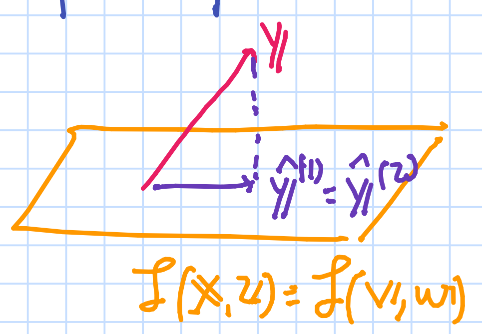
El modelo (1): $y_i = \beta_{0,1} + \beta_{x,1} x_i + \beta_{z,1} z_i + \varepsilon_{1,i}$

El modelo (2): $y_i = \beta_{0,2} + \beta_{v,2} v_i + \beta_{w,2} w_i + \varepsilon_{2,i}$

Como $\begin{array}{l} v_i = x_i + z_i \\ w_i = x_i - z_i \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \mathbb{V} = \mathbb{X} + \mathbb{Z} \\ \mathbb{W} = \mathbb{X} - \mathbb{Z} \end{array}$

y como $\{\mathbb{X}, \mathbb{Z}\}$ generan un espacio bidimensional (ya que R estimó el modelo) y $\{\mathbb{V}, \mathbb{W}\}$ son otra base para representar ese mismo espacio

$$\hat{\mathbb{Y}}^{(1)} = \hat{\beta}_{0,1} + \hat{\beta}_{x,1} \mathbb{X} + \hat{\beta}_{z,1} \mathbb{Z}$$
$$=$$
$$\hat{\mathbb{Y}}^{(2)} = \hat{\beta}_{0,2} + \hat{\beta}_{v,2} \mathbb{V} + \hat{\beta}_{w,2} \mathbb{W}$$



Ahora, como las proyecciones resultan ser únicas, dado que $\{\mathbb{X}, \mathbb{Z}\}$ es una base LI y $\{\mathbb{V}, \mathbb{W}\}$ también es LI, los coeficientes de las proyecciones deben ser únicos:

$$\hat{\mathbb{Y}}^{(1)} = \hat{\beta}_{0,1} + \hat{\beta}_{x,1} \mathbb{X} + \hat{\beta}_{z,1} \mathbb{Z}$$
$$=$$
$$\hat{\mathbb{Y}}^{(2)} = \hat{\beta}_{0,2} + \hat{\beta}_{v,2} \underbrace{\mathbb{V}}_{(\mathbb{X}+\mathbb{Z})} + \hat{\beta}_{w,2} \underbrace{\mathbb{W}}_{(\mathbb{X}-\mathbb{Z})}$$
$$\Downarrow$$
$$\hat{\mathbb{Y}}^{(2)} = \hat{\beta}_{0,2} + (\hat{\beta}_{v,2} + \hat{\beta}_{w,2}) \mathbb{X} + (\hat{\beta}_{v,2} - \hat{\beta}_{w,2}) \mathbb{Z}$$

luego $\hat{\beta}_{0,1} = \hat{\beta}_{0,2}$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{\beta}_{v,2} + \hat{\beta}_{w,2} = \hat{\beta}_{x,1} \\ \hat{\beta}_{v,2} - \hat{\beta}_{w,2} = \hat{\beta}_{z,1} \end{array}\right\}$$ con este sistema de ecuaciones, se encuentran las estimaciones del mod. 2

Ahora, esa relación también vale para los estimadores y sus varianzas

(1) $\widehat{Var}(\hat{\beta}_{v,2} + \hat{\beta}_{w,2}) = \widehat{Var}(\hat{\beta}_{x,1})$

$$\widehat{Var}(\hat{\beta}_{v,2}) + \widehat{Var}(\hat{\beta}_{w,2}) + 2\widehat{Cov}(\hat{\beta}_{v,2}, \hat{\beta}_{w,2}) = \widehat{Var}(\hat{\beta}_{x,1})$$

(2) $\widehat{Var}(\hat{\beta}_{v,2} - \hat{\beta}_{w,2}) = \widehat{Var}(\hat{\beta}_{z,1})$

$$\widehat{Var}(\hat{\beta}_{v,2}) + \widehat{Var}(\hat{\beta}_{w,2}) - 2\widehat{Cov}(\hat{\beta}_{v,2}, \hat{\beta}_{w,2}) = \widehat{Var}(\hat{\beta}_{z,1})$$

Sumando (1) + (2): $2\Big[\underbrace{\widehat{Var}(\hat{\beta}_{v,2})}_{\text{falta}} + \underbrace{\widehat{Var}(\hat{\beta}_{w,2})}_{\text{falta}}\Big] = \underbrace{\widehat{Var}(\hat{\beta}_{x,1})}_{\text{se conoce}} + \underbrace{\widehat{Var}(\hat{\beta}_{z,1})}_{\text{se conoce}}$

Pero del modelo (3) y el modelo (2) se sabe que:

Para resolver $H_0: \beta_{2,w} = 0$

$H_1: \beta_{2,w} \neq 0$

se podrá mirar la t asociada al p-valor o la prueba F de modelos anidados

$$t_{2w}^2 = F_c = \frac{(SCerror3 - SCerror2)/1}{SCerror2/40}$$ ← 43 obs - 3 param.

$$= \frac{(220 - 200)}{(200/40)}$$

$$= \frac{20}{5} = 4$$

Luego, $t_{2w}^2 = 4 \Rightarrow |t_{2w}| = 2$

pero como $t_{2w} = \dfrac{\hat{\beta}_{2w} - 0}{\sqrt{\widehat{Var}(\hat{\beta}_{2w})}}$ y se calculó que $\hat{\beta}_{2w} = -0.1$

$t_{2w} = -2$; y es posible despejar $\widehat{Var}(\hat{\beta}_{2w})$ (su raíz será el error estándar); y luego ir a calcular $\widehat{Var}(\hat{\beta}_{2,v})$.

De manera similar, se opera con el modelo (4).