

LA WS 24/25 – ÜBUNGSBLATT 0

DANIEL MEIBORG 2599041

AUFGABE 2

a.

$$zz : \neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$$

A	f	w	f	w
B	f	f	w	w
$A \wedge B$	f	f	f	w
$\neg(A \wedge B)$	w	w	w	f
$\neg A$	w	f	w	w
$\neg B$	w	w	f	w
$(\neg A) \vee (\neg B)$	w	w	w	f
$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$	w	w	w	w

b.

$$zz : \neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A) \wedge (\neg B)$$

A	f	w	f	w
B	f	f	w	w
$A \vee B$	f	w	w	w
$\neg(A \vee B)$	w	f	f	f
$\neg A$	w	f	w	f
$\neg B$	w	w	f	f
$(\neg A) \wedge (\neg B)$	w	f	f	f
$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A) \wedge (\neg B)$	w	w	w	w

c.

$$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

A	f	w	f	w	f	w	f	w	f
B	f	f	w	w	f	f	w	w	f
C	f	f	f	f	w	w	w	w	w
$A \vee (B \wedge C)$	f	w	f	w	f	w	w	w	f
$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$	f	w	f	w	f	w	w	w	f

$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	w	w	w	w	w	w	w	w	w
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---

AUFGABE 3

a.

$$\text{zz: } M = \left\{ \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\} = N = \left\{ \frac{c}{6} \mid c \in \mathbb{Z} \right\}$$

Fall $M \in N$:Sei $x \in M$

$$\text{Dann ist } x = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} = \frac{c}{6} \Rightarrow 3a + 2b = c$$

Da $a, b \in \mathbb{Z}$ (Definition von M) ist auch $3a + 2b \in \mathbb{Z}$ Fall $N \in M$:

$$M = \left\{ \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ \frac{3a}{6} + \frac{2b}{6} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ \frac{3a+2b}{6} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\left\{ \frac{3a+2b}{6} \mid a \in \mathbb{Z}, b = -a \right\} = \left\{ \frac{a}{6} \mid a \in \mathbb{Z}, b = -a \right\} \text{ ist Teilmenge von } M$$

Da $\left\{ \frac{a}{6} \mid a \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ \frac{c}{6} \mid c \in \mathbb{Z} \right\}$ ist $N \in M$ ■**b.**Widerspruch durch Gegenbeispiel: $\frac{1}{6} \in N', \frac{1}{6} \notin M'$ Sei $\frac{1}{6} \in M'$

$$\text{Dann ist } \frac{1}{6} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \Rightarrow 3a + 2b = 6$$

Diese Gleichung hat keine Lösung für $a, b \in \mathbb{N}$, also ist $\frac{1}{6} \notin M'$ ■