



**By @kakashi\_copiador**

## **Aula 05**

*Caixa Econômica Federal (CEF) (Técnico  
Bancário) Passo Estratégico de  
Matemática Financeira - 2023  
(Pré-Edital)*

Autor:

**Allan Maux Santana**

12 de Janeiro de 2023

# Índice

1) O que é o Passo Estratégico .....	3
2) Apresentação .....	4
3) Matemática Financeira 2023 .....	5
4) Sistema de Amortização - SAC, PRICE e SAM .....	6



## O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

- a) orientar revisões eficientes;
- b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias**, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

- a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;
- b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

### Seu cantinho de estudos famoso!

Poste uma foto do seu cantinho de estudos nos stories do Instagram e nos marque:



[@passoestrategico](https://www.instagram.com/passoestrategico)

Vamos repostar sua foto no nosso perfil para que ele fique famoso entre milhares de concurseiros!



## APRESENTAÇÃO

Olá!

Sou o professor **Allan Maux** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de **exatas**.

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

*Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, **aprovado em 2º lugar** no concurso de 2011.*

*Sou formado em matemática e tenho **pós-graduação em direito tributário municipal**.*

*Fui, por 05 anos, **Secretário de Fazenda do Município de Petrolina**, período no qual participei da comissão que elaborou o **novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento**, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

*Lecionei, também, em cursos preparatórios para ITA.*

*Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.*

*Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.*

*Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 15k.*

*Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.*

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do “Passo”, porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!



**Prof. Allan Maux**



## ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

Nossa análise será executada em concursos realizados na matéria de **Matemática Financeira**, no período de 2018 a 2022.

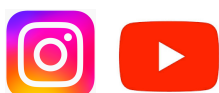
ASSUNTO	% Incidência
JUROS SIMPLES E COMPOSTO / TAXAS DE JUROS	36,71%
ANÁLISE DE INVESTIMENTOS	22,78%
EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS	17,72%
DESCONTO SIMPLES E COMPOSTO	12,66%
SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO	10,13%
TOTAL	100,00

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo.

No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também.

Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

**A PEDIDO DOS ALUNOS, ESTOU COMEÇANDO, AGORA EM 2023, UM NOVO PROJETO DE AULAS EM VÍDEO, SIGAM:**



[Prof. Allan Maux](#)



# AMORTIZAÇÃO

## Sumário

<i>O que é mais cobrado dentro do assunto?</i> .....	2
<i>Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque</i> .....	2
<i>Amortização</i> .....	2
<i>Sistema Price e SAC</i> .....	3
<i>Sistema de Amortização Misto – SAM ou SACRE</i> .....	4
<i>Pegadinhas Estratégicas</i> .....	6
<i>Questões estratégicas</i> .....	7
<i>Lista de Questões Estratégicas</i> .....	23
<i>Gabarito</i> .....	28



## O que é mais cobrado dentro do assunto?

Considerando os tópicos que compõem o nosso assunto, possuímos a seguinte distribuição percentual:

AMORTIZAÇÕES	Grau de incidência
SAC	43,0%
PRICE	48,0%
SAM	9,0%
TOTAL	100,0%

## ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

### Amortização

Amortizar uma dívida (empréstimo) é liquidá-la através de pagamentos periódicos (anuidades).

Acredito que todos aqui não tenham dúvidas sobre o significado da palavra **amortização**.

Só que a forma de amortizar varia bastante a depender da forma utilizada (sistema).

Quem já ouviu falar no financiamento de parcelas **decrescentes**? E no de parcelas **constantes**?

Acho que todos nós já fizemos algum desses aí ou, de repente, os dois.

Ao efetuarmos o pagamento de uma parcela de nosso empréstimo, basicamente, estamos pagando um valor referente a Amortização da dívida (**A**) + um valor referente ao Juro (**J**) que remunera o capital para a instituição financeira.





## Sistema Price e SAC

A princípio, vamos focar em dois *sistemas de amortizações*:

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO	
SISTEMA FRANCÊS (PRICE)	SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC)
<b>Prestações Constantes e Periódicas</b>	<b>Prestações Decrescentes</b>
$P = A + J$	$P = A + J$
<b>Amortização <i>Aumenta</i> / Juro <i>Diminui</i></b>	<b>Amortização <i>Constante</i> / Juro <i>Diminui</i></b>
$D = P \cdot a_{n-i}$	*
$a(n, i) = a_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$	*
$J_1 = D \cdot i$	$J_1 = D \cdot i$
$A_1 = \frac{P}{(1+i)^n}$	$A = \frac{D}{n}$
$A_n = A_1 \cdot (1+i)^{n-1}$	*

$P$  = Parcela

$A$  = Valor da Amortização

$J$  = Juros

$D$  = Valor da Dívida

$a_{n-i}$  = Fato de Valor Atual

$J_1$  = Juros pago na 1ª prestação

O Sistema Francês será chamado de Sistema Price ou **Tabela Price**, quando estivermos trabalhando com **Taxa Nominais**. Como assim, Allan? Simples:

Taxa de: 10% a.a. c/ capitalização mensal = 10% a.a., Tabela price.

**Comparando o Francês c/ o SAC, a primeira parcela sempre será maior no SAC.**



## Sistema de Amortização Misto – SAM ou SACRE

Bem, meus caros, o **Sistema de Amortização Misto – SAM** nada mais é do que uma “mistura” do Sistema Francês com o de Amortização Constante – SAC, portando, sabendo os dois últimos, você saberá o SAM.

$$P_{SAM} = \frac{P_{SAC} + P_{Francês}}{2}$$

**SACRE: SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CRESCENTE** nome dado ao Sistema Misto.

Vejam como a **FGV** tratou do **SAM** numa questão para o concurso do **Banco do Estado do Espírito Santo** em **2018**.

**(FGV / Banco do Estado do ES / 2018)**

Considere um sistema misto de amortização de financiamentos em que cada prestação é a média aritmética entre as prestações correspondentes nos sistemas SAC e Price, nas mesmas condições.

Um empréstimo de R\$ 30.000,00 será quitado em 6 prestações mensais, sendo a primeira delas paga um mês após a contratação do empréstimo. A taxa efetiva de juros utilizada é de 7% a.m.. Se o sistema utilizado para a quitação desse empréstimo for o descrito acima, a diferença positiva entre as duas primeiras prestações será igual a:

Dado:

$$1,07^5 = 1,4$$

$$1,07^6 = 1,5$$

- a) R\$ 210,00;
- b) R\$ 200,00;
- c) R\$ 195,00;
- d) R\$ 185,00;
- e) R\$ 175,00.

**Comentários:**



O primeiro parágrafo do enunciado cita exatamente o **Sistema de Amortização Misto – SAM**, logo, sabemos que seu resultado é definido pela média aritmética entre o Prime e o SAC, ok?

**Empréstimo:** R\$ 30.000,00 (Saldo Devedor Inicial)

**Nº de Parcelas ( n ):** 6 parcelas

**Taxa de Juros ( i ):** 7% ao mês

**No SAC:**

**1. Parcelas SAC: (Amortização Constante)**

1ª Parcela (SAC) = Amortização + Juros (Taxa de juros x Saldo Devedor (SD))

Amortização = Saldo devedor / Nº de Parcelas

Amortização = R\$ 30.000,00 / 6 parcelas = R\$ 5000,00

Juros (1) = Taxa (i) x Saldo Devedor (SD)

Juros (1) = 7% x R\$ 30.000,00

Juros (1) = R\$ 2.100,00

Logo, 1ª Parcela (SAC) = R\$ 5.000,00 + R\$ 2.100,00 = **R\$ 7.100,00**

**2ª Parcela (SAC):**

Amortização: R\$ 5.000,00

Juros (2) = 7% x R\$25.000,00

Juros (2) = R\$ 1.750,00

Logo, 2ª Parcela (SAC) = R\$ 5.000,00 + R\$ 1.750,00 = **R\$ 6.750,00**

Vamos esquematizar as duas primeiras parcelas desse sistema:

Assim, temos que a diferença entre as duas primeiras prestações será dada por:



$$= \frac{7100 + P}{2} - \frac{6750 + P}{2} =$$

Percebam que as prestações no Price são constantes, logo, elas se anularão, ao fazermos a subtração solicitada no enunciado. Assim:

$$= \frac{7100 + P - 6750 - P}{2} = 175$$

**Gabarito: E**

Pessoal, vamos praticar o assunto com questões. A ideia aqui é trânsito do dinheiro no tempo, ok?

## PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?

**1.** Existem alguns sistemas de amortização, os mais conhecidos são o Sistema de Amortização Constante (SAC). No sistema de amortização constante tem-se que as parcelas são constantes e amortização é decrescente. Já no sistema de amortização francês tem-se parcelas iguais e juros crescentes.

Muitas questões pedem as características dos sistemas de amortização. Sendo que, nesse item elas não estão corretas.

### Sistema de Amortização Constante:

- As parcelas são decrescentes;
- As amortizações são constantes (daí vem o nome do sistema);
- Os juros são decrescentes (decrece linearmente).

### Sistema de Amortização Francês:

- As parcelas são iguais;
- Os juros são decrescentes;
- As cotas de amortizações são crescentes.



**2.** No sistema de amortização constante temos que a última parcela pode ser obtida pela subtração da amortização, que é constante, e uma constante  $k$ . Essa constante, é obtida pela multiplicação da taxa de juros e a amortização.

O erro do item é afirmar que a última parcela será a subtração entre a amortização e a constante  $k$ , pois o certo seria a soma.

$$P_{\text{última}} = A + k$$

Onde,

$k = i \cdot A$  (taxa de decréscimo de cada parcela)

$A = \frac{\text{Empréstimo}}{n}$  (amortização)

$n$  é número de parcelas.

O conhecimento dessas expressões é suficiente para fazer bem rápido as questões.

**3.** No sistema de amortização constantes o decréscimo das parcelas segue uma progressão geométrica decrescente.

Na verdade, no sistema constante de amortização o decréscimo das parcelas segue uma **progressão aritmética decrescente**.

$$P_n = P_1 - (n - 1) \cdot k$$

Onde,

$k = i \cdot A$

Com essa expressão e de posse do fator de decréscimo ( $k$ ) pode-se achar qualquer parcela. Normalmente, a banca fornece uma parcela qualquer e pede uma determinada parcela.

## QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.





**Q.01 (CESGRANRIO/ Profissional (LIQUIGÁS) / Economia / Júnior / 2018)**

Um imóvel no valor de R\$ 6.000.000,00 de reais foi adquirido em dezembro de 2018 por meio de um financiamento baseado em um sistema de amortização constante (SAC), em 120 parcelas mensais e decrescentes. A taxa de juro cobrada foi de 1,0% ao mês, com a primeira prestação para janeiro de 2019 e a última para dezembro de 2028. Considere que o comprador deu uma entrada no ato da compra, financiando apenas 80% do valor do imóvel.

Assim, o valor da prestação previsto para fevereiro de 2019, em reais, é igual a

- a) 88.000,00.
- b) 87.600,00.
- c) 78.600,00.
- d) 68.000,00.
- e) 48.600,00.

**Comentários:**

Pessoal, esses é uma questão de SAC. Nela uma pessoa adquiriu um imóvel de R\$ 6.000.000,00 em 120 parcelas, com a primeira parcela um mês após a aquisição e com taxa de juros de 1% ao mês. Sendo que o valor financiado foi de 80%, isto é, R\$4.800.000,00. A banca quer saber o valor da segunda parcela.

Desta forma, as informações que utilizaremos serão as seguintes:

Total a ser financiado =  $T = 4.800.000$

$i = 1\%$  ao mês

$n = 120$  parcelas

Iremos seguir os seguintes passos:

**Primeiro:** calcular o valor da amortização ( $A$ ).

$$A = \frac{T}{n} = \frac{4.800.000}{120} = 40.000$$

**Segundo:** calcular o juro da primeira parcela.

$$J_1 = i \cdot T$$
$$J_1 = 0,01 \cdot 4.800.000 = 48.000$$



**Terceiro:** calcular a primeira parcela.

$$P_1 = A + J_1$$

$$P_1 = 40.000 + 48.000$$

$$P_1 = 88.000$$

**Quarto:** Calcular a taxa de constante de redução (k) de cada parcela.

$$k = i \cdot A$$

$$k = 0,01 \cdot 40.000 = 400$$

Vejam que para achar a segunda parcela basta reduzir o valor de k. Como sabemos as parcelas do SAC decrescem como uma Progressão Aritmética (PA).

$$P_2 = P_1 - k$$

$$P_2 = 88.000 - 400$$

$$P_2 = \mathbf{87.600}$$

**Observação:** Nessa questão, como a banca pediu a segunda parcela, bastava subtrair o valor de k e já chegaríamos à resposta. Mas se a banca tivesse pedido outras parcelas, poderíamos utilizar a PA para achar.

$$P_n = P_1 - (n - 1) \cdot k$$

E se a banca tivesse pedido a última parcela, poderíamos utilizar a seguinte expressão:

$$P_{\text{última}} = A + k$$

**Gabarito: B**

#### **Q.02 (CESGRANRIO / Profissional (LIQUIGÁS) / Júnior/Ciências Contábeis / 2018)**

*Entre os sistemas de amortização de financiamentos disponíveis, há um em que, na sistemática de pagamentos, as prestações (parcelas) são decrescentes, e o valor financeiro dos juros cobrados na parcela é menor em relação ao cobrado na parcela anterior.*

*Tais características são do seguinte sistema de amortização:*

- a) americano.
- b) constante.
- c) descontado.
- d) francês.
- e) tabela price.

**Comentários:**

Pessoal, a banca descreve as características do sistema de amortização constante (SAC). Aproveitamos essa questão para fazer um resumo do SAC e do Sistema Francês (Price).



### **Sistema de Amortização Constante:**

- As parcelas são decrescentes;
- As amortizações são constantes (daí vem o nome do sistema);
- Os juros são decrescentes (decrece linearmente).

### **Sistema de Amortização Francês:**

- As parcelas são iguais;
- Os juros são decrescentes;
- As cotas de amortizações são crescentes.

### **Gabarito: B**

#### **Q.03 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / "Sem Área" / 2015)**

**Arthur contraiu um financiamento para a compra de um apartamento, cujo valor à vista é de 200 mil reais, no Sistema de Amortização Constante (SAC), a uma taxa de juros de 1% ao mês, com um prazo de 20 anos. Para reduzir o valor a ser financiado, ele dará uma entrada no valor de 50 mil reais na data da assinatura do contrato. As prestações começam um mês após a assinatura do contrato e são compostas de amortização, juros sobre o saldo devedor do mês anterior, seguro especial no valor de 75 reais mensais fixos no primeiro ano e despesa administrativa mensal fixa no valor de 25 reais.**

**A partir dessas informações, o valor, em reais, da segunda prestação prevista na planilha de amortização desse financiamento, desconsiderando qualquer outro tipo de reajuste no saldo devedor que não seja a taxa de juros do financiamento, é igual a**

- a) 2.087,25.
- b) 2.218,75.
- c) 2.175,25.
- d) 2.125,00.
- e) 2.225,00.

### **Comentários:**





Nessa questão é pedida a segunda parcela do financiamento feito utilizando o SAC. Vejam que a banca fala de um seguro especial (75,00) e despesas administrativas (25,00) que iremos utilizar para resolver a questão. O financiamento será de 150 mil, pois foi dado uma entrada de 50 mil.

As informações que utilizaremos serão as seguintes:

Total a ser financiado =  $T = 150.000$

$i = 1\%$  ao mês

$n = 20$  anos = 240 meses = 240 parcelas

Iremos seguir os seguintes passos:

**Primeiro:** calcular o valor da amortização (A).

$$A = \frac{T}{n} = \frac{150.000}{240} = 625$$

**Segundo:** calcular o juro da primeira parcela.

$$J_1 = i \cdot T$$
$$J_1 = 0,01 \cdot 150.000 = 1.500$$

**Terceiro:** calcular a primeira parcela.

$$P_1 = A + J_1 + \text{seguro especial} + \text{despesa administrativa}$$
$$P_1 = 625 + 1.500 + 75 + 25$$
$$P_1 = 2.225$$

**Quarto:** Calcular a taxa de constante de redução (k) de cada parcela.

$$k = i \cdot A$$
$$k = 0,01 \cdot 625 = 6,25$$

Vejam que para achar a segunda parcela basta reduzir o valor de k. Como sabemos as parcelas do SAC decrescem como uma Progressão Aritmética (PA).

$$P_2 = P_1 - k$$
$$P_2 = 2.225 - 6,25$$
$$P_2 = 2.218,75$$

**Gabarito: B**

**Q.04 (CESGRANRIO / Analista Júnior (TRANSPETRO) / Comercialização e Logística Júnior/Comércio e Suprimento/2018)**

**Um equipamento foi financiado em 48 parcelas mensais, iguais e sucessivas, de 100 mil reais, a uma taxa de 2% ao mês, no sistema Price, com a primeira prestação a ser paga sete meses após a data da compra e sem nenhum valor desembolsado antes desse primeiro pagamento.**



Sabe-se que o vendedor não abriu mão de cobrar juros compostos de 2% a.m. no período de carência.

Assim, considerando-se 2,60 como aproximação para 1,0248 e 1,13 como aproximação para 1,026, a quantia mais próxima do preço à vista desse equipamento, em milhões de reais, é igual a:

- a) 3,1.
- b) 3,0.
- c) 2,9.
- d) 2,8.
- e) 2,7.

#### Comentários:

Pessoal, esse é uma questão do sistema francês e queremos o total do financiamento. As informações são as seguintes:

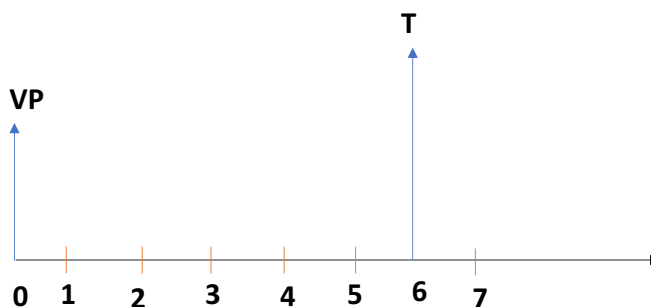
$n = 48$  parcelas

Total do financiamento =  $T = ?$

$i = 2\%$  ao mês

Parcela =  $P = 100.000$

Carência de 7 meses com juros compostos de 2% ao mês. Esse ponto é importante, pois o financiamento só começará a ser pago daqui a 7 meses. Desta forma, quando foi feito o cálculo do total a ser financiado ele vai estar 6 meses no futuro e a banca quer o valor presente. Conforme a figura abaixo.



Para calcular  $T$  utilizaremos a seguinte fórmula:



$$T = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$T = 100.000 \cdot \frac{(1+0,02)^{48} - 1}{(1+0,02)^{48} \cdot 0,02} = 100.000 \cdot \frac{1,02^{48} - 1}{1,02^{48} \cdot 0,02}$$

Sendo,

$$1,02^{48} = 2,60$$

$$T = 100.000 \cdot \frac{2,6 - 1}{2,6 \cdot 0,02}$$

$$T = 100.000 \cdot \frac{1,6}{0,052}$$

$$T \cong 3.077.000$$

Agora basta trazer a valor presente.

$$VP = \frac{T}{(1+i)^n} = \frac{3.077.000}{(1+0,02)^6} = \frac{3.077.000}{1,02^6}$$

Sendo,

$$1,02^6 = 1,13$$

$$VP = \frac{3.077.000}{1,13}$$

$$VP \cong 2,7$$

**Gabarito: E**

**Q.05 (CESGRANRIO / Engenheiro (PETROBRAS) / Petróleo Júnior / 2018)**

**Uma empresa deseja comprar um equipamento, cujo preço à vista foi cotado em 15 milhões de reais. Para isso, pretende pagar uma entrada (ato da compra) e financiar o valor restante em 12 parcelas mensais e iguais, a uma taxa de juro (composto) de 1% ao mês, com a primeira parcela sendo paga um mês após a compra. O departamento financeiro determinou que o valor da parcela seja de, no máximo, 1 milhão de reais.**

**Dado:  $1,0112 = 1,127$**

**Nessas condições, o valor mínimo, em milhões de reais, que a empresa precisará pagar de entrada nessa compra pertence ao intervalo**



- a) 3,00 a 3,19.
- b) 3,20 a 3,39.
- c) 3,40 a 3,59.
- d) 3,60 a 3,79.
- e) 3,80 a 4,00.

#### Comentários:

Pessoal, o preço à vista do equipamento é 15.000.000, mas pretende dar uma entrada. O departamento financeiro estima que a parcela pelo sistema francês é de 1.000.000 e será financiado em 12 parcelas, com juros de 1% ao mês. A banca deseja saber a diferença entre o valor à vista e o financiado.

Para calcular o valor total financiado (T) utilizaremos a seguinte fórmula:

$$T = P \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i)^n \cdot i}$$

$$T = 1.000.000 \cdot \frac{(1 + 0,01)^{12} - 1}{(1 + 0,01)^{12} \cdot 0,01} = 1.000.000 \cdot \frac{1,01^{12} - 1}{1,01^{12} \cdot 0,01}$$

Sendo,

$$1,01^{12} = 1,127$$

$$T = 1.000.000 \cdot \frac{1,127 - 1}{1,127 \cdot 0,01} = 1.000.000 \cdot \frac{0,127}{0,01127}$$

$$T = 1.000.000 \cdot 11,27$$

$$T = 11.270.000$$

Portanto, a diferença será a seguinte:

$$15.000.000 - 11.270.000 = 3.730.000 = \mathbf{3,73} \text{ milhões}$$

**Gabarito: D**

**Q.06 (FAFIPA / SAAE PR / Contador / 2019)**



Um determinado empréstimo, feito segundo o Sistema de Amortização Francês (Tabela Price), com capitalização mensal, tem os seguintes valores definidos:

- Prestação mensal = R\$ 333,00
- N. de parcelas = 5
- Taxa nominal de juros ao ano = 24,00%

Considerando os dados acima, responda qual a taxa efetiva ao ano:

- a) 2%.
- b) 26,82%.
- c) 28%.
- d) 100%.

#### Comentários:

Os elementos da operação já estão bem definidos no enunciado, portanto não irei perder tempo reescrevendo-os, façam o mesmo na prova, ok?

Primeiro passo é transformarmos a taxa nominal em efetiva mensal:

$$I_{\text{nominal}} = 24\% \text{ ao ano c/ capitalização mensal}$$

$$i_{\text{mensal efetiva}} = 2\% \text{ ao mês c/ capitalização mensal}$$

De posse da taxa efetiva mensal, calculamos através da potenciação a taxa efetiva anual pedida pela banca:

$$(1 + i_{\text{mensal efetiva}})^{12} = (1 + i_{\text{anual efetiva}})$$

$$(1 + 0,02)^{12} = (1 + i_{\text{anual efetiva}})$$

$$1,2682 = (1 + i_{\text{anual efetiva}})$$

$$i_{\text{anual efetiva}} = 0,2682$$

$$= \mathbf{26,82\% \text{ a.a.}}$$

Para quem não gosta de fórmulas e quer achar a Taxa Efetiva, basta capitalizar a taxa efetiva mensal 12 vezes para achar a Efetiva Anual, ok?

Claro que essa potência  $1,02^{12}$  será informada em nossa tabela.

Mas, Allan, e as demais informações da questão, eu vou usar onde? Em canto algum, meus caros, serviu apenas para confundir você...

**Gabarito: B**

**Q.07 (Cebraspe / 2019)**



Com relação a sistemas de amortização de empréstimos e financiamentos, julgue o item a seguir.

**Situação hipotética:** Uma instituição bancária concedeu empréstimo de R\$ 30.000, entregues no ato, sem prazo de carência, para ser quitado pelo sistema de amortização constante em 24 prestações mensais. A primeira prestação vencerá um mês após a tomada do empréstimo, sendo de 2% a taxa de juros mensais adotada pela instituição bancária. Assertiva: Nessa situação, as prestações são decrescentes e a diferença entre duas prestações consecutivas é igual a R\$ 50.

- CERTO
- ERRADO

#### Comentários:

Essa questão temos o **Sistema de Amortização Constante (SAC)**.

Os dados fornecidos pela questão são os seguintes:

**Empréstimo** = 30.000 reais

**Número de Parcelas** = 24

**Taxa de Juros** = 2% a.m

De cara podemos ver que a primeira parte da questão está correta, pois uma característica do SAC é ter parcelas decrescente. Esse decréscimo no SAC se comporta como uma progressão aritmética de razão negativa. Essa razão é a diferença entre duas parcelas consecutivas que a banca deseja saber.

A primeira coisa a ser feita é a achar a Amortização.

$$A = \frac{\text{Empréstimo}}{\text{número de parcelas}}$$
$$A = \frac{30000}{24} = 1250$$

Depois disso, podemos calcular a razão de decréscimo.

$$k = i \cdot A$$
$$k = 0,02 \cdot 1250$$
$$k = 25$$

Veja que a razão é 25 e não 50 como informa a Banca. Portanto, questão errada.

**Gabarito: Errado**

#### Q.08 (FADESP 2020/UEPA – Técnico de Nível Superior)

Sistema de Amortização Francês (SAF) de um financiamento tem como principal característica o estabelecimento de prestações iguais, periódicas e sucessivas. A respeito dos juros cobrados e das amortizações a serem pagas, quando não há carência, é correto afirmar que



- a) os juros, por incidirem sobre o saldo devedor, são crescentes.
- b) as parcelas das amortizações são decrescentes.
- c) os juros e as parcelas de amortização são constantes.
- d) os juros são decrescentes e as amortizações, crescente

#### Comentários:

Aqui, ou o candidato sabe a parte teórica, ou já era. Vamos dar uma lembrada nas características do Sistema Francês (Tabela Price).

<b>SISTEMA FRANCÊS (PRICE)</b>
<b>Prestações Constantes e Periódicas</b>
$P = A + J$
<b>Amortização aumenta / Juro diminui</b>
$D = P \cdot a_{n-i}$
$a(n, i) = a_{n-i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n}$

**Gabarito: D**

#### Q.09 (CESGRANRIO/BNDES)

Um investidor está decidindo como vai repagar um financiamento que obteve. Poderá escolher o Sistema Price ou o Sistema de Amortização Constante (SAC), ambos com o mesmo número de prestações, o mesmo prazo total e a mesma taxa de juros. Comparando os dois, o investidor observa que:

- a) o valor presente líquido do SAC é menor do que o do Price.
- b) a prestação, pelo SAC, é constante ao longo do tempo.
- c) a prestação, pelo Price, é declinante ao longo do tempo.
- d) a primeira prestação do SAC é maior do que a do Price.
- e) as prestações do SAC são sempre maiores que as do Price.

#### Comentários:

Alternativa (A): VPL nos dois casos é zero.

Alternativa (B): SAC prestações decrescentes.

Alternativa (C): Francês (price) prestações constantes.



Alternativa (D): Correta

Alternativa (E): SAC prestações decrescentes, então, em algum momento serão menores do que o PRICE.

**Gabarito: D**

**Q. 10 (FCC / Analista do Tesouro Estadual / SEFAZ-PI / 2015)**

*Uma dívida no valor de R\$ 20.000,00 vai ser paga em 30 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira prestação 1 mês após a data de formação da dívida. Utilizou-se o sistema de amortização francês com uma taxa de 2% ao mês. Pelo quadro de amortização, obtém-se que o saldo devedor imediatamente após o pagamento da primeira prestação é de R\$ 19.507,00. O valor da cota de amortização incluído no valor da segunda prestação é de*

- a) R\$ 502,86
- b) R\$ 512,72
- c) R\$ 522,58
- d) R\$ 532,44
- e) R\$ 542,30

**Comentários:**

Após o pagamento da 1ª prestação o saldo devedor passou de R\$ 20.000,00 para R\$ 19.507,00.

$$20.000,00 - 19.507,00 = 493,00$$

**A cota de amortização foi de R\$ 493,00.**

No **Sistema Francês**, as amortizações crescem em progressão geométrica (PG) de razão:

$$(1+i) = 1,02$$

**(2% juros ao mês)**

Portanto, a SEGUNDA AMORTIZAÇÃO será igual a:

$$A_2 = 493 \cdot 1,02 =$$

$$A_2 = 502,86$$





**Gabarito: A**

**Q.11 (FGV/Auditor Fiscal da Receita Estadual (SEFAZ ES)/2021)**

*Uma dívida de R\$100.000,00 é amortizada pelo Sistema de Amortização Constante – SAC, com pagamento postecipado, juros de 24% ao ano capitalizados mensalmente, em 40 meses.*

*Após a quitação da 12ª parcela, a instituição credora procura o devedor e oferece financiar o restante da dívida, com juros compostos de 2,5% ao mês a partir da 13ª parcela, utilizando o Sistema Francês.*

*O cliente fica em dúvida se a oferta seria vantajosa, mas o credor explica que os valores das prestações iniciais do novo financiamento seriam inferiores às pactuadas no contrato vigente.*

*Se o devedor aceitar a proposta de financiamento do restante da dívida, a penúltima parcela a ser paga pelo Sistema Francês será de, aproximadamente,*

*Obs.: utilize a aproximação  $(1,025^{28}=2)$ .*

a) R\$ 3.700,00.

b) R\$ 3.500,00.

c) R\$ 2.600,00.

d) R\$ 2.500,00.

e) R\$ 1.800,00.

**Comentários:**

Pessoal, nessa questão iremos utilizar o SAC e o Sistema Francês.

Temos as seguintes informações:

Dívida = T = 100.000,00

n = 40 (número parcelas)

i = 24% ao ano com capitalização mensal (taxa nominal). Teríamos que converter para taxa efetiva, mas não precisamos dessa informação para resolver a questão.



Na questão é dito que após quitação da 12ª parcela, a instituição financeira procura o devedor e oferece financiar **o restante da dívida**, com juros compostos de **2,5% ao mês** a partir da 13ª parcela, utilizando o **Sistema Francês**.

A banca quer saber qual seria o valor da penúltima parcela se o cliente aceitar a proposta da instituição financeira.

Primeiro, iremos utilizar o SAC, pois teremos que saber qual seria o saldo devedor. Antes começar os cálculos é bom saber as características do SAC.

### Sistema de Amortização Constante:

- As parcelas são decrescentes;
- As amortizações são constantes (daí vem o nome do sistema);
- Os juros são decrescentes (decrece linearmente).

Pessoal, como no SAC temos amortização constante, então precisamos encontrar a amortização e depois multiplicar por 12. Com isso, teremos o valor que foi amortizado da dívida após as 12 parcelas.

Vamos aos cálculos:

Calcular a amortização (A)

$$A = \frac{T}{n} = \frac{100.000}{40} = 2.500,00$$

Após a 12ª parcela teremos o seguinte saldo devedor.

$$\text{Saldo devedor} = T - 12 \cdot A$$

$$\text{Saldo devedor} = 100.000 - 12 \cdot 2.500$$

$$\text{Saldo devedor} = 100.000 - 30.000$$

$$\text{Saldo devedor} = 70.000,00$$

Portanto, foram pagos 30.000,00 da dívida e retam 70.000,00.

Agora iremos aplicar o Sistema Francês para saber o valor da penúltima parcela. Antes disso, iremos lembrar das características do Sistema Francês.

### Sistema de Amortização Francês:



- As parcelas são iguais;
- Os juros são decrescentes;
- As cotas de amortizações são crescentes.

Logo, basta descobrir o valor de qualquer parcela, pois elas são iguais.

Inicialmente havia 40 parcelas e foram pagar 12 com o SAC, agora restam 28 parcelas e o saldo devedor é 70.000,00.

Podemos encontrar o valor da parcela utilizando a seguinte fórmula:

$$T = P \cdot A_{n-i}$$

Sendo,

$$A_{n-i} = \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$$

Onde,

$i = 2,5\%$  ao mês

$n = 28$

$$A_{n-i} = \left[ \frac{(1+0,025)^{28} - 1}{(1+0,025)^{28} \cdot 0,025} \right]$$

$$A_{n-i} = \left[ \frac{(1,025)^{28} - 1}{(1,025)^{28} \cdot 0,025} \right]$$

Vamos ao dado adicional da questão:

$$1,025^{28} = 2$$

$$A_{n-i} = \left[ \frac{2 - 1}{2 \cdot 0,025} \right] = \frac{1}{0,05} = 20,00$$

Portanto,

$$T = P \cdot A_{n-i}$$



Onde,

$$T = 70.000,00$$

$$70.000 = P \cdot 20$$

$$P = \frac{70.000}{20}$$

$$P = 3.500,00$$

**Gabarito: B**

**Q.12 (FGV/Analista Econômico-Financeiro (BANESTES) / Gestão Contábil/2018)**

*Um financiamento no valor de R\$ 18.000,00 foi contratado e deverá ser quitado em 20 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira delas um mês após a data da contratação do financiamento. Foi adotado o Sistema de Amortizações Constantes (SAC.) a uma taxa de juros efetiva de 3,0% ao mês.*

*A diferença entre os valores de duas prestações consecutivas quaisquer é sempre igual a:*

a) R\$ 30,00.

b) R\$ 28,00.

c) R\$ 27,50.

d) R\$ 27,00.

e) R\$ 25,50.

**Comentários:**

Em outras palavras, a banca quer a constante de redução das parcelas.

Temos as seguintes informações:

$$T = 18.000,00$$

$$n = 20 \text{ parcelas mensais}$$

$$i = 3\% \text{ ao mês}$$



Vamos aos cálculos:

1) Calcular a amortização (A)

$$A = \frac{T}{n} = \frac{18.000}{20} = 900,00$$

2) Calcular a constante de redução das parcelas.

Essa constante pode ser calculada da seguinte forma:

$$k = i \cdot A$$

$$k = 0,03 \cdot 900$$

$$k = \mathbf{27,00}$$

**Gabarito: D**

Allan Maux

## LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

### Q.01 (CESGRANRIO / Profissional (LIQUIGÁS) / Economia / Júnior / 2018)

Um imóvel no valor de R\$ 6.000.000,00 de reais foi adquirido em dezembro de 2018 por meio de um financiamento baseado em um sistema de amortização constante (SAC), em 120 parcelas mensais e decrescentes. A taxa de juro cobrada foi de 1,0% ao mês, com a primeira prestação para janeiro de 2019 e a última para dezembro de 2028. Considere que o comprador deu uma entrada no ato da compra, financiando apenas 80% do valor do imóvel.

Assim, o valor da prestação previsto para fevereiro de 2019, em reais, é igual a

- a) 88.000,00.
- b) 87.600,00.
- c) 78.600,00.
- d) 68.000,00.
- e) 48.600,00.

### Q.02 (CESGRANRIO/ Profissional (LIQUIGÁS) /Júnior/Ciências Contábeis/2018)



Entre os sistemas de amortização de financiamentos disponíveis, há um em que, na sistemática de pagamentos, as prestações (parcelas) são decrescentes, e o valor financeiro dos juros cobrados na parcela é menor em relação ao cobrado na parcela anterior.

Tais características são do seguinte sistema de amortização:

- a) americano.
- b) constante.
- c) descontado.
- d) francês.
- e) tabela price.

#### Q.03 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / "Sem Área" / 2015)

Arthur contraiu um financiamento para a compra de um apartamento, cujo valor à vista é de 200 mil reais, no Sistema de Amortização Constante (SAC), a uma taxa de juros de 1% ao mês, com um prazo de 20 anos. Para reduzir o valor a ser financiado, ele dará uma entrada no valor de 50 mil reais na data da assinatura do contrato. As prestações começam um mês após a assinatura do contrato e são compostas de amortização, juros sobre o saldo devedor do mês anterior, seguro especial no valor de 75 reais mensais fixos no primeiro ano e despesa administrativa mensal fixa no valor de 25 reais.

A partir dessas informações, o valor, em reais, da segunda prestação prevista na planilha de amortização desse financiamento, desconsiderando qualquer outro tipo de reajuste no saldo devedor que não seja a taxa de juros do financiamento, é igual a:

- a) 2.087,25.
- b) 2.218,75.
- c) 2.175,25.
- d) 2.125,00.
- e) 2.225,00.

#### Q.04 (CESGRANRIO / Analista Júnior (TRANSPETRO) / Comercialização e Logística Júnior / Comércio e Suprimento / 2018)

Um equipamento foi financiado em 48 parcelas mensais, iguais e sucessivas, de 100 mil reais, a uma taxa de 2% ao mês, no sistema Price, com a primeira prestação a ser paga sete meses após a data da compra e sem nenhum valor desembolsado antes desse primeiro pagamento. Sabe-se que o vendedor não abriu mão de cobrar juros compostos de 2% a.m. no período de carência.

Assim, considerando-se 2,60 como aproximação para 1,0248 e 1,13 como aproximação para 1,026, a quantia mais próxima do preço à vista desse equipamento, em milhões de reais, é igual a



- a) 3,1.
- b) 3,0.
- c) 2,9.
- d) 2,8.
- e) 2,7.

**Q.05 (CESGRANRIO / Engenheiro (PETROBRAS) / Petróleo Júnior / 2018)**

Uma empresa deseja comprar um equipamento, cujo preço à vista foi cotado em 15 milhões de reais. Para isso, pretende pagar uma entrada (ato da compra) e financiar o valor restante em 12 parcelas mensais e iguais, a uma taxa de juro (composto) de 1% ao mês, com a primeira parcela sendo paga um mês após a compra. O departamento financeiro determinou que o valor da parcela seja de, no máximo, 1 milhão de reais.

Dado:  $1,0112 = 1,127$

Nessas condições, o valor mínimo, em milhões de reais, que a empresa precisará pagar de entrada nessa compra pertence ao intervalo

- a) 3,00 a 3,19.
- b) 3,20 a 3,39.
- c) 3,40 a 3,59.
- d) 3,60 a 3,79.
- e) 3,80 a 4,00.

**Q.06 (FAFIPA / SAAE PR / Contador / 2019)**

Um determinado empréstimo, feito segundo o Sistema de Amortização Francês (Tabela Price), com capitalização mensal, tem os seguintes valores definidos:

- Prestação mensal = R\$ 333,00
- N. de parcelas = 5
- Taxa nominal de juros ao ano = 24,00%

Considerando os dados acima, responda qual a taxa efetiva ao ano:

- (a) 2%.
- (b) 26,82%.
- (c) 28%.
- (d) 100%.

**Q.07 (Cebraspe / 2019)**



Com relação a sistemas de amortização de empréstimos e financiamentos, julgue o item a seguir.

**Situação hipotética:** Uma instituição bancária concedeu empréstimo de R\$ 30.000, entregues no ato, sem prazo de carência, para ser quitado pelo sistema de amortização constante em 24 prestações mensais. A primeira prestação vencerá um mês após a tomada do empréstimo, sendo de 2% a taxa de juros mensais adotada pela instituição bancária. **Assertiva:** Nessa situação, as prestações são decrescentes e a diferença entre duas prestações consecutivas é igual a R\$ 50.

- CERTO
- ERRADO

#### Q.08 (FADESP 2020/UEPA – Técnico de Nível Superior)

Sistema de Amortização Francês (SAF) de um financiamento tem como principal característica o estabelecimento de prestações iguais, periódicas e sucessivas. A respeito dos juros cobrados e das amortizações a serem pagas, quando não há carência, é correto afirmar que

- a) os juros, por incidirem sobre o saldo devedor, são crescentes.
- b) as parcelas das amortizações são decrescentes.
- c) os juros e as parcelas de amortização são constantes.
- d) os juros são decrescentes e as amortizações, crescente

#### Q.09 (CESGRANRIO/BNDES)

Um investidor está decidindo como vai repagar um financiamento que obteve. Poderá escolher o Sistema Price ou o Sistema de Amortização Constante (SAC), ambos com o mesmo número de prestações, o mesmo prazo total e a mesma taxa de juros. Comparando os dois, o investidor observa que

- a) o valor presente líquido do SAC é menor do que o do Price.
- b) a prestação, pelo SAC, é constante ao longo do tempo.
- c) a prestação, pelo Price, é declinante ao longo do tempo.
- d) a primeira prestação do SAC é maior do que a do Price.
- e) as prestações do SAC são sempre maiores que as do Price.

#### Q. 10 (FCC / Analista do Tesouro Estadual / SEFAZ-PI / 2015)

Uma dívida no valor de R\$ 20.000,00 vai ser paga em 30 prestações mensais, iguais e consecutivas, vencendo a primeira prestação 1 mês após a data de formação da dívida. Utilizou-se o sistema de amortização francês com uma taxa de 2% ao mês. Pelo quadro de amortização, obtém-se que o saldo devedor imediatamente após o pagamento da primeira prestação é de R\$ 19.507,00. O valor da cota de amortização incluído no valor da segunda prestação é de





- a) R\$ 502,86
- b) R\$ 512,72
- c) R\$ 522,58
- d) R\$ 532,44
- e) R\$ 542,30

#### Q.11 (FGV/Auditor Fiscal da Receita Estadual (SEFAZ ES)/2021)

Uma dívida de R\$100.000,00 é amortizada pelo Sistema de Amortização Constante – SAC, com pagamento postecipado, juros de 24% ao ano capitalizados mensalmente, em 40 meses.

Após a quitação da 12ª parcela, a instituição credora procura o devedor e oferece financiar o restante da dívida, com juros compostos de 2,5% ao mês a partir da 13ª parcela, utilizando o Sistema Francês.

O cliente fica em dúvida se a oferta seria vantajosa, mas o credor explica que os valores das prestações iniciais do novo financiamento seriam inferiores às pactuadas no contrato vigente.

Se o devedor aceitar a proposta de financiamento do restante da dívida, a penúltima parcela a ser paga pelo Sistema Francês será de, aproximadamente,

Obs.: utilize a aproximação  $(1,025^{28}=2)$ .

- a) R\$ 3.700,00.
- b) R\$ 3.500,00.
- c) R\$ 2.600,00.
- d) R\$ 2.500,00.
- e) R\$ 1.800,00.

#### Q.12 (FGV/Analista Econômico-Financeiro (BANESTES) / Gestão Contábil/2018)

Um financiamento no valor de R\$ 18.000,00 foi contratado e deverá ser quitado em 20 prestações mensais e consecutivas, vencendo a primeira delas um mês após a data da contratação do financiamento. Foi adotado o Sistema de Amortizações Constantes (SAC.) a uma taxa de juros efetiva de 3,0% ao mês.

A diferença entre os valores de duas prestações consecutivas quaisquer é sempre igual a:



- a) R\$ 30,00.
- b) R\$ 28,00.
- c) R\$ 27,50.
- d) R\$ 27,00.
- e) R\$ 25,50.

## Gabarito

GABARITO



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
B	B	B	E	D	B	ERRADO	D	D	A
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
B	D								



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.