Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
PD. Dr. Stefan Kühnlein
Maximilian Wackenhuth, M. Sc.

Lineare Algebra 1 für Informatik **Wintersemester 24/25**

Übungsblatt 1 **23. Oktober 2024**

Aufgabe 1

Sie kennen sicherlich die Liedzeile "Everybody needs somebody sometimes." – "Jedermann braucht gelegentlich jemanden." Untersuchen Sie bei jeder der folgenden Aussagen, ob es sich um eine Negierung dieser Aussage handelt:

a) Niemand braucht niemals niemanden.

b) Niemand braucht gelegentlich jemanden.

c) Es gibt einen, der niemals jemanden braucht.

d) Es gibt einen, der nie von allen gebraucht wird.

e) Jedermann braucht immer niemanden.

f) Jemand braucht immer niemanden.

Aufgabe 2

(5 Punkte)

Es seien A, B, C drei Aussagen. Beweisen Sie jeweils mit einer Wahrheitstafel, dass

a) $\neg(A \wedge B) \iff (\neg A) \vee (\neg B)$,

b) $\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$,

c) $A \vee (B \wedge C) \iff (A \vee B) \wedge (A \vee C)$.

Aufgabe 3

(5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die beiden folgenden Mengen gleich sind:

$$M = \{\frac{a}{2} + \frac{b}{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \text{ und } N = \{\frac{c}{6} \mid c \in \mathbb{Z}\}.$$

Gilt auch Gleichheit der beiden Mengen

$$\tilde{M} = \{\frac{a}{2} + \frac{b}{3} \mid a, b \in \mathbb{N}\} \text{ und } \tilde{N} = \{\frac{c}{6} \mid c \in \mathbb{N}\}?$$

Aufgabe 4

Es seien A, B, C, M Mengen. Zeigen Sie, dass

a) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$,

b) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Nun gelte zudem $A, B \subset M$. Zeigen Sie, dass

c) $M \setminus (A \cap B) = (M \setminus A) \cup (M \setminus B)$,

d) $M \setminus (A \cup B) = (M \setminus A) \cap (M \setminus B)$.

Abgabe bis Mittwoch, den 30. Oktober 2024 um 11:00 Uhr.