GBI WS 24/25 – ÜBUNGSBLATT 1

DANIEL MEIBORG 2599041 AND JAN MANSEL 2599265

Aufgabe 1

a.

D Seien A, B und C beliebige Mengen. Wir zeigen, dass $(A \cup B) \times C \subseteq (A \times C) \cup (B \times C)$.

N Sei $(x, y) \in (A \cup B) \times C$ beliebig

B Es gilt, dass $x \in A \cup B$ und $y \in C$.

P Wir machen eine Fallunterscheidung.

F Fall 1:$x \in A$ (und weiterhin $y \in C$).

J Dann ist $(x, y) \in A \times C$ und insbesondere $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$.

H Fall 2: $x \in B$ (und weiterhin $y \in C$).

M Dann ist $(x, y) \in B \times C$ und insbesondere $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$.

K Damit sind alle möglichen Fälle abgedeckt. Da wir sowohl A, B und C als auch (x, y) beliebig gewählt haben, folgt die Aussage.

b.

zz: $(A \times C) \cup (B \times C) \subseteq (A \cup B) \times C$

Sei ein beliebiges $(x, y) \in (A \times C) \cup (B \times C)$.

Dann gilt $(x, y) \in (A \times C) \vee (x, y) \in (B \times C)$.

Somit ist y in jedem Fall in C.

x kann sowohl in A als auch in B liegen.

Daraus folgt, dass $(x, y) \in (A \cup B) \times C$ $\blacksquare$.

Aufgabe 2

a.

Gegenbeispiel:

$B = \{1\}$

$2^B = \{\{\}, \{1\}\}$

$A = \{\{\}, (\{1\}, \{\})$

$A \times 2^B = \{(\{\}, \{\}), (\{\}, (\{1\}, \{\})), (\{1\}, \{\}), (\{1\}, (\{1\}, \{\}))\}$

$(A \times 2^B) \cap A = \{(\{1\}, \{\})\} \neq \{\}$

b.

$f(n) = n + 1$ mit $n \in \mathbb{N}$ f ist injektiv, aber nicht surjektiv da kein n mit $f(n) = 1$

c.

Gegenbeispiel: $f(x) = e^x, g(x) = x^2, h(x) = e^{2x}$. $h(x)$ ist injektiv, $g(x)$ aber nicht.

d.

zz: A, B sind endliche Mengen mit $|A| = |B|$, $f : A \to B$: f injektiv => f surjektiv

Aufgabe 3

a.

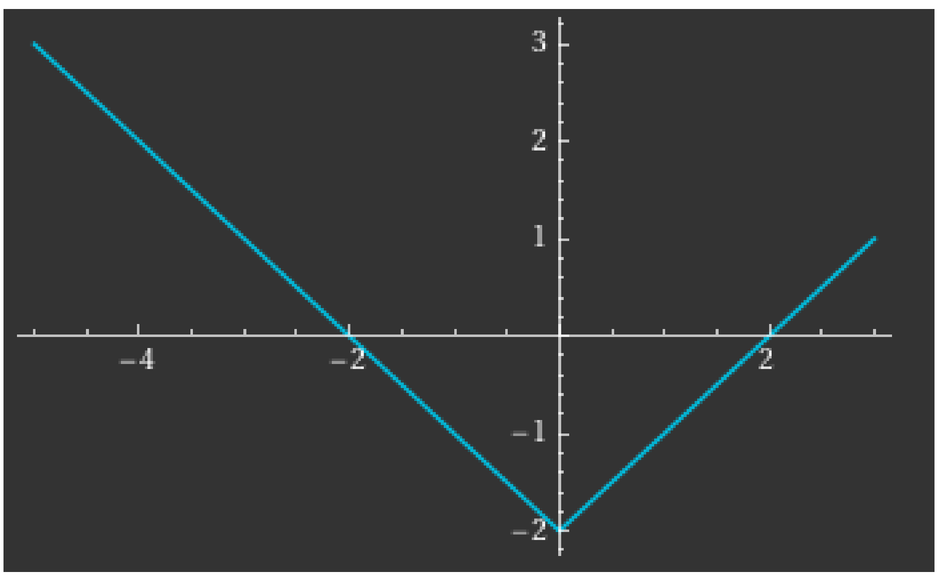
linkstotal, rechtstotal, nicht linkseindeutig, nicht rechtseindeutig

b.

$[-5, 10] \times [-2, 10]$

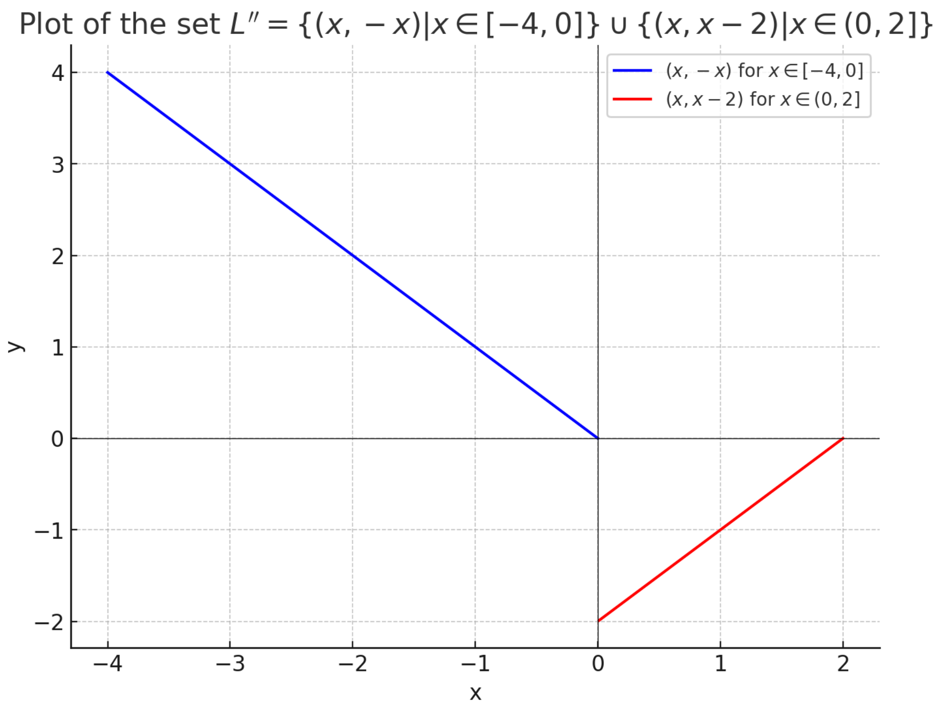
c.

$L = \{(x, |x| - 2) \mid x \in [-5, 3]\}$



d.

$L'' = \{(x, -x) \mid x \in [-4, 0]\} \cup \{(x, x - 2) \mid x \in (0, 2]\}$



Aufgabe 4

a.

$\text{sieht}_{B((1,4))} = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4), (2,5), (3,6), (4,7), (5,8), (6,9), (7,10), (8,11), (1,5),$

b.

$n \in \mathbb{N}$

$\text{sieht}'(f) = (\{(f_1, n) \mid (f_1, f_2) = f\} \cup \{(n, f_2) \mid (f_1, f_2) = f\} \cup \{(f_1 + z, f_2 + z)\} \mid z \in \mathbb{Z} \wedge f_1 + z > 0 \wedge f_2 + z > 0) \setminus f$

c.

$\text{sieht}_{B(f)} = \{g \mid g \in \text{sieht}'(f) \wedge \text{getrennt}(f, g) = 0\}$

d.

$n_{\text{rot}} = |\Big\{x \mid x \in \text{sieht}_{B(f)} \wedge x \in B_{\text{rot}}\Big\}|$

$n_{\text{weiß}} = |\Big\{x \mid x \in \text{sieht}_{B(f)} \wedge x \in B_{\text{weiß}}\Big\}|$

$\text{kontrolliert}_B(f) = \text{rot wenn } n_{\text{rot}} > n_{\text{weiß}} \wedge \neg f \in B_{\text{rot}}$

$\text{kontrolliert}_B(f) = \text{weiß wenn } n_{\text{rot}} < n_{\text{weiß}} \wedge \neg f \in B_{\text{weiß}}$

$\text{kontrolliert}_B(f) = \perp \text{ wenn } n_{\text{rot}} = n_{\text{weiß}} \vee f \in B_{\text{rot}} \vee f \in B_{\text{weiß}}$