mehr Aussagekraft als bei den generischen agenten- oder diffusionsbasierten Modellen.

Probleme

Allerdings wird für reelle Wirtschaftszweige deutlich, dass die Entropie, die man bei der Spekulation erhält, in aller Regel nicht dem entspricht, was eine solche Berechnung ergeben würde, da solche Systeme nicht vollständig abgeschlossen sind und Information nach außen dringen kann.

Markup Sprache

Während die bisherigen Modellierungsmöglichkeiten darauf beruhen, ein bestimmtes Wirtschaftssystem zu modellieren und dessen die Entropie zu berechnen, wird bei diesem Ansatz gewissermaßen die Entropie aller möglichen Wirtschaftssysteme berechnet.

Im ersten Schritt wird dazu eine Markup Sprache definiert. Das kann beispielsweise ein XML Dialekt sein. Danach kann man für eine bestimmte maximale Länge eines solchen Dokuments i.e. Wirtschaftssystems die Anzahl

an allen möglichen verschiedenen Systemen berechnen. Hierbei muss die tatsächliche Struktur verschieden sein, nicht nur die Benennung der Variablen. Wenn man alle Dokumente als gleich wahrscheinlich annimmt, kann man damit den Informationsgehalt eines einzelnen Dokuments berechnen.

Evolutionäre Algorithmen

Optional kann man den so berechneten Informationsgehalt mit beispielsweise genetischen Algorithmen kombinieren, um eine Veränderung der Wahrscheinlichkeiten über Zeit zu erhalten. Hier würde man verschiedener solcher Systeme mutieren lassen, und die Veränderung der Entropie betrachte. Da zu Beginn alle möglichen Systeme als gleich wahrscheinlich angenommen werden, sinkt demnach die Entropie, wenn sich einzelne Wirtschaftssysteme als effektiver herausstellen. Wie in dem Beispiel für entropiebasierte Wirtschaftssysteme illustriert, lässt sich daraus auch die Menge an Information bzw. Energie berechnen, die dafür aufgewendet werden muss. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass man eine Funktion definieren kann, die die Effektivität eines Wirtschaftssystems berechnet.

Beispiel

```
<economy>
  <agents>
    <agent id="A1" type="producer" capacity="100" />
    <agent id="A2" type="consumer" />
    <agent id="A3" type="producer" capacity="50" />
  </agents>
  <products>
    <product id="P1" producer="A1" />
    <product id="P2" producer="A3" />
  </products>
  <connections>
    <connection type="market" producer="A1" consumer="A2"
      product="P1" quantity="50" price="10" />
    <connection type="market" producer="A3" consumer="A2"
      product="P2" quantity="25" price="5" />
    <connection type="gift" producer="A1" consumer="A2"
      product="P1" quantity="10" />
```



```

    <connection type="loan" lender="A2" borrower="A3"
        amount="100" interest_rate="0.05" />
  </connections>
</economy>

```

Vorteile

Der wesentliche Vorteil hier ist, dass man die Entropie der *Struktur* der Wirtschaftssysteme berechnen kann anstatt die Entropie ihres Verhaltens. Dadurch muss man nicht den schwierigen Schritt gehen und die einzelnen Agenten simulieren.

Probleme

Allerdings kann ohne weitere Modifikationen der 2. Hauptsatz der Thermodynamik nicht angewendet werden, da die Dokumente kein Markov-Prozess sind. Ein Ansatz, dieses Problem zu umgehen besteht in Evolutionäre Algorithmen.

Atomare Operationen

Im Gegensatz zu den bisherigen Modellen werden hier mikroökonomische Prozesse anstatt von makroökonomischen Strukturen betrachtet. Anstatt die Struktur eines Wirtschaftssystems zu analysieren, versucht man einfache ökonomische Prozesse mit Markov-Prozessen zu modellieren und wenn nötig Ausgleichsterme einzuführen.

Beispiel

Eine solche atomare Operation könnte zum Beispiel die Produktion von Gütern aus Rohstoffen sein. In dem folgendem Diagramm kann man einen solchen Prozess sehen. Es gibt in diesem Markov-Prozess zwei Gruppen von Zuständen: *Rohstoff* und *Produkt*. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist unbekannt, welcher der drei möglichen Zustände R1, R2 oder R3 von dem Rohstoff tatsächlich eingenommen wird d.h. alle haben eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ und die Wahrscheinlichkeitsverteilung damit die Entropie $H(X_0) = \text{ld}(3)$. Diese Zustände können der molekularen Struktur von beispielsweise Kohle entsprechen. Während die Struktur von Kohle relativ undefiniert ist, kann man die die Struktur von z.B. Graphen deutlich genauer bestimmen. Zum Zeitpunkt

$t = 1$ wechseln diese Zustände zufällig entweder zu P1 oder P2. Die Entropie ist somit $H(X_0) = \text{ld}(2) = 1\text{bit}$.

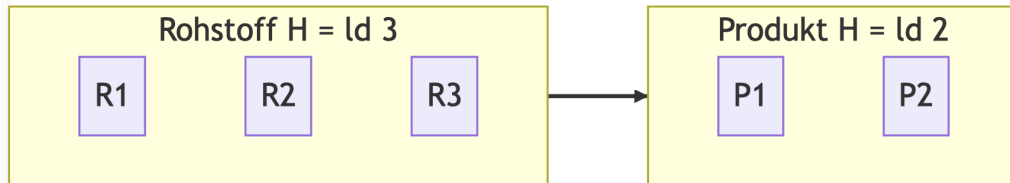


Abbildung 3: Beispiel atomare Operationen Modell, Basismodell Produktion, eigene Abbildung

Um den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zu erfüllen, kann man nun das Modell auf mehrere Arten erweitern. Eine solche Möglichkeit ist die Einführung von Energie als Edukt (z.B. in Form von Photonen). Hier ist es wichtig zu beachten, dass ein R1, R2, R3 und E1 keine getrennten Zustände sind, die die Edukte einnehmen können, sondern ein konkreter Zustand des Markov-Prozesses aus der Kombination (R1, E1), (R2, E1) oder (R3, E1) besteht. Dementsprechend bleibt die Gesamtentropie von X_0 gleich. Basis für die Annahme der geringen Anzahl an Zuständen der 'Energie' ist, dass es weniger Zustände für beispielsweise Photonen gibt (um genau zu sein $H = k(1 - \ln(f_r))$ mit f_r die Photonenverteilung und k die Boltzmann Konstante [4]) als für eine bestimmte Menge von z.B. Kohle. Die Zugabe von Energie bedingt i.d.R. eine höhere Quantität an Produkten. Da es auf der Produktseite nun 4 Zustände gibt (P1_1, P2_1), (P1_1, P2_2), (P1_2, P2_1), (P1_2, P2_2), beträgt die Entropie von X_1 $H(X_1) = \text{ld}(4) = 2\text{bit}$.

Eine andere Möglichkeit ist Abfall. Dabei wird angenommen, dass bei der Produktion eine gewisse Menge an undefinierbarem Abfall entsteht. Dieser hat hier eine hohe Anzahl an möglichen Zuständen (5). Das Entropieverhältnis ist hier also $H(X_0) = \text{ld}(3) \approx 1,585\text{bit}$ und $H(X_1) = \text{ld}(2 \cdot 5) = \text{ld}(2) + \text{ld}(5) \approx 3,322\text{bit}$.

Vorteile

Im Gegensatz zu den anderen Modellen ist dieser Ansatz vergleichsweise anschaulich und nachvollziehbar. Des Weiteren muss man dazu nicht das Verhalten von Agenten voraussagen, was die Umsetzbarkeit dramatisch erhöht.

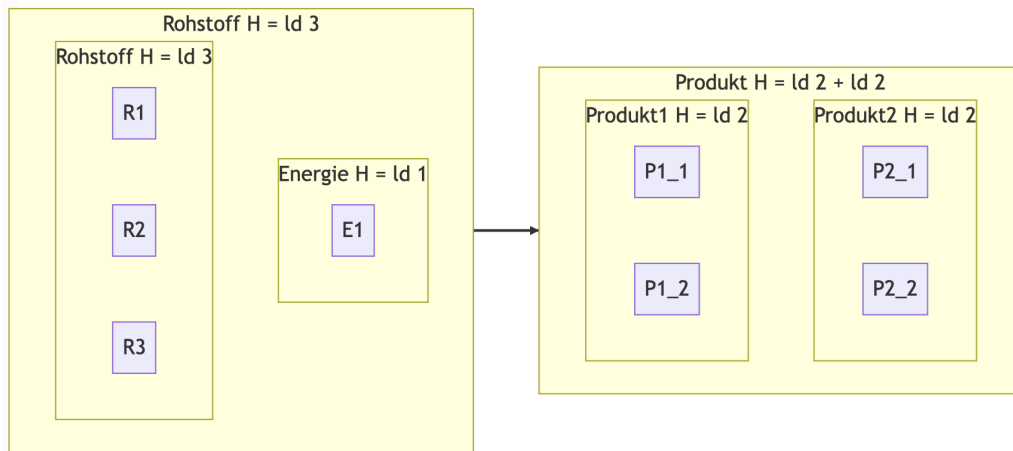


Abbildung 4: Beispiel atomare Operationen Modell, Modell Produktion mit Energie, eigene Abbildung

Probleme

Allerdings ist dieser kleinschrittige Ansatz kaum umsetzbar auf einer makro-ökonomischen Ebene. Hier verschwimmen auch die Grenzen zu den ersten beiden Modellen.

Fazit

Agenten- und diffusionsbasierte Modelle sind also geeignet um die Entropie des Verhaltens eines einzelnen Wirtschaftssystems zu analysieren. Für den Vergleich der Struktur hingegen ist eine Markup Sprache eher geeignet. Mit atomaren Operationen kann man ökonomische Prozesse auf einer niedrigeren Ebene betrachten.

Agenten- und diffusionsbasierte Modelle bieten geeignete Ansätze, um die Entropie des Verhaltens eines einzelnen Wirtschaftssystems zu analysieren und ökonomische Prozesse auf einer höheren Ebene zu betrachten. Jedoch sind diese Modelle aufgrund ihrer Komplexität schwer zu interpretieren und zu skalieren. Für den Vergleich der Struktur eines Wirtschaftssystems ist hingegen eine Markup Sprache eher geeignet, da dabei die Agenten nicht simuliert werden müssen. Schließlich ermöglichen atomare Operationen, ökonomische Prozesse auf einer niedrigeren Ebene zu betrachten.

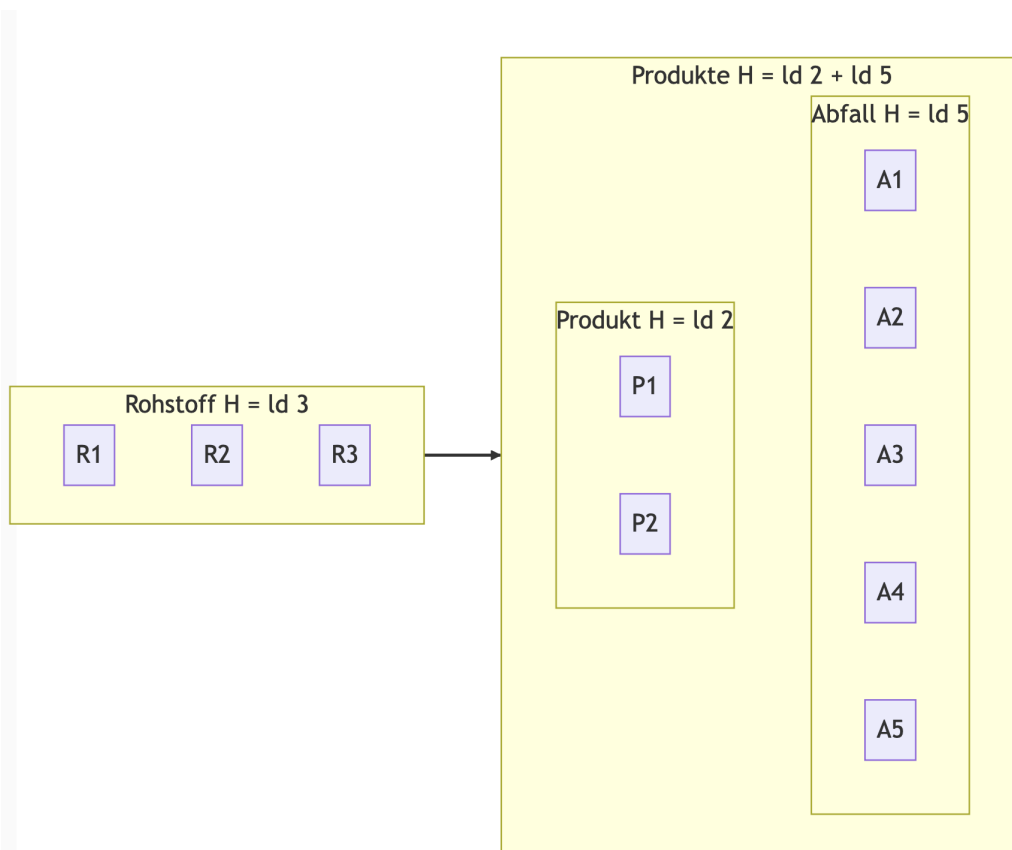


Abbildung 5: Beispiel atomare Operationen Modell, Modell Produktion mit Abfall, eigene Abbildung

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass das Thema der Entropie in einem Wirtschaftssystem ein interdisziplinärer Ansatz ist, der die Verbindung von naturwissenschaftlichen und gesellschaftswissenschaftlichen Konzepten aufzeigt. Die Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf ökonomische Modelle ermöglicht es, komplexe Prozesse in einem Wirtschaftssystem besser zu verstehen und zu erklären. Die vorgestellten Ansätze bieten dabei unterschiedliche Möglichkeiten der Modellierung, welche jeweils eigene Vor- und Nachteile aufweisen.

Ausblick

Die vorgestellten Ansätze zur Entropie-Analyse in Wirtschaftssystemen bieten vielversprechende Möglichkeiten für weitere Forschung. Ein vielversprechender nächster Schritt wäre die weitere Entwicklung und Umsetzung atomarer Operationen.

Eine weitere Möglichkeit zur Weiterentwicklung wäre die Weiterentwicklung des Konzepts der Anwendung von genetischen Algorithmen bei Markup Sprachen.

Quellen

- [1] D. Meiborg, “Entromatica,” *GitHub repository*. GitHub, 2023 [Online]. Available: <https://github.com/DanielMeiborg/entromatica>. [Accessed: Mar. 12, 2023]
- [2] R. Landauer, “Irreversibility and heat generation in the computing process,” *IBM Journal of Research and Development*, vol. 5, no. 3, p. 188, 1961.
- [3] “Erdgas und stromdurchschnittspreise.” Statistisches Bundesamt (Destatis), 2022 [Online]. Available: https://www.destatis.de/DE/Themen/Wirtschaft/Preise/Erdgas-Strom-Durchschnittspreise/_inhalt.html. [Accessed: Mar. 12, 2023]
- [4] A. Kirwan, “Intrinsic photon entropy? The darkside of light,” *International Journal of Engineering Science*, vol. 42, pp. 725–734, Apr. 2004.