By @kakashi_copiador

Índice

Taxa Aparente, Real e de Inflação

No conceito das operações em matemática financeira, 3 taxas são bastantes cobradas em provas. São elas: a **Taxa aparente**, a **Taxa real** e a **Taxa de inflação**.

Iremos ver o conceito de cada uma e como elas se relacionam.

Taxa Aparente (i_a)

Também chamada de Taxa nominal, é **a taxa de juros total** de uma operação financeira. Nela, **NÃO SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

Taxa de Inflação (i_i)

Inflação, resumidamente, é o aumento generalizado de preços. A Taxa de inflação representa a perda do valor do dinheiro no tempo.

Taxa Real (i_r)

Como o próprio nome diz, é o que realmente se ganha (ou se perde) em uma operação. É o **resultado de fato** de um investimento, por exemplo. Na Taxa real, **SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

Essas Taxas se correlacionam através da equação de Fisher em que:

$$\boxed{(\mathbf{1} + \boldsymbol{i_a}) = (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_r}) \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_i})}$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente$

$i_r = Taxa\ real$

$i_i = Taxa\ de\ inflação$

A grande maioria das questões irá cobrar a **aplicação dessa fórmula**. Todavia, quero que você entenda os conceitos relacionados a cada taxa. Então, vamos imaginar uma situação cotidiana para compreender melhor tais conceitos.

Imagine que você tenha passado em um concurso público (e sei que isso acontecerá em breve) e conseguiu juntar, digamos, R$ 100.000,00.

De posse desse valor, você pretende investi-lo em uma aplicação que rende 10% de juros compostos em 1 ano. Então, ao final de um ano você terá:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}1)^1$$

$$M = 100.000 \times 1{,}1 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 110.000}}$$

Perceba que esse será o **valor que você terá na sua conta**. Quando você acessar seu investimento irá constatar o valor de cento e dez mil reais.

Porém, observe que **não foi em momento algum descontada a inflação**. Apenas trabalhamos com a Taxa de 10% sobre o Capital Inicial. Logo, percebemos que a Taxa que utilizamos é uma Taxa aparente ou nominal, pois, como estudamos acima, a Taxa aparente é **a taxa de juros total** de uma operação financeira. Nela, **NÃO SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

Então, quando você abre sua conta e constata o valor de R$ 110.000,00, isto quer dizer que "**aparentemente**" você ganhou R$ 10.000,00.

"Certo professor. Entendi. E como eu faço para calcular o quanto realmente ganhei?"

Excelente pergunta. As bancas tentam a todo momento confundir o candidato nesse tipo de cobrança. Para você calcular realmente o quando ganhou, precisará **encontrar a Taxa real de juros desse investimento e para isso deverá descontar os efeitos inflacionários**.

Vamos supor que a **inflação** tenha sido de 2,5% nesse ano em que foi realizada a aplicação. Logo, teremos de descontar a inflação da Taxa aparente para calcular a Taxa real. Iremos utilizar a equação de relação entre elas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 10\% = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 2{,}5\% = 0{,}025$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros deste investimento.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}025)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}025$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}025}$$

$$1 + i_r = 1{,}073$$

$$i_r = 1{,}073 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_r = 0{,}073 \ \ ou \ \ 7{,}3\%}}$$

Perceba que, se você descontasse a inflação fazendo uma simples subtração, você cometeria um grande erro. A **Taxa real é calculada através da equação de Fisher** e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**.

Então, esse investimento rendeu **REALMENTE** 7,3% de juros. Logo, o Montante "de fato" ou real será igual a:

$$M_{real} = C \times (1 + i_r)$$

$$M_{real} = 100.000 \times (1 + 0{,}073)$$

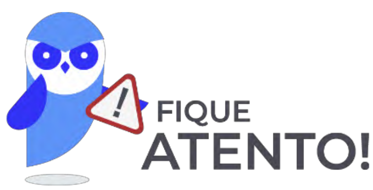
$$M_{real} = 100.000 \times 1{,}073 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{real} = 107.300}}$$

E por fim, calculamos o quanto **realmente** você ganhou com esse investimento.

$$J_{real} = M_{real} - C$$

$$J_{real} = 107.300 - 100.00 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J_{real} = 7.300}$$

Observe que, para calcular o quanto "de fato" foi ganho, você precisa fazer a conta "à parte" em sua contabilidade. Quando você entrar na sua conta, irá constatar o valor de R$ 110.000,00. Porém, como vimos, este valor não é calculado descontando a inflação.



Há um tempo, as bancas apenas apresentavam os valores das taxas e questionavam a incógnita que faltava na equação:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Era uma simples aplicação de fórmula. Todavia, hoje em dia, com o **nível das provas mais avançado**, as bancas estão fugindo deste tipo de cobrança e fazendo o candidato refletir e pensar da forma como vimos acima. Então, **não apenas decore** as fórmulas. Saiba **interpretar o problema e entender** o que está sendo pedido na questão.

Outra equação que iremos utilizar bastante é a equação de Fisher adaptada em função do Montante (nominal) e do Capital que é representada por:

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)}}$$

Onde,

$M = Montante$

$C = Capital$

$i_r = Taxa\ real$

$i_i = Taxa\ de\ inflação$

Então, no exemplo acima, poderíamos ter calculado a Taxa real por essa fórmula. Vamos calcular e constatar a veracidade.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{110.000}{100.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}025)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}025$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}025}$$

$$1 + i_r = 1{,}073$$

$$i_r = 1{,}073 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_r = 0{,}073\ \ ou\ \ 7{,}3\%}}$$

"Professor, quando irei utilizar cada uma das fórmulas?"

Isso vai depender das informações fornecidas no enunciado. Por isso a **importância** de se **resolver muitas questões**.

Vamos **esquematizar** essas fórmulas e, posteriormente, iremos resolver agora algumas questões de concursos para você fixar esse conteúdo.

ESQUEMATIZANDO

Taxa aparente: taxa de juros total.

Não são descontados os efeitos inflacionários.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i) \quad ou \quad \frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Taxa real: resultado "de fato" de uma operação.

São descontados os efeitos inflacionários.

Obs.: a Taxa real é calculada através dessa equação e NÃO POR SUBTRAÇÃO.

HORA DE PRATICAR!

(Inédita - 2022) Após anos estudando economia para o concurso de Auditor, José sabe que o certo é aplicar seu capital para se proteger da inflação. Suponha que José aplique por um ano seu primeiro salário de auditor em um título cujo rendimento nominal é de 15% e que a taxa de inflação neste ano do investimento tenha sido de 9%.

Sendo assim, qual será, aproximadamente, a taxa real que José irá obter nesse investimento?

a) 6,4%
b) 6,0%

c) 5,5%
d) 5,2%
e) 5,1%

Comentários:

Lembre-se que a **Taxa real é calculada através da equação de Fisher** e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**. Estudamos essa passagem exaustivamente na aula.

Logo, você JAMAIS poderia assinalar a alternativa B.

Perceba que a questão nos fornece a taxa nominal e a taxa de inflação e nos questiona a taxa real do investimento.

Vamos aplicar diretamente a equação de relação (equação de Fisher) entre as taxas e calcular a taxa real.

$$(1+i_a) = (1+i_r) \times (1+i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 15\% = 0{,}15$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 9\% = 0{,}09$

Substituindo os valores e calculando a taxa real teremos:

$$(1+i_a) = (1+i_r) \times (1+i_i)$$

$$(1+0{,}15) = (1+i_r) \times (1+0{,}09)$$

$$1{,}15 = (1+i_r) \times 1{,}09$$

$$(1+i_r) = \frac{1{,}15}{1{,}09}$$

$$1+i_r = 1{,}055$$

$$i_r = 1{,}055 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0,055\ ou\ 5,5\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(CR4 – 2018) Julgue o item, relativo à aplicação da matemática financeira e ao funcionamento do sistema bancário.

Os juros reais são os juros resultantes, após a subtração da taxa de crescimento da economia, dos juros nominais.

Comentários:

Os Juros reais, como o próprio nome diz, é o que realmente se ganha (ou se perde) em uma operação. É o **resultado de fato** de um investimento, por exemplo. Na Taxa real, **SÃO descontados** os efeitos inflacionários.

A taxa real é calculada pela relação de Fisher e **NÃO por Subtração**. Fique atento! Nós descontamos os efeitos inflacionários. Descontar é diferente de subtrair.

A frase **correta** do enunciado seria:

*"Os juros reais são os juros resultantes, após o **desconto** da **taxa de inflação** da economia, dos juros nominais."*

Gabarito: **ERRADO**

(Pref. São Paulo – 2018) Um investimento rendeu em um ano 10% de juros. Se a inflação nesse período foi de 6%, a taxa real de juros foi de, aproximadamente,

a) 4,5%
b) 2,8%
c) 3,2%
d) 3,8%
e) 4,2%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula de relação entre as taxas que acabamos de estudar e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 10\% = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 6\% = 0{,}06$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa requerida pela banca.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}06)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}06}$$

$$1 + i_r \cong 1{,}038$$

$$i_r \cong 1{,}038 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r \cong 0{,}038 \;\; ou \;\; 3{,}8\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(TRT 13 - 2014) A taxa de juros aparente, que corresponde a uma taxa real de 0,60% em um determinado período e a uma inflação de 15,00% neste mesmo período é, em %, de

a) 15,60
b) 21,00
c) 14,40
d) 15,69
e) 9,00

Comentários:

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = ?$

$i_r = Taxa\ real = 0{,}6\% = 0{,}006$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 15\% = 0{,}15$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa aparente.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_a) = (1 + 0{,}006) \times (1 + 0{,}15)$$

$$(1 + i_a) = 1{,}006 \times 1{,}015$$

$$1 + i_a = 1{,}1569$$

$$i_a = 1{,}1569 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_a = 0{,}1569 \;\; ou \;\; 15{,}69\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SEFAZ RS – 2014) Francisco Joaquim contratou uma dívida de R$ 120.000,00 para suportar novos investimentos na sua fazenda. Oito meses após a data da contratação do empréstimo, Francisco Joaquim quitou a dívida por R$ 132.000,00. A inflação do período em que o empréstimo esteve em vigor foi de 6%. Qual a taxa de juros real, ou seja, acima da variação da inflação do período que Francisco Joaquim pagou nessa operação?

a) 1,03% no período
b) 3,77% no período
c) 4,00% no período
d) 4,50% no período
e) 6,00% no período

Comentários:

O enunciado nos fornece o Montante e o Capital. Sendo assim, vamos usar a segunda equação para o cálculo da taxa real de Juros em que:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 132.000$

$C = Capital = 120.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 6\%\ no\ período = 0{,}06$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa real de juros no período.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{132.000}{120.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}06)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}06}$$

$$1 + i_r = 1{,}0377$$

$$i_r = 1{,}0377 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}0377\ \ ou\ \ 3{,}77\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

(SEFAZ PI – 2015) Um investidor aplicou um capital de R$ 10.000,00 e resgatou o total de R$ 13.600,00 ao fim de 1 semestre. Se, nesse período, a taxa real de juros foi de 32%, então, dos valores seguintes, o que mais se aproxima da taxa de inflação do período é

a) 4,5%
b) 4%
c) 3,5%
d) 3%
e) 2,5%

Comentários:

Questão cobrada na prova de Auditor Fiscal do Estado do Piauí. Iremos ver que a resolução consiste, unicamente, na **aplicação da fórmula** adaptada da equação de relação entre as Taxas que acabamos de estudar.

A banca nos fornece o valor do Montante e do Capital e nos questiona a taxa de inflação do período. Vamos utilizar a equação de Fisher adaptada para as informações que dispomos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 13.600$

$C = Capital = 10.000$

$i_r = Taxa\ real = 32\% = 0{,}32$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = ?$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa de inflação.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{13.600}{10.000} = (1 + 0{,}32) \times (1 + i_i)$$

$$1{,}36 = 1{,}32 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1{,}36}{1{,}32}$$

$$1 + i_i = 1{,}0303$$

$$i_i = 1{,}0303 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_i = 0{,}0303\ \ ou\ \ 3{,}03\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

INDO MAIS FUNDO!

Vamos retornar à fórmula de correlação entre as Taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Podemos <u>expandir</u> essa equação para um **período maior que uma unidade** e teremos:

$$\boldsymbol{(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})}$$

Ou

$$\boldsymbol{\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})}$$

Fique **SEMPRE ATENTO aos períodos** mencionados pela banca no enunciado.

Vamos resolver exercícios de concurso sobre essa passagem para você entender melhor.

(ISS Paulínia - 2021) Uma aplicação de R$ 100.000,00, após dois meses, resultou em um montante de R$ 130.000,00. Considerando a incidência de imposto e taxa sobre o rendimento de 25% e a taxa mensal de inflação de 5%, a taxa de juros real durante o período de aplicação foi de, aproximadamente,

a) -3%
b) -1%
c) 0%
d) 11%
e) 17%

Comentários:

A banca nos informa o valor do Capital aplicado e do Montante resgatado. Sendo assim, vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

FIQUE ATENTO!

Observe, porém, que ele nos fornece a taxa de inflação **MENSAL** e nos questiona a taxa real **durante o período, isto é, nos dois meses**. Ou seja, vamos (sim) utilizar esta fórmula. Todavia, como aprendemos no tópico "indo mais fundo", nós iremos capitalizar a taxa de inflação por 2 meses.

Então, nossa equação será:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)^2$$

Cuidado com mais um ponto. Observe que o Montante da aplicação **NÃO** é $R\$\ 130.000{,}00$. Há uma incidência de de imposto de 25% sobre o rendimento, isto é, sobre $R\$\ 30.000{,}00$ $(130.000 - 10.000)$.

$$\text{imposto} = \frac{25}{100} \times 30.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\textbf{imposto} = \mathbf{7.500}}$$

Logo, o **Montante** a ser recebido será:

$$M = 130.000 - 7.500 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M} = \mathbf{122.500}}$$

Agora sim podemos aplicar a fórmula acima.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)^2$$

$$\frac{122.500}{100.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}05)^2$$

$$1{,}225 = (1 + i_r) \times 1{,}1025$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}225}{1{,}1025}$$

$$1 + i_r = 1{,}11$$

$$i_r = 1{,}11 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}11\ ou\ 11\%\ no\ período}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(Metrô SP – 2019) Ivone fez um empréstimo a juros compostos no valor de R\$ 20.000,00 em setembro de 2018, para pagamento após 2 anos da data de aquisição do empréstimo. A taxa de inflação acumulada durante o primeiro ano foi de 4% ao ano e, durante o segundo ano de, 5% ao ano. A taxa real de juros

contratada foi mantida constante em 2% ao ano. O valor dos juros pagos por Ivone nessa operação foi, em reais,

a) 2.685,12
b) 2.636,00
c) 2.690,37
d) 2.722,34
e) 2.600,00

Comentários:

Observe que a questão aborda mais de um período em seu enunciado. Há uma taxa de inflação para o primeiro ano e outra para o segundo.

Iremos, então, utilizar a fórmula expandida de relação entre as taxas.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Como o enunciado nos informa que o **período** do Empréstimo foi de **2 anos**, nossa equação será reduzida a dois termos e ficaremos com:

$$\frac{M}{C} = \left(1 + i_{r_1}\right) \times \left(1 + i_{r_2}\right) \times \left(1 + i_{i_1}\right) \times \left(1 + i_{i_2}\right)$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 20.000$

$i_{r_1} = Taxa\ real\ do\ primeiro\ ano = 2\% = 0{,}02$

$i_{r_2} = Taxa\ real\ do\ segundo\ ano = 2\% = 0{,}02$

$i_{i_1} = Taxa\ de\ inflação\ do\ primeiro\ ano = 4\% = 0{,}04$

$i_{i_2} = Taxa\ de\ inflação\ do\ segundo\ ano = 5\% = 0{,}05$

Observe que, pelo comando da questão, a Taxa real de juros foi igual tanto para o primeiro quanto para o segundo ano (mas nada impede que, em uma outra questão, sejam diferentes).

Vamos substituir os valores e calcular o Montante devido pelo empréstimo após 2 anos.

$$\frac{M}{C} = \left(1 + i_{r_1}\right) \times \left(1 + i_{r_2}\right) \times \left(1 + i_{i_1}\right) \times \left(1 + i_{i_2}\right)$$

$$\frac{M}{20.000} = (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}05)$$

$$\frac{M}{20.000} = 1{,}02 \times 1{,}02 \times 1{,}04 \times 1{,}05$$

$$\frac{M}{20.000} = 1{,}1361$$

$$M = 20.000 \times 1{,}1361 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 22.722}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros pagos por Ivone.

$$J = M - C$$

$$J = 22.722 - 20.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 2.722}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SEFAZ RS – 2014) Um título acumulou um rendimento de 30% nominal nos últimos quatros anos. Calcule a taxa de juros real, ou seja, a taxa acima da variação da inflação do período, sabendo que a variação da inflação foi de 5,5% para o ano 1; 4,5% para o ano 2; de 4,0% para o ano 3; e de 6% para o ano 4.

a) 9,66% no período
b) 6,69% no período
c) 6,96% no período
d) 10,0% no período
e) 8,33% no período

Comentários:

Vamos utilizar a fórmula de Fisher expandida para n termos:

$$(1 + i_a) = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \ldots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \ldots (1 + i_{in})$$

Observe que o enunciado já nos fornece a Taxa nominal para todo o período, isto é, para os últimos 4 anos. Não foi fornecida a Taxa ano a ano, mas sim uma taxa "completa" para todo o período.

A mesma situação ocorre para a Taxa real questionada pelo enunciado. A banca pergunta qual a taxa "completa" para todo o período de 4 anos.

Já a taxa de inflação é fornecida ano a ano durante os 4 anos. Então, nossa equação expandida terá o seguinte aspecto:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times (1 + i_{i4})$$

Vamos substituir os valores e proceder com as contas para calcular a taxa real do período.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times (1 + i_{i4})$$

$$(1 + 0{,}3) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}055) \times (1 + 0{,}045) \times (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}06)$$

$$1{,}3 = (1 + i_r) \times 1{,}055 \times 1{,}045 \times 1{,}04 \times 1{,}06$$

$$1{,}3 = (1 + i_r) \times 1{,}2153$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}3}{1{,}2153}$$

$$1 + i_r = 1{,}0696$$

$$i_r = 1{,}0696 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}0696 \;\; ou \;\; 6{,}96\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

Algumas questões de provas buscam saber do candidato a **relação conceitual** acerca da Taxa real e da Taxa aparente, a depender do comportamento da inflação na economia.

- Em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (> 0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

Vamos entender essa passagem tanto conceitual quanto numericamente.

Vimos que a **Taxa real é a taxa de juros descontada da inflação**. Ou seja, para calcular a Taxa real, pegamos a Taxa Nominal e descontamos a inflação. Ora, se a taxa de inflação for positiva e descontarmos esse valor da Taxa Nominal, certamente iremos encontrar um valor menor que esta última. Este valor menor é a Taxa real.

Ainda ficou confuso? Tenho certeza que numericamente tudo irá se esclarecer.

Imagina que a Taxa Aparente seja de 20% no período e a Taxa de inflação seja de 10%. Qual será o valor da Taxa real?

Estamos diante de um exemplo de uma **economia inflacionária**, uma vez que, a taxa de inflação é positiva. Vamos utilizar a equação que correlaciona as taxas e **calcular a taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}2) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}1)$$

$$1{,}2 = (1 + i_r) \times 1{,}1$$

$$\frac{1{,}2}{1{,}1} = (1 + i_r)$$

$$1 + i_r = 1{,}091$$

$$i_r = 1{,}091 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}091 \;\; ou \;\; 9{,}1\% \; no \; período}$$

Constatamos, então, que a Taxa real (9,1%), em uma **economia inflacionária**, é **MENOR** que a Taxa aparente (20%).

Percebeu? Tínhamos uma Taxa Aparente de 20% e descontamos um valor positivo sobre ela (10%). Resultando, assim, em uma Taxa menor que ela (que é a Taxa real).

- Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (< 0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Vamos analisar com base no mesmo exemplo. Temos uma Taxa aparente de 20% no período. Porém, agora, a inflação é igual a -5%. Iremos **calcular a Taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}2) = (1 + i_r) \times (1 - 0{,}05)$$

$$1{,}2 = (1 + i_r) \times 0{,}95$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}2}{0{,}95}$$

$$1 + i_r = 1{,}263$$

$$i_r = 1{,}263 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0,263 \ \ ou \ \ 26,3\% \ no \ período}$$

Ou seja, em uma **economia deflacionária**, a Taxa real de juros é **MAIOR** que a Taxa aparente.

ESQUEMATIZANDO

$$\text{Economia} \begin{cases} \text{Inflacionária}: & \boxed{i_r < i_a} \\ \text{Deflacionária}: & \boxed{i_r > i_a} \end{cases}$$

Vejamos como esse tópico já foi cobrado.

HORA DE PRATICAR!

(BNB – 2018) No que se refere a matemática financeira, julgue o seguinte item.

Se em determinado ano a taxa de juros aparente for de 10% ao ano e se a taxa real de juros nesse período for de 12%, então, nesse ano, a taxa de inflação será negativa, ou seja, haverá deflação.

Comentários:

Observe que a Taxa real de juros (12%) é maior que a Taxa aparente (10%). Estudamos que essa situação ocorre quando estamos diante de uma **economia deflacionária**, ou seja, quando a inflação é negativa.

Logo, a assertiva está correta.

Vamos comprovar algebricamente. Iremos utilizar a equação que relaciona essas taxas e calcular o valor da Taxa de inflação no ano.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 10\% = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = 12\% = 0{,}12$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = ?$

Iremos substituir os valores e calcular a Taxa de inflação.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1) = (1 + 0{,}12) \times (1 + i_i)$$

$$1{,}1 = 1{,}12 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1{,}1}{1{,}12}$$

$$1 + i_i \cong 0{,}98$$

$$i_i \cong 0{,}982 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_i \cong -0{,}018\ \ ou\ \ -1{,}8\%\ ao\ ano}$$

Isto é, a taxa de inflação será **NEGATIVA** (deflação) como queríamos demonstrar.

Relembrando:

- Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (< 0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Gabarito: **CERTO**

(FUB - 2018) A respeito de sistemas de amortização e de taxas de juros de empréstimos bancários, julgue o item a seguir.

Em uma economia inflacionária, a taxa real de juros para um empréstimo bancário será sempre maior que a correspondente taxa nominal.

Comentários:

Estudamos que, em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (> 0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

Vamos relembrar o esquema da aula.

Economia

- *Inflacionária* : $\boxed{i_r < i_a}$
- *Deflacionária* : $\boxed{i_r > i_a}$

Logo, a assertiva está errada.

Gabarito: **ERRADO**

INFLAÇÃO ACUMULADA

Imagine, por exemplo, que a Taxa de inflação em um mês seja de 5% e no mês seguinte de 7%. Qual seria a Inflação acumulada nesses dois meses?

Já adianto que **NÃO DEVEMOS somar** as taxas de inflação individualmente para calcular a Taxa acumulada de inflação no período.

Ou seja, se você respondeu 12%, está incorreto. Porém, não há problema algum em errar. Iremos aprender agora a calcular a Taxa de inflação acumulada e você, com certeza, acertará na sua prova se cair uma questão sobre esse tópico.

Sejam, i_{i1} , i_{i2} , i_{i3}, ... , i_{in} as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se **Taxa acumulada de inflação** i_{iac} nesses períodos por:

$$\boxed{\boldsymbol{(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \ldots \times (1 + i_{in})}}$$

Vamos calcular, então, qual seria a Taxa acumulada no exemplo dado. A taxa de inflação no primeiro mês foi de 5% e, no segundo mês, 7%.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0{,}05) \times (1 + 0{,}07)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1{,}05 \times 1{,}07$$

$$1 + i_{iac} = 1{,}1235$$

$$i_{iac} = 1{,}1235 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{iac} = 0{,}1235 \ ou \ 12{,}35\%}$$

Ou seja, a Taxa de inflação acumulada nos dois meses foi igual a 12,35%.

(Emdec – 2019) Em determinada época a inflação de um país (mês 1) foi de 1,20%; no mês seguinte (mês 2), a inflação foi de 2% e, no outro mês (mês 3) foi de 1,8%. Quanto a inflação acumulada do período, assinale a alternativa correta.

a) 3,05%

b) 4,32%
c) 5%
d) 5,08%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula da Taxa acumulada de inflação e calcular seu valor.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0{,}012) \times (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}018)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1{,}012 \times 1{,}02 \times 1{,}018$$

$$1 + i_{iac} = 1{,}0508$$

$$i_{iac} = 1{,}0508 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{iac} = 0{,}0508 \; ou \; 5{,}08\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(MSGás – 2015) Em um país, as taxas de inflação nos 2 primeiros meses do ano são 4% e 5% e no terceiro mês acontece uma deflação de 4%. Portanto, a inflação acumulada nos três primeiros meses deste ano é igual a:

a) 4,832%
b) 4,882%
c) 4,922%
d) 5%

Comentários:

Iremos aplicar a fórmula da **Taxa acumulada de inflação** e calcular seu valor para o período de 3 meses. Observe que no terceiro mês houve uma deflação, isto é, a inflação foi negativa. Em nada muda a aplicabilidade da fórmula. A única atenção que devemos ter é que, nesse caso, a inflação entrará com sinal negativo.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}05) \times (1 - 0{,}04)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1{,}04 \times 1{,}05 \times 0{,}96$$

$$1 + i_{iac} = 1{,}04832$$

$$i_{iac} = 1{,}04832 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{iac} = 0{,}04832 \; ou \; 4{,}832\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

CUSTO EFETIVO DE UMA OPERAÇÃO

Suponha que você obtenha um Empréstimo de R$ 100.000,00 a uma taxa de juros de 10% ao mês em regime de Juros Compostos para ser pago ao final de 3 meses. Porém, na hora da liberação do recurso, o banco te cobre uma taxa de abertura de crédito de R$ 2.000,00 mais um valor de R$ 500,00 referente a outras taxas.

Apesar de você ter obtido 100 mil reais de empréstimo, efetivamente você terá recebido esse valor subtraído das taxas cobradas pelo banco, certo?

Ora, o Capital efetivamente recebido será **o valor que foi emprestado menos os custos** que o banco cobra.

Nesse caso, o **Capital efetivo recebido** teria sido igual a:

$$C_{ef} = 100.000 - 2.000 - 500 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 97.500}}$$

Então, efetivamente, você recebeu R$ 97.500,00.

E qual o Montante que você deverá pagar pela obtenção desse recurso?

O banco vai te cobrar juros compostos de 10% ao mês.

"Mas em cima de qual valor, professor? Do valor do Empréstimo ou em cima do valor que efetivamente recebi?"

Em cima do valor do Empréstimo. **Os Juros são calculados em cima do valor Nominal do Empréstimo**. Então, você teria que pagar ao final de 3 meses um Montante igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}1)^3$$

$$M = 100.000 \times 1{,}331 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 133.100}}$$

E, por fim, qual seria a taxa efetiva (custo efetivo) no período desta operação?

Perceba que a taxa de 10% ao mês é a taxa nominal do empréstimo. Para calcularmos a taxa efetiva, devemos ter como base o que efetivamente foi recebido, isto é, R$ 97.500,00.

Sendo assim, vamos aplicar a fórmula do Montante e calcular o custo efetivo da operação. Acompanhe.

$$M = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$133.100 = 97.500 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

Observe que, na equação acima, para o cálculo da taxa efetiva, entramos com o valor do Capital efetivamente recebido, isto é, o valor do Empréstimo menos os custos cobrados pelo banco.

Atente-se também para a pergunta que foi feita. Estamos em busca da taxa efetiva no período do empréstimo. Logo, a taxa efetiva vai ser no período de 3 meses. Se a banca, porventura, perguntar a taxa efetiva mensal, teríamos que utilizar a fórmula $M = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)^3$. Todavia, a grande maioria das questões cobra o **custo efetivo em todo o período da operação**.

Vamos continuar com as contas.

$$133.100 = 97.500 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$\left(1 + i_{ef}\right) = \frac{133.100}{97.500}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}365$$

$$i_{ef} = 1{,}365 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}365 \ \ ou \ \ 36{,}5\%}$$

Ou seja, a taxa efetiva (custo efetivo) da obtenção deste empréstimo foi de 36,5% no período da operação.

TOME NOTA!

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Vejamos como esse assunto é cobrado nas provas.

HORA DE PRATICAR!

(Inédita - 2022) Um ex-concurseiro, após passar no seu concurso para Auditor Fiscal, obtém um financiamento de R$ 100.000,00 no dia 01 de fevereiro. Nesta mesma data, na hora da obtenção do empréstimo, o banco cobrou R$ 1.500,00 de taxa de abertura de crédito e R$ 750,00 corresponde a outras despesas bancárias.

O financiamento vence integralmente (principal e juros) em 30 de junho. A taxa de juros composta cobrada pelo banco foi de 4% ao mês. Sendo assim, o custo efetivo do período da operação é, aproximadamente, igual a:

Adote $1{,}04^5 = 1{,}217$

a) 20,00
b) 22,50
c) 23,50
d) 24,50
e) 25,00

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do **Capital efetivamente recebido** pelo tomador do financiamento na data da obtenção do empréstimo.

O ex-concurseiro obteve um empréstimo de R$ 100.000,00, no dia 01/02, e pagou à instituição financeira, na mesma data, R$ 1.500,00 de taxa de abertura de crédito e R$ 750 referentes a outras taxas. Logo, o Capital efetivamente recebido foi igual a:

$$C_{ef} = 100.000 - 1.500 - 750 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 97.750}}$$

Observe que este é o valor "líquido" recebido, isto é, é o Capital Efetivamente recebido.

Posteriormente, calculamos o Montante pago. O financiamento venceu integralmente (principal e juros) em 30/06, ou seja, 5 meses após a obtenção deste (fevereiro, março, abril, maio e junho).

Sabendo que a taxa de juros composta cobrada pelo banco foi de 4% ao mês, o Montante final pago será de:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}04)^5$$

$$M = 100.000 \times 1{,}04^5$$

$$M = 100.000 \times 1{,}217 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 121.700}}$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

$$M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$121.700 = 97.750 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{121.700}{97.750}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}245$$

$$i_{ef} = 1{,}245 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}245 \text{ ou } 24{,}5\% \text{ no período}}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(Inédita - 2022) Um ex-concurseiro, após passar no seu concurso para Auditor Fiscal, obtém um financiamento de R$ 100.000,00 a ser pago em dois anos. A taxa de juros compostos é de 10% ao ano capitalizado semestralmente.

No momento da obtenção do financiamento é cobrado uma taxa de crédito de 5% sobre o total (principal mais juros). Logo, o valor liberado é menor que o valor solicitado.

Sendo assim, o custo real efetivo desse financiamento é igual a:

Adote $1{,}05^4 = 1{,}215$

a) 27,48%
b) 28,09%
c) 29,06%
d) 29,36%
e) 30,57%

Comentários:

Perceba que, nessa questão, para calcularmos o valor do Capital efetivamente recebido pela empresa, teremos que, primeiro, calcular o Montante, uma vez que na hora da obtenção do empréstimo há um pagamento de 5% sobre o total (principal mais juros) a título de taxa.

Comece a observar que cada questão de "custo efetivo" tem sua *historinha* e suas peculiaridades.

Então, vamos calcular o Montante pago pelo ex concurseiro ao final dos 2 anos.

Primeiro passo é converter a taxa nominal em taxa efetiva.

$$i = 10\% \ ao \ ano \ capitalizados \ semestralmente$$

$$i = 5\% \ ao \ semestre \ capitalizados \ semestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i = 5\%\ ao\ semestre}}$$

Trabalhamos exaustivamente essa conversão na última aula. Se você não entendeu essa passagem, é uma boa hora para voltar na aula de Juros Compostos e **revisar** o assunto.

Continuando com o cálculo do Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}05)^4$$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (semestre). Em 2 anos há 4 semestres.

$$M = 100.000 \times (1{,}05)^4$$

$$M = 100.000 \times 1{,}215 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 121.500}}$$

Neste ponto, iremos calcular o valor do Capital efetivamente recebido pelo tomador do financiamento. No momento da obtenção do financiamento, é cobrado uma taxa de crédito de 5% sobre o total (principal mais juros).

Logo, o Capital Efetivamente recebido é igual a:

$$C_{ef} = 100.000 - \frac{5}{100} \times 121.500$$

$$C_{ef} = 100.000 - 6.075 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 93.925}}$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

$$M = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$121.500 = 93.925 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$\left(1 + i_{ef}\right) = \frac{121.500}{93.925}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}2936$$

$$i_{ef} = 1{,}2936 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}2936\ \ ou\ \ 29{,}36\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(ALESE – 2018) Para a obtenção de um empréstimo de R$ 100.000,00 a Cia. Flores Belas pagou à instituição financeira, na data da liberação dos recursos, R$ 1.500,00 de taxa de abertura de crédito e R$ 268,52 referentes a outras taxas. O prazo do empréstimo foi 2 meses e o principal e os juros foram pagos em uma única parcela na data do vencimento. Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% ao mês, a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação foi de

a) 3,00%
b) 6,00%
c) 6,09%
d) 8,00%
e) 7,86%

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do Capital efetivamente recebido pela Cia. Flores Belas.

$$C_{ef} = 100.000 - 1.500 - 268{,}52 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 98.231{,}48}}$$

Posteriormente, calculamos o Montante pago pela companhia.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 100.000 \times (1{,}03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 106.090}}$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

$$M = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$106.090 = 98.231{,}48 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$\left(1 + i_{ef}\right) = \frac{106.090}{98.231{,}48}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}08$$

$$i_{ef} = 1{,}08 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}08 \ \ ou \ \ 8\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo no valor de R$ 100.000,00 para ser liquidado em um único pagamento no final de 4 meses. A taxa de juros simples contratada foi 3% ao mês e a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do empréstimo, uma tarifa cujo valor

corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo. A taxa de custo efetivo incidente no empréstimo foi, em %, no período do prazo do empréstimo,

a) 12,55
b) 13,00
c) 13,12
d) 12,00
e) 13,68

Comentários:

Observe que nessa questão, na hora da obtenção do empréstimo, não houve qualquer custo cobrado pelo banco.

Atenção ao comando de cada questão. **As bancas não irão repetir sempre o mesmo padrão**. O raciocínio para o cálculo do custo efetivo será o mesmo, mas a cobrança não. Então, vamos sempre raciocinar antes de aplicar as fórmulas.

Sendo assim, o Capital efetivamente recebido será igual a R$ 100.000,00.

Vamos, agora, calcular o valor do Montante pago pela empresa pela obtenção desse empréstimo à taxa de juros simples de 3% ao mês pelo período de 4 meses.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}03 \times 4)$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}12)$$

$$M = 100.000 \times 1{,}12 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 112.000}}$$

Todavia, a instituição financeira cobra, adicionalmente, na data do pagamento do empréstimo, uma tarifa cujo valor corresponde a 1% do valor que deve ser pago para liquidação do empréstimo.

Sendo assim, ao final dos 4 meses, a empresa irá pagar um Montante final igual a:

$$M_f = 112.000 + \frac{1}{100} \times 112.000$$

$$M_f = 112.000 + 1.120 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_f = 113.120}}$$

Por fim, calculamos o custo efetivo no período do prazo do empréstimo.

$$M_f = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$113.120 = 100.000 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$(1 + i_{ef}) \frac{113.120}{100.000}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}1312$$

$$i_{ef} = 1{,}1312 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}1312 \ \ ou \ \ 13{,}12\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(TST – 2017) Uma empresa obteve um empréstimo no valor de R$ 100.000,00 para ser liquidado em uma única parcela no final do prazo de 2 meses. A taxa de juros compostos negociada foi 3% ao mês e a empresa deve pagar, adicionalmente, na data da obtenção do empréstimo, uma taxa de cadastro no valor de R$ 1.000,00. Na data do vencimento do empréstimo a empresa deve pagar, junto com o valor que pagará à instituição financeira, um imposto no valor de R$ 530,00. O custo efetivo total para a empresa no prazo do empréstimo, foi

a) 7,70%
b) 6,09%
c) 7,62%
d) 6,00%
e) 7,16%

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do Capital efetivamente obtido pela empresa.

$$C_{ef} = 100.000 - 1.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 99.000}}$$

Posteriormente, calculamos o Montante pago pela companhia.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 100.000 \times (1{,}03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 106.090}}$$

Na data do vencimento do empréstimo a empresa deve pagar, junto com o valor que pagará à instituição financeira, um imposto no valor de R$ 530,00. Logo, o Montante final a ser pago será igual a:

$$M_f = 106.090 + 530 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_f = 106.620}}$$

Por fim, calculamos o custo efetivo no período do prazo do empréstimo.

$$M_f = C_{ef} \times (1 + i_{ef})$$

$$106.620 = 99.000 \times (1 + i_{ef})$$

$$(1 + i_{ef}) = \frac{106.620}{99.000}$$

$$1 + i_{ef} \cong 1{,}077$$

$$i_{ef} \cong 1{,}077 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} \cong 0{,}077 \ \ ou \ \ 7{,}7\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

ESCLARECENDO!

Com as questões de concursos acima, você deve ter percebido que **cada questão tem suas peculiaridades**. As questões não serão idênticas. Porém, a sistemática de cálculo sim.

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Então, raciocine sempre no sentido de buscar o que efetivamente foi recebido na hora da obtenção do empréstimo e o que realmente foi pago de Montante ao final. Essas 2 informações serão os "inputs" para encontrar o custo efetivo da operação.

CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA

Este é um tópico isolado da matéria e o índice de cobrança não é tão elevado. Porém, o custo benefício deste tema é enorme, uma vez que, há apenas 1 fórmula para se decorar e a grande maioria dos candidatos não terão estudado esse assunto. Mas você, aluno do Estratégia, terá visto toda a matéria e estará preparado para qualquer tipo de questão.

Na **capitalização contínua**, o **Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{M = C \times e^{i \times t}}$$

Onde,

$M = Montante$

$C = Capital$

$i = Taxa\ de\ Juros$

$t = tempo$

$e = número\ de\ Euler = 2{,}71828 \ldots$

As questões de provas irão fornecer o valor da potência ou o valor do Logaritmo Neperiano (logaritmo na base e).

Quando o enunciado fornecer o valor do Logaritmo, teremos que lembrar da definição de logartimo das aulas de matemática básica em que:

Dados dois números reais positivos $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{x}$, com $\boldsymbol{a} > 0\ e\ \boldsymbol{a} \neq 1$, o **logaritmo** de $\boldsymbol{x}$ na base $\boldsymbol{a}$ é igual ao expoente y ao qual a base $\boldsymbol{a}$ deve ser elevada para se chegar a x como resultado.

Se $\boldsymbol{a} > 0$ e $\boldsymbol{a} \neq 1$ e $\boldsymbol{x} > 0$, temos que:

$$\log_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{x} = y \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{a}^y = \boldsymbol{x} \quad , \quad onde:$$

- $\boldsymbol{a}$ → base do logaritmo
- $\boldsymbol{x}$ → logaritmando
- y → logaritmo

Isto é, o **logaritmo** de $\boldsymbol{x}$ na base $\boldsymbol{a}$ <u>é a solução de y</u> na equação $\boldsymbol{a}^y = \boldsymbol{x}$.

Vejamos como a Capitalização Contínua é cobrada em provas.

(Sefaz PI – 2015) Um capital de R$ 15.000,00 é aplicado, durante 2 anos, à taxa de 5% ao semestre com capitalização contínua. Dos valores abaixo, o mais próximo do valor dos juros desta aplicação é

Dados: $\mathbf{ln(1,221403) = 0,2}$

a) R$ 3.076,00
b) R$ 3.155,00
c) R$ 3.321,00
d) R$ 3.487,00
e) R$ 3.653,00

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante na capitalização contínua.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 15.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 5\%\ ao\ semestre = 0{,}05$

$t = tempo = 2\ anos = 4\ semetres$

Atente-se para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de Juros (semestre), pois necessariamente devem coincidir. Em 1 ano há 2 semestres. Logo, em 2 anos haverá 4 semestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

$$M = 15.000 \times e^{0{,}05 \times 4}$$

$$M = 15.000 \times e^{0{,}2}$$

Para resolver essa potência, iremos utilizar os dados fornecidos no enunciado e a definição de logaritmo.

Observe que:

$$\ln 1{,}221403 = 0{,}2$$

Pela definição de logaritmo temos que:

$$\log_a x = y \quad \leftrightarrow \quad a^y = x$$

Iremos aplicar essa definição para a base "a" igual ao número de Euler (e) e para $x = 1{,}221403$ e $y = 0{,}2$. Sendo assim,

$$\ln 1{,}221403 = 0{,}2 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{e^{0,2} = 1,221403}}$$

Retomando as contas para cálculo do Montante teremos:

$$M = 15.000 \times e^{0,2}$$

$$M = 15.000 \times 1{,}221403 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M \cong 18.321,00}}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros.

$$J = M - C$$

$$J = 18.321{,}00 - 15.000 \quad \rightarrow \boldsymbol{J = 3.321}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(TCE PR - 2011) Um capital no valor de R$ 25.000,00 foi aplicado, durante um ano, à taxa semestral de 6% com capitalização contínua. Utilizando a informação de que 6% é igual ao logaritmo neperiano de 1,062, tem-se que o valor do montante, no final do período, foi igual a

a) R$ 28.090,00
b) R$ 28.143,00
c) R$ 28.196,10
d) R$ 28.249,20
e) R$ 28.302,30

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante na capitalização contínua.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 25.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 6\%\ ao\ semestre = 0{,}06$

$t = tempo = 1\ ano = 2\ semetres$

Atente-se para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de Juros (semestre), pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 2 semestres.

Substituindo os valores:

$$M = C \times e^{i \times t}$$

$$M = 25.000 \times e^{0{,}06 \times 2}$$

Para resolver essa potência usaremos a informação do enunciado que nos diz que 6% (0,06) é igual ao logaritmo neperiano de 1,062.

$$\ln 1{,}062 = 0{,}06$$

Pela definição de logaritmo temos que:

$$\log_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{x} = y \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{a}^{y} = \boldsymbol{x}$$

Iremos aplicar essa definição para a base "a" igual ao número de Euler (e) e para $x = 1{,}062$ e $y = 0{,}06$. Sendo assim,

$$\ln 1{,}062 = 0{,}06 \quad \rightarrow \quad e^{0{,}06} = 1{,}062$$

Vamos retomar as contas e calcular o Montante.

$$M = 25.000 \times e^{0{,}06 \times 2}$$

$$M = 25.000 \times (e^{0{,}06})^2$$

$$M = 25.000 \times (1{,}062)^2$$

$$M = 25.000 \times 1{,}062 \times 1{,}062 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 28.196{,}10}$$

Gabarito: Alternativa **C**

Chegamos ao final de mais uma teoria.

Iremos, agora, resolver uma bateria de questões de concursos que sintetizam todo o conteúdo estudado.

RESUMO DA AULA

Taxa aparente, Taxa real e Taxa de inflação

Taxa aparente: taxa de juros total.

Não são descontados os efeitos inflacionários.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i) \quad ou \quad \frac{M}{C}=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

Taxa real: resultado "de fato" de uma operação.

São descontados os efeitos inflacionários.

Obs.: a *Taxa real é calculada através dessa equação* e NÃO POR SUBTRAÇÃO.

Podemos expandir essa equação para um **período maior que uma unidade** e teremos:

$$\boxed{(1+i_a)=(1+i_{r1})\times(1+i_{r2})\times\dots(1+i_{rn})\times(1+i_{i1})\times(1+i_{i2})\times\dots(1+i_{in})}$$

Ou

$$\boxed{\frac{M}{C}=(1+i_{r1})\times(1+i_{r2})\times\dots(1+i_{rn})\times(1+i_{i1})\times(1+i_{i2})\times\dots(1+i_{in})}$$

Fique **SEMPRE ATENTO aos períodos** mencionados pela banca no enunciado.

Conceitos Econômicos

- Em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (>0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

- Em uma **economia deflacionária**, isto é, inflação negativa (<0), a Taxa real de Juros é sempre **MAIOR** que a Taxa aparente.

Esquematizando:

Economia

- *Inflacionária* : $\boxed{i_r < i_a}$
- *Deflacionária* : $\boxed{i_r > i_a}$

Inflação Acumulada

Sejam, i_{i1} , i_{i2} , i_{i3}, ... , i_{in} as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se **Taxa acumulada de inflação** i_{iac} nesses períodos por:

$$\boxed{(\mathbf{1} + \boldsymbol{i_{iac}}) = (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_{i1}}) \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_{i2}}) \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_{i3}}) \times \ldots \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_{in}})}$$

Custo Efetivo

O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago.

Então, raciocine sempre no sentido de buscar o que efetivamente foi recebido na hora da obtenção do empréstimo e o que realmente foi pago de Montante ao final. Essas 2 informações serão os "inputs" para encontrar o custo efetivo da operação.

Capitalização Contínua

Na **capitalização contínua**, o **Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$\boxed{\boldsymbol{M = C \times e^{i \times t}}}$$

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Taxa Real, Aparente e de Inflação

1. **(FGV / SEFAZ MG - 2023 Adaptada) Uma aplicação tem rendimento nominal de 40%. Sobre o ganho obtido nessa operação, incide imposto de 20%.**

Dado que a inflação acumulada nesse período foi de 10%, o ganho real dessa aplicação foi de

a) 24%.
b) 22%.
c) 20%.
d) 12%.
e) 10%.

Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100 reais para o Capital investido. Este Capital tem rendimento nominal de 40%.

Logo, o rendimento desta aplicação é igual a 40 reais. Todavia, sobre este ganho de 40 incide imposto de 20%.

$$imposto = \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}} \times 4\cancel{0} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{imposto = 8}}$$

Sendo assim, o ganho real será de 32 reais $(40 - 8 = 32)$ e **o Montante real final será igual ao Capital inicial mais o rendimento de fato que foi obtido na aplicação**.

$$M = 100 + 32 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 132}}$$

Vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas e calcular a taxa de inflação.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{132}{100} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}1)$$

$$1{,}32 = (1 + i_r) \times 1{,}1$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}32}{1{,}1}$$

$$1 + i_r = 1{,}2$$

$$i_r = 1{,}2 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}2\ ou\ 20\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

2. **(CESPE / IBAMA - 2022) Com base em conhecimentos de matemática financeira, julgue o próximo item.**

Considere que uma empresa de tecnologia invista 5% da sua receita anual em um fundo de investimento que patrocina ações ambientais, cuja rentabilidade é de 12% ao ano.

Nesse caso, se a inflação no primeiro ano do investimento tiver sido de 5%, então, ao final desse período, o valor que foi investido mais o ganho real do investimento equivalem a mais de 5,4% da receita anual da empresa, correspondente ao ano da aplicação no fundo.

Comentários:

Suponha que a empresa obtenha **100** como receita anual no ano da aplicação do fundo. A empresa investe 5% da sua receita anual em um fundo de investimento, isto é, **investe 5 dos 100**.

Vamos calcular a taxa real desse investimento:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}12) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}05)$$

$$1{,}12 = (1 + i_r) \times 1{,}05$$

$$1 + i_r = \frac{1{,}12}{1{,}05}$$

$$1 + i_r = 1{,}067$$

$$i_r = 1{,}067 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_r = 0{,}067\ ou\ 6{,}7\%}}$$

Então, a taxa real desse investimento foi de 6,7% ao ano. Todavia, **essa taxa incide apenas sobre o que foi investido, isto é, apenas sobre os 5**. Vamos capitalizar o que foi investido por 1 ano para saber quanto teremos no final deste ano.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 5 \times (1 + 0{,}067)^1$$

$$M = 5 \times 1{,}067 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 5{,}335}}$$

Logo, **ao final do primeiro ano o valor investido será de 5,335**.

A banca nos questiona se o valor que foi investido mais o ganho real do investimento equivalem a mais de 5,4% da receita anual da empresa, correspondente ao ano da aplicação no fundo.

Ora, o valor que foi investido mais o ganho real do investimento é igual a 5,335 e a receita anual da empresa no ano da aplicação arbitramos como 100. Logo, a porcentagem será:

$$p = \frac{5{,}335}{100} \quad \rightarrow \boldsymbol{p = 5{,}335\%}$$

O que é **MENOS** de 5,4% da receita anual da empresa.

Gabarito: **ERRADO**

3. **(UFTM / POLITEC MT - 2022) "O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo 15 (IPCA-15) fechou 2021 em 10,42%, maior acumulado em um ano desde 2015, de acordo com os dados divulgados nesta quinta-feira pelo IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. O IPCA-15 é uma prévia do indicador oficial da Inflação no país, o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), e se refere ao consumo das famílias com rendimento de 1 a 40 salários mínimos."**

(FONTE: Rádio Agência Nacional - Publicado em 23/12/2021 - Por Fabiana Sampaio)

Caso um investidor queira proteger o seu capital da inflação e aplique-o em um título cujo rendimento é de 20%, sendo a inflação do mesmo período de 10%, qual taxa real aproximada o investidor obterá nessa operação?

a) 15,00%
b) 9,90%
c) 10,00%
d) 9,50%
e) 9,10%

Comentários:

Lembre-se que a **Taxa real é calculada através da equação de Fisher** e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**. Estudamos essa passagem exaustivamente na aula. Logo, você JAMAIS poderia assinalar a alternativa C.

Perceba que a banca nos fornece a taxa nominal e a taxa de inflação e nos questiona a taxa real do investimento.

Vamos aplicar diretamente a equação de relação (equação de Fisher) entre as taxas e calcular a taxa real.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 20\% = 0{,}2$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 10\% = 0{,}1$

Substituindo os valores e calculando a taxa real teremos:

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$$(1+0{,}2)=(1+i_r)\times(1+0{,}1)$$

$$1{,}2=(1+i_r)\times 1{,}1$$

$$(1+i_r)=\frac{1{,}2}{1{,}1}$$

$$1+i_r=1{,}091$$

$$i_r=1{,}091-1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r=0{,}091\ ou\ 9{,}1\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

4. **(RBO / ISS BH - 2022) Considere, hipoteticamente, que, durante todo o ano de 201X, num determinado país, a taxa de inflação tenha sido constante. Nesse mesmo ano, um investidor aplicou $R\$\,10.000,00$, em 02/01/201X, numa instituição financeira e resgatou $R\$\,17.400,00$, em 31/12/201X, e a inflação sempre manteve constante, à taxa de $2,797\%$ ao mês. Nessa situação, a taxa real anual de juros praticados pela instituição foi de, aproximadamente**

$(1{,}02797)^6\ =\ 1{,}18$

a) 25%
b) 28%
c) 32%

d) 38%
e) 42%

Comentários:

A banca nos informa o valor do Capital aplicado e do Montante resgatado. Sendo assim, vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas e calcular a taxa de inflação.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Observe, porém, que ele nos fornece a taxa de inflação **MENSAL** e nos questiona a taxa real **ANUAL**. Ou seja, vamos (sim) utilizar esta fórmula. Todavia, como aprendemos no tópico "indo mais fundo", nós iremos capitalizar a taxa de inflação por 12 meses.

Então, nossa equação com base nas taxas anuais será:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)^{12}$$

Onde,

$M = Montante = 17.400$

$C = Capital = 10.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 2{,}797\%\ a.m. = 0{,}02797$

Perceba que a única incógnita da equação é a Taxa real. Iremos substituir os valores e calculá-la:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)^{12}$$

$$\frac{17.400}{10.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}02797)^{12}$$

$$1{,}74 = (1 + i_r) \times (1{,}02797)^{12}$$

A banca nos fornece o valor de $(1{,}02797)^6$. Sendo assim vamos "manipular" algebricamente a potência acima para aparecer em função da potência que ela nos fornece.

Para isso, devemos lembrar da propriedade da potência de potência que nos diz que:

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

No caso, vamos aplicar a volta dessa propriedade.

$$(1{,}02797)^{12} = (1{,}02797^6)^2$$

Voltando na resolução:

$$1{,}74 = (1 + i_r) \times (1{,}02797)^{12}$$

$$1{,}74 = (1 + i_r) \times (1{,}02797^6)^2$$

$$1{,}74 = (1 + i_r) \times 1{,}18^2$$

$$1{,}74 = (1 + i_r) \times 1{,}3924$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}74}{1{,}3924}$$

$$1 + i_r \cong 1{,}25$$

$$i_r \cong 1{,}25 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r \cong 0{,}25\ ou\ 25\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

5. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte a respeito de matemática financeira.

Se o rendimento real r a.a. de um investimento for metade do rendimento nominal n a.a., então a inflação i a.a. será

$$i = \frac{n}{2n + 2}$$

Comentários:

Vamos utilizar a equação de relação entre as taxas e constatar como elas se correlacionam.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = n$

$i_r = Taxa\ real = r$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = i$

Substituindo os valores:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + n) = (1 + r) \times (1 + i)$$

A banca nos informa que **o rendimento real r é metade do rendimento nominal n**. Ou seja:

$$r = \frac{n}{2}$$

Substituindo na equação acima teremos:

$$(1 + n) = (1 + r) \times (1 + i)$$

$$(1 + n) = \left(1 + \frac{n}{2}\right) \times (1 + i)$$

$$(1 + n) = \left(\frac{2 + n}{2}\right) \times (1 + i)$$

$$(1 + i) = \frac{2 \times (1 + n)}{2 + n}$$

$$1 + i = \frac{2 + 2n}{2 + n}$$

$$i = \frac{2 + 2n}{2 + n} - 1$$

$$i = \frac{\cancel{2} + 2n - \cancel{2} - n}{2 + n} \rightarrow \boldsymbol{i = \frac{n}{2 + n}}$$

Gabarito: **ERRADO**

6. **(CESPE / PGE PE – 2019) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.**

Situação hipotética: Paulo aplicou R$ 20.000 em determinado investimento e resgatou o total dois anos depois. O juro real recebido por Paulo no período foi de 30% e o valor resgatado foi de R$ 31.200. **Assertiva:** Nessa situação, a inflação acumulada no período foi inferior a 15%.

Comentários:

A banca nos informa o valor do Capital aplicado e do Montante resgatado. Sendo assim, vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas e calcular a taxa de inflação.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 31.200$

$C = Capital = 20.000$

$i_r = Taxa\,real = 30\% = 0{,}3$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = ?$

Observe que a única incógnita da equação é a Taxa de inflação. Iremos substituir os valores e calculá-la para constatar se será inferior ou superior a 15% no período.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{31.200}{20.000} = (1 + 0{,}3) \times (1 + i_i)$$

$$1{,}56 = 1{,}3 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1{,}56}{1{,}3}$$

$$1 + i_i = 1{,}2$$

$$i_i = 1{,}2 - 1 \quad \rightarrow \boldsymbol{i_i = 0{,}2\ \ ou\ \ 20\%\ no\ período}$$

Ou seja, nessa situação, a inflação acumulada no período foi **SUPERIOR** a 15%.

Gabarito: **ERRADO**

7. **(FCC / BANRISUL – 2019) A taxa de inflação, em um determinado período, foi igual a 5%. Um capital no valor de R$ 20.000,00 aplicado durante esse período permitiu que fosse resgatado um montante de R$ 21.840,00. No final do período de aplicação, a taxa real de juros r correspondente é tal que**

a) $4{,}5\% < r \leq 5\%$
b) $r \leq 4\%$
c) $r \geq 5{,}5\%$
d) $4\% < r \leq 4{,}5\%$
e) $5\% < r \leq 5{,}5\%$

Comentários:

A banca nos fornece o valor do Montante e do Capital e nos questiona a taxa real de juros. Vamos utilizar a equação de Fisher adaptada para as informações que dispomos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 21.840$

$C = Capital = 20.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 5\% = 0{,}05$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa real de juros.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{21.840}{20.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}05)$$

$$1{,}092 = (1 + i_r) \times 1{,}05$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}092}{1{,}05}$$

$$1 + i_r = 1{,}04$$

$$i_r = 1{,}04 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}04 \ ou \ 4\%}$$

Observe que a alternativa que inclui nossa resposta é a letra B, onde a taxa é igual ou menor que 4%.

Gabarito: Alternativa **B**

8. **(VUNESP / TJ SP – 2019) Uma pessoa aplica junto a uma instituição financeira, durante 2 anos, um capital no valor de R$ 25.000,00. Verifica-se que, no final desses 2 anos, a taxa real de juros dessa aplicação foi igual a 3/10 da taxa aparente de juros desse período. Se a taxa de inflação correspondente nesses 2 anos foi de 25%, então a taxa real de juros no período de aplicação foi de**

a) 15,0%
b) 18,0%
c) 12,6%
d) 12,0%
e) 14,4%

Comentários:

Vamos utilizar a equação de relação entre as taxas e constatar como elas se correlacionam.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente$

$i_r = Taxa\ real = 3/10 \times i_a = 0{,}3 i_a$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 25\% = 0{,}25$

Observe acima que, conforme informa o enunciado, **a taxa real de juros dessa aplicação foi igual a 3/10 da taxa aparente de juros** desse período.

Iremos substituir os valores e calcular a taxa aparente.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_a) = (1 + 0{,}3 i_a) \times (1 + 0{,}25)$$

$$(1+i_a) = (1+0{,}3i_a) \times 1{,}25$$

$$1 + i_a = 1{,}25 + 0{,}375i_a$$

$$i_a - 0{,}375i_a = 1{,}25 - 1$$

$$0{,}625i_a = 0{,}25$$

$$i_a = \frac{0{,}25}{0{,}625} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_a = 0,4}}$$

Logo, como a taxa real é igual a 3/10 da taxa aparente, seu valor será igual a:

$$i_r = 0{,}3 \times i_a$$

$$i_r = 0{,}3 \times 0{,}4 \rightarrow \boldsymbol{i_r = 0,12 \;\; ou \;\; 12\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

9. (CESPE / BNB – 2018) No que se refere a matemática financeira, julgue o seguinte item.

Se em determinado ano a taxa de juros aparente for de 10% ao ano e se a taxa real de juros nesse período for de 12%, então, nesse ano, a taxa de inflação será negativa, ou seja, haverá deflação.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a equação de relação entre as taxas e calcular a taxa de inflação do período.

$$(1+i_a) = (1+i_r) \times (1+i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 10\% = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = 12\% = 0{,}12$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = ?$

Iremos substituir os valores e calcular a Taxa de inflação.

$$(1+i_a) = (1+i_r) \times (1+i_i)$$

$$(1+0{,}1) = (1+0{,}12) \times (1+i_i)$$

$$1{,}1 = 1{,}12 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1{,}1}{1{,}12}$$

$$1 + i_i \cong 0{,}98$$

$$i_i \cong 0{,}982 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_i \cong -0{,}018 \ \ ou \ \ -1{,}8\% \ ao \ ano}$$

Isto é, a taxa de inflação será **NEGATIVA** (deflação).

Gabarito: **CERTO**

10. (FGV / BANESTES – 2018) O IGP-M (Índice Geral de Preços do Mercado) é um indicador da variação dos preços calculado pela Fundação Getulio Vargas e divulgado mensalmente. O IGP-M costuma ser utilizado como referência para o cálculo de reajuste dos contratos de aluguel de imóveis.

O contrato de aluguel de Ivo prevê reajustes anuais com base no IGP-M acumulado nesse período. Após um ano de contrato, o valor acumulado desse índice foi 7,73%.

Se, no mesmo período, a inflação acumulada foi de 5%, então o aumento do aluguel, descontada a inflação, foi de:

a) 2,6%
b) 2,7%
c) 2,9%
d) 3,4%
e) 3,6%

Comentários:

Observe que o enunciado nos questiona o valor da taxa descontada a inflação, isto é, o valor da Taxa real.

Lembrando que **Taxa real** é a taxa de juros em que **são descontados** os efeitos inflacionários.

Iremos utilizar a equação de correlação entre as taxas e calcular o aumento real do aluguel.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 7{,}73\% = 0{,}0773$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 5\% = 0{,}05$

Iremos substituir os valores e calcular a Taxa de inflação.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}0773) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}05)$$

$$1{,}0773 = (1 + i_r) \times 1{,}05$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}0773}{1{,}05}$$

$$1 + i_r = 1{,}026$$

$$i_r = 1{,}026 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}026\ \ ou\ \ 2{,}6\%\ no\ período}$$

Gabarito: Alternativa **A**

11. (FGV / BNB – 2014) Renato pediu empréstimo ao banco para pagamento em um ano com taxa anual real de juros de 28%. Sabendo que a inflação prevista para o período é de 7%, a taxa aparente de juros é de, aproximadamente:

a) 33%
b) 34%
c) 35%
d) 36%
e) 37%

Comentários:

De posse da taxa real e da taxa de inflação, iremos utilizar a equação de relação entre as taxas e calcular a taxa aparente.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = ?$

$i_r = Taxa\ real = 28\% = 0{,}28$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 7\% = 0{,}07$

Iremos substituir os valores e calcular a Taxa aparente de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_a) = (1 + 0{,}28) \times (1 + 0{,}07)$$

$$(1 + i_a) = 1{,}28 \times 1{,}07$$

$$1 + i_a \cong 1{,}37$$

$$i_a \cong 1{,}37 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_a = 0,37\ \ ou\ \ 37\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

12. (CESPE / TCE SC – 2016) No item que se segue, é apresentada uma situação hipotética a respeito de avaliação de investimentos e de taxas de juros, seguida de uma assertiva a ser julgada.

Um investidor do mercado imobiliário comprou um terreno por R$ 40.000 e, após dois anos, vendeu-o por R$ 62.400. A taxa de inflação acumulada durante esses dois anos foi de 20%. Nessa situação, a rentabilidade real desse investimento foi superior a 32% no biênio.

Comentários:

A banca nos informa o valor do Capital investido e do Montante recebido. Sendo assim, vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas e calcular a taxa real de rentabilidade.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 62.400$

$C = Capital = 40.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 20\% = 0{,}2$

Perceba que a única incógnita da equação é a Taxa real de juros. Iremos substituir os valores e calculá-la para constatar se será inferior ou superior a 32% no período (biênio).

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{62.400}{40.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}2)$$

$$1{,}56 = (1 + i_r) \times 1{,}2$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}56}{1{,}2}$$

$$1 + i_r = 1{,}3$$

$$i_r = 1{,}3 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}3 \ \ ou\ \ 30\%\ no\ biênio}$$

Logo, nessa situação, a rentabilidade real desse investimento foi **INFERIOR** a 32% no biênio.

Gabarito: **ERRADO**

13. (FCC / SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo para ser integralmente liquidado em uma única parcela no final do prazo de 2 meses. Se a taxa de juros compostos prefixada negociada foi 4% ao mês e a inflação no prazo do empréstimo foi 1,5%, a taxa real de juros paga pela empresa no período foi, em %,

a) 9,50
b) 6,50
c) 6,66
d) 9,66
e) 6,56

Comentários:

Observe os prazos fornecidos no enunciado. A Taxa aparente (taxa de juros compostos prefixada) é “ao mês”, enquanto que a Taxa de inflação é no prazo do empréstimo, isto é, em 2 meses.

A banca nos questiona o valor da taxa real de juros no período do empréstimo, ou seja, no prazo de 2 meses.

Logo, a taxa aparente deverá ser capitalizada por 2 meses para estabelecermos o mesmo prazo para todas as taxas.

Nesse caso, podemos continuar utilizando a forma de correlação entre as taxas. A única atenção que devemos ter é que a Taxa aparente será capitalizada por 2 meses.

Atenção às questões da FCC. Ela sempre tenta confundir o candidato com a unidade de cada taxa.

A equação de relação entre as taxas é igual a:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

E vimos que a Taxa aparente deve ser capitalizada por 2 meses, uma vez que, ela é mensal e o prazo questionado no enunciado é o período do empréstimo, isto é, 2 meses.

Então, continuaremos a usar a fórmula com o detalhe da capitalização. Observe.

$$(1 + i_a)^2 = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 4\%\ ao\ mês = 0{,}04$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 1{,}5\%\ em\ 2\ meses = 0{,}015$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de Juros.

$$(1 + i_a)^2 = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}04)^2 = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}015)$$

$$1{,}04^2 = (1 + i_r) \times 1{,}015$$

$$1{,}0816 = (1 + i_r) \times 1{,}015$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}0816}{1{,}015}$$

$$1 + i_r = 1{,}0656$$

$$i_r = 1{,}0656 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}0656\ \ ou\ \ 6{,}56\%}$$

Outro modo de se fazer é calcular primeiramente a taxa aparente bimestral e aplicá-la na fórmula de relação entre as taxas para todas na mesma unidade de tempo, ou seja, bimestral.

Você verá que o passo a passo é o mesmo.

Vamos calcular a Taxa aparente bimestral equivalente à taxa aparente mensal de 4%.

$$(1 + i_{a\ mensal})^2 = (1 + i_{a\ bimestral})$$

$$(1 + 0{,}04)^2 = (1 + i_{a\ bimestral})$$

$$1{,}04^2 = 1 + i_{a\ bimestral}$$

$$1{,}0816 = 1 + i_{a\ bimestral}$$

Vamos dar uma pausa aqui e voltar na resolução acima. Qual foi o valor constatado da capitalização da taxa de inflação $(1 + i_a)^2$?

1,0816 certo?

Observe que o passo a passo é o mesmo. Apenas aglutinamos a resolução em uma única equação. Vamos continuar as contas.

$$1{,}0816 = 1 + i_{a\ bimestral}$$

$$i_{a\ bimestral} = 1{,}0816 - 1 \quad \rightarrow \quad i_{a\ bimestral} = 0{,}0816$$

De posse da Taxa aparente bimestral e da Taxa de inflação do período (2 meses), calculamos a taxa real no prazo do empréstimo.

$$(1 + i_a)^2 = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}0816)^2 = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}015)$$

$$1{,}04^2 = (1 + i_r) \times 1{,}015$$

$$1{,}0816 = (1 + i_r) \times 1{,}015$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}0816}{1{,}015}$$

$$1 + i_r = 1{,}0656$$

$$i_r = 1{,}0656 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}0656\ \ ou\ \ 6{,}56\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

14. **(VUNESP / CM Sertãozinho – 2019) O Patrimônio Líquido de uma empresa era R$ 1.000.000 no final do ano 1 e R$ 1.260.000 no final do ano 2. Se a taxa de inflação ao longo do ano 2 foi 5%, o aumento real do Patrimônio Líquido no período mencionado foi de**

a) 20%
b) 21%
c) 22%
d) 25%
e) 26%

Comentários:

A questão nos fornece o Patrimônio Líquido (Capital inicial) ao final do ano 1 e o Montante ao final do ano 2. Sendo assim, vamos utilizar a equação adaptada de Fisher para calcular o aumento real do PL.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 1.260.00$

$C = Capital = 1.000.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 5\% = 0{,}05$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa real.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{1.260.000}{1.000.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}05)$$

$$1{,}26 = (1 + i_r) \times 1{,}05$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}26}{1{,}05}$$

$$1 + i_r = 1{,}2$$

$$i_r = 1{,}2 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0,2 \;\; ou \;\; 20\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

15. (CESPE / TCU - 2015) Recentemente, a empresa Fast Brick Robotics mostrou ao mundo um robô, conhecido como Hadrian 105, capaz de construir casas em tempo recorde. Ele consegue trabalhar algo em torno de 20 vezes mais rápido que um ser humano, sendo capaz de construir até 150 casas por ano, segundo informações da empresa que o fabrica.

Internet: <www.fastbrickrobotics.net> (com adaptações).

Tendo como referência as informações acima, julgue o item a seguir.

Situação hipotética: Um investidor pretende adquirir um dos imóveis da empresa Fast Brick por R$ 75.000,00 à vista e vendê-lo, após quatro anos, por R$ 120.000,00. **Assertiva**: Nesse caso, se a inflação acumulada no período for de 20%, a rentabilidade real do investidor, no período de quatro anos, será superior a 35%.

Comentários:

O enunciado nos informa o valor do Capital do imóvel que o investidor pretende adquirir e o valor do Montante pelo qual espera vendê-lo. Sendo assim, vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas e calcular a taxa real de rentabilidade.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 120.000$

$C = Capital = 75.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 20\% = 0{,}2$

Perceba que a única incógnita da equação é a Taxa real de juros. Vamos substituir os valores e calculá-la para constatar se será ou não superior a 35% no período de 4 anos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{120.000}{75.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}2)$$

$$1{,}6 = (1 + i_r) \times 1{,}2$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}6}{1{,}2}$$

$$1 + i_r = 1{,}333$$

$$i_r = 1{,}333 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}333 \ \ ou \ \ 33{,}3\% \ no \ período}$$

Ou seja, nesse caso, se a inflação acumulada no período for de 20%, a rentabilidade real do investidor, no período de quatro anos, será **INFERIOR** a 35%.

Gabarito: **ERRADO**

16. (FGV / SEFAZ RJ – 2011) Em um período de um ano, a taxa aparente de juros foi de 15%, e a taxa de inflação, de 5%. Assim, a taxa real foi de

a) 9,52%
b) 8,95%
c) 10,00%
d) 7,50%
e) 20,75%

Comentários:

Iremos aplicar diretamente a equação de relação entre as taxas e calcular o valor da taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 15\% = 0{,}15$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 5\% = 0{,}05$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$$(1+0{,}15)=(1+i_r)\times(1+0{,}05)$$

$$1{,}15=(1+i_r)\times 1{,}05$$

$$(1+i_r)=\frac{1{,}15}{1{,}05}$$

$$1+i_r=1{,}0952$$

$$i_r=1{,}0952-1\quad\rightarrow\quad \boldsymbol{i_r=0{,}0952\ \ ou\ \ 9{,}52\%\ ao\ ano}$$

Gabarito: Alternativa **A**

17. (CESPE / MTE – 2014) Paulo recebeu R$ 40.000,00 correspondentes à sua parte em uma herança e aplicou esse valor por um ano à taxa de juros de 26% ao ano. Considerando que a taxa de inflação no período da aplicação tenha sido de 20%, julgue o item que se segue.

Na aplicação, o ganho real de Paulo foi superior a R$ 2.200,00.

Comentários:

Atenção nesse tipo de questão porque foge um pouco do que vivemos no cotidiano. É como se fosse uma aplicação na caderneta de poupança. Paulo receberá em um ano 26% de juros como está descrito no enunciado.

Então, quando Paulo entrar em sua conta, ele irá constatar 26% de ganho. Todavia, este é um ganho Nominal. Para saber o que realmente Paulo ganhou, ele precisará descontar o efeito da inflação (perda de valor da moeda). Esta conta, isto é, o ganho real é feita "separadamente".

E, lembrando que, o ganho real **não é obtido subtraindo** a inflação do ganho nominal. Precisamos trabalhar com a equação de correlação entre as taxas.

Sendo assim, para saber o ganho real de Paulo, primeiro teremos que calcular a taxa real dessa aplicação.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$i_a=Taxa\ aparente=26\%=0{,}26$

$i_r=Taxa\ real=?$

$$i_i = Taxa\ de\ inflação = 20\% = 0{,}2$$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}26) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}2)$$

$$1{,}26 = (1 + i_r) \times 1{,}2$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}26}{1{,}2}$$

$$1 + i_r = 1{,}05$$

$$i_r = 1{,}05 - 1 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_r = 0{,}05\ \ ou\ 5\%}}$$

Ou seja, o ganho REAL de Paulo foi de 5% em relação ao valor investido. Isto é, o ganho real será igual a:

$$ganho\ real = 0{,}05 \times 40.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{ganho\ real = 2.000}$$

Logo, na aplicação, o ganho real de Paulo foi **INFERIOR** a R$ 2.200,00.

Gabarito: **ERRADO**

18. (VUNESP / Pref. São Paulo – 2018) Um investimento rendeu em um ano 10% de juros. Se a inflação nesse período foi de 6%, a taxa real de juros foi de, aproximadamente,

a) 4,5%
b) 2,8%
c) 3,2%
d) 3,8%
e) 4,2%

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula de relação entre as taxas e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 10\% = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 6\% = 0{,}06$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa requerida pela banca.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}06)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}06$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}06}$$

$$1 + i_r \cong 1{,}038$$

$$i_r \cong 1{,}038 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r \cong 0{,}038\ \ ou\ \ 3{,}8\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

19. (CESPE / PF – 2014) Considerando que uma pessoa tenha aplicado um capital pelo período de 10 anos e que, ao final do período, ela tenha obtido o montante de R$ 20.000,00, julgue o item a seguir.

Se o montante for depositado, por um mês, em uma conta que remunera os valores depositados à taxa de juros compostos de 3% ao mês e se a inflação nesse mês for de 1%, então o ganho real nesse mês será superior a R$ 400,00.

Comentários:

Para calcularmos o ganho real, precisamos, primeiramente, calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 3\% = 0{,}03$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 1\%$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}03) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}01)$$

$$1{,}03 = (1 + i_r) \times 1{,}01$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}03}{1{,}01}$$

$$1 + i_r \cong 1{,}0198$$

$$i_r \cong 1{,}0198 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_r \cong 0{,}0198 \ \ ou\ 1{,}98\%}}$$

Ou seja, o ganho REAL é de 1,98% em relação ao valor investido. Isto é, o ganho real será igual a:

$$ganho\ real = 0{,}0198 \times 20.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{ganho\ real = 396}$$

Então, o ganho real nesse mês será **INFERIOR** a R$ 400,00.

Gabarito: **ERRADO**

20. (FCC / SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo do exterior para ser integralmente liquidado em uma única parcela, no final do prazo de 12 meses. A operação foi contratada com taxa de juros simples de 0,5% ao mês, acrescida da variação cambial. Se a variação cambial no período do empréstimo foi 8% e a inflação medida no mesmo prazo foi 10%, a taxa real de juros paga pela empresa no período, em % ao ano, foi

a) 14,00
b) 4,07
c) 4,00
d) 24,00
e) 3,64

Comentários:

Perceba que a Taxa de inflação é fornecida no período do empréstimo (12 meses), a Taxa real é questionada no mesmo período e a Taxa aparente é mensal. Logo, precisamos converter a Taxa aparente mensal para Taxa aparente anual para, assim, todas as taxas estarem na mesma unidade.

O empréstimo é obtido em **regime de Juros Simples**. Neste regime **as taxas são proporcionais**. Logo, a Taxa aparente anual será 12 vezes a taxa aparente mensal ($0{,}5\% = 0{,}005$).

$$i_{a\ anual} = 12 \times i_{a\ mensal}$$

$$i_{a\ anual} = 12 \times 0{,}005 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{a\ anual} = 0{,}06}}$$

Iremos utilizar a fórmula de relação entra as taxas. Todavia, nesse exercício, há uma variação cambial no período do empréstimo de 8%.

Quando **houver uma variação cambial**, nossa fórmula será igual a:

$$(1 + i_a) \times (1 + i_{vc}) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 0{,}06$

$i_{vc} = Taxa\ de\ variação\ cambial = 8\% = 0{,}08$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 10\% = 0{,}1$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) \times (1 + i_{vc}) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}06) \times (1 + 0{,}08) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}1)$$

$$1{,}06 \times 1{,}08 = (1 + i_r) \times 1{,}1$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}06 \times 1{,}08}{1{,}1}$$

$$1 + i_r = 1{,}0407$$

$$i_r = 1{,}0407 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}0407\ \ ou\ \ 4{,}07\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

21. (VUNESP / Pref. São José dos Campos SP – 2015) Dolores da Silva trabalha em uma oficina de costura e tem seu salário reajustado, anualmente, no mês de março. Em fevereiro de 2015, Dolores recebia como salário R$ 1.200,00, e seu patrão disse que, em março de 2015, o aumento seria de 20%, com reajuste real significativo para todos os empregados da oficina. O montante relativo a março recebido por Dolores e o aumento real de seu salário, tendo em vista que a inflação no período foi de 9%, foram, respectivamente,

a) R$ 1.320,00 ; 11%
b) R$ 1.340,00 ; 10,9%
c) R$ 1.420,00 ; 10,5%
d) R$ 1.440,00 ; 10,1%
e) R$ 1.480,00 ; 11%

Comentários:

O montante recebido por Dolores será igual a:

$$M = C \times (1 + i_a)$$

$$M = 1.200 \times (1 + 0{,}2)$$

$$M = 1.200 \times 1{,}2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 1.440}}$$

Esse será o valor que ela receberá. Na parte teórica, vimos a diferença do que recebemos nominalmente e do que recebemos de fato. A banca nos questiona o valor que ela recebe nominalmente, isto é, o valor que ela irá constatar quando entrar na sua conta. Essa é uma boa hora para voltar na teoria e **compreender a diferença entre esses conceitos**.

Observe que a única alternativa com essa resposta, é a alternativa D.

Partimos, agora, para o cálculo da taxa real de aumento para corroborar o gabarito.

A banca nos informa a taxa aparente e a taxa de inflação do período. Vamos, então, utilizar a equação de relação entre as taxas e calcular a taxa real de aumento do salário de Dolores.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 20\% = 0{,}2$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 9\% = 0{,}09$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa requerida pela banca.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}2) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}09)$$

$$1{,}2 = (1 + i_r) \times 1{,}09$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}2}{1{,}09}$$

$$1 + i_r = 1{,}101$$

$$i_r = 1{,}101 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}101 \ \ ou \ \ 10{,}1\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

22. (CESPE / CEF – 2014) Julgue o item abaixo.

Se, em determinado período, uma aplicação financeira proporcionou um rendimento de 10% para um montante nela aplicado, e se, nesse mesmo período, a taxa de inflação foi igual a 5%, então, o ganho real nessa aplicação, nesse período, foi inferior a 5%.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a <u>fórmula de relação entre as taxas</u> e calcular o ganho real.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 10\% = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 5\% = 0{,}05$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}05)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}05$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}1}{1{,}05}$$

$$1 + i_r \cong 1{,}047$$

$$i_r \cong 1{,}047 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r \cong 0{,}047 \;\; ou \;\; 4{,}7\%}$$

Observe que você não precisava arredondar muito as contas. Você necessita saber apenas se será maior ou não que 5%.

Quando estiver fazendo as contas e perceber que a divisão deu 0,04 alguma coisa, já significa que é menor que 5%.

Então, o ganho real nessa aplicação, nesse período, foi **INFERIOR** a 5%.

Gabarito: **CERTO**

23. (FCC/ TRT 19 - 2014) Para apuração da taxa de juros real de um investimento com retorno prefixado de 8,75% e inflação no mesmo período de 6,33%, deve ser utilizada a fórmula

a) $\left[\left((1{,}0875/1{,}0633) \times 100\right) - 1\right]$
b) $\left[\left((1{,}0633/1{,}0875) - 1\right) \times 100\right]$
c) $\left[\left((1{,}0633/1{,}0875) \times 100\right) - 1\right]$
d) $\left[\left((1{,}0875/1{,}0633) \times -1\right) \times 100\right]$
e) $(1{,}0875 - 1{,}0633) \times 100$

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a equação de relação entre essas taxas e apurar através de qual fórmula será calculada a taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 8{,}75\% = 0{,}0875$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 6{,}33\% = 0{,}0633$

Vamos substituir os valores e isolar a taxa real de juros na equação.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}0875) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}0633)$$

$$1{,}0875 = (1 + i_r) \times 1{,}0633$$

$$1 + i_r = \left(\frac{1{,}0875}{1{,}0633}\right)$$

$$i_r = \left(\frac{1{,}0875}{1{,}0633}\right) - 1$$

Para expressar esse valor em termos percentuais, multiplicamos por 100. Logo,

$$\boldsymbol{i_r = \left[\left(\frac{1,0875}{1,0633}\right) - 1\right] \times 100}$$

Gabarito: Alternativa **D**

24. (CESPE CEF – 2014) Marcelo depositou R$ 8.000,00 em uma conta remunerada de uma instituição financeira, ocasião em que lhe foram apresentadas as duas opções de investimento a seguir, ambas isentas de taxas administrativas.

- **Conta tipo A, que remunera o capital investido a uma taxa de juros compostos de 7,1% ao mês;**
- **Conta tipo B, que remunera o capital investido a uma taxa de juros simples de 8,12% ao mês.**

Com base nessas informações, tomando 1,8 e 1,34 como valores aproximados para $(1,05)^{12}$ e $\sqrt{1,8}$, respectivamente, e considerando que a inflação, a partir do dia do depósito, foi igual a 2% ao mês, julgue o próximo item.

Suponha que seja oferecida a Marcelo uma taxa de juros simples reais de 8,12% ao mês, caso ele opte por depositar o dinheiro na conta do tipo B. Nesse caso, não sendo feita qualquer retirada, os juros resultantes na conta 10 meses após o depósito serão inferiores a R$ 8.200,00.

Comentários:

Primeiro passo é calcular o valor da taxa nominal.

Lembra-se da parte teórica? Quando você investe o dinheiro e entra na sua conta para constatar o ganho, o valor que você vê é o valor aparente, isto é, o valor remunerado à taxa aparente (ou nominal). Essa é uma bora hora de voltar à teoria e entender a diferença do valor aparente e do valor realmente ganho.

Observe que a banca nos questiona os juros resultantes "na conta". Isto é, os Juros remunerados à taxa aparente.

Vamos então calcular essa taxa.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = ?$

$i_r = Taxa\ real = 8{,}12\%\ ao\ mês = 0{,}0812$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 2\%\ ao\ mês = 0{,}02$

Observe que as taxas real e de inflação estão em unidade mensal. Vamos substituir os valores e calcular, então, a Taxa nominal na mesma unidade das taxas acima, isto é, mensal.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_a) = (1 + 0{,}0812) \times (1 + 0{,}02)$$

$$(1 + i_a) = 1{,}0812 \times 1{,}02$$

$$1 + i_a = 1{,}1028$$

$$i_a = 1{,}1028 - 1 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_a = 0{,}1028\ \ ou\ \ 10{,}28\%\ ao\ mês}}$$

Vamos calcular os juros resultantes na conta 10 meses após o depósito. Perceba que a aplicação B remunera a **Juros Simples**. Iremos, então, utilizar a fórmula do cálculo de Juros para esse regime e calcular seu valor.

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 8.000 \times 0{,}1028 \times 10 \quad \rightarrow \boldsymbol{J = 8.224}$$

Nesse caso, não sendo feita qualquer retirada, os juros resultantes na conta 10 meses após o depósito serão **SUPERIORES** a R$ 8.200,00.

Gabarito: **ERRADO**

25. (CESPE CEF – 2014) Marcelo depositou R\$ 8.000,00 em uma conta remunerada de uma instituição financeira, ocasião em que lhe foram apresentadas as duas opções de investimento a seguir, ambas isentas de taxas administrativas.

- **Conta tipo A, que remunera o capital investido a uma taxa de juros compostos de 7,1% ao mês;**
- **Conta tipo B, que remunera o capital investido a uma taxa de juros simples de 8,12% ao mês.**

Com base nessas informações, tomando 1,8 e 1,34 como valores aproximados para $(1,05)^{12}$ e $\sqrt{1,8}$, respectivamente, e considerando que a inflação, a partir do dia do depósito, foi igual a 2% ao mês, julgue o próximo item.

Se Marcelo depositar os R\$ 8.000,00 na conta tipo A e retirar todo o montante existente nessa conta 1 ano após o depósito, então, o ganho real de Marcelo nesse investimento será inferior a R\$ 6.500,00.

Comentários:

Mais um item que remete à parte teórica sobre distinção entre ganho aparente e ganho real. Nessa questão, estamos em busca do ganho real.

Para calcular o ganho real ("de fato"), devemos primeiro calcular a taxa real de juros da operação. Iremos utilizar a equação de Fisher e calcular seu valor.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 7{,}1\%\ ao\ mês = 0{,}071$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 2\%\ ao\ mês = 0{,}02$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real mensal de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}071) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}02)$$

$$1{,}071 = (1 + i_r) \times 1{,}02$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}071}{1{,}02}$$

$$1 + i_r = 1{,}05$$

$$i_r = 1{,}05 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_r = 0{,}05\ \ ou\ \ 5\%\ ao\ mês}}$$

O capital aplicado em A é remunerado a **Juros compostos**. Então, vamos utilizar a fórmula dos Juros compostos para calcular o valor realmente ganho por Marcelo 1 ano após o depósito.

$$M_{real} = C \times (1 + i_r)^t$$

$$M_{real} = 8.000 \times (1 + 0{,}05)^{12}$$

Atente-se para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de Juros (mês), pois **necessariamente** devem coincidir. 1 ano equivale a 12 meses.

$$M_{real} = 8.000 \times (1 + 0{,}05)^{12}$$

$$M_{real} = 8.000 \times 1{,}8 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{real} = 14.400}}$$

De posse do montante realmente ganho e do Capital, calculamos o que de fato Marcelo ganhou.

$$ganho\ real = M_{real} - C$$

$$ganho\ real = 14.400 - 8.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{ganho\ real = 6.400}$$

Ou seja, o ganho real de Marcelo nesse investimento será **INFERIOR** a R$ 6.500,00.

Gabarito: **CERTO**

26. (FCC / TCE RS – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo para ser liquidado integralmente (principal e juros) em uma única parcela no final do prazo de 6 meses. O empréstimo foi contratado com taxa de juros simples de 1,5% ao mês, sendo que o montante devido será corrigido pela variação da TR no prazo do empréstimo. Se a variação da TR no período do empréstimo foi 2% e a inflação medida no mesmo prazo foi 4%, a taxa real de juros paga pela empresa no período, em percentual ao semestre, foi

a) 7,00%
b) 11,00%
c) 6,73%
d) 15,00%
e) 6,90%

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular a taxa aparente para todo o período do empréstimo (6 meses). Em regime de **Juros Simples as taxas são proporcionais**. Então, a taxa aparente do período total do empréstimo será 6 vezes a taxa aparente mensal.

$$i_{a\ semestral} = 6 \times i_{a\ mensal}$$

$$i_{a\ semestral} = 6 \times 0{,}015 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{a\ semestral} = 0,09}}$$

Vamos utilizar a equação corrigida para uma variação cambial e calcular a taxa real de juros.

$$(1 + i_a) \times (1 + i_{vc}) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 0{,}09$

$i_{vc} = Taxa\ de\ variação\ cambial = 2\% = 0{,}02$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 4\% = 0{,}04$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) \times (1 + i_{vc}) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}09) \times (1 + 0{,}02) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}04)$$

$$1{,}09 \times 1{,}02 = (1 + i_r) \times 1{,}04$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}09 \times 1{,}02}{1{,}04}$$

$$1 + i_r = 1{,}069$$

$$i_r = 1{,}069 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0,069\ \ ou\ \ 6,9\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

27. (VUNESP / Pref. São José dos Campos SP – 2015) Supondo que a taxa de juros nominal seja de 80% a.a., e a taxa de inflação seja de 20% a.a., a taxa de juros real é exatamente igual a

a) 30% a.a.
b) 40% a.a.
c) 50% a.a.
d) 60% a.a.
e) 116% a.a.

Comentários:

Iremos aplicar diretamente a fórmula de relação entre as taxas e calcular a taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 80\% = 0{,}8$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 20\% = 0{,}2$

Substituindo os valores teremos:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}8) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}2)$$

$$1{,}8 = (1 + i_r) \times 1{,}2$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}8}{1{,}2}$$

$$1 + i_r = 1{,}5$$

$$i_r = 1{,}5 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}5\ \ ou\ \ 50\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

28. (CESPE / TJ SE - 2014) Considerando que um empresário tenha tomado empréstimo no valor de R$ 30.000,00 para custear reformas em seu estabelecimento comercial, julgue o item que se segue a respeito de taxa de juros efetiva.

Considere que o empresário invista todo o valor do empréstimo, durante três meses, em uma aplicação que, além de remunerar à taxa de juros compostos líquidos de 2% ao mês, corrige o montante, mês a mês, pela inflação mensal, que se manteve constante e igual a 5,5% ao mês. Em face dessa situação, considerando-se

1,06 e 1,17 como valores aproximados para $1{,}02^3$ e $1{,}055^3$, respectivamente, é correto afirmar que o montante do investimento ao final do período foi superior a R$ 36.000,00.

Comentários:

Vimos na teoria que a equação de Fisher relaciona as taxas de acordo com a seguinte equação adaptada para o Montante e o Capital.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Analisamos também que esta equação pode ser expandida para mais de um período. Vamos relembrar a fórmula:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_{r1}) \times (1 + i_{r2}) \times \dots (1 + i_{rn}) \times (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times \dots (1 + i_{in})$$

Como o enunciado nos informa que o **período** do Empréstimo foi de **3 meses**, nossa equação será:

$$\frac{M}{C} = \left(1 + i_{r_1}\right) \times \left(1 + i_{r_2}\right) \times \left(1 + i_{r_3}\right) \times \left(1 + i_{i_1}\right) \times \left(1 + i_{i_2}\right) \times \left(1 + i_{i_1}\right)$$

Vamos substituir os valores. Observe que as taxas reais e as taxas de inflação são iguais para todos os meses.

$$\frac{M}{30.000} = (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}055) \times (1 + 0{,}055) \times (1 + 0{,}055)$$

$$\frac{M}{30.000} = 1{,}02^3 \times 1{,}055^3$$

O enunciado nos fornece o valor das potências. Logo:

$$\frac{M}{30.000} = 1{,}02^3 \times 1{,}055^3$$

$$\frac{M}{30.000} = 1{,}06 \times 1{,}17$$

$$M = 30.000 \times 1{,}06 \times 1{,}17 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 37.206}$$

Ou seja, é correto afirmar que o montante do investimento ao final do período foi **SUPERIOR** a R$ 36.000,00.

Gabarito: **CERTO**

29. (FCC / TST – 2017) Um investidor aplicou R$ 10.000,00 em títulos que remuneram à taxa de juros compostos de 10% ao ano e o prazo para resgate da aplicação foi de 2 anos. Sabendo-se que a inflação no prazo total da aplicação foi 15%, a taxa real de remuneração obtida pelo investidor no prazo total da aplicação foi

a) 5,00%
b) 6,00%
c) 5,22%
d) 5,00% (negativos)
e) 4,55%

Comentários:

Vamos utilizar a fórmula de correlação entre as taxas. Observe a unidade de grandeza das taxas. A Taxa aparente deve ser capitalizada por 2 períodos, uma vez que, ela é anual e a banca questiona a taxa real no prazo da aplicação, isto é, 2 anos.

$$(1 + i_a)^2 = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$i_a = Taxa\ aparente = 10\%\ ao\ ano = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 15\%\ em\ 2\ anos = 0{,}15$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a)^2 = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1)^2 = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}15)$$

$$1{,}1^2 = (1 + i_r) \times 1{,}015$$

$$1{,}21 = (1 + i_r) \times 1{,}015$$

$$(1 + i_r) = \frac{1{,}21}{1{,}15}$$

$$1 + i_r \cong 1{,}0522$$

$$i_r \cong 1{,}0522 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r \cong 0{,}0522\ \ ou\ \ 5{,}22\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

30. (FCC / TRF 3 – 2016) Em um país, a taxa de inflação em um determinado período foi de 10,5%. Um investidor, neste país, realizou uma aplicação no valor de R$ 20.000,00 no início do determinado período e resgatou todo o montante no final. Sabendo-se que ele obteve uma taxa real de juros no período correspondente de 2%, tem-se que o valor do montante resgatado foi, em R$, de

a) 22.521,00
b) 22.500,00
c) 21.700,00
d) 22.542,00
e) 22.066,00

Comentários:

A banca nos fornece o valor do Capital e nos questiona o valor do Montante. Vamos utilizar a equação de Fisher adaptada para as informações que dispomos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 20.000$

$i_r = Taxa\ real = 2\% = 0{,}02$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 10{,}5\% = 0{,}105$

Vamos substituir as equações e calcular o Montante.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{M}{20.000} = (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}105)$$

$$M = 20.000 \times 1{,}02 \times 1{,}0105 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 22.542}$$

Gabarito: Alternativa **D**

31. **(CESPE / SERPRO - 2013) João e Maria, com o objeto de constituir, em sociedade, uma microempresa, acordaram em depositar anualmente, cada um, R$ 20.000,00 em uma conta remunerada que paga 10% de juros compostos semestralmente. João deveria depositar sua parte sempre no início do mês de janeiro e Maria, seis meses depois.**

Com base nessas informações, julgue o próximo item.

Se a taxa de inflação nos primeiros seis meses após o primeiro depósito de João for de 2%, então, nesse período, a taxa real que remunera a conta na qual João e Maria fazem seus depósitos será de 8%.

Comentários:

Intuitivamente, saberíamos que **a taxa real NÃO É 8%.** Oras, para ser 8%, teríamos que pegar a taxa aparente de 10% e diminuir a inflação de 2% e assim chegaríamos aos 8%.

Estudamos, por diversas vezes, que a taxa real é calculada descontando os efeitos inflacionários, mas não por subtração e sim pela relação de Fisher entre as taxas.

Vamos aplicar diretamente a fórmula de relação entre as taxas e calcular a taxa real.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 10\%\ ao\ semestre = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 2\%\ nos\ 6\ meses = 0{,}02$

Observe que o enunciado já nos fornece a taxa aparente semestral e, também, a taxa de inflação em todo o período de 6 meses.

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1+i_a)=(1+i_r)\times(1+i_i)$$

$$(1+0{,}1)=(1+i_r)\times(1+0{,}02)$$

$$1{,}1=(1+i_r)\times 1{,}02$$

$$(1+i_r)=\frac{1{,}1}{1{,}02}$$

$$1 + i_r = 1{,}078$$

$$i_r = 1{,}078 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0,0784 \ ou \ 7,84\%}$$

Fizemos as contas para constatar a veracidade do que já esperávamos. Resolvendo diversas questões, você pegará o ritmo e a "manha" de como se resolver e verá que muitas questões serão resolvidas com conhecimentos teóricos sem precisar adentrar nas contas.

Gabarito: **ERRADO**

32. (CESPE / TCE ES - 2012) Considerando que determinado agente financeiro ofereça empréstimos à taxa de juros compostos de 4% ao mês e que 1,17 seja valor aproximado para $\mathbf{1,04^4}$, julgue o item a seguir.

Se a taxa de inflação acumulada de janeiro a abril de determinado ano for de 3%, um empréstimo tomado no início de janeiro para ser liquidado no final de abril desse ano estará sujeito a uma taxa de juros real superior a 14%.

Comentários:

Observe que a banca nos fornece a taxa aparente mensal e já nos fornece a inflação acumulada no período de janeiro a abril.

Vamos então, calcular a taxa aparente para o período de 4 meses.

$$(1 + i_{ap\ período}) = (1 + i_{a1}) \times (1 + i_{a2}) \times (1 + i_{a3}) \times (1 + i_{a4})$$

Esta seria a equação geral que você aplicaria em qualquer questão. Todavia, neste problema, a banca nos informa que a taxa aparente é igual a 4% para os 4 meses. Vamos substituir os valores e calcular a taxa aparente para o período inteiro.

$$(1 + i_{ap\ período}) = (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}04)$$

$$(1 + i_{ap\ período}) = (1{,}04)^4$$

$$(1 + i_{ap\ período}) = 1{,}17$$

Agora, podemos calcular a taxa real do período.

$$(1 + i_{ap\ período}) = \left(1 + i_{r\ período}\right) \times \left(1 + i_{i\ período}\right)$$

$$1{,}17 = \left(1 + i_{r\,período}\right) \times (1 + 0{,}03)$$

$$1{,}17 = \left(1 + i_{r\,período}\right) \times 1{,}03$$

$$1 + i_{r\,período} = \frac{1{,}17}{1{,}03}$$

$$1 + i_{r\,período} \cong 1{,}136$$

$$i_{r\,período} \cong 1{,}136 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{r\,período} \cong 0,136\ ou\ 13,6\%}$$

Ou seja, a taxa real do período é **INFERIOR** a 14%.

Gabarito: **ERRADO**

33. (FCC/ SMF Teresina PI – 2016) Uma aplicação no valor de R$ 25.000,00 por um período de 1 ano permitirá que seja resgatado, no final do período da aplicação, um montante no valor de R$ 28.730,00.

Para que a taxa real de juros desta aplicação seja no mínimo de 4%, a taxa de inflação deste ano terá que ser no máximo igual a

a) 12,00%
b) 11,20%
c) 9,80%
d) 10,50%
e) 10,92%

Comentários:

A banca nos fornece o valor do Montante e do Capital e nos questiona a taxa de inflação. Vamos utilizar a equação de Fisher adaptada para as informações que dispomos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 28.730$

$C = Capital = 25.000$

$i_r = Taxa\,real = 4\% = 0{,}04$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = ?$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa de inflação.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{28.730}{25.000} = (1 + 0{,}04) \times (1 + i_i)$$

$$1{,}1492 = 1{,}04 \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_i) = \frac{1{,}1492}{1{,}04}$$

$$1 + i_i = 1{,}105$$

$$i_i = 1{,}105 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_i = 0,105\ \ ou\ \ 10,5\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

34. (CESPE / BRB - 2011) Acerca de juros e taxas de juros, julgue o item a seguir.

Se uma aplicação de R$ 10.000,00 pelo período de um ano produzir juros no valor de R$ 3.200,00, e se a inflação nesse período for de 20%, então a taxa de juros real da aplicação nesse período será inferior a 11%.

Comentários:

Se uma aplicação de R$ 10.000,00 pelo período de um ano produzir juros no valor de R$ 3.200,00, teremos um **Montante** de R$ 13.200,00.

Sendo assim, vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas e calcular a taxa de real de juros.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 13.200$

$C = Capital = 10.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 20\% = 0{,}2$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa real para constatar se será inferior ou superior a 11% no período.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{13.200}{10.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}2)$$

$$1{,}32 = (1 + i_r) \times 1{,}2$$

$$1 + i_r = \frac{1{,}32}{1{,}2}$$

$$1 + i_r = 1{,}1$$

$$i_r = 1{,}1 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}1\ ou\ 10\%}$$

Então a taxa de juros real da aplicação nesse período será **INFERIOR** a 11%.

Gabarito: **CERTO**

35. (FCC / SEFAZ PI – 2015) Suponha que a taxa de inflação apresentada em um determinado período foi de 5%. Se uma pessoa investiu R$ 25.000,00 no início deste período e resgatou no respectivo final todo o correspondente montante no valor de R$ 26.827,50, significa que a taxa real de juros obtida por esta pessoa no período foi de

a) 2,00%
b) 2,20%
c) 2,31%
d) 2,57%
e) 2,75%

Comentários:

A banca nos fornece o valor do Montante e do Capital e nos questiona a taxa de real de juros. Vamos utilizar a equação de Fisher adaptada para as informações que dispomos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 26.827,50$

$C = Capital = 25.000$

$i_r = Taxa\, real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 5\% = 0,05$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa rela de juros.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{26.827,50}{25.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0,05)$$

$$1,0731 = (1 + i_r) \times 1,05$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,0731}{1,05}$$

$$1 + i_r = 1,022$$

$$i_r = 1,022 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0,022\ \ ou\ \ 2,2\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

36. (CESPE / PC ES - 2011) Uma dívida de R$ 5.000,00 é paga, com juros reais acrescidos da taxa de inflação do período, por R$ 5.670,00. Nessa situação, sabendo que o produto das taxas de juros reais e de inflação é 0,004, julgue o item que se segue.

A soma da taxa de juros reais com a taxa de inflação é inferior a 13,1%.

Comentários:

Vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 5.670$

$C = Capital = 5.000$

$i_r = Taxa\ real$

$i_i = Taxa\ de\ inflação$

Iremos substituir os valores e desenvolver a equação:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{5.670}{5.000} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Vamos aplicar a distributiva e desenvolver os termos.

$$\frac{5.670}{5.000} = 1 + i_i + i_r + i_r \times i_i$$

O enunciado nos afirma que o produto das taxas de juros reais e de inflação é 0,004, ou seja, $i_r \times i_i = 0{,}004$.

$$1{,}134 = 1 + i_i + i_r + 0{,}004$$

$$1{,}134 = 1{,}004 + i_i + i_r$$

$$i_i + i_r = 1{,}134 - 1{,}004 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_i + i_r = 0,13\ ou\ 13\%}$$

Ou seja, a soma da taxa de juros reais com a taxa de inflação é **INFERIOR** a 13,1%.

Gabarito: **CERTO**

37. (FCC / SEFAZ RJ – 2014) Um investidor aplica um capital no valor de R$ 12.000,00 durante 1 ano e resgata todo o montante no final deste prazo. Ele verifica que a taxa de inflação do período de aplicação foi de 8% e a respectiva taxa de juros real da aplicação foi de 2,5%. Isto significa que o investidor resgatou um montante no valor de

a) R$ 12.660,00
b) R$ 12.830,00
c) R$ 13.000,00
d) R$ 13.260,00
e) R$ 13.284,00

Comentários:

A banca nos fornece o valor do Capital e nos questiona o valor do Montante. Vamos utilizar a equação de Fisher adaptada para as informações que dispomos.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 12.000$

$i_r = Taxa\ real = 2{,}5\% = 0{,}025$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 8\% = 0{,}08$

Vamos substituir as equações e calcular o Montante.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{M}{12.000} = (1 + 0{,}025) \times (1 + 0{,}08)$$

$$\frac{M}{12.000} = 1{,}025 \times 1{,}08$$

$$M = 12.000 \times 1{,}025 \times 1{,}08 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 13.284}$$

Gabarito: Alternativa **E**

38. (CESPE / ABIN - 2010) Considere que um investidor tenha aplicado, por determinado período, R$ 10.000,00 em uma instituição financeira que paga juros reais somados com a taxa de inflação do período. A partir dessa situação, e sabendo que, nesse período, a taxa de juros reais e a taxa de inflação somaram 9%, julgue o item que se segue.

Caso, no referido período, a taxa de juros reais tenha sido o dobro da taxa de inflação, o montante do capital aplicado, ao final do período, foi inferior a R$ 10.800,00.

Comentários:

Vamos aplicar a equação de relação adaptada entre as taxas.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i_r = Taxa\, real$

$i_i = Taxa\ de\ inflação$

Iremos substituir os valores e desenvolver a equação:

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{M}{10.000} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Vamos aplicar a distributiva e desenvolver os termos.

$$\frac{M}{10.000} = 1 + i_i + i_r + i_r \times i_i$$

O enunciado nos afirma que a soma das taxas de juros reais e de inflação é 9% (0,09), ou seja, $i_r + i_i = 0{,}09$.

$$\frac{M}{10.000} = 1 + 0{,}09 + i_r \times i_i$$

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{M}{10.000} = 1{,}09 + i_r \times i_i}} \quad equação\ (I)$$

A banca nos questiona o valor do Montante se a taxa real for o dobro da taxa de inflação, isto é:

$$i_r = 2 \times i_i$$

Vimos acima que $i_r + i_i = 0{,}09$. Logo, substituindo a igualdade acima nesta equação teremos:

$$i_r + i_i = 0{,}09$$

$$2 \times i_i + i_i = 0{,}09$$

$$3i_i = 0{,}09 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_i = 0,03}}$$

Logo, a taxa real será:

$$i_r = 2 \times i_i$$

$$i_r = 2 \times 0{,}03 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_r = 0,06}}$$

Vamos substituir esses valores na equação (I) e calcular o Montante.

$$\frac{M}{10.000} = 1{,}09 + i_r \times i_i$$

$$\frac{M}{10.000} = 1{,}09 + 0{,}03 \times 0{,}06$$

$$\frac{M}{10.000} = 1{,}09 + 0{,}0018$$

$$\frac{M}{10.000} = 1{,}0918$$

$$M = 10.000 \times 1{,}0918 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 10.918}$$

Ou seja, o Montante foi **SUPERIOR** a R$ 10.800.

Gabarito: **ERRADO**

39. (CESPE / SEFAZ ES - 2010) A secretaria de fazenda de determinado estado implantou um plano para parcelamento das dívidas atrasadas dos tributos. De acordo com esse plano, uma empresa que devia R$ 464.100,00 de ICMS negociou o pagamento dessa dívida em 4 prestações anuais e consecutivas de R$ 146.410,00, calculadas com base no sistema francês de amortização, a uma taxa de juros de 10% ao ano e com a primeira prestação vencendo um ano após a data do acordo.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item subsequente.

Considerando que a taxa anual de inflação seja igual a 7%, a taxa real de juros cobrada pela secretaria de fazenda será inferior a 3%.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula de relação entre as taxas e calcular a taxa real.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = \ 10\%\ ao\ ano = 0{,}1$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 7\%\ ao\ ano = 0{,}07$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}1) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}07)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}07$$

$$1 + i_r = \frac{1{,}1}{1{,}07}$$

$$1 + i_r = 1{,}028$$

$$i_r = 1{,}028 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}028\ ou\ 2{,}8\%}$$

Ou seja, a taxa real de juros cobrada pela secretaria de fazenda será **INFERIOR** a 3%.

Gabarito: **CERTO**

40. (CESPE / MPU - 2010) A respeito de taxas de juros reais e aparentes, julgue o próximo item.

Se a expectativa de inflação for de 4,5% ao ano e se os agentes do mercado exigem uma taxa de juros reais de 4% ao ano, então, a taxa aparente de juros deverá ser de 8,68% ao ano.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a <u>fórmula de relação entre as taxas</u> e calcular a taxa aparente.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = ?$

$i_r = Taxa\ real = 4\%\ ao\ ano = 0{,}04$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 4{,}5\%\ ao\ ano = 0{,}045$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa aparente de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + i_a) = (1 + 0{,}04) \times (1 + 0{,}045)$$

$$(1 + i_a) = 1{,}04 \times 1{,}045$$

$$1 + i_a = 1{,}0868$$

$$i_a = 1{,}0868 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_a = 0{,}0868\ ou\ 8{,}68\%}$$

Então, a taxa aparente de juros deverá ser de 8,68% ao ano.

Gabarito: **CERTO**

41. (CESPE / MPU - 2010) A respeito de taxas de juros reais e aparentes, julgue o próximo item.

Considere que uma aplicação financeira de R$ 70.000,00 tenha sido resgatada no montante de R$ 77.000,00 após 30 dias. Supondo-se que a inflação tenha atingido a taxa de 2% nesse período, conclui-se, então, que a taxa de juros reais foi superior a 8% no referido período.

Comentários:

Vamos aplicar a <u>equação de relação</u> adaptada entre as taxas e calcular a taxa real de juros.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$M = Montante = 77.000$

$C = Capital = 70.000$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 2\% = 0{,}02$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa real.

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{77.000}{70.000} = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}02)$$

$$1{,}1 = (1 + i_r) \times 1{,}02$$

$$1 + i_r = \frac{1{,}1}{1{,}02}$$

$$1 + i_r = 1{,}0784$$

$$i_r = 1{,}0784 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}0784\ ou\ 7{,}84\%}$$

Ou seja, taxa de juros reais foi **INFERIOR** a 8% no referido período.

Gabarito: **ERRADO**

42. (CESPE / MPU - 2010) A respeito de taxas de juros reais e aparentes, julgue o próximo item.

Considere que em uma operação contratada por 30 dias, a taxa aparente de juros foi de 3% no período, e a inflação atingiu, no mesmo período, 0,6%. Nessa situação, para se calcular a taxa de juros reais dessa operação, subtrai-se a taxa de inflação da taxa aparente de juros, o que resulta em exatos 2,4% de juros reais no referido período.

Comentários:

A **Taxa real é calculada através da equação de Fisher** e **NÃO POR SUBTRAÇÃO**. Estudamos essa passagem exaustivamente na aula de hoje.

Então, poderíamos marcar ERRADO no gabarito e seguir para a próxima questão. Mas, vamos calcular qual será a taxa aparente dessa operação.

Vamos aplicar diretamente a <u>fórmula de relação entre as taxas</u> e calcular a taxa real.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$i_a = Taxa\ aparente = 3\% = 0{,}03$

$i_r = Taxa\ real = ?$

$i_i = Taxa\ de\ inflação = 0{,}6\% = 0{,}006$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa real de juros.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}03) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}006)$$

$$1{,}03 = (1 + i_r) \times 1{,}006$$

$$1 + i_r = \frac{1{,}03}{1{,}006}$$

$$1 + i_r = 1{,}0239 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}0239\ ou\ 2{,}39\%}$$

Gabarito: **ERRADO**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Conceitos Econômicos

1. **(CESPE / FUB - 2018) A respeito de sistemas de amortização e de taxas de juros de empréstimos bancários, julgue o item a seguir.**

Em uma economia inflacionária, a taxa real de juros para um empréstimo bancário será sempre maior que a correspondente taxa nominal.

Comentários:

Estudamos que, em uma **economia inflacionária**, isto é, inflação positiva (> 0), a Taxa real de Juros é sempre **MENOR** que a Taxa aparente.

Vamos relembrar o esquema da aula.

Economia → *Inflacionária* : $\boxed{i_r < i_a}$

Economia → *Deflacionária* : $\boxed{i_r > i_a}$

Vamos entender essa passagem tanto conceitual quanto numericamente (explicação que consta na parte teórica da aula).

Vimos que a **Taxa real é a taxa de juros descontada da inflação**. Ou seja, para calcular a Taxa real, pegamos a Taxa Nominal e descontamos a inflação. Ora, se a taxa de inflação for positiva e descontarmos esse valor da Taxa Nominal, certamente iremos encontrar um valor menor que esta última. Este valor menor é a Taxa real.

Ainda ficou confuso? Tenho certeza que numericamente tudo irá se esclarecer.

Imagina que a Taxa Aparente seja de 20% no período e a Taxa de inflação seja de 10%. Qual será o valor da Taxa real?

Estamos diante de um exemplo de uma **economia inflacionária**, uma vez que, a taxa de inflação é positiva. Vamos utilizar a equação que correlaciona as taxas e **calcular a taxa real**.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0{,}2) = (1 + i_r) \times (1 + 0{,}1)$$

$$1{,}2 = (1 + i_r) \times 1{,}1$$

$$\frac{1{,}2}{1{,}1} = (1 + i_r)$$

$$1 + i_r = 1{,}091$$

$$i_r = 1{,}091 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_r = 0{,}091 \;\; ou \;\; 9{,}1\% \; no \; período}$$

Constatamos, então, que a Taxa real (9,1%), em uma **economia inflacionária**, é **MENOR** que a Taxa aparente (20%).

Percebeu? Tínhamos uma Taxa Aparente de 20% e descontamos um valor positivo sobre ela (10%). Resultando, assim, em uma Taxa menor que ela (que é a Taxa real).

Logo, a assertiva está errada.

Gabarito: **ERRADO**

Questões Comentadas – BANCAS DIVERSAS

Inflação Acumulada

1. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte, relativo à matemática financeira.**

Suponha que, em dois anos consecutivos, a inflação de um país tenha sido de 10% no primeiro ano e de 15% no segundo ano. Com base nessas informações, é correto concluir que a inflação acumulada nesse período de dois anos é igual a 25%.

Comentários:

Estudamos este assunto em tópico próprio na teoria. Vimos que **JAMAIS** iremos somar as inflações período a período para encontrar a inflação acumulada. Sendo assim, já poderíamos marcar **INCORRETA** a assertiva.

Vimos na teoria que, sejam, i_{i1} , i_{i2} , $i_{i3}, \dots, i_{in}$ as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se Taxa acumulada de inflação i_{iac} nesses períodos por:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \dots \times (1 + i_{in})$$

Como temos 2 períodos ficamos com:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2})$$

Substituindo as taxas dadas no enunciado e calculando a taxa de inflação acumulada teremos:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0{,}1) \times (1 + 0{,}15)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1{,}1 \times 1{,}15$$

$$1 + i_{iac} = 1{,}265$$

$$i_{iac} = 1{,}265 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{iac} = 0{,}265 \ ou \ 26{,}5\%}$$

Então, a inflação acumulada nesse período de dois anos é igual a 26,5%.

Gabarito: **ERRADO**

2. **(CESPE / TJ SE - 2014) Um comerciante no interior do país manteve uma política de congelamento dos preços de seus produtos nos últimos dois anos. Seu intuito era aumentar a**

clientela, já que seus concorrentes aumentavam significativamente os preços de quase todos os produtos. Curiosamente, houve, para esse comerciante, uma diminuição do lucro, acompanhada por consequente perda de poder aquisitivo.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Se, depois de formada a sua clientela, o comerciante corrigir o valor de um de seus itens de estoque, cujo preço inicial era R$ 30,00, de acordo com a inflação mensal de 6%, durante três meses consecutivos, então o produto, ao final do terceiro mês, custará aos clientes do comerciante mais de R$ 35,00.

Comentários:

O preço do produto será corrigido por 3 meses consecutivos. Sendo assim, o preço final será igual a:

$$\$_{final} = \$_{inicial} \times \left(1 + i_{i_1}\right) \times \left(1 + i_{i_2}\right) \times \left(1 + i_{i_1}\right)$$

Porém, o enunciado nos informa que a inflação mensal é igual a 6% para todos os meses. Sendo assim teremos:

$$\$_{final} = \$_{inicial} \times \left(1 + i_{i_1}\right) \times \left(1 + i_{i_2}\right) \times \left(1 + i_{i_1}\right)$$

$$\$_{final} = 30 \times (1 + 0{,}06) \times (1 + 0{,}06) \times (1 + 0{,}06)$$

$$\$_{final} = 30 \times 1{,}06 \times 1{,}06 \times 1{,}06 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\$_{final} \cong 35{,}73}$$

Então, o produto, ao final do terceiro mês, custará aos clientes do comerciante MAIS de R$ 35,00.

Gabarito: **CERTO**

3. (VUNESP / Pref. São José dos Campos SP – 2012) Durante três anos seguidos, a taxa de inflação anual foi de 10%. Qual a inflação acumulada ao final desses três anos?

a) 30%
b) 33,1%
c) 40%
d) 130%
e) 133,1%

Comentários:

Vimos na teoria que, seja, i_{i1} , i_{i2} , i_{i3}, … , i_{in} as taxas de inflação de períodos sucessivos, define-se Taxa acumulada de inflação i_{iac} nesses períodos por:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \ldots \times (1 + i_{in})$$

O enunciado nos informa que durante três anos seguidos, a taxa de inflação anual foi de 10%. Logo, a taxa acumulada de inflação será igual a:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0{,}1) \times (1 + 0{,}1) \times (1 + 0{,}1)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1{,}1 \times 1{,}1 \times 1{,}1$$

$$1 + i_{iac} = 1{,}331$$

$$i_{iac} = 1{,}331 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{iac} = 0{,}331 \ \ ou \ \ 33{,}1\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

4. (CESPE / PF - 2013) Acerca de questões atinentes a matemática financeira, julgue o item subsecutivo.

Considerando-se que a inflação nos últimos três meses tenha sido de 1%, 2% e 3%, é correto afirmar que a inflação média no período foi de 2%.

Comentários:

Intuitivamente, entendo a fórmula de inflação acumulada, você já imaginaria que a média não será igual a 2%, uma vez que para calcular a inflação acumulada **NÃO SOMAMOS** as inflações.

O resultado 2% somente seria encontrado se somássemos as inflações e dividíssemos por 3. O que seria um erro grave em inflação acumulada como já estudamos.

A inflação acumulada é dada pela seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \ldots \times (1 + i_{in})}$$

Então, para 3 meses teremos inflação acumulada igual a:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0{,}01) \times (1 + 0{,}02) \times (1 + 0{,}03)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1{,}01 \times 1{,}02 \times 1{,}03$$

$$1 + i_{iac} \cong 1{,}0611$$

$$i_{iac} \cong 1{,}0611 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{iac} \cong 0{,}0611 \ \ ou \ \ 6{,}11\%}}$$

E para achar a inflação média, dividimos a inflação acumulada em 3 meses pela quantidade de meses.

$$i_{média} = \frac{6{,}11\%}{3} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{média} = 2{,}0367\%}$$

Logo, é **INCORRETO** afirmar que a inflação média no período foi de 2%.

Gabarito: **ERRADO**

5. **(CESPE / CBM DF - 2011) A taxa SELIC é um índice que baliza as taxas de juros cobradas pelo mercado no Brasil. Em uma análise simplória, a taxa aproximada de remuneração real do investidor é dada pela diferença x - y, em que x representa a taxa SELIC e y, a taxa de inflação. A taxa correta de remuneração real, entretanto, é dada pela fórmula,**

$$\frac{1 + x}{1 + y} - 1$$

em que as taxas x e y devem ser expressas na forma unitária. Acerca desse assunto, julgue o item a seguir.

Sabendo-se que, em 6/6/2011, a taxa SELIC foi fixada em 12,25% ao ano e que a meta de inflação para o ano de 2011 está prevista em 4,5%, é correto afirmar que, caso tais valores não se alterem, a taxa correta de remuneração real de um investidor que detenha um título público indexado pela SELIC será inferior a 7,5% no ano.

Comentários:

A questão, em uma primeira leitura, pode parecer complexa. Porém, lendo atentamente vemos que consiste unicamente em substituição de dados na fórmula já fornecida pela banca.

A Taxa Correta de remuneração real, é dada pela fórmula:

$$\frac{1 + x}{1 + y} - 1$$

Onde,

$x = Selic = 12{,}25\%\ ao\ ano = 0{,}1225$

$y = inflação = 4{,}5\%\ ao\ ano = 0{,}045$

Substituindo os valores e calculando a Taxa Correta de remuneração real teremos:

$$\frac{1+x}{1+y} - 1$$

$$\frac{1+0{,}1225}{1+0{,}045} - 1 = \frac{1{,}1225}{1{,}045} - 1 = 1{,}0741 - 1 = \mathbf{0{,}0741\ ou\ 7{,}41\%}$$

Ou seja, é **CORRETO** afirmar que, caso tais valores não se alterem, a taxa correta de remuneração real de um investidor que detenha um título público indexado pela SELIC será **inferior** a 7,5% no ano.

Gabarito: **CERTO**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Custo Efetivo de uma Operação

1. **(FGV / ALERO – 2018) Uma empresa solicitou um financiamento de R$ 50.000,00 a ser pago em um ano. O banco credor cobra uma taxa de juros compostos de 20% a.a. com capitalizações semestrais. No ato da liberação do dinheiro, a empresa pagou 2% sobre o total (principal mais juros) a título de impostos. Dessa forma, o valor liberado pelo banco foi menor do que o solicitado.**

O custo real efetivo dessa transação foi de

a) 22,0% a.a.
b) 23,0% a.a.
c) 23,5% a.a.
d) 24,0% a.a.
e) 24,5% a.a.

Comentários:

Perceba que, nessa questão, para calcularmos o valor do Capital efetivamente recebido pela empresa, teremos que, primeiro, calcular o Montante, uma vez que, na hora da obtenção do empréstimo, há um pagamento de 2% sobre o total (principal mais juros) a título de impostos.

Então, vamos calcular o Montante pago pela empresa ao final de 1 ano.

Primeiro passo é converter a taxa nominal em taxa efetiva.

$$i = 20\%\ ao\ ano\ capitalizados\ semestralmente$$

$$i = 10\%\ ao\ semestre\ capitalizados\ semestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i = 10\%\ ao\ semestre}}$$

Trabalhamos exaustivamente essa conversão na última aula. Se você não entendeu essa passagem, é uma boa hora para voltar na aula de Juros Compostos e **revisar** o assunto.

Continuando com o cálculo do Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 50.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (semestre). Em 1 ano há 2 semestres.

$$M = 50.000 \times (1{,}1)^2$$

$$M = 50.000 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 60.500}}$$

Neste ponto, podemos calcular o valor do Capital efetivamente recebido pela empresa na data da obtenção do empréstimo. No ato da liberação do dinheiro, a empresa pagou 2% sobre o total (principal mais juros) a título de impostos.

Logo, ela recebeu efetivamente um Capital igual a:

$$C_{ef} = 50.000 - \frac{2}{100} \times 60.500$$

$$C_{ef} = 50.000 - 1.210 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 48.790}}$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

$$M = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$60.500 = 48.790 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$\left(1 + i_{ef}\right) = \frac{60.500}{48.790}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}24$$

$$i_{ef} = 1{,}24 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}24 \ \ ou \ \ 24\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

2. **(FCC / SEGEP MA – 2018) A Cia. Pedras Belas obteve um empréstimo de R$ 1.000.000,00, no dia 01/10/2017, e pagou à instituição financeira, na mesma data, R$ 12.000,00 de taxa de abertura de crédito e R$ 829,77 referentes a outras taxas. O empréstimo vencia integralmente (principal e juros) em 31/12/2017. Sabendo que a taxa de juros composta cobrada pelo banco foi de 2%**

ao mês e considerando os meses com 30 dias, o custo efetivo no período da operação foi, em %,

a) 6,12
b) 7,50
c) 7,40
d) 7,38
e) 4,78

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do Capital efetivamente recebido pela Cia. Pedras Belas na data da obtenção do empréstimo.

A Cia. Pedras Belas obteve um empréstimo de R$ 1.000.000,00, no dia 01/10/2017, e pagou à instituição financeira, na mesma data, R$ 12.000,00 de taxa de abertura de crédito e R$ 829,77 referentes a outras taxas. Logo, o Capital efetivamente recebido foi igual a:

$$C_{ef} = 1.000.000 - 12.000 - 829{,}77 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 987.170,23}}$$

Posteriormente, calculamos o Montante pago pela companhia. O empréstimo venceu integralmente (principal e juros) em 31/12/2017, ou seja, 3 meses após a obtenção deste (outubro, novembro e dezembro). Sabendo que a taxa de juros composta cobrada pelo banco foi de 2% ao mês, o Montante final pago será de:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000.000 \times (1 + 0{,}02)^3$$

$$M = 1.000.000 \times (1{,}02)^3$$

$$M = 1.000.000 \times 1{,}061208 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 1.061.208}}$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

$$M = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$1.061.208 = 987.170{,}23 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$\left(1 + i_{ef}\right) = \frac{1.061.208}{987.170{,}23}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}075$$

$$i_{ef} = 1{,}075 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}075 \ \ ou \ \ 7{,}5\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

3. **(FCC / TCE RS - 2018) Em 01/04/2018, a Cia. Só Dívidas obteve um empréstimo de R$ 2.000.000,00 e pagou à instituição financeira, nessa data, R$ 10.000,00 de taxa de abertura de crédito específico para o empréstimo negociado e, também, R$ 3.223,64 referentes a outros custos de transação. O empréstimo vencia 3 meses após a data da contratação e tanto o principal quanto os juros seriam pagos integralmente no vencimento.**

Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% ao mês, o custo efetivo da operação no período foi

a) 10,00%
b) 9,00%
c) 9,27%
d) 9,93%
e) 9,43%

Comentários:

Em 01/04/2018, a Cia. Só Dívidas obteve um empréstimo de R$ 2.000.000,00 e pagou à instituição financeira, nessa data, R$ 10.000,00 de taxa de abertura de crédito específico para o empréstimo negociado e, também, R$ 3.223,64 referentes a outros custos de transação. Logo, o Capital efetivamente recebido pelo empréstimo foi igual a:

$$C_{ef} = 2.000.000 - 10.000 - 3.223{,}64 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C_{ef} = 1.986.776{,}36}}$$

Calculamos, agora, o Montante pago pela companhia. O empréstimo vence 3 meses após a data da contratação e a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% ao mês. Logo, o Montante será:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 2.000.000 \times (1 + 0{,}03)^3$$

$$M = 2.000.000 \times (1{,}03)^3$$

$$M = 2.000.000 \times 1{,}092727 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 2.185.454}}$$

E, por fim, calculamos a taxa efetiva de juros (custo efetivo) no período da operação.

$$M = C_{ef} \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$2.185.454 = 1.986.776{,}36 \times \left(1 + i_{ef}\right)$$

$$\left(1 + i_{ef}\right) = \frac{2.185.454}{1.986.776{,}36}$$

$$1 + i_{ef} = 1{,}1$$

$$i_{ef} = 1{,}1 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{ef} = 0{,}1 \ \ ou \ \ 10\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Capitalização Contínua

1. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) O regime de capitalização contínua é bastante utilizado em outros países, mas de pouca utilização no Brasil. Nele ocorre o pagamento de juro a cada período infinitesimal de tempo, fazendo com que o capital cresça continuamente no tempo. Nesse regime o montante pode ser calculado pela fórmula $M = C \cdot e^{i_C \cdot t}$ onde o número e, base do logaritmo natural $(\ln)$, vale aproximadamente 2,7182, i_C é a taxa instantânea e t o período de capitalização.**

Utilize adequadamente os dados abaixo:

L_n 1,128 = 0,12 L_n 1,285 = 0,25 L_n 1,323 = 0,28 L_n 1,35 = 0,30 L_n 1,492 = 0,4

Uma aplicação de $R\$\ 1.000.000{,}00$, no regime de capitalização contínua, produz $R\$\ 1.491.806{,}73$ de montante após o período de 5 anos. A taxa instantânea dessa aplicação é de

a) $5\%\ a.a.$
b) $6\%\ a.a.$
c) $7\%\ a.a.$
d) $8\%\ a.a.$
e) $9\%\ a.a.$

Comentários:

Observe que a banca fornece a fórmula do Montante na capitalização contínua. Raridade a banca fazer isso. Mas a FADESP deu essa "ajuda" ao concurseiro.

Então, vamos <u>substituir os valores fornecidos na equação do Montante:</u>

$$M = C \cdot e^{i_C \cdot t}$$

$$1.491.806{,}73 = 1.000.000{,}00 \cdot e^{i_C \cdot 5}$$

$$e^{5i_C} = \frac{1.491.806{,}73}{1.000.000{,}00}$$

$$e^{5i_C} = 1{,}492$$

Vamos aplicar logaritmo natural dos dois lados da equação:

$$\ln e^{5i_C} = \ln 1{,}492$$

Nessa altura da resolução devemos nos recorda da propriedade do logaritmo de uma potência;

- **Logaritmo de uma potência**

O logaritmo de uma **potência** (base real positiva e expoente real) é igual a esta **potência vezes o logaritmo**.

$$\log_a x^p = p \times \log_a x$$

Iremos aplicar esta propriedade do lado esquerdo da equação e do lado direito vamos substituir $\ln 1{,}492$ por $0{,}4$ (a banca fornece esse valor):

$$\ln e^{5i_C} = \ln 1{,}492$$

$$5i_C \times \ln e = 0{,}4$$

Sabemos que $\ln e = 1$:

$$5i_C \times \ln e = 0{,}4$$

$$5i_C \times 1 = 0{,}4$$

$$5i_C = 0{,}4$$

$$i_C = \frac{0{,}4}{5} \rightarrow \boldsymbol{i_C = 0,08\ ou\ 8\%\ a.a.}$$

Gabarito: Alternativa **D**

2. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) O regime de capitalização contínua é bastante utilizado em outros países, mas de pouca utilização no Brasil. Nele ocorre o pagamento de juro a cada período infinitesimal de tempo, fazendo com que o capital cresça continuamente no tempo. Nesse regime o montante pode ser calculado pela fórmula $M = C \cdot e^{i_C \cdot t}$ onde o número e, base do logaritmo natural $(\ln)$, vale aproximadamente 2,7182, i_C é a taxa instantânea e t o período de capitalização.**

Utilize adequadamente os dados abaixo:

L_n 1,128 = 0,12 L_n 1,285 = 0,25 L_n 1,323 = 0,28 L_n 1,35 = 0,30 L_n 1,492 = 0,4

O tempo necessário para que uma aplicação de $R\$100.000,00$, no regime de capitalização contínua, com taxa instantânea de 4% ao mês, produza um montante de $R\$\ 112.749,28$ é de

a) 3 meses
b) 4 meses
c) 5 meses
d) 6 meses
e) 7 meses

Comentários:

Observe que a banca fornece a fórmula do Montante na capitalização contínua. Raridade a banca fazer isso. Mas a FADESP deu essa "ajuda" ao concurseiro.

Então, vamos <u>substituir os valores fornecidos na equação do Montante</u>:

$$M = C \cdot e^{i_c \cdot t}$$

$$112.749,28 = 100.000 \cdot e^{0,04 \cdot t}$$

$$e^{0,04 \cdot t} = \frac{112.749,28}{100.000}$$

$$e^{0,04 \cdot t} = 1,128$$

Vamos aplicar logaritmo natural dos dois lados da equação:

$$\ln e^{0,04 \cdot t} = \ln 1,128$$

Nessa altura da resolução devemos nos recorda da propriedade do logaritmo de uma potência;

- **Logaritmo de uma potência**

O logaritmo de uma **potência** (base real positiva e expoente real) é igual a esta **potência vezes o logaritmo**.

$$\log_a x^p = p \times \log_a x$$

Iremos aplicar esta propriedade do lado esquerdo da equação e do lado direito vamos substituir $\ln 1,128$ por $0,12$ (a banca fornece esse valor):

$$\ln e^{0,04 \cdot t} = \ln 1,128$$

$$0,04 \cdot t \times \ln e = 0,12$$

Sabemos que $\ln e = 1$:

$$0{,}04 \cdot t \times \ln e = 0{,}12$$

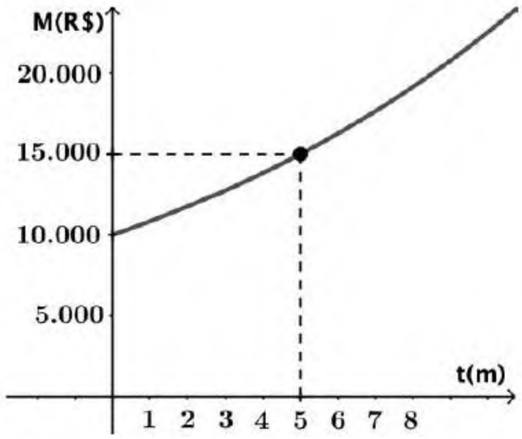
$$0{,}04 \cdot t \times 1 = 0{,}12$$

$$0{,}04 \cdot t = 0{,}12$$

$$t = \frac{0{,}12}{0{,}04} \rightarrow \boldsymbol{t = 3\ meses}$$

Gabarito: Alternativa **A**

3. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) O gráfico abaixo apresenta a evolução do montante M de uma aplicação (em reais) em função do tempo t (em meses), em regime de capitalização contínua.



A taxa de juros mensal, em regime de capitalização contínua, que remunera esta aplicação é, aproximadamente, igual a

(Considere: $\ln 2 = 0{,}69, \ln 3 = 1{,}10\ e\ \ln 5 = 1{,}61$)

a) 7,7% a.m.
b) 8,2% a.m.
c) 9,1% a.m.
d) 10,0% a.m.
e) 13,7% a.m.

Comentários:

Essa questão foi da prova de Auditor do Estado do Pará. Nessa questão a FADESP **não** fornece a equação do Montante na capitalização contínua (diferente da prova de fiscal de rendas em que a banca já trouxe a fórmula).

Na Capitalização Contínua, o Montante é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \cdot e^{i \cdot t}$$

Em que:

$M = Montante$

$C = Capital$

$i = taxa\ de\ juros$

$t = tempo$

Observe o gráfico. No tempo $t = 0$, o valor inicial da aplicação é igual a 10.000. O valor inicial nada mais é que o Capital aplicado. Então:

$$\boxed{\boldsymbol{C = 10.000}}$$

E observe também que o único ponto que dispusemos para poder inserir na fórmula é o ponto $(5\ ;15.000)$, isto é, para um tempo $t = 5$, o Montante $M = 15.000$.

Vamos substituir esses valores na fórmula e calcular a taxa de juros mensal:

$$M = C \cdot e^{i \cdot t}$$

$$15.000 = 10.000 \cdot e^{i \cdot 5}$$

$$e^{5i} = \frac{15.000}{10.000}$$

$$\boldsymbol{e^{5i} = 1,5}$$

Aplicando $\ln$ nos dois lados da equação:

$$\ln e^{5i} = \ln 1{,}5$$

Abrindo um parêntese. Nessa altura da resolução, devemos nos lembrar de uma propriedade do logaritmo:

Logaritmo de uma potência

O logaritmo de uma **potência** (base real positiva e expoente real) é igual a esta **potência vezes o logaritmo**.

$$\log_a x^p = p \times \log_a x$$

Voltando na resolução:

$$\ln e^{5i} = \ln 1{,}5$$

$$5i \cdot \ln e = \ln 1{,}5$$

Sabemos que $\ln e = 1$:

$$5i \cdot 1 = \ln 1{,}5$$

$$5i = \ln 1{,}5$$

Abrindo outro parêntese. Perceba que a banca não fornece o valor de $\ln 1{,}5$. Vamos ter que "manipular" tal logaritmo para aparecer em função dos valores fornecidos pela banca.

E para isso devemos lembrar de mais uma propriedade do logaritmo:

Logaritmo do Quociente

O logaritmo do quociente é igual a diferença dos seus logaritmos.

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

Temos então que:

$$\ln 1{,}5 = \ln \left(\frac{3}{2}\right) = \ln 3 - \ln 2$$

Já $\ln 3$ e $\ln 2$, a banca fornece. Sendo assim:

$$\ln 1{,}5 = \ln 3 - \ln 2 = 1{,}1 - 0{,}69 = 0{,}41$$

Voltando na equação:

$$5i = \ln 1{,}5$$

$$5i = 0{,}41$$

$$i = \frac{0{,}41}{5} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0{,}082\ ou\ 8{,}2\%\ a.m.}$$

Gabarito: Alternativa **B**

4. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital foi aplicado a uma certa taxa anual, com capitalização contínua. Após quatro meses, a aplicação atingiu um montante X e, após seis meses, um valor Y. O valor do capital inicialmente aplicado é bem determinado pela expressão

a) $\frac{X^3}{Y^2}$

b) $\frac{X \times e^{1/3}}{Y \times e^{1/2}}$

c) $\frac{X \times e^{1/2}}{Y \times e^{1/3}}$

d) $\frac{3 \times \ln X}{2 \times \ln Y}$

e) $\frac{\sqrt[3]{\ln X}}{\sqrt[2]{\ln Y}}$

Comentários:

Na Capitalização Contínua, o Montante é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \cdot e^{i \cdot t}$$

Vamos trabalhar separdamente com cada informação:

- Após quatro meses, a aplicação atingiu um montante X

Substituindo na fórmula do Montante:

$$M = C \cdot e^{i \cdot t}$$

$$X = C \cdot e^{4i} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = \frac{X}{e^{4i}}} \quad \text{equação (I)}}$$

- Após seis meses, a aplicação atingiu um montante Y

Substituindo novamente na fórmula:

$$M = C \cdot e^{i \cdot t}$$

$$Y = C \cdot e^{6i} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = \frac{Y}{e^{6i}}} \quad \text{equação (II)}}$$

Iremos igualar as 2 equações acima (afinal as 2 são iguais a C) e encontrar o valor da taxa de juros i.

$$\frac{X}{e^{4i}} = \frac{Y}{e^{6i}}$$

$$\frac{e^{6i}}{e^{4i}} = \frac{Y}{X} \quad \rightarrow \quad e^{2i} = \frac{Y}{X}$$

Com este resultado podemos voltar em qualquer uma das duas equações (equação I ou equação II) e subsituir tal infomação.

Substituindo em (I):

$$C = \frac{Y}{e^{6i}}$$

$$C = \frac{Y}{(e^{2i})^3}$$

$$C = \frac{Y}{\left(\frac{Y}{X}\right)^3}$$

$$C = \frac{Y}{\frac{Y^3}{X^3}}$$

$$C = Y \times \frac{X^3}{Y^3} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{C = \frac{X^3}{Y^2}}$$

Gabarito: Alternativa **A**

5. **(CESPE / TJ SE - 2014) Considerando que um empresário tenha tomado empréstimo no valor de R$ 30.000,00 para custear reformas em seu estabelecimento comercial, julgue o item que se segue a respeito de taxa de juros efetiva.**

Considerando-se 1,08 como valor aproximado para $e^{0,08}$, é correto afirmar que, se toda a quantia tomada como empréstimo tivesse sido investida à taxa de 8% ao ano, em um regime de capitalização contínua, pelo período de 2 anos, então, ao final do período, o montante teria sido inferior a R$ 32.500,00.

Comentários:

O enunciado nos informa que a quantia foi investida em **regime de capitalização contínua**. Vamos utilizar a fórmula do Montante para esse regime e calcular o Montante ao final do período.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 30.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 8\%\ ao\ ano = 0{,}08$

$t = tempo = 2\ anos$

Iremos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

$$M = 30.000 \times e^{0{,}08 \times 2}$$

$$M = 30.000 \times (e^{0{,}08})^2$$

$$M = 30.000 \times (1{,}08)^2$$

$$M = 30.000 \times 1{,}1664 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 34.992}$$

Logo, o montante teria sido **SUPERIOR** a R$ 32.500,00.

Gabarito: **ERRADO**

6. (FCC / SEFAZ SP - 2009) Considere que o logaritmo neperiano de 1,8 é igual a 0,6. Aplicando um capital de R$ 25.000,00 a uma taxa de 4% ao mês, com capitalização contínua, verifica-se que o montante, no momento do resgate, é igual a R$ 45.000,00. O período de aplicação é igual a

a) 12 meses
b) 15 meses
c) 18 meses
d) 21 meses
e) 24 meses

Comentários:

O enunciado nos informa que o Capital é aplicado em **regime contínuo**. Iremos utilizar a fórmula do Montante desse regime e calcular o tempo de aplicação.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

Onde,

$M = Montante = 45.000$

$C = Capital = 25.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 4\%\ ao\ mês = 0{,}04$

$t = tempo = ?$

Vamos substituir os valores e calcular o período de aplicação.

$$M = C \times e^{i \times t}$$

$$45.000 = 25.000 \times e^{0{,}04 \times t}$$

$$e^{0{,}04 \times t} = \frac{45.000}{25.000}$$

$$e^{0{,}04 \times t} = 1{,}8$$

Aplicando a definição de logaritmo:

$$e^{0{,}04 \times t} = 1{,}8 \quad \rightarrow \quad \ln 1{,}8 = 0{,}04 \times t$$

A banca nos informa que o logaritmo neperiano de 1,8 é igual a 0,6. Logo, o tempo será de:

$$\ln 1{,}8 = 0{,}04 \times t$$

$$0{,}6 = 0{,}04 \times t$$

$$t = \frac{0{,}6}{0{,}04} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{t = 15}$$

Gabarito: Alternativa **B**

Lista de Questões – BANCAS DIVERSAS

Taxa Real, Aparente e de Inflação

1. **(FGV / SEFAZ MG - 2023 Adaptada) Uma aplicação tem rendimento nominal de 40%. Sobre o ganho obtido nessa operação, incide imposto de 20%.**

Dado que a inflação acumulada nesse período foi de 10%, o ganho real dessa aplicação foi de

a) 24%.
b) 22%.
c) 20%.
d) 12%.
e) 10%.

2. **(CESPE / IBAMA - 2022) Com base em conhecimentos de matemática financeira, julgue o próximo item.**

Considere que uma empresa de tecnologia invista 5% da sua receita anual em um fundo de investimento que patrocina ações ambientais, cuja rentabilidade é de 12% ao ano.

Nesse caso, se a inflação no primeiro ano do investimento tiver sido de 5%, então, ao final desse período, o valor que foi investido mais o ganho real do investimento equivalem a mais de 5,4% da receita anual da empresa, correspondente ao ano da aplicação no fundo.

3. **(UFTM / POLITEC MT - 2022) "O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo 15 (IPCA-15) fechou 2021 em 10,42%, maior acumulado em um ano desde 2015, de acordo com os dados divulgados nesta quinta-feira pelo IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. O IPCA-15 é uma prévia do indicador oficial da Inflação no país, o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), e se refere ao consumo das famílias com rendimento de 1 a 40 salários mínimos."**

(FONTE: Rádio Agência Nacional - Publicado em 23/12/2021 - Por Fabiana Sampaio)

Caso um investidor queira proteger o seu capital da inflação e aplique-o em um título cujo rendimento é de 20%, sendo a inflação do mesmo período de 10%, qual taxa real aproximada o investidor obterá nessa operação?

a) 15,00%
b) 9,90%

c) 10,00%
d) 9,50%
e) 9,10%

4. (RBO / ISS BH - 2022) Considere, hipoteticamente, que, durante todo o ano de 201X, num determinado país, a taxa de inflação tenha sido constante. Nesse mesmo ano, um investidor aplicou $R\$\ 10.000,00$, em 02/01/201X, numa instituição financeira e resgatou $R\$\ 17.400,00$, em 31/12/201X, e a inflação sempre manteve constante, à taxa de $2,797\%$ ao mês. Nessa situação, a taxa real anual de juros praticados pela instituição foi de, aproximadamente

$(1{,}02797)^6 = 1{,}18$

a) 25%
b) 28%
c) 32%
d) 38%
e) 42%

5. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte a respeito de matemática financeira.

Se o rendimento real r a.a. de um investimento for metade do rendimento nominal n a.a., então a inflação i a.a. será

$$i = \frac{n}{2n + 2}$$

6. (CESPE / PGE PE – 2019) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.

Situação hipotética: Paulo aplicou R$ 20.000 em determinado investimento e resgatou o total dois anos depois. O juro real recebido por Paulo no período foi de 30% e o valor resgatado foi de R$ 31.200. **Assertiva:** Nessa situação, a inflação acumulada no período foi inferior a 15%.

7. (FCC / BANRISUL – 2019) A taxa de inflação, em um determinado período, foi igual a 5%. Um capital no valor de R$ 20.000,00 aplicado durante esse período permitiu que fosse resgatado

um montante de R$ 21.840,00. No final do período de aplicação, a taxa real de juros r correspondente é tal que

a) $4{,}5\% < r \leq 5\%$
b) $r \leq 4\%$
c) $r \geq 5{,}5\%$
d) $4\% < r \leq 4{,}5\%$
e) $5\% < r \leq 5{,}5\%$

8. (VUNESP / TJ SP – 2019) Uma pessoa aplica junto a uma instituição financeira, durante 2 anos, um capital no valor de R$ 25.000,00. Verifica-se que, no final desses 2 anos, a taxa real de juros dessa aplicação foi igual a 3/10 da taxa aparente de juros desse período. Se a taxa de inflação correspondente nesses 2 anos foi de 25%, então a taxa real de juros no período de aplicação foi de

a) 15,0%
b) 18,0%
c) 12,6%
d) 12,0%
e) 14,4%

9. (CESPE / BNB – 2018) No que se refere a matemática financeira, julgue o seguinte item.

Se em determinado ano a taxa de juros aparente for de 10% ao ano e se a taxa real de juros nesse período for de 12%, então, nesse ano, a taxa de inflação será negativa, ou seja, haverá deflação.

10. (FGV / BANESTES – 2018) O IGP-M (Índice Geral de Preços do Mercado) é um indicador da variação dos preços calculado pela Fundação Getulio Vargas e divulgado mensalmente. O IGP-M costuma ser utilizado como referência para o cálculo de reajuste dos contratos de aluguel de imóveis.

O contrato de aluguel de Ivo prevê reajustes anuais com base no IGP-M acumulado nesse período. Após um ano de contrato, o valor acumulado desse índice foi 7,73%.

Se, no mesmo período, a inflação acumulada foi de 5%, então o aumento do aluguel, descontada a inflação, foi de:

a) 2,6%
b) 2,7%
c) 2,9%
d) 3,4%
e) 3,6%

11. (FGV / BNB – 2014) Renato pediu empréstimo ao banco para pagamento em um ano com taxa anual real de juros de 28%. Sabendo que a inflação prevista para o período é de 7%, a taxa aparente de juros é de, aproximadamente:

a) 33%
b) 34%
c) 35%
d) 36%
e) 37%

12. (CESPE / TCE SC – 2016) No item que se segue, é apresentada uma situação hipotética a respeito de avaliação de investimentos e de taxas de juros, seguida de uma assertiva a ser julgada.

Um investidor do mercado imobiliário comprou um terreno por R$ 40.000 e, após dois anos, vendeu-o por R$ 62.400. A taxa de inflação acumulada durante esses dois anos foi de 20%. Nessa situação, a rentabilidade real desse investimento foi superior a 32% no biênio.

13. (FCC / SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo para ser integralmente liquidado em uma única parcela no final do prazo de 2 meses. Se a taxa de juros compostos prefixada negociada foi 4% ao mês e a inflação no prazo do empréstimo foi 1,5%, a taxa real de juros paga pela empresa no período foi, em %,

a) 9,50
b) 6,50
c) 6,66
d) 9,66
e) 6,56

14. (VUNESP / CM Sertãozinho – 2019) O Patrimônio Líquido de uma empresa era R$ 1.000.000 no final do ano 1 e R$ 1.260.000 no final do ano 2. Se a taxa de inflação ao longo do ano 2 foi 5%, o aumento real do Patrimônio Líquido no período mencionado foi de

a) 20%
b) 21%
c) 22%
d) 25%
e) 26%

15. (CESPE / TCU - 2015) Recentemente, a empresa Fast Brick Robotics mostrou ao mundo um robô, conhecido como Hadrian 105, capaz de construir casas em tempo recorde. Ele consegue trabalhar algo em torno de 20 vezes mais rápido que um ser humano, sendo capaz de construir até 150 casas por ano, segundo informações da empresa que o fabrica.

Internet: <www.fastbrickrobotics.net> (com adaptações).

Tendo como referência as informações acima, julgue o item a seguir.

Situação hipotética: Um investidor pretende adquirir um dos imóveis da empresa Fast Brick por R$ 75.000,00 à vista e vendê-lo, após quatro anos, por R$ 120.000,00. **Assertiva**: Nesse caso, se a inflação acumulada no período for de 20%, a rentabilidade real do investidor, no período de quatro anos, será superior a 35%.

16. (FGV / SEFAZ RJ – 2011) Em um período de um ano, a taxa aparente de juros foi de 15%, e a taxa de inflação, de 5%. Assim, a taxa real foi de

a) 9,52%
b) 8,95%
c) 10,00%
d) 7,50%
e) 20,75%

17. (CESPE / MTE – 2014) Paulo recebeu R$ 40.000,00 correspondentes à sua parte em uma herança e aplicou esse valor por um ano à taxa de juros de 26% ao ano. Considerando que a taxa de inflação no período da aplicação tenha sido de 20%, julgue o item que se segue.

Na aplicação, o ganho real de Paulo foi superior a R$ 2.200,00.

18. (VUNESP / Pref. São Paulo – 2018) Um investimento rendeu em um ano 10% de juros. Se a inflação nesse período foi de 6%, a taxa real de juros foi de, aproximadamente,

a) 4,5%
b) 2,8%
c) 3,2%
d) 3,8%
e) 4,2%

19. (CESPE / PF – 2014) Considerando que uma pessoa tenha aplicado um capital pelo período de 10 anos e que, ao final do período, ela tenha obtido o montante de R$ 20.000,00, julgue o item a seguir.

Se o montante for depositado, por um mês, em uma conta que remunera os valores depositados à taxa de juros compostos de 3% ao mês e se a inflação nesse mês for de 1%, então o ganho real nesse mês será superior a R$ 400,00.

20. (FCC / SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo do exterior para ser integralmente liquidado em uma única parcela, no final do prazo de 12 meses. A operação foi contratada com taxa de juros simples de 0,5% ao mês, acrescida da variação cambial. Se a variação cambial no período do empréstimo foi 8% e a inflação medida no mesmo prazo foi 10%, a taxa real de juros paga pela empresa no período, em % ao ano, foi

a) 14,00
b) 4,07
c) 4,00
d) 24,00
e) 3,64

21. (VUNESP / Pref. São José dos Campos SP – 2015) Dolores da Silva trabalha em uma oficina de costura e tem seu salário reajustado, anualmente, no mês de março. Em fevereiro de 2015, Dolores recebia como salário R$ 1.200,00, e seu patrão disse que, em março de 2015, o aumento

seria de 20%, com reajuste real significativo para todos os empregados da oficina. O montante relativo a março recebido por Dolores e o aumento real de seu salário, tendo em vista que a inflação no período foi de 9%, foram, respectivamente,

a) R$ 1.320,00 ; 11%
b) R$ 1.340,00 ; 10,9%
c) R$ 1.420,00 ; 10,5%
d) R$ 1.440,00 ; 10,1%
e) R$ 1.480,00 ; 11%

22. (CESPE / CEF – 2014) Julgue o item abaixo.

Se, em determinado período, uma aplicação financeira proporcionou um rendimento de 10% para um montante nela aplicado, e se, nesse mesmo período, a taxa de inflação foi igual a 5%, então, o ganho real nessa aplicação, nesse período, foi inferior a 5%.

23. (FCC/ TRT 19 - 2014) Para apuração da taxa de juros real de um investimento com retorno prefixado de 8,75% e inflação no mesmo período de 6,33%, deve ser utilizada a fórmula

a) $\left[\left((1{,}0875/1{,}0633) \times 100\right) - 1\right]$
b) $\left[\left((1{,}0633/1{,}0875) - 1\right) \times 100\right]$
c) $\left[\left((1{,}0633/1{,}0875) \times 100\right) - 1\right]$
d) $\left[\left((1{,}0875/1{,}0633) \times -1\right) \times 100\right]$
e) $(1{,}0875 - 1{,}0633) \times 100$

24. (CESPE CEF – 2014) Marcelo depositou R$ 8.000,00 em uma conta remunerada de uma instituição financeira, ocasião em que lhe foram apresentadas as duas opções de investimento a seguir, ambas isentas de taxas administrativas.

- **Conta tipo A, que remunera o capital investido a uma taxa de juros compostos de 7,1% ao mês;**
- **Conta tipo B, que remunera o capital investido a uma taxa de juros simples de 8,12% ao mês.**

Com base nessas informações, tomando 1,8 e 1,34 como valores aproximados para $(1,05)^{12}$ e $\sqrt{1,8}$, respectivamente, e considerando que a inflação, a partir do dia do depósito, foi igual a 2% ao mês, julgue o próximo item.

Suponha que seja oferecida a Marcelo uma taxa de juros simples reais de 8,12% ao mês, caso ele opte por depositar o dinheiro na conta do tipo B. Nesse caso, não sendo feita qualquer retirada, os juros resultantes na conta 10 meses após o depósito serão inferiores a R$ 8.200,00.

25. (CESPE CEF – 2014) Marcelo depositou R$ 8.000,00 em uma conta remunerada de uma instituição financeira, ocasião em que lhe foram apresentadas as duas opções de investimento a seguir, ambas isentas de taxas administrativas.

- **Conta tipo A, que remunera o capital investido a uma taxa de juros compostos de 7,1% ao mês;**
- **Conta tipo B, que remunera o capital investido a uma taxa de juros simples de 8,12% ao mês.**

Com base nessas informações, tomando 1,8 e 1,34 como valores aproximados para $(1,05)^{12}$ e $\sqrt{1,8}$, respectivamente, e considerando que a inflação, a partir do dia do depósito, foi igual a 2% ao mês, julgue o próximo item.

Se Marcelo depositar os R$ 8.000,00 na conta tipo A e retirar todo o montante existente nessa conta 1 ano após o depósito, então, o ganho real de Marcelo nesse investimento será inferior a R$ 6.500,00.

26. (FCC / TCE RS – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo para ser liquidado integralmente (principal e juros) em uma única parcela no final do prazo de 6 meses. O empréstimo foi contratado com taxa de juros simples de 1,5% ao mês, sendo que o montante devido será corrigido pela variação da TR no prazo do empréstimo. Se a variação da TR no período do empréstimo foi 2% e a inflação medida no mesmo prazo foi 4%, a taxa real de juros paga pela empresa no período, em percentual ao semestre, foi

a) 7,00%
b) 11,00%
c) 6,73%
d) 15,00%
e) 6,90%

27. (VUNESP / Pref. São José dos Campos SP – 2015) Supondo que a taxa de juros nominal seja de 80% a.a., e a taxa de inflação seja de 20% a.a., a taxa de juros real é exatamente igual a

a) 30% a.a.
b) 40% a.a.
c) 50% a.a.
d) 60% a.a.

e) 116% a.a.

28. (CESPE / TJ SE - 2014) Considerando que um empresário tenha tomado empréstimo no valor de R$ 30.000,00 para custear reformas em seu estabelecimento comercial, julgue o item que se segue a respeito de taxa de juros efetiva.

Considere que o empresário invista todo o valor do empréstimo, durante três meses, em uma aplicação que, além de remunerar à taxa de juros compostos líquidos de 2% ao mês, corrige o montante, mês a mês, pela inflação mensal, que se manteve constante e igual a 5,5% ao mês. Em face dessa situação, considerando-se 1,06 e 1,17 como valores aproximados para $1{,}02^3$ e $1{,}055^3$, respectivamente, é correto afirmar que o montante do investimento ao final do período foi superior a R$ 36.000,00.

29. (FCC / TST – 2017) Um investidor aplicou R$ 10.000,00 em títulos que remuneram à taxa de juros compostos de 10% ao ano e o prazo para resgate da aplicação foi de 2 anos. Sabendo-se que a inflação no prazo total da aplicação foi 15%, a taxa real de remuneração obtida pelo investidor no prazo total da aplicação foi

a) 5,00%
b) 6,00%
c) 5,22%
d) 5,00% (negativos)
e) 4,55%

30. (FCC / TRF 3 – 2016) Em um país, a taxa de inflação em um determinado período foi de 10,5%. Um investidor, neste país, realizou uma aplicação no valor de R$ 20.000,00 no início do determinado período e resgatou todo o montante no final. Sabendo-se que ele obteve uma taxa real de juros no período correspondente de 2%, tem-se que o valor do montante resgatado foi, em R$, de

a) 22.521,00
b) 22.500,00
c) 21.700,00
d) 22.542,00
e) 22.066,00

31. **(CESPE / SERPRO - 2013) João e Maria, com o objeto de constituir, em sociedade, uma microempresa, acordaram em depositar anualmente, cada um, R$ 20.000,00 em uma conta remunerada que paga 10% de juros compostos semestralmente. João deveria depositar sua parte sempre no início do mês de janeiro e Maria, seis meses depois.**

Com base nessas informações, julgue o próximo item.

Se a taxa de inflação nos primeiros seis meses após o primeiro depósito de João for de 2%, então, nesse período, a taxa real que remunera a conta na qual João e Maria fazem seus depósitos será de 8%.

32. **(CESPE / TCE ES - 2012) Considerando que determinado agente financeiro ofereça empréstimos à taxa de juros compostos de 4% ao mês e que 1,17 seja valor aproximado para $1,04^4$, julgue o item a seguir.**

Se a taxa de inflação acumulada de janeiro a abril de determinado ano for de 3%, um empréstimo tomado no início de janeiro para ser liquidado no final de abril desse ano estará sujeito a uma taxa de juros real superior a 14%.

33. **(FCC/ SMF Teresina PI – 2016) Uma aplicação no valor de R$ 25.000,00 por um período de 1 ano permitirá que seja resgatado, no final do período da aplicação, um montante no valor de R$ 28.730,00.**

Para que a taxa real de juros desta aplicação seja no mínimo de 4%, a taxa de inflação deste ano terá que ser no máximo igual a

a) 12,00%
b) 11,20%
c) 9,80%
d) 10,50%
e) 10,92%

34. **(CESPE / BRB - 2011) Acerca de juros e taxas de juros, julgue o item a seguir.**

Se uma aplicação de R$ 10.000,00 pelo período de um ano produzir juros no valor de R$ 3.200,00, e se a inflação nesse período for de 20%, então a taxa de juros real da aplicação nesse período será inferior a 11%.

35. (FCC / SEFAZ PI – 2015) Suponha que a taxa de inflação apresentada em um determinado período foi de 5%. Se uma pessoa investiu R$ 25.000,00 no início deste período e resgatou no respectivo final todo o correspondente montante no valor de R$ 26.827,50, significa que a taxa real de juros obtida por esta pessoa no período foi de

a) 2,00%
b) 2,20%
c) 2,31%
d) 2,57%
e) 2,75%

36. (CESPE / PC ES - 2011) Uma dívida de R$ 5.000,00 é paga, com juros reais acrescidos da taxa de inflação do período, por R$ 5.670,00. Nessa situação, sabendo que o produto das taxas de juros reais e de inflação é 0,004, julgue o item que se segue.

A soma da taxa de juros reais com a taxa de inflação é inferior a 13,1%.

37. (FCC / SEFAZ RJ – 2014) Um investidor aplica um capital no valor de R$ 12.000,00 durante 1 ano e resgata todo o montante no final deste prazo. Ele verifica que a taxa de inflação do período de aplicação foi de 8% e a respectiva taxa de juros real da aplicação foi de 2,5%. Isto significa que o investidor resgatou um montante no valor de

a) R$ 12.660,00
b) R$ 12.830,00
c) R$ 13.000,00
d) R$ 13.260,00
e) R$ 13.284,00

38. (CESPE / ABIN - 2010) Considere que um investidor tenha aplicado, por determinado período, R$ 10.000,00 em uma instituição financeira que paga juros reais somados com a taxa de inflação do período. A partir dessa situação, e sabendo que, nesse período, a taxa de juros reais e a taxa de inflação somaram 9%, julgue o item que se segue.

Caso, no referido período, a taxa de juros reais tenha sido o dobro da taxa de inflação, o montante do capital aplicado, ao final do período, foi inferior a R$ 10.800,00.

39. (CESPE / SEFAZ ES - 2010) A secretaria de fazenda de determinado estado implantou um plano para parcelamento das dívidas atrasadas dos tributos. De acordo com esse plano, uma empresa que devia R$ 464.100,00 de ICMS negociou o pagamento dessa dívida em 4 prestações anuais e consecutivas de R$ 146.410,00, calculadas com base no sistema francês de amortização, a uma taxa de juros de 10% ao ano e com a primeira prestação vencendo um ano após a data do acordo.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item subsequente.

Considerando que a taxa anual de inflação seja igual a 7%, a taxa real de juros cobrada pela secretaria de fazenda será inferior a 3%.

40. (CESPE / MPU - 2010) A respeito de taxas de juros reais e aparentes, julgue o próximo item.

Se a expectativa de inflação for de 4,5% ao ano e se os agentes do mercado exigem uma taxa de juros reais de 4% ao ano, então, a taxa aparente de juros deverá ser de 8,68% ao ano.

41. (CESPE / MPU - 2010) A respeito de taxas de juros reais e aparentes, julgue o próximo item.

Considere que uma aplicação financeira de R$ 70.000,00 tenha sido resgatada no montante de R$ 77.000,00 após 30 dias. Supondo-se que a inflação tenha atingido a taxa de 2% nesse período, conclui-se, então, que a taxa de juros reais foi superior a 8% no referido período.

42. (CESPE / MPU - 2010) A respeito de taxas de juros reais e aparentes, julgue o próximo item.

Considere que em uma operação contratada por 30 dias, a taxa aparente de juros foi de 3% no período, e a inflação atingiu, no mesmo período, 0,6%. Nessa situação, para se calcular a taxa de juros reais dessa operação, subtrai-se a taxa de inflação da taxa aparente de juros, o que resulta em exatos 2,4% de juros reais no referido período.

GABARITO

1. C
2. ERRADO
3. E
4. A
5. ERRADO
6. ERRADO
7. B
8. D
9. CERTO
10. A
11. E
12. ERRADO
13. E
14. A
15. ERRADO
16. A
17. ERRADO
18. D
19. ERRADO
20. B
21. D
22. CERTO
23. D
24. ERRADO
25. CERTO
26. E
27. C
28. CERTO
29. C
30. D
31. ERRADO
32. ERRADO
33. D
34. CERTO
35. B
36. CERTO
37. E
38. ERRADO
39. CERTO
40. CERTO
41. ERRADO
42. ERRADO

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Conceitos Econômicos

1. **(CESPE / FUB - 2018) A respeito de sistemas de amortização e de taxas de juros de empréstimos bancários, julgue o item a seguir.**

Em uma economia inflacionária, a taxa real de juros para um empréstimo bancário será sempre maior que a correspondente taxa nominal.

Gabarito

1. **ERRADO**

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Inflação Acumulada

1. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte, relativo à matemática financeira.**

Suponha que, em dois anos consecutivos, a inflação de um país tenha sido de 10% no primeiro ano e de 15% no segundo ano. Com base nessas informações, é correto concluir que a inflação acumulada nesse período de dois anos é igual a 25%.

2. **(CESPE / TJ SE - 2014) Um comerciante no interior do país manteve uma política de congelamento dos preços de seus produtos nos últimos dois anos. Seu intuito era aumentar a clientela, já que seus concorrentes aumentavam significativamente os preços de quase todos os produtos. Curiosamente, houve, para esse comerciante, uma diminuição do lucro, acompanhada por consequente perda de poder aquisitivo.**

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Se, depois de formada a sua clientela, o comerciante corrigir o valor de um de seus itens de estoque, cujo preço inicial era R$ 30,00, de acordo com a inflação mensal de 6%, durante três meses consecutivos, então o produto, ao final do terceiro mês, custará aos clientes do comerciante mais de R$ 35,00.

3. **(VUNESP / Pref. São José dos Campos SP – 2012) Durante três anos seguidos, a taxa de inflação anual foi de 10%. Qual a inflação acumulada ao final desses três anos?**

a) 30%
b) 33,1%
c) 40%
d) 130%
e) 133,1%

4. **(CESPE / PF - 2013) Acerca de questões atinentes a matemática financeira, julgue o item subsecutivo.**

Considerando-se que a inflação nos últimos três meses tenha sido de 1%, 2% e 3%, é correto afirmar que a inflação média no período foi de 2%.

5. **(CESPE / CBM DF - 2011) A taxa SELIC é um índice que baliza as taxas de juros cobradas pelo mercado no Brasil. Em uma análise simplória, a taxa aproximada de remuneração real do investidor é dada pela diferença x - y, em que x representa a taxa SELIC e y, a taxa de inflação. A taxa correta de remuneração real, entretanto, é dada pela fórmula,**

$$\frac{1+x}{1+y}-1$$

em que as taxas x e y devem ser expressas na forma unitária. Acerca desse assunto, julgue o item a seguir.

Sabendo-se que, em 6/6/2011, a taxa SELIC foi fixada em 12,25% ao ano e que a meta de inflação para o ano de 2011 está prevista em 4,5%, é correto afirmar que, caso tais valores não se alterem, a taxa correta de remuneração real de um investidor que detenha um título público indexado pela SELIC será inferior a 7,5% no ano.

Gabarito

1. ERRADO
2. CERTO
3. B
4. ERRADO
5. CERTO

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Custo Efetivo de uma Operação

1. **(FGV / ALERO – 2018) Uma empresa solicitou um financiamento de R$ 50.000,00 a ser pago em um ano. O banco credor cobra uma taxa de juros compostos de 20% a.a. com capitalizações semestrais. No ato da liberação do dinheiro, a empresa pagou 2% sobre o total (principal mais juros) a título de impostos. Dessa forma, o valor liberado pelo banco foi menor do que o solicitado.**

O custo real efetivo dessa transação foi de

a) 22,0% a.a.
b) 23,0% a.a.
c) 23,5% a.a.
d) 24,0% a.a.
e) 24,5% a.a.

2. **(FCC / SEGEP MA – 2018) A Cia. Pedras Belas obteve um empréstimo de R$ 1.000.000,00, no dia 01/10/2017, e pagou à instituição financeira, na mesma data, R$ 12.000,00 de taxa de abertura de crédito e R$ 829,77 referentes a outras taxas. O empréstimo vencia integralmente (principal e juros) em 31/12/2017. Sabendo que a taxa de juros composta cobrada pelo banco foi de 2% ao mês e considerando os meses com 30 dias, o custo efetivo no período da operação foi, em %,**

a) 6,12
b) 7,50
c) 7,40
d) 7,38
e) 4,78

3. **(FCC / TCE RS - 2018) Em 01/04/2018, a Cia. Só Dívidas obteve um empréstimo de R$ 2.000.000,00 e pagou à instituição financeira, nessa data, R$ 10.000,00 de taxa de abertura de crédito específico para o empréstimo negociado e, também, R$ 3.223,64 referentes a outros custos de transação. O empréstimo vencia 3 meses após a data da contratação e tanto o principal quanto os juros seriam pagos integralmente no vencimento.**

Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pelo banco foi de 3% ao mês, o custo efetivo da operação no período foi

a) 10,00%
b) 9,00%
c) 9,27%
d) 9,93%
e) 9,43%

Gabarito

1. D
2. B
3. A

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Capitalização Contínua

1. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) O regime de capitalização contínua é bastante utilizado em outros países, mas de pouca utilização no Brasil. Nele ocorre o pagamento de juro a cada período infinitesimal de tempo, fazendo com que o capital cresça continuamente no tempo. Nesse regime o montante pode ser calculado pela fórmula $M = C \cdot e^{i_C \cdot t}$ onde o número e, base do logaritmo natural $(\ln)$, vale aproximadamente 2,7182, i_C é a taxa instantânea e t o período de capitalização.**

Utilize adequadamente os dados abaixo:

L_n 1,128 = 0,12 L_n 1,285 = 0,25 L_n 1,323 = 0,28 L_n 1,35 = 0,30 L_n 1,492 = 0,4

Uma aplicação de $R\$\ 1.000.000{,}00$, no regime de capitalização contínua, produz $R\$\ 1.491.806{,}73$ de montante após o período de 5 anos. A taxa instantânea dessa aplicação é de

a) $5\%\ a.a.$
b) $6\%\ a.a.$
c) $7\%\ a.a.$
d) $8\%\ a.a.$
e) $9\%\ a.a.$

2. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) O regime de capitalização contínua é bastante utilizado em outros países, mas de pouca utilização no Brasil. Nele ocorre o pagamento de juro a cada período infinitesimal de tempo, fazendo com que o capital cresça continuamente no tempo. Nesse regime o montante pode ser calculado pela fórmula $M = C \cdot e^{i_C \cdot t}$ onde o número e, base do logaritmo natural $(\ln)$, vale aproximadamente 2,7182, i_C é a taxa instantânea e t o período de capitalização.**

Utilize adequadamente os dados abaixo:

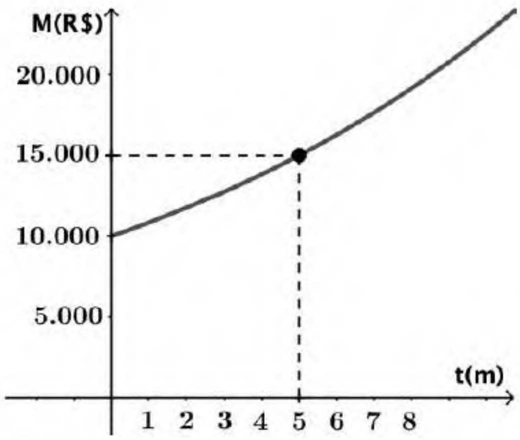
L_n 1,128 = 0,12 L_n 1,285 = 0,25 L_n 1,323 = 0,28 L_n 1,35 = 0,30 L_n 1,492 = 0,4

O tempo necessário para que uma aplicação de $R\$100.000{,}00$, no regime de capitalização contínua, com taxa instantânea de 4% ao mês, produza um montante de $R\$\ 112.749{,}28$ é de

a) 3 meses
b) 4 meses

c) 5 meses
d) 6 meses
e) 7 meses

3. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) O gráfico abaixo apresenta a evolução do montante M de uma aplicação (em reais) em função do tempo t (em meses), em regime de capitalização contínua.



A taxa de juros mensal, em regime de capitalização contínua, que remunera esta aplicação é, aproximadamente, igual a

(Considere: $\ln 2 = 0{,}69, \ln 3 = 1{,}10 \ e \ \ln 5 = 1{,}61$)

a) 7,7% a.m.
b) 8,2% a.m.
c) 9,1% a.m.
d) 10,0% a.m.
e) 13,7% a.m.

4. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital foi aplicado a uma certa taxa anual, com capitalização contínua. Após quatro meses, a aplicação atingiu um montante X e, após seis meses, um valor Y. O valor do capital inicialmente aplicado é bem determinado pela expressão

a) $\frac{X^3}{Y^2}$

b) $\frac{X \times e^{1/3}}{Y \times e^{1/2}}$

c) $\frac{X \times e^{1/2}}{Y \times e^{1/3}}$

d) $\frac{3 \times \ln X}{2 \times \ln Y}$

e) $\frac{\sqrt[3]{\ln X}}{\sqrt[2]{\ln Y}}$

5. (CESPE / TJ SE - 2014) Considerando que um empresário tenha tomado empréstimo no valor de R$ 30.000,00 para custear reformas em seu estabelecimento comercial, julgue o item que se segue a respeito de taxa de juros efetiva.

Considerando-se 1,08 como valor aproximado para $e^{0,08}$, é correto afirmar que, se toda a quantia tomada como empréstimo tivesse sido investida à taxa de 8% ao ano, em um regime de capitalização contínua, pelo período de 2 anos, então, ao final do período, o montante teria sido inferior a R$ 32.500,00.

6. (FCC / SEFAZ SP - 2009) Considere que o logaritmo neperiano de 1,8 é igual a 0,6. Aplicando um capital de R$ 25.000,00 a uma taxa de 4% ao mês, com capitalização contínua, verifica-se que o montante, no momento do resgate, é igual a R$ 45.000,00. O período de aplicação é igual a

a) 12 meses
b) 15 meses
c) 18 meses
d) 21 meses
e) 24 meses

Gabarito

1. D
2. A
3. B
4. A
5. ERRADO
6. B