Die Anwendbarkeit des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf ökonomische Systeme: Entwicklung und Vergleich von Modellierungsansätzen

Daniel Meiborg

SIA - Schüler-Ingenieur-Akademie

Frau Dr. Hardung, Herr Dr. Itzen, Herr Vogelgesang

Schule Birklehof e.V.

2022/2023

Inhaltsverzeichnis

Abstract. This research paper investigates the applicability of the second law of thermodynamics to economic systems. Based on the Shannon entropy and fundamental concepts of Markov processes, various approaches to modeling economic structures are presented and analyzed. These include agent-based and diffusion-based Markov processes, entropy-based economic systems, evolutionary algorithms, and atomic operations. The advantages and disadvantages of each approach are discussed. The paper demonstrates that it is possible to apply the second law of thermodynamics to economic systems by creating appropriate models and introducing compensating terms to satisfy both reality and the second law of thermodynamics. Thus the modeling methods presented can help to better understand and analyze the underlying mechanisms and relationships in economic systems.

1. Einleitung

You should call it entropy [...] no one really knows what entropy really is, so in a debate you will always have the advantage.

John von Neumann zu Claude Shannon [1, p. 180]

Die Gültigkeit des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik für physikalische Prozesse ist allgemein anerkannt und hat weitreichende Implikationen für unser Verständnis der Welt. Dieser fundamentale Grundsatz besagt, dass in einem geschlossenen System die Entropie stets zunimmt. Während der zweite Hauptsatz der Thermodynamik für eine Gruppe von stochastischen Prozessen allgemein bewiesen werden kann, gibt es bisher noch keine umfassenden Ansätze, dieses Konzept auch quantitativ auf Wirtschaftssysteme zu übertragen. Daher ist es von großer Bedeutung, die Anwendbarkeit des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik als eines der grundlegendsten Prinzipien der Physik auf ökonomische Systeme genauer zu untersuchen.

Um komplexe Phänomene zu untersuchen, bedient sich die Wissenschaft oft mathematischer Modelle. In den Wirtschaftswissenschaften gibt es zahlreiche Modelle, die dazu dienen, wirtschaftliche Zusammenhänge abzubilden. In dieser Arbeit werden zunächst die mathematischen Konzepte vorgestellt, die nötig sind, um den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik abstrakt zu formulieren. Darauf aufbauend werden mehrere Modelle mit dem Zweck, den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zu erfüllen, formuliert. Die Analyse dieser Ansätze umfasst die Diskussion der Vor- und Nachteile sowie die Identifikation von Bereichen, in denen sie potenziell erweitert oder verbessert werden können.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Modellierungsmethoden bieten die Grundlage für weitere Forschung in diesem Bereich. Die Anwendung der Modelle bleibt zukünftiger Entwicklung überlassen.

Die präsentierten Modelle können dazu beitragen, die zugrunde liegenden Mechanismen und Zusammenhänge in Wirtschaftssystemen besser zu verstehen und zu analysieren. Dabei kann die Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf ökonomische Strukturen neue Perspektiven und Erkenntnisse liefern, die sowohl für die theoretische Forschung als auch für die praktische Anwendung von Bedeutung sind.

2. Theoretische Grundlagen

Um Modelle über den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik aufstellen zu können, ist es unbedingt notwendig, diesen mathematisch beschreiben zu können. Es gilt, eine abstrakte Definition von Prozessen und Entropie zu benutzen, um die Grundlage für eine Erweiterung dessen Anwendungsgebietes zu schaffen. In diesem Kapitel soll ein kurzer Überblick über die Konzepte von Information, Entropie, Markov-Prozessen und, darauf aufbauend, der formalen Definition des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik gegeben werden.

2.1. *Information*

In der Informatik wird der Informationsgehalt, auch genannt Shannon-Information, als Menge an „Überraschung“ eines Ereignisses definiert. Sei $p(x)$ die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses x. Dann ist der Informationsgehalt formal als $I(x) = -\log_2(p(x))$ (in Bit) definiert. Hierbei ist zu beachten, dass diese Größe nichts mit dem im Sprachgebrauch verwendeten Begriff von *Inhalt* zu tun haben muss. Der Informationsgehalt sagt nichts darüber aus, wie nützlich die Nachricht ist. Stattdessen kann diese Größe als die natürliche Grenze für die Kompression einer Nachricht verstanden werden, oder als das Minimum an Ja-Nein Fragen, um das Ergebnis zu bestimmen (bei nicht-natürlichen Zahlen die durchschnittliche Anzahl).

Ein Beispiel: Eine typische faire Münze hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$ für Kopf und $\frac{1}{2}$ für Zahl. Der Informationsgehalt für beide Ereignisse ist also jeweils $-\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ Bit. Bei einer nicht-fairen Münze mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ für Kopf und $\frac{2}{3}$ für Zahl ist der Informationsgehalt für Kopf $-\log_2\left(\frac{1}{3}\right) \approx 1,585$ Bit und für Zahl $-\log_2\left(\frac{2}{3}\right) \approx 0,585$ Bit.

Der Informationsgehalt wird in dieser Arbeit hauptsächlich für die Definition von Entropie genutzt, mit Ausnahme des Modells in Abschnitt 7.

2.1.1. *Eigenschaften des Informationsgehalts*

Der Informationsgehalt ist eine streng monoton sinkende Funktion der Wahrscheinlichkeit, welche für $(0, 1]$ definiert ist. Der Informationsgehalt von einem Ereignis, welches völlig sicher ist, also eine Wahrscheinlichkeit von 1 hat, ist 0. Der Informationsgehalt eines Ereignisses, welches nicht vorkommen kann, wäre ∞.

Der Informationsgehalt von zwei unabhängigen Ereignissen ist die Summe der beiden Informationsgehalte.

2.2. *Entropie*

Die Entropie ist ein zentraler Gegenstand des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik und findet sich in zahlreichen Einzelwissenschaften wieder. In der Physik findet man sie in Gestalt der quantenmechanisch definierten Von-Neumann-Entropie, in den Temperaturdifferenzen verschiedener Systeme und in der statistischen Mechanik. In der Chemie existiert die Reaktionsentropie. Jede verwendet eine etwas unterschiedliche Definition. In der Informatik wird hauptsächlich die Entropie nach Claude Shannon verwendet. Für die Zwecke dieser Arbeit wird ausschließlich die Shannon-Entropie verwendet und ist synonym mit Entropie zu verstehen.

2.2.1. *Formale Definition*

Die Entropie ist der Erwartungswert des Informationsgehaltes einer zufälligen Variable. Sie ist definiert als $H(X) = \sum_{x \in X} p(x) \cdot I(x) = -\sum_{x \in X} p(x) \cdot \log_2(p(x))$ (in Bit), wobei $p(x)$ die Wahrscheinlichkeitsfunktion der zufälligen Variable ist [2, p.18].

2.2.2. *Anschauliche Erläuterung*

Entropie wird oft als Maß für die Unordnung eines Systems beschrieben. Die Shannon-Entropie ist allerdings etwas abstrakter: Sie beschreibt die Verteilung von Wahrscheinlichkeiten.

Die Entropie ist eng mit der statistischen Mechanik verknüpft. In dieser hat ein Gas, welches gleichmäßig verteilt ist, eine hohe Entropie, während ein Zustand, in dem alle Gasmoleküle an einer Seite des Raumes sind, eine niedrige Entropie hat. Das hat den Grund, dass es deutlich mehr Zustände i.e. eine höhere Wahrscheinlichkeit gibt, dass der erste Zustand eintritt. Dieses Verhältnis entspricht allerdings eher der Information der Zustände als der Entropie des Systems.

Nehmen wir wieder das Beispiel mit der Münze: Bei der fairen Münze ist die Entropie $\frac{1+1}{2} = 1$ Bit. Bei der nicht-fairen Münze ist die Entropie $1,585 \cdot \frac{1}{3} + 0,585 \cdot \frac{2}{3} \approx 0,918$ Bit. Die Entropie ist also niedriger als bei der Einheitsverteilung. Diese Tatsache gilt für alle Wahrscheinlichkeiten, d.h. die Einheitsverteilung hat immer die höchste Entropie. Verteilungen, bei denen nur ein einziger Zustand möglich ist, haben die niedrigste mögliche Entropie von 0. Die Entropie beschreibt also gewissermaßen die Unordnung der Wahrscheinlichkeiten.

Ein anderes Beispiel: Folgendes Diagramm stellt die Verteilung von Energie in zwei Körpern dar. Ein Körper besteht hier aus zwei Partikeln, die jeweils eine Einheit Energie besitzen können. Auf der linken Seite sieht man die Menge an Energieeinheiten (rot = 2, grün = 1, blau = 0), die die beiden Partikel besitzen. Rechts sind die möglichen Zustände aufgelistet (Kreuz = hat eine Einheit Energie). Für eine gleichmäßige Verteilung der Energie zwischen den beiden Körpern gibt es mehr Möglichkeiten, also eine höhere Entropie (hier 2 Bit). Eine ungleiche Verteilung hat dagegen eine niedrige Entropie (hier 0 Bit).

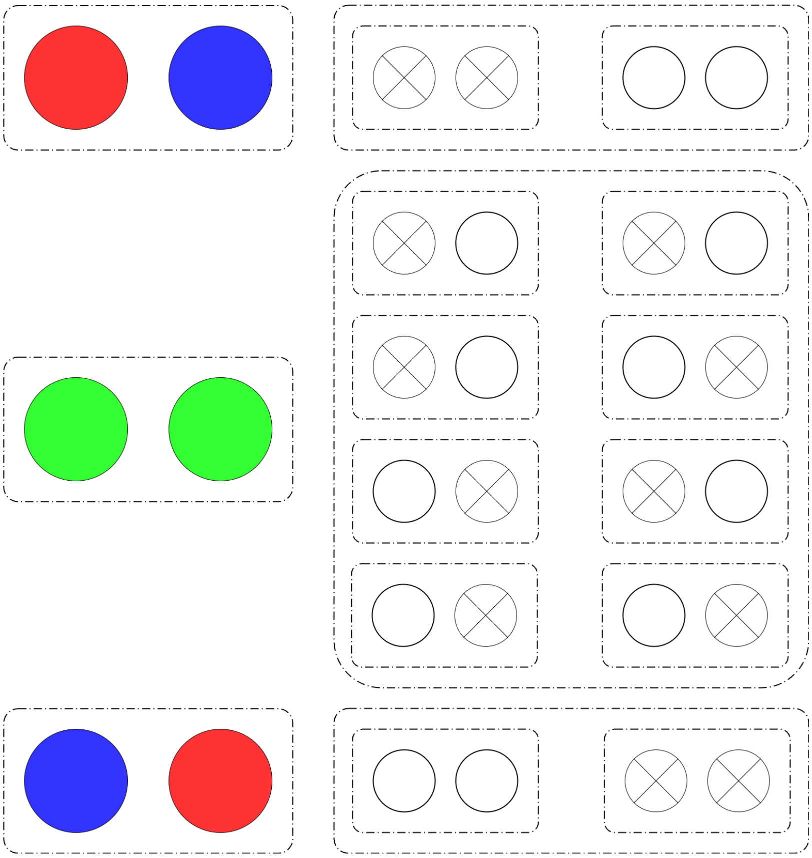

Abbildung 1. Verteilung von Energie in zwei Körpern mit jeweils zwei Partikeln, eigene Abbildung

2.3. *Markov-Prozesse*

In Abschnitt 2.4 wird gezeigt, dass der zweite Hauptsatz der Thermodynamik allgemein für Markov-Prozesse definiert werden kann. Aus diesem Grund basieren fast alle Modelle in dieser Arbeit in der einen oder anderen Form auf Markov-Prozessen.

2.3.1. *Definition*

Ein Markov-Prozess, auch Markov Chain genannt, ist ein stochastischer Prozess, der die Markov-Eigenschaft besitzt. Er besteht aus einer Menge an Zuständen und einer Wahrscheinlichkeitsmatrix, die die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Zuständen beschreibt. Die Markov-Eigenschaft besagt, dass die Übergangswahrscheinlichkeiten ausschließlich von dem aktuellen Zustand abhängen. Sei A die Übergangsmatrix mit A_{ij} als Wahrscheinlichkeit, dass Zustand j in Zustand i übergeht, und $\vec{P}(t)$ die Wahrscheinlichkeiten der Zustände zu Zeitpunkt t in Vektorform. Dann lautet die sogenannte Mastergleichung $\vec{P}(t+1) = A\vec{P}(t)$ [3, p.15].

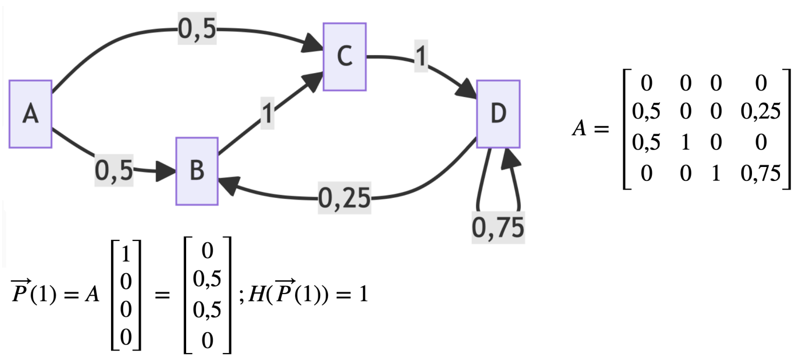

Abbildung 2. Ein simpler Markov-Prozess, eigene Abbildung

Für diese Arbeit sollen lediglich endliche diskrete Markov-Prozesse betrachtet werden, d.h. Prozesse, bei denen es nur endlich viele Zustände gibt und die Zeit in diskreten Schritten abläuft.

2.3.2. *Stationäre Verteilung*

Die stationäre Wahrscheinlichkeitsverteilung eines Markov-Prozesses ist die Verteilung $\vec{P}$, die erfüllt, dass $\vec{P} = A\vec{P}$. Die stationäre Verteilung ist ein Gleichgewichtszustand des Prozesses.

2.4. *Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik*

Für den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik existiert keine eindeutige Formulierung. Alle Formulierungen aber enthalten die folgende Kernaussage:

Entropie kann in einem geschlossenem thermodynamischen System nicht abnehmen.

Diese Aussage lässt sich bis zu einem gewissen Grad allgemein auf stochastische Prozesse zurückführen. Die Beweise dafür wurden in diesem Paper geführt [4, p. 98-107], aus dem im Folgendem der Beweis für den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik skizziert ist.

Satz *$H(\mu_n)$ steigt monoton für alle endlichen diskreten Markov-Prozesse, wenn die Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix doppelt stochastisch ist, d.h. genau dann, wenn die stationäre Verteilung die Einheitsverteilung ist.*

Beweis. Sei m die Anzahl an möglichen Zuständen, μ_n eine Wahrscheinlichkeitsverteilung zu Zeitpunkt n und μ die stationäre Verteilung, in diesem Fall die Einheitsverteilung. $D(X \parallel Y)$ ist hier die Kullback-Leibler-Divergenz (ein Maß für die Unterschiedlichkeit zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen). Dann ist

$$\begin{aligned} D(\mu_n \parallel \mu) &= \textstyle\sum_x \mu_{n(x)} \cdot \log_2\left(\frac{\mu_{n(x)}}{\frac{1}{m}}\right) \\ &= -H(\mu_n) + \log_2(m) \end{aligned}$$

Da $D(\mu_n \parallel \mu)$ monoton sinkt, steigt $H(\mu_n)$ monoton [4, p. 103]. □

Dieser Satz lässt sich wie folgt verstehen: Angenommen, man hat einen Markov-Prozess, keine Informationen über den vorherrschenden Zustand (allerdings kennt man die prinzipiell möglichen Zustände und die Übergangswahrscheinlichkeiten) und führt den Prozess für eine gewisse Zeit aus. Wenn man danach nicht genauer sagen kann, welche Zustände wie wahrscheinlich sind, gilt der zweite Hauptsatz der Thermodynamik.

2.5. *Zusammenfassung*

In diesem Kapitel wurden die theoretischen Grundlagen für Entropie und den zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik dargelegt. Der Informationsgehalt ist als Menge an „Überraschung" eines Ereignisses definiert. Die Entropie beschreibt den Erwartungswert des Informationsgehalts einer Zufallsvariablen und wird als Maß für die Unordnung der Wahrscheinlichkeiten verstanden.

Markov-Prozesse wurden als stochastische Prozesse mit der Markov-Eigenschaft vorgestellt, bei denen die Übergangswahrscheinlichkeiten zum nächsten Zustand nur vom aktuellen Zustand abhängen. Die stationäre Verteilung eines solchen Prozesses beschreibt den Gleichgewichtszustand der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik besagt allgemein, dass die Entropie in einem geschlossenen System nicht abnehmen kann. Es wurde gezeigt, dass dieser Grundsatz genau dann auch auf endliche diskrete Markov-Prozesse angewendet werden kann, wenn die stationäre Verteilung die Einheitsverteilung ist beziehungsweise wenn die Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix doppelt stochastisch ist. In solchen Fällen steigt die Entropie monoton an, was bedeutet, dass man durch das Fortschreiten der Zeit nicht mehr Information über ein System bekommen kann, als man zum Zeitpunkt 0 bereits hatte.

Man sollte allerdings die Einschränkungen der Markov-Eigenschaft in Abschnitt 2.3.1 nicht übersehen. Der essenzielle Punkt der Markov-Eigenschaft ist, dass die Wahrscheinlichkeiten für die nächsten Zustände nur von dem momentanen Zustand abhängig sind. Das bedeutet aber auch, dass Agenten, die beispielsweise aus der Vergangenheit lernen, das System deutlich komplizierter machen. Nichtsdestotrotz lassen sich viele Systeme so vereinfachen, dass sie die Markov-Eigenschaft erfüllen.

Ein Markov-Prozess muss also eine doppelt stochastische Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix beziehungsweise die Einheitsverteilung als stationäre Wahrscheinlichkeitsverteilung haben, um den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zu erfüllen. Um das zu erreichen, wird hier das Konzept von Ausgleichstermen eingeführt.

3. Ausgleichsterme

Da der zweite Hauptsatz der Thermodynamik nur für Markov-Prozesse gilt, deren stationäre Verteilung die Einheitsverteilung ist, müssen die Modelle zwangsläufig dieses Kriterium erfüllen. Ziel ist es, ein Modell so für den zugrundeliegenden Sachverhalt zu erstellen, dass dieser Markov-Prozess den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik erfüllt. Nachdem das aber ein Spezialfall von Markov-Prozessen ist, ist es unwahrscheinlich, dass das bei dem ersten Versuch der Fall ist. Aus diesem Grund kann man Ausgleichsterme einführen. Diese dienen dazu, das Modell so anzupassen, dass es sowohl die Realität als auch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik erfüllt. Diese sind häufig in der Gestalt von Systemen, die eine niedrige Entropie haben und diese von anderen Systemen aufnehmen können. Für physikalische Prozesse werden als Quelle für niedrige Entropie beispielsweise große Temperaturunterschiede wie z.B. in einem Motor benutzt.

4. Agentenbasierter Markov-Prozess

Bei einem agentenbasierten Markov-Prozess versucht man, ökonomische Agenten (Staat, Banken etc.) zu modellieren. Agenten sind hier im Sinne der Spieltheorie als Entitäten, die mit ihrer Umwelt agieren können, zu verstehen. Der erste Schritt ist hier das Verhalten einzelner Agenten z.B. mithilfe von Entscheidungsdiagrammen (siehe Abschnitt 4.2) in eine Form zu übersetzen, die sich dann weiterverarbeiten lässt.

Im nächsten Schritt muss dieses Modell dann in einen Markov-Prozess umgewandelt werden. Eine dazu vom Autor konzipierte und entwickelte Bibliothek ist Entromatica [5].

Dieser Markov-Prozess lässt sich dann vergleichsweise einfach simulieren. Aus der daraus zu berechnenden Entropie (siehe Abschnitt 4.1) oder direkt aus der Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix kann man nun berechnen, ob der zweite Hauptsatz der Thermodynamik gilt. Falls das nicht der Fall ist, muss man dementsprechend das Ausgangsmodell sukzessive anpassen.

3. *Entropie*

Die Entropie wird hier anhand der Shannon-Entropie der möglichen Zustände definiert. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung X_0 ist zu Beginn bekannt, und die Entropie wird als Funktion über die Zeit dargestellt. Diesem Prinzip folgen auch alle anderen auf Markov-Prozessen basierenden hier vorgestellten Modelle.

4.2. *Beispiel*

Im Folgenden ist ein Diagramm zu sehen, das vereinfacht mögliche Zustände eines Kaufprozesses auf der Seite des Käufers und die jeweiligen Übergangswahrscheinlichkeiten darstellt. ‘Stabil’ bezeichnet hier den Ausgangszustand. In diesem Szenario entschließt sich der Agent von Zeit zu Zeit, ein Produkt zu kaufen, und erfährt dabei ab und zu Betrug. Das führt dann dazu, dass er für eine Zeit lang im Zustand ‘Abbruch’ feststeckt, d.h. aufgrund der Betrugserfahrung vorsichtiger ist.

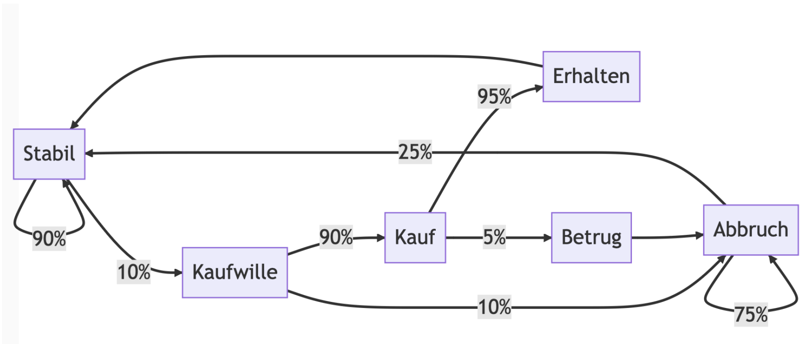

Abbildung 3. Beispiel eines Modells für agentenbasierte Markov-Prozesse, eigene Abbildung

4.3. *Vorteile*

Da ein tatsächliches Wirtschaftssystem ebenfalls aus einer Vielzahl an Agenten besteht, hat dieses System das Potenzial, bei idealer Umsetzung gute Ergebnisse zu liefern.

4.4. *Probleme*

Dabei treten jedoch einige Probleme auf: Zunächst einmal ist die Modellierung von menschlichen Agenten extrem aufwändig, schwierig oder schlicht unmöglich. Auch bei sehr simplen Systemen muss eine Vielzahl an Parametern willkürlich gesetzt werden, da die Datenlage und die Verarbeitungskapazität in der Regel sehr limitiert sind. Des Weiteren sind die Ausgleichsterme in Vergleich zu den folgenden Ansätzen schwieriger zu implementieren, da sie erfordern, dass entweder neue Agenten hinzukommen oder bisherige ihre Entscheidungen radikal verändern, was die Aussagekraft des Modells weiter beeinträchtigt.

5. Diffusionsbasierter Markov-Prozess

Das Vorgehen bei diffusionsbasierten Markov-Prozessen ist ähnlich wie bei agentenbasierten Markov-Prozessen. Der Hauptunterschied besteht allerdings darin, dass anstatt alle Agenten weitestgehend einzeln zu modellieren, lediglich grobkörnig die Flüsse von Kapital bzw. Ressourcen angegeben werden. Der Begriff 'Diffusion' ist hier so zu verstehen, dass Dienstleistungen oder Produkte i.d.R. eine Form von Gegenleistung bedingen und Kapital bzw. Ressourcen so zwischen verschiedenen Agenten diffundieren.

5.1. *Beispiel*

In diesem Diagramm sind schematische Beziehungen zwischen ökonomischen Entitäten zu sehen. Im nächsten Schritt müssen hier Wahrscheinlichkeiten für Diffusion und Quantitäten angegeben werden.

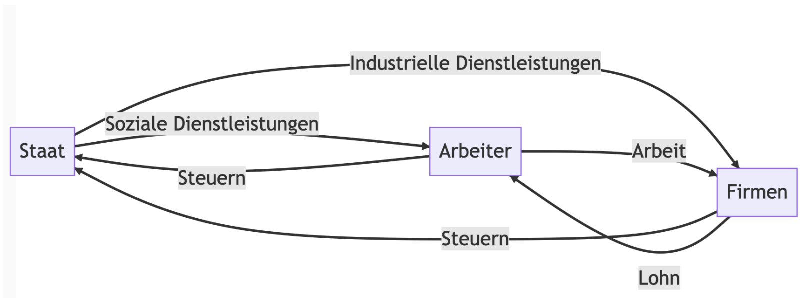

Abbildung 4. Beispiel eines Modells für diffusionsbasierte Markov-Prozesse, eigene Abbildung

5.2. *Vorteile*

Ein wesentlicher Vorteil dieses Ansatzes ist, dass Entscheidungen von Agenten von Anfang an als nicht vorhersagbar angenommen werden. Stattdessen werden lediglich die größeren Zusammenhänge beachtet. Tatsächlich ist diese Unvorhersehbarkeit hier sogar hilfreich, da Zufall für Markov-Prozesse ein essenzielles Element ist.

5.3. *Probleme*

Allerdings kann bei dem Versuch, das Wirtschaftssystem auf einer niedrigeren Ebene zu modellieren, dieses Konzept in eine kompliziertere Version der agentenbasierten Version ausarten. Es muss also immer zwischen den beiden Ansätzen abgewogen werden.

6. Entropiebasiertes Wirtschaftssystem

Der nächste Ansatz besteht darin, lediglich diejenigen Teile der Wirtschaft zu betrachten, die sich selbst mit Wahrscheinlichkeiten beschäftigen. Dieses breite Feld umfasst alles von Versicherungen, Glücksspiel bis hin zu Kryptowährungen. Hier können sowohl reale Systeme betrachtet werden als auch fiktive Wirtschaftssysteme, in denen beispielsweise reine Information eine Währung ist.

6.1. *Beispiel*

Ein Beispiel dafür ist ein virtuelles Pferderennen: In diesem ist die einzige Information, die das ansonsten geschlossene System (z.B. einen Computer) verlässt, der (eindeutige) Gewinner. Bei 8 Pferden sind das 3 Bit Information. Vor Beginn des Zufallsexperiments gibt es also 3 Bit Ungewissheit; danach sind es 0 Bit (auf das Pferderennen bezogen). Nun kann man einen Markov-Prozess aus dem Pferderennen und Umgebung erstellen. Um diesen nach dem zweiten Hauptsatz zu modellieren (der, unseres Wissens nach, auf die Physik zutrifft), muss diese Pferderennen-Simulation dabei mindestens an 3 Bit Entropie zunehmen. Anhand des Landauer-Prinzips lässt sich ein Minimum an Energie festlegen, welches benötigt wird, um ein einzelnes Bit an Information zu löschen. Dieses Minimum wird nach Landauer [6, p. 188] mithilfe folgender Formel berechnet: $E = k_B T \ln(2)$, wobei k_B der Boltzmann-Konstante entspricht. Ein Bit entspricht bei Raumtemperatur also mindestens $E = k_B \cdot 295K \cdot \ln(2) \approx 2,823 \cdot 10^{-21} J$ und die 3 Bit etwa $2,823 \cdot 10^{-21} J \cdot 3 \cdot 8,469 \cdot 10^{-21} J$, die in Wärme konvertiert werden müssen. Bei einem Preis von etwa $0,33 \frac{€}{\text{kWh}}$ 2022 in Deutschland [7] sind das etwa $8,469 \cdot 10^{-21} J \cdot 0,33 \cdot 3,6 \cdot 10^{-6} \frac{€}{J} \approx 10^{-26}$€, die der Ausgang mindestens wert ist. Information kann man mithilfe von Maxwell's Dämon [8] zu nützlicher Arbeit zurückverwandeln (genauer gesagt das Überschreiben von Speicher). So könnte man in einer Gesellschaft prinzipiell Information als tatsächlichen Wertgegenstand einsetzen.

6.2. *Vorteile*

Da die Branche direkt an Wahrscheinlichkeiten orientiert ist, hat der Begriff der Entropie hier mehr Aussagekraft als bei den generischen agenten- oder diffusionsbasierten Modellen.

6.3. *Probleme*

Allerdings wird für reelle Wirtschaftszweige deutlich, dass die Entropie, die man bei der Spekulation erhält, in aller Regel nicht dem entspricht, was eine solche Berechnung ergeben würde, da solche Systeme nicht vollständig abgeschlossen sind und Information nach außen dringen kann.

7. Markup-Sprache

Während die bisherigen Modellierungsmöglichkeiten darauf beruhen, ein bestimmtes Wirtschaftssystem zu modellieren und dessen Entropie zu berechnen, wird bei diesem Ansatz gewissermaßen die Entropie aller möglichen Wirtschaftssysteme berechnet.

Im ersten Schritt wird dazu eine Markup-Sprache definiert. Das kann beispielsweise ein XML-Dialekt sein. Diese Syntax wird dazu verwendet, ein bestimmtes System zu beschreiben.

Es ist wichtig zu beachten, dass zunächst nur der Informationsgehalt, nicht die Entropie dieses Dokuments berechnet wird. Dazu wählt man eine gewisse Länge für die Dokumente oder begrenzt die Anzahl anderweitig. Danach weist man jedem dieser Dokumente eine Wahrscheinlichkeit zu. Das kann jeweils die gleiche sein oder komplexere Ansätze wie in Abschnitt 8 illustriert. Diese Wahrscheinlichkeit lässt sich, wie in den theoretischen Grundlagen erläutert, dann in den Informationsgehalt umwandeln. Schließlich kann man für die ganze Menge der Dokumente die Entropie berechnen.

7.1. *Beispiel*

Im Folgenden ist eine mögliche Darstellung eines aus drei Agenten bestehenden Systems in einem frei erfundenen XML-Dialekt zu sehen.

```xml
<economy>
  <agents>
    <agent id="A1" type="producer" />
    <agent id="A2" type="consumer" />
    <agent id="A3" type="producer" />
  </agents>
  <products>
    <product id="P1" producer="A1" />
    <product id="P2" producer="A3" />
  </products>
  <connections>
    <trade producer="A1" consumer="A2" product="P1" price="10" />
    <trade producer="A3" consumer="A2" product="P2" price="5" />
  </connections>
</economy>
```

7.2. *Vorteile*

Der wesentliche Vorteil hier ist, dass man die Entropie der *Struktur* der Wirtschaftssysteme berechnen kann, anstatt die Entropie ihres Verhaltens. Dadurch muss man nicht den schwierigen Schritt gehen und die einzelnen Agenten simulieren.

7.3. *Probleme*

Allerdings kann ohne weitere Modifikationen der 2. Hauptsatz der Thermodynamik nicht angewendet werden, da die Dokumente keine Markov-Prozesse sind.

8. Evolutionäre Algorithmen

Um die Markup-Sprache auch mit der Zeit in Verbindung zu setzen, kann man diese in evolutionäre Algorithmen einbetten. Eine Möglichkeit dafür besteht in der Mutation der Wirtschaftssysteme. So ein Modell benötigt im Wesentlichen folgende Elemente: Ein Datenformat (hier die Markup-Sprache) für die Kandidaten (ein einzelnes Dokument), eine Funktion, die die Fitness eines Kandidaten angibt (das kann zum Beispiel die Kaufkraftparität des Bruttoinlandsprodukts pro Kopf oder der Gini-Koeffizient (Vermögensverteilung) sein) und einen Algorithmus für die Mutation.

Beim Ausführen der Simulation generiert man zunächst eine zufällige Menge an Kandidaten. Eine Iteration besteht darin, zunächst eine Form von Selektion anzuwenden, beispielsweise die nach der Fitnessfunktion bestimmten obersten $x\%$ auszuwählen. Diese werden anschließend mutiert. Das kann zufällig sein oder komplexere Methoden verwenden, in denen (simuliert) die Agenten das Wirtschaftssystem anpassen.

Man kann die Entropie berechnen, indem man anhand der Fitness der Kandidaten ihren Anteil an der Population berechnet, und daraus wiederum die Wahrscheinlichkeit, diesen bei einer zufälligen Auswahl auszuwählen. Aus dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung kann man dann die Entropie berechnen.

8.1. *Vorteile*

Durch diesen Ansatz kann man die Markup-Sprachen ebenfalls als Modell über die Zeit betrachten. Das erleichtert den Vergleich mit den anderen Modellen, welche oft Zeit als Parameter beinhalten.

8.2. *Probleme*

Allerdings stellen diese Simulationen ebenfalls keinen Markov-Prozess dar. Das liegt daran, dass man höchstens die Verteilung der gesamten Population als Zustand betrachten könnte und der Markov-Prozess dann vollkommen deterministisch wäre - also uninteressant.

Des Weiteren tendiert ein evolutionäre Algorithmus dazu, einen oder wenige Kandidaten auszuwählen, welche dann die gesamte Population stellen. Das steht im Kontrast zu der Initialverteilung, wo es relativ viele verschiedene Kandidaten gibt - die Entropie sinkt also. Allerdings ist auch das nicht immer gegeben, da durch Mutation die Verteilung sich mindestens kurzfristig verbreitern kann.

9. Atomare Operationen

Im Gegensatz zu den bisherigen Modellen werden hier Prozesse auf einer möglichst niedrigen Ebene betrachtet. Anstatt die Struktur eines Wirtschaftssystems zu analysieren, versucht man, einfache ökonomische Prozesse mit Markov-Prozessen zu modellieren. 'Atomar' ist hier nicht im Sinne der Kernphysik zu verstehen, sondern vielmehr als *unteilbare* Handlungen.

9.1. *Beispiel*

Eine solche atomare Operation könnte zum Beispiel die Produktion von Gütern aus Rohstoffen sein. In dem folgenden Diagramm kann man einen solchen Prozess sehen. Es gibt in diesem Markov-Prozess zwei Gruppen von Zuständen: *Rohstoff* und *Produkt*. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist unbekannt, welcher der drei möglichen Zustände R1, R2 oder R3 von dem Rohstoff tatsächlich eingenommen wird, d.h. alle haben eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ und damit die Entropie $H(X_0) = \log_2(3)$. Zum Zeitpunkt $t = 1$ wechseln diese Zustände zufällig entweder zu P1 oder P2. Die Entropie ist somit $H(X_0) = \log_2(2) = 1$ Bit.

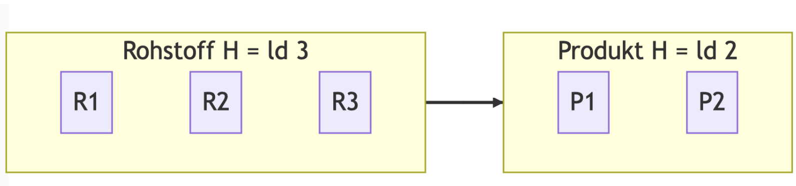

Abbildung 5. Beispiel eines Modells für atomare Operationen, eigene Abbildung

Um den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zu erfüllen, kann man nun das Modell auf mehrere Arten erweitern. Eine solche Möglichkeit ist die Einführung von Energie als Edukt (z.B. in Form von Photonen). Hier ist es wichtig zu beachten, dass R1, R2, R3 und E1 keine getrennten Zustände sind, die die Edukte einnehmen können, sondern ein konkreter Zustand des Markov-Prozesses aus der Kombination (R1, E1), (R2, E1) oder (R3, E1) besteht. Dementsprechend bleibt die Gesamtentropie von X_0 gleich. Basis für die Annahme der geringen Anzahl an Zuständen der 'Energie' ist, dass es weniger Zustände beispielsweise für Photonen gibt (um genau zu sein $H = k(1 - \ln(f_r))$; f_r entspricht der Photonenverteilung und k der Boltzmann-Konstante [9, p. 725-734]) als für eine bestimmte Menge, z.B. eines idealen Gases. Die Zugabe von Energie bedingt i.d.R. eine höhere Quantität an Produkten. In diesem Beispiel wird angenommen, dass sich die Anzahl an Produktteilen dadurch verdoppelt. Da es für einen einzelnen Teil bereits 2 Zustände gibt, gibt es für den Komplex aus beiden somit 4 mögliche Zustände: (P1_1, P2_1), (P1_1, P2_2), (P1_2, P2_1), (P1_2, P2_2). Die Entropie beträgt damit $H(X_1) = \log_2(4) = 2$ Bit.

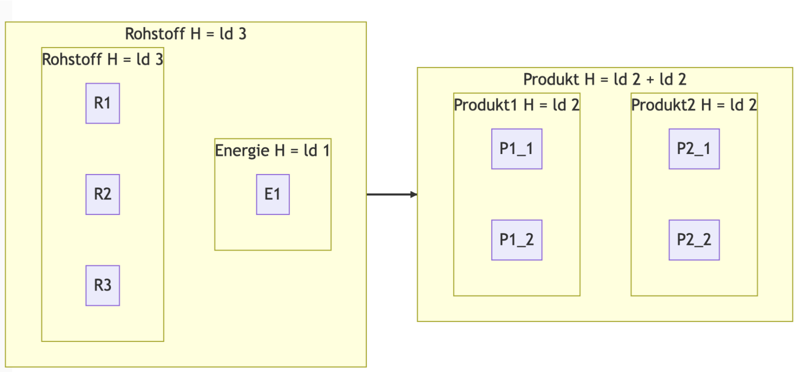

Abbildung 6. Beispiel eines Modells für atomare Operationen, Produktion mit Energie, eigene Abbildung

Eine andere Möglichkeit ist Abfall. Dabei wird angenommen, dass bei der Produktion eine gewisse Menge an undefinierbarem Abfall entsteht. Undefinierbar meint hier, dass man bei der Produktion nicht darauf achtet, eine bestimmte Art von Abfall zu produzieren, sondern der Abfall irgendetwas sein kann. Somit hat dieser hier eine hohe Anzahl an möglichen Zuständen (willkürlich gewählt 5). Das Entropieverhältnis ist hier also $H(X_0) = \log_2(3) \approx 1,585$ Bit und $H(X_1) = \log_2(2 \cdot 5) = \log_2(2) + \log_2(5) \approx 3,322$ Bit.

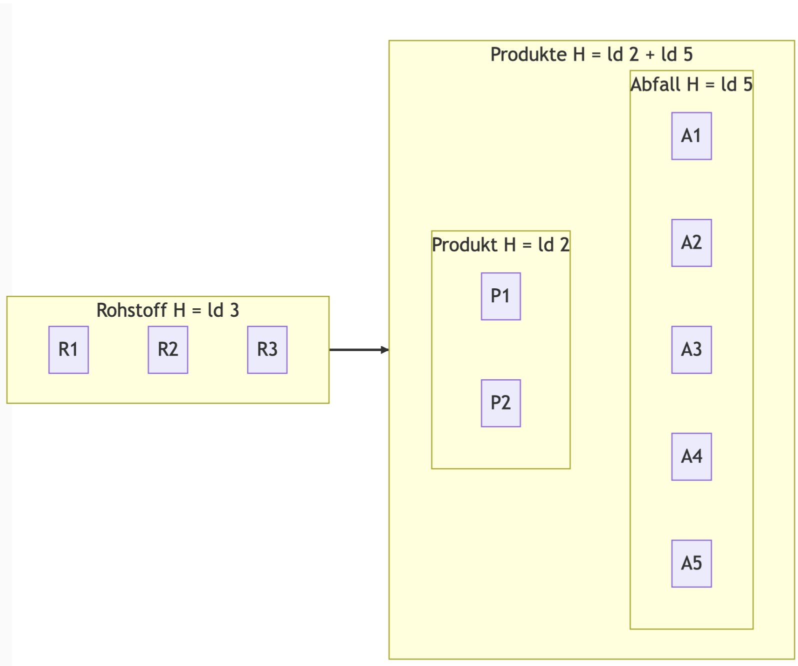

Abbildung 7. Beispiel eines Modells für atomare Operationen, Produktion mit Abfall, eigene Abbildung

9.2. *Vorteile*

Im Gegensatz zu den anderen Modellen ist dieser Ansatz vergleichsweise anschaulich und nachvollziehbar. Des Weiteren muss man dazu nicht das Verhalten von Agenten voraussagen, was die Umsetzbarkeit dramatisch erhöht.

9.3. *Probleme*

Allerdings wächst die Komplexität dieses Ansatzes bei Betrachtung eines größeren Systems immens. Hier verschwimmen die Grenzen zu den ersten beiden Modellen.

10. Zusammenfassung

Agenten- und diffusionsbasierte Modelle bieten geeignete Ansätze, um die Entropie des Verhaltens eines einzelnen Wirtschaftssystems zu analysieren und ökonomische Prozesse auf einer höheren Ebene zu betrachten. Jedoch sind diese Modelle aufgrund ihrer Komplexität schwer zu interpretieren und zu skalieren. Für den Vergleich der Struktur eines Wirtschaftssystems ist hingegen eine Markup-Sprache eher geeignet, da dabei die Agenten nicht simuliert werden müssen. Schließlich ermöglichen atomare Operationen, ökonomische Prozesse auf einer niedrigen Ebene zu betrachten.

11. Limitationen

Während die Probleme der einzelnen Modellierungsansätze bereits in deren Kapitel vorgestellt wurden, gilt es dennoch, auch die allgemeinen Grenzen der Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf Wirtschaftssysteme zu diskutieren.

Ein grundlegendes Problem besteht darin, dass die Modelle auf mitunter realitätsfernen Annahmen basieren. Das betrifft vor allem die Ausgleichsterme, die zur Anpassung der Modelle an den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik verwendet werden. Diese Ausgleichsterme können willkürlich wirken und stellen somit eine mögliche Schwachstelle in der Modellierung dar. Das gilt insbesondere für die künstliche Erschaffung von negativen Entropiequellen.

Die Skalierbarkeit und Komplexität der Modelle stellen ebenfalls eine Limitation dar. Die Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf Wirtschaftssysteme erfordert die Entwicklung von komplexen Modellen und Simulationen, die sowohl die zugrunde liegenden Prozesse als auch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik berücksichtigen. Diese Komplexität kann dazu führen, dass die Modelle schwierig zu interpretieren sind. Insbesondere bei der Anwendung von agenten- und diffusionsbasierten Modellen können die resultierenden Simulationen schwierig zu analysieren sein.

Die begrenzten Ressourcen, die zur Verfügung stehen, stellen eine weitere Problematik dar. Die Erstellung und Simulation der Modelle erfordert sowohl ausreichend Zeit als auch Wissen über die zugrunde liegenden Prozesse und Gesetze. Darüber hinaus sind die Rechenleistung und die technischen Ressourcen, die für die Durchführung von Simulationen und die Analyse der Ergebnisse erforderlich sind, begrenzt. Diese limitierten Ressourcen können dazu führen, dass die Modelle und Simulationen möglicherweise nicht in der erforderlichen Tiefe untersucht und analysiert werden können.

Schließlich ist zu beachten, dass Wirtschaftssysteme in den meisten Wirtschaftstheorien ein Gleichgewicht anstreben. Dies bedeutet, dass die Entropie in einem Wirtschaftssystem stark abfällt. Das kann die Einführung von Ausgleichstermen verkomplizieren, da man mitunter keinen direkt ökonomischen Faktor verwenden kann, sondern auf beispielsweise die Umweltauswirkungen zurückgreifen muss.

12. Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellten Ansätze zur Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf ökonomische Systeme bieten ein vielversprechendes Potenzial für zukünftige Forschung und Anwendung in der Praxis. Im Folgenden werden einige Perspektiven und weitere weiterführende Forschungsansätze diskutiert, die sowohl die Umsetzung der Ansätze in die Praxis als auch die Modellierung von Risikomanagement und die Anwendung künstlicher Intelligenz für die Erstellung der Modelle betreffen.

10. *Umsetzung der Ansätze*

Nach der Entwicklung der Modellierungsansätze liegt die tatsächliche Modellerstellung nahe. Um die Effektivität dieser Modelle in realen Wirtschaftssystemen zu untersuchen, ist es erforderlich, sie anhand von empirischen Daten zu validieren und zu kalibrieren. Hierbei können beispielsweise historische Daten aus verschiedenen Wirtschaftsbranchen und Ländern herangezogen werden, um die Modelle zu testen und zu optimieren. Die Effektivität der Umsetzung hängt dabei unter anderem von der Menge und Aussagekraft der verfügbaren Daten ab.

12.2. *Künstliche Intelligenz*

Hilfreich für die Erstellung der Modelle nach den oben beschriebenen Ansätzen kann auch die Verwendung von künstlicher Intelligenz (KI), insbesondere von Deep Learning und evolutionären Algorithmen (nicht zu verwechseln mit dem Modell „Evolutionäre Algorithmen“ in Abschnitt 8). Diese Technologien könnten dazu verwendet werden, die Anpassung der Modelle mithilfe der Ausgleichsterme möglichst realitätsnah zu gestalten.

Die Integration von KI in die vorgestellten Ansätze zur Modellierung von ökonomischen Systemen unter Berücksichtigung der Entropie könnte somit dazu beitragen, die Effizienz und Anwendbarkeit dieser Modelle in der Praxis weiter zu erhöhen und gleichzeitig die Komplexität der Modelle besser zu bewältigen.

12.3. *Modellierung von Risikomanagement*

Die Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf ökonomische Prozesse eröffnet auch neue Möglichkeiten für die Modellierung von Risikomanagement in Unternehmen und Finanzmärkten. Da Information dabei eine essenzielle Rolle spielt, liegt es nahe, den Zusammenhang mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik genauer zu untersuchen.

Zukünftige Forschungsarbeiten könnten sich darauf konzentrieren, die vorgestellten Modelle zur Analyse von Risiken in verschiedenen Marktsegmenten und Branchen zu adaptieren und weiterzuentwickeln. Hierbei könnten beispielsweise die Volatilität von Aktienkursen, Wechselkursrisiken oder Kreditrisiken im Zusammenhang mit der Entropie untersucht werden. Diese Risiken können dann mit Entropie und Information verknüpft werden (in Anlehnung an die entropiebasierten Wirtschaftssysteme in Abschnitt 6).

13. Fazit

In dieser Arbeit wurde die Anwendbarkeit des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik auf ökonomische Systeme untersucht. Es wurden verschiedene Modellierungsansätze vorgestellt, die es ermöglichen, den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik auf Wirtschaftssysteme zu übertragen und somit einen neuen Blick auf ökonomische Zusammenhänge zu werfen. Dabei wurden agenten- und diffusionsbasierte Modelle, Markup-Sprachen, Entropie-basierte Systeme, evolutionäre Algorithmen und atomare Operationen untersucht und miteinander verglichen.

Die Analyse der verschiedenen Ansätze zeigt, dass es möglich ist, den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik auf Wirtschaftssysteme anzuwenden. Die vorgestellten Modellierungsmethoden bieten eine Grundlage für weitere Forschung in diesem Bereich und können dazu beitragen, die zugrunde liegenden Mechanismen und Zusammenhänge in Wirtschaftssystemen besser zu verstehen und zu analysieren.

Quellen

[1] Myron Tribus, and Edward C. McIrvine, “Energy and information,” vol. 225, Scientific American, 1971. [Online]. Available: https://www.esalq.usp.br/lepse/imgs/conteudo_thumb/Energy-and-Information.pdf

[2] Robert M. Gray, “Entropy and information theory,” Springer-Verlag, 1990. [Online]. Available: https://ee.stanford.edu/~gray/it.pdf

[3] Anders Tolver, “An introduction to markov chains,” University of Copenhagen, 2016. [Online]. Available: http://old.math.ku.dk/noter/filer/stoknoter.pdf

[4] T. M. Cover, and J. Halliwell, “Which processes satisfy the second law,” Cambridge University Press New York, NY, 1994. [Online]. Available: https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/enseignement/phys-stat/documents/94_Cover_which_process_satistfy_second_law.pdf

[5] Daniel Meiborg, *Entromatica.* [Online]. Available: https://github.com/DanielMeiborg/entromatica

[6] R. Landauer, “Irreversibility and heat generation in the computing process,” vol. 5, IBM Journal of Research and Development, 1961. [Online]. Available: https://sites.pitt.edu/~jdnorton/lectures/Rotman_Summer_School_2013/thermo_computing_docs/Landauer_1961.pdf

[7] Statistisches Bundesamt (Destatis), “Erdgas und Stromdurchschnittspreise.” https://www.destatis.de/DE/Themen/Wirtschaft/Preise/Erdgas-Strom-DurchschnittsPreise/_inhalt.html

[8] Charles Bennet, “Demons, engines, and the second law,” Scientific American, 1987. [Online]. Available: https://www.aldebaran.cz/bulletin/2019_03/DemonsEnginesAndSecondLaw87.pdf

[9] A. Kirwan, “Intrinsic photon entropy? The darkside of light,” vol. 42, International Journal of Engineering Science, 2004. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/222420621_Intrinsic_photon_entropy_The_darkside_of_light