



By @kakashi_copiador

Aula 02

*Caixa Econômica Federal (CEF) (Técnico
Bancário) Passo Estratégico de
Probabilidade e Estatística - 2023
(Pré-Edital)*

Autor:

Allan Maux Santana

22 de Dezembro de 2022

Índice

1) Medidas de Dispersão (Variabilidade)	3
---	---



VARIABILIDADE / MEDIDAS DE DISPERSÃO

Sumário

variabilidade / Medidas de Dispersão.....	1
O que é mais cobrado dentro do assunto.....	2
Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque	2
Medidas de Variabilidade	2
Medidas de Dispersão Absoluta	3
Amplitude Total	3
Amplitude Interquartílica	4
Desvios em Relação à Média Aritmética e Mediana	5
Desvio Absoluto Médio	6
Variância e Desvio-Padrão	9
Medidas de Dispersão Absoluta	13
Coeficiente de Variação e Variância Relativa.....	13
Questões estratégicas.....	14
Questões CEBRASPE.....	15
Questões VUNESP.....	21
Questões Bancas Diversas	24
Questões FGV.....	26
Lista de Questões Estratégicas	30
Questões CEBRASPE	30
Questões VUNESP.....	32



Questões Bancas Diversas	33
Questões FGV.....	34
Gabarito.....	36

O que é mais cobrado dentro do assunto

Vamos analisar agora como se comporta a incidência dos sub assuntos da nossa aula de hoje. Assim, você será melhor direcionado nos seus estudos, vejam:

MEDIDAS DE DISPERSÃO	Grau de incidência
DESVIO PADRÃO E VARIÂNCIA	73,5%
COEFICIENTES DE VARIAÇÃO / VARIAÇÃO RELATIVA	20,9%
INTERVALO INTERQUARTÍLICO	2,8%
AMPLITUDE	2,8%
TOTAL	100,00%

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

MEDIDAS DE VARIABILIDADE

Pessoal, as **Medidas de Variabilidade** ou **Medidas de Dispersão** têm a finalidade de medir a dispersão dos valores de um conjunto em torno de um valor médio. Essas medidas são divididas em dois grupos: **Medidas de dispersão Absoluta** e **Medida de dispersão Relativa**.



MEDIDAS DE DISPERSÃO ABSOLUTA

Amplitude Total

A **Amplitude total** é a diferença entre os valores extremos de um conjunto de dados. Essa medida é muito pobre, pois não mostra o grau de dispersão existente no conjunto de dados, pois apenas leva em conta o valor máximo e mínimo.

$$AT = X_{\max} - X_{\min}$$

Portanto, como são desconsiderados os valores entre os extremos, essa medida pode nos levar a uma conclusão errada dos dados em análise. Além disso, é sensível ao tamanho da amostra, uma vez que, pode apresentar muita variação de uma amostra para outra, isso considerando uma mesma população.

A tabela abaixo mostra exemplos do cálculo da Amplitude Total.

Amplitude Total em dados não agrupados	Amplitude Total em dados agrupados sem intervalo de classe	Amplitude Total em dados agrupados em classe																												
{1, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 9, 9, 12}	<table><tr><th>Idades</th><th>Frequência Absoluta (fi)</th></tr><tr><td>10</td><td>12</td></tr><tr><td>20</td><td>5</td></tr><tr><td>30</td><td>13</td></tr><tr><td>40</td><td>5</td></tr><tr><td>50</td><td>6</td></tr><tr><td>60</td><td>9</td></tr></table>	Idades	Frequência Absoluta (fi)	10	12	20	5	30	13	40	5	50	6	60	9	<table><tr><th>Idades</th><th>Frequência Absoluta (fi)</th></tr><tr><td>0 - 10</td><td>12</td></tr><tr><td>10 - 20</td><td>5</td></tr><tr><td>20 - 30</td><td>13</td></tr><tr><td>30 - 40</td><td>5</td></tr><tr><td>40 - 50</td><td>6</td></tr><tr><td>50 - 60</td><td>9</td></tr></table>	Idades	Frequência Absoluta (fi)	0 - 10	12	10 - 20	5	20 - 30	13	30 - 40	5	40 - 50	6	50 - 60	9
	Idades	Frequência Absoluta (fi)																												
	10	12																												
	20	5																												
	30	13																												
	40	5																												
	50	6																												
60	9																													
Idades	Frequência Absoluta (fi)																													
0 - 10	12																													
10 - 20	5																													
20 - 30	13																													
30 - 40	5																													
40 - 50	6																													
50 - 60	9																													
Diferença entre o valor máximo e o mínimo.	Diferença entre o valor máximo e o mínimo.	<p>Duas formas:</p> <p>1) Diferença entre o limite superior da última classe e o limite inferior da primeira classe.</p> <p>2) Diferença entre o ponto médio da última classe e o</p>																												



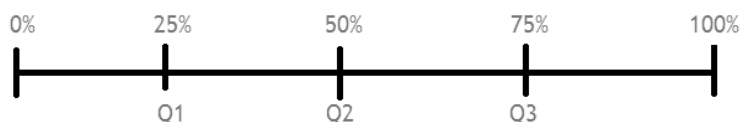
		ponto médio da primeira classe.
$AT = X_{máx} - X_{mín}$	$AT = X_{máx} - X_{mín}$	1) $AT = l_{sup} - l_{inf}$
$AT = 12 - 1 = 11$	$AT = 60 - 10 = 50$	$AT = 60 - 0 = 60$
		2) $AT = PM_{últ} - PM_{prin}$
		$AT = 55 - 5 = 50$

Propriedades da Amplitude Total

- A soma ou subtração de uma constante "k" a todos os valores de um conjunto de dados, a Amplitude Total não se altera;
- A multiplicação ou divisão de uma constante "k" a todos os valores de um conjunto de dados, a Amplitude Total fica multiplicada ou dividida por essa constante.

Amplitude Interquartílica

A **Amplitude Interquartílica**, assim como a Amplitude Total, é uma medida de dispersão pobre. Como sabemos, os **quartis** dividem os dados em quatro partes de mesma frequência. Desta forma, teremos sempre três quartis e cada um deles corresponderá a **25%** do conjunto de dados. Observem a figura abaixo.



A Amplitude interquartílica é dada pela diferença entre o terceiro quartil (Q_3) e o primeiro quartil (Q_1).

$$\text{Amplitude interquartílica} = Q_3 - Q_1$$

Além disso, a metade dessa amplitude é chamada de Amplitude semi-interquartílica ou desvio quartílico.

$$\text{Amplitude semi-interquartílica} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Propriedades da Amplitude Interquartílica



- A soma ou subtração de uma constante “k” a todos os valores de um conjunto de dados, a Amplitude Interquartílica não se altera;
- A multiplicação ou divisão de uma constante “k” a todos os valores de um conjunto de dados, a Amplitude Interquartílica fica multiplicada ou dividida por essa constante.



Fiquem atentos, pois as fórmulas da Amplitude Interquartílica e semi-interquartílica são semelhantes.

As propriedades da Amplitude Interquartílica e Amplitude Total são iguais.

Desvios em Relação à Média Aritmética e Mediana

Pessoal, um **desvio** é a distância entre qualquer observação de um conjunto de dados e uma medida descritiva desse conjunto. Normalmente, calcula-se os desvios em relação à média e à mediana.

$$d_i = X - \underline{X}$$

ou

$$d_i = X - M_d$$

Onde,

\underline{X} é a média.

M_d é a mediana.





Quando os desvios em relação a uma medida descritiva são pequenos, e como as observações estão concentradas em torno dessa medida, a variabilidade dos dados é pequena.

Quando os desvios em relação a uma medida descritiva são maiores, as observações estão mais dispersas, a variabilidade dos dados é grande.

Propriedades dos Desvios em Relação à Média Aritmética e Mediana

- A soma dos desvios em relação à média é nula;
- A soma dos quadrados dos desvios da sequência de números, em relação a número "k", é mínima se "k" for a média aritmética dos números;
- A soma dos desvios absolutos de uma sequência de números, em relação a um número "k", é mínima quando "k" é a mediana dos números.

Desvio Absoluto Médio

O **Desvio Absoluto Médio** ou **Desvio Médio**, mede a dispersão entre os valores da distribuição e a média dos dados calculados.

Pessoal, se tivermos uma distribuição muito grande e quiséssemos calcular os desvios, teríamos que calcular desvios para cada número dessa distribuição e depois tirar conclusões desses valores encontrados. Logo, isso não seria viável.

Desta forma, uma solução seria calcular um único número que representasse toda a distribuição. Para isso, poderíamos calcular a média de todos os desvios, isto é, somar todos os desvios e dividir pela quantidade de observações (n). Sendo que, temos desvios positivos, negativos e nulos. Os positivos anulam os negativos e o resultado da soma será sempre zero.

$$\underline{d} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})}{n} = \frac{0}{n} = 0$$

Portanto, uma solução para esse problema seria colocar cada desvio em módulo, surgindo assim o **Desvio Absoluto Médio** ou **Desvio Médio**.



$$\underline{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \underline{X}|}{n}$$

O **Desvio Médio** é uma medida de dispersão mais robusta do que a Amplitude Total e a Amplitude interquartílica, pois são considerados todos os valores da distribuição.

Para dados agrupados, a fórmula é a seguinte:

$$\underline{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \underline{X}| \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Onde:

f_i é a frequência absoluta simples.

Já para dados agrupados em classe, a fórmula é a seguinte:

$$\underline{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |PM - \underline{X}| \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Onde:

PM é o ponto médio.

Iremos fazer um exemplo para os dados agrupados em classe, para exemplificar o cálculo do **Desvio Médio**.

Exemplo: Calcule o desvio médio das idades de um conjunto de pessoas:

A primeira coisa a ser feita é calcular os pontos médios e em seguida a média.

<u>idades</u>	<u>frequência Absoluta (f_i)</u>	<u>PM</u>	<u>PM.f_i</u>
0 ┆ 10	12	5	60
10 ┆ 20	5	15	75
20 ┆ 30	13	25	325
30 ┆ 40	5	35	175
40 ┆ 50	6	45	270
50 ┆ 60	9	55	495
Total	50		1.400

Logo, a média será



$$\underline{X} = \frac{\sum PM \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{1.400}{50} = 28$$

De posse da média, podemos calcular o módulo do desvio em relação à média.

idades	frequência Absoluta (fi)	PM	PM.fi	$ PM - \underline{x} $
0 ┆ 10	12	5	60	23
10 ┆ 20	5	15	75	13
20 ┆ 30	13	25	325	3
30 ┆ 40	5	35	175	7
40 ┆ 50	6	45	270	17
50 ┆ 60	9	55	495	27
Total	50		1.400	90

Agora, basta multiplicar os módulos dos desvios pela frequência absoluta simples.

idades	frequência Absoluta (fi)	PM	PM.fi	$ PM - \underline{x} $	$ PM - \underline{x} \cdot f_i$
0 ┆ 10	12	5	60	23	276
10 ┆ 20	5	15	75	13	65
20 ┆ 30	13	25	325	3	39
30 ┆ 40	5	35	175	7	35
40 ┆ 50	6	45	270	17	102
50 ┆ 60	9	55	495	27	243
Total	50		1.400		760

Aplicando a fórmula, teremos o seguinte:

$$\underline{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |PM - \underline{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{760}{50} = 15,2$$

Propriedades do Desvio Médio

- A soma ou subtração de uma constante “k” a todos os valores de um conjunto de dados, o desvio médio não se altera;
- A multiplicação ou divisão de uma constante “k” a todos os valores de um conjunto de dados, o desvio médio fica multiplicado ou dividido por essa constante.





As propriedades da Amplitude Interquartílica, Amplitude Total e Desvio Médio são iguais.

Variância e Desvio-Padrão

Quando introduzimos o assunto **desvios médios** observamos que não era viável calcular uma medida de dispersão que simplesmente calcula a média dos desvios, pois essa medida sempre seria zero.

Para resolver esse problema, calculamos a média do módulo dos desvios. Sendo que, outra forma de ser resolvido esse problema é calcular, ao invés de calcular a média do módulo dos desvios, a média do quadrado dos desvios. Com isso, obteremos a **variância**, isto é, a média aritmética do quadrado dos desvios.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n}$$

Onde:

μ é a média populacional

X_i é a variável em análise

n é o número de elementos da população

Pessoal, como os desvios são elevados ao quadrado, a unidade da variável em análise também é elevada ao quadrado. Por exemplo, se estivermos calculando a variância das idades (anos) de um conjunto de pessoas, essa medida ficará anos ao quadrado (anos²). Logo, essa medida não terá sentido físico. Para acabar com esse inconveniente, utilizamos o conceito de **Desvio-Padrão**, que nada mais é que a raiz quadrada da **variância**.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n}}$$



É importante salientar que temos variância e desvio-padrão populacional e amostral. O que tratamos até o momento é o populacional. Logo, para o amostral temos que fazer uma modificação na fórmula, ficando da seguinte forma:

Variância amostral: $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X - \bar{X})^2}{n-1}$

Desvio-padrão amostral: $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X - \bar{X})^2}{n-1}}$

Outra forma de calcular a variância populacional é através da seguinte fórmula:

$$\sigma^2 = \underline{X^2} - (\underline{X})^2$$

Onde:

$\underline{X^2}$ é a média dos quadrados.

$(\underline{X})^2$ é o quadrado da média.

Para uma amostra essa fórmula fica da seguinte forma:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \cdot [\underline{X^2} - (\underline{X})^2]$$



Variância e Desvio-Padrão

A variância/desvio-padrão de um conjunto será zero quando todos os elementos forem iguais;
Sempre será maior ou igual a zero;
No cálculo da variância/desvio-padrão haverá uma pequena diferença entre o cálculo populacional e amostral.

Para dados agrupados, as fórmulas são as seguintes:

1) Populacional



$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \cdot f_i}{n}$$

ou

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i)^2}{n}}{n}$$

2) Amostral

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n - 1}$$

ou

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i^2 \cdot f_i) - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i)^2}{n}}{n - 1}$$

Onde:

f_i é a frequência absoluta simples.

Pessoal, para calcular o desvio-padrão, basta encontrar a raiz quadrada da variância.

Já para dados agrupados em classe, a fórmula é a seguinte:

1) Populacional

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (PM_i - \mu)^2 \cdot f_i}{n}$$

ou

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n PM_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n PM_i \cdot f_i)^2}{n}}{n}$$

2) Amostral

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (PM_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n - 1}$$

ou



$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (PM_i^2 \cdot f_i) - \frac{(\sum_{i=1}^n PM_i \cdot f_i)^2}{n}}{n - 1}$$

Onde:

PM é o ponto médio.

Pessoal, para calcular o desvio-padrão, basta encontrar a raiz quadrada da variância.

Iremos fazer um exemplo para os dados agrupados em classe, para exemplificar o cálculo da **Variância** e **Desvio-Padrão**.

Exemplo: Calcule a variância amostral e desvio padrão amostral das idades de um conjunto de pessoas:

A primeira coisa a ser feita é calcular os pontos médios e em seguida a média.

<u>idades</u>	<u>frequência Absoluta (f_i)</u>	<u>PM</u>	<u>PM.f_i</u>
0 ┆ 10	12	5	60
10 ┆ 20	5	15	75
20 ┆ 30	13	25	325
30 ┆ 40	5	35	175
40 ┆ 50	6	45	270
50 ┆ 60	9	55	495
Total	50		1.400

Logo, a média será

$$\underline{x} = \frac{\sum PM \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{1.400}{50} = 28$$

De posse da média, podemos calcular os quadrados dos desvios em relação à média.

<u>idades</u>	<u>frequência Absoluta (f_i)</u>	<u>PM</u>	<u>PM.f_i</u>	<u>$(PM - \underline{x})$</u>	<u>$(PM - \underline{x})^2$</u>
0 ┆ 10	12	5	60	-23	529
10 ┆ 20	5	15	75	-13	169
20 ┆ 30	13	25	325	-3	9
30 ┆ 40	5	35	175	7	49
40 ┆ 50	6	45	270	17	289
50 ┆ 60	9	55	495	27	729



Total	50		1.400		1.774
-------	----	--	-------	--	-------

Agora, basta multiplicar os quadrados dos desvios em relação à média pela frequência absoluta simples.

idades	frequência Absoluta (fi)	PM	PM.fi	$(PM - \underline{x})$	$(PM - \underline{x})^2$	$(PM - \underline{x})^2 \cdot f_i$
0 - 10	12	5	60	-23	529	6.348
10 - 20	5	15	75	-13	169	845
20 - 30	13	25	325	-3	9	117
30 - 40	5	35	175	7	49	245
40 - 50	6	45	270	17	289	1.734
50 - 60	9	55	495	27	729	6.561
Total	50		1.400			15.850

Aplicando a fórmula, teremos o seguinte:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (PM_i - \underline{x})^2 \cdot f_i}{n - 1} = \frac{15.850}{50 - 1} = \frac{15.850}{49} \approx 324 \text{ anos}^2$$

O desvio-padrão será a raiz desse valor. Logo,

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{324} = 18 \text{ anos}$$

Propriedades do Variância e Desvio-Padrão

- A soma ou subtração de uma constante "k" a todos os valores de um conjunto de dados, variância e o desvio padrão não se alteram;
- A multiplicação ou divisão de uma constante "k" a todos os valores de um conjunto de dados, a variância fica multiplicada ou dividida pelo quadrado dessa constante.
- A multiplicação ou divisão de uma constante "k" a todos os valores de um conjunto de dados, o desvio-padrão fica multiplicado ou dividido por essa constante.

MEDIDAS DE DISPERSÃO ABSOLUTA

Coeficiente de Variação e Variância Relativa

O **Coeficiente de Variação** é uma medida de dispersão que relaciona o desvio-padrão com a média.



$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

Isso para uma população. Se for uma amostra a fórmula é a seguinte:

$$CV = \frac{S}{\underline{X}}$$



Coeficiente de Variação

É uma medida adimensional, pois o desvio-padrão e média possuem a mesma unidade;

Normalmente é expresso em porcentagem;

Quanto menor o CV, mais homogêneo será o conjunto de dados, ou seja, menor será a dispersão em torno da média.

Outra medida de dispersão relativa é a **Variância Relativa**. Essa medida é simplesmente o quadrado do CV.

$$VR = \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{\mu^2}$$

Isso para uma população. Se for uma amostra a fórmula é a seguinte:

$$VR = \left(\frac{S}{\underline{X}}\right)^2 = \frac{S^2}{\underline{X}^2}$$

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.





Questões CEBRASPE

Q.01 (CEBRASPE (CESPE) /ACE (TCE-RJ) / Controle Externo/TI/2021)

X	frequência absoluta
0	5
1	10
2	20
3	15
total	50

Considerando que a tabela precedente mostra a distribuição de frequências de uma variável quantitativa X, julgue o item a seguir.

A variância amostral de X é superior a 0,89.

C - CERTO

E – ERRADO

Comentários:

Nessa questão a banca quer saber se a variância amostral é superior a 0,89. Para isso, temos que saber a fórmula da variância. Aqui utilizaremos a seguinte:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[\left(\sum f \cdot X_i^2 \right) - \frac{(\sum f \cdot X_i)^2}{n} \right]$$

Para resolver essa questão teremos que calcular duas colunas, a "f.X" e a "f.X²" e em seguida fazer o somatório delas.

X	Frequência Absoluta	f.X	f.X²
---	---------------------	-----	------



0	5	0	0
1	10	10	10
2	20	40	80
3	15	45	135
tota I	50	95	225

Aplicando os valores na fórmula teremos o seguinte:

$$S^2 = \frac{1}{50 - 1} \left(225 - \frac{95^2}{50} \right)$$

$$S^2 = \frac{1}{49} \left(225 - \frac{9025}{50} \right)$$

$$S^2 = \frac{1}{49} (225 - 180,5)$$

$$S^2 = \frac{44,5}{49}$$

$$S^2 = 0,908$$

Logo, a variância foi superior a 0,89 como diz a questão. Correta a questão.

Gabarito: Certo

Q.02 (CEBRASPE (CESPE) / Profissional de Tecnologia da Informação (ME) /2020)

Considerando que R representa uma variável quantitativa cuja média, mediana e variância são, respectivamente, iguais a 70, 80 e 100, e que $U = \frac{R}{10} - 7$, julgue o próximo item, acerca das variáveis U e R .

O desvio padrão da variável U é igual a 1.

C - CERTO

E - ERRADO

Comentários:



Aqui a banca traz os valores da média, mediana e variância de uma variável R e pede o valor do desvio padrão da U . Sendo U obtido da seguinte forma:

$$U = \frac{R}{10} - 7$$

Como desejamos o valor do desvio padrão e nos foi dada a variância de R . Basta calcular o desvio padrão de R e em seguida aplicar a expressão dada.

Variância de $R = 100$.

$$S = \sqrt{S^2}$$

Desvio padrão de $R = 10$.

O Desvio padrão é afetado pela multiplicação e pela divisão. Logo, a expressão fica da seguinte forma:

$$U = \frac{R}{10}$$

Aplicando o valor de R , ficamos com o seguinte:

$$U = \frac{10}{10}$$

$$U = 1$$

Desta forma, o desvio padrão é igual a 1 como afirma a banca.

Gabarito: Certo

Q.03 (CEBRASPE (CESPE) / Professor (Pref São Cristóvão)/Matemática/Educação Básica/2019)

A tabela seguinte mostra a distribuição das idades dos 30 alunos da turma A do quinto ano de uma escola de ensino fundamental.

idade (em anos)	9	10	11	12	13	14
quantidade de estudantes	6	2	0	1	0	1

A partir dessa tabela, julgue o item.

O desvio padrão das idades é inferior a 1ano.



C - Certo.

E – Errado.

Comentários:

Pessoal, a banca forneceu uma tabela com os valores das idades e a quantidade (frequência) de um grupo de alunos da turma A e pergunta se o desvio padrão das idade é inferior a 1 ano.

A tabela apresentada da questão é a seguinte.

X	f	f · X
9	6	54
10	22	220
11	0	0
12	1	12
13	0	0
14	1	14
Total	30	300

Onde "f" é a quantidade de alunos e "X" é a idade. A primeira coisa a ser feita é calcular a média da turma A, para isso temos que construir uma coluna f · X (ver tabela acima) e em seguida fazer o somatório. Temos que a média pode ser obtida da seguinte forma:

$$\underline{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f}{n}$$

$$\underline{X} = \frac{300}{30} = 10$$

De posse da média, podemos calcular os quadrados dos desvios em relação a média e depois multiplicar pela frequência.

X	f	f · X	$(X_i - \underline{X})$	$(X_i - \underline{X})^2$	$(X_i - \underline{X})^2 \cdot f_i$
9	6	54	9-10=-1	1	6
10	22	220	10-10=0	0	0
11	0	0	11-10=1	1	0
12	1	12	12-10=2	4	4
13	0	0	13-10=3	9	0
14	1	14	14-10=4	16	16
Total	30	300			26



O desvio padrão é dado por:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \cdot f_i}{n - 1}} = \sqrt{\frac{26}{30 - 1}} = \sqrt{\frac{26}{29}} < 1$$

Para tirar a prova, podemos elevar ao quadrado, os dois lados.

$$\left(\sqrt{\frac{26}{29}} \right)^2 < (1)^2$$

$$\frac{26}{29} < 1$$

$$0,89 < 1$$

Portanto, certa a questão.

Gabarito: Certa

Q.04 (CEBRASPE / IPHAN / Analista / 2018)

Cinco municípios de um estado brasileiro possuem as seguintes quantidades de patrimônios históricos: {2, 3, 5, 3, 2}.

Admitindo que a média e o desvio-padrão desse conjunto de valores sejam iguais a 3 e 1,2, respectivamente, julgue o item seguinte.

O coeficiente de variação é superior a 0,3 e inferior a 0,5.

C – CERTO

E – ERRADO

Comentários:

Vamos lá.

- Média = 3
- Desvio Padrão = 1,2

$$0,3 < \text{Coeficiente de Variação} < 0,5$$



$$\text{Coeficiente de Variação} = \frac{\text{Desvio Padrão}}{\text{Média}} = \frac{1,2}{3} = 0,4$$

Gabarito: Certo

Q.05 (CEBRASPE / IPHAN / Analista / 2018)

Cinco municípios de um estado brasileiro possuem as seguintes quantidades de patrimônios históricos: {2, 3, 5, 3, 2}.

Admitindo que a média e o desvio-padrão desse conjunto de valores sejam iguais a 3 e 1,2, respectivamente, julgue o item seguinte.

Para esse conjunto de valores, a variância é igual a 3.

C – CERTO

E – ERRADO

Comentários:

Opa!!

Cuidado aí para não vacilar e perder um tempo precioso, hein!!

A variância corresponde ao quadrado do desvio padrão. Como o DP foi fornecido no enunciado da questão. Logo:

$$\text{Variância} = 1,2^2 = 1,44$$

Gabarito: Errado

Q.06 (CEBRASPE - Analista (SERPRO) /Ciência de Dados/2021)

Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

O coeficiente de variação da distribuição de erros X é igual a 3.

C – CERTO

E – ERRADO



Comentários:

Os dados fornecidos na questão são os seguintes:

Média = 4

Variância = 3

E a banca deseja saber se o coeficiente de variação é 3.

$$CV = \frac{\text{desvio padrão}}{\text{média}}$$

O desvio padrão é $\sqrt{3} \approx 1,73$. Logo,

$$CV = \frac{1,73}{4} = 0,43$$

Gabarito: Errado

Questões VUNESP

Q.07 (VUNESP - Analista Administrativo (EBSERH HC-UFU) / Estatística/2020)

Um aluno tirou as seguintes notas ao longo do semestre: 4, 8, 6, 1 e 6. A média, a mediana e o desvio padrão foram, respectivamente:

- a) 5; 6 e 5,6.
- b) 5; 5 e 5,6.
- c) 5; 6 e 2,4.
- d) 5; 6 e 31,6.
- e) 6; 6 e 5,6.

Comentários:

Pessoal, os dados fornecidos na questão foram os seguintes:

4, 8, 6, 1 e 6

A primeira coisa a ser feita é ordenar em um ROL.



{1, 4, 6, 6, 8}

Temos 5 elementos e facilmente podemos observar que a mediana é **6**.

{1, 4, 6, 6, 8}

Com isso, podemos eliminar a alternativa B.

Agora iremos calcular a média, para isso, basta somar todos os valores e dividir por 5.

$$\underline{X} = \frac{1 + 4 + 6 + 6 + 8}{5} = \frac{25}{5} = \mathbf{5}$$

Com isso, podemos eliminar a alternativa E e ficamos com as letras A, C e D.

Para calcular o desvio padrão, temos que encontrar a média dos quadrados dos desvios em relação à média.

X	$(X_i - \underline{X})$	$(X_i - \underline{X})^2$
1	$1-5=-4$	16
4	$4-5=-1$	1
6	$6-5=1$	1
6	$6-5=1$	1
8	$8-5=3$	9
Total		28

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \underline{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{28}{5}} = \sqrt{5,6}$$

Analisando as alternativas A, C e D. Podemos perceber que a resposta só pode ser a letra C.

$$\sigma \approx \mathbf{2,4}$$

Gabarito: C

Q.08 (VUNESP - Analista de Gestão (FITO) /Contabilidade/2020)

Na análise de um conjunto de valores, é muito importante calcular as medidas de tendência central e de dispersão, para se ter uma ideia das características dessa distribuição de dados. Em relação a essas medidas, é correto afirmar que



- a) a moda, a média aritmética e a mediana nunca coincidem em valor.
- b) se somarmos uma constante arbitrária maior que zero a cada elemento desse conjunto de valores, a média aritmética e a variância ficam inalteradas.
- c) se multiplicarmos uma constante arbitrária maior que zero a cada elemento desse conjunto de valores, a nova variância fica multiplicada pelo quadrado dessa constante.
- d) a soma dos desvios de cada valor do conjunto em relação à média apresenta normalmente um valor maior que zero.
- e) se dividirmos cada elemento desse conjunto de valores por uma constante arbitrária maior que zero, o novo desvio padrão fica dividido pelo valor da constante ao quadrado.

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão de propriedade das medidas de tendência central e de dispersão.

Vamos analisar cada alternativa:

Letra a) a moda, a média aritmética e a mediana ~~nunca~~ coincidem em valor.

Errada, pois eles podem sim coincidir, basta lembrar, por exemplo, de uma distribuição simétrica em que a média e mediana são iguais.

Letra b) se somarmos uma constante arbitrária maior que zero a cada elemento desse conjunto de valores, a média aritmética e a variância ficam inalteradas.

Errada em relação à média. A média aritmética ficará somada a essa variável, mas a variância ficará inalterada.

Letra c) se multiplicarmos uma constante arbitrária maior que zero a cada elemento desse conjunto de valores, a nova variância fica multiplicada pelo quadrado dessa constante.

Correta, pois a variância fica multiplicada pelo quadrado da constante.

Letra d) a soma dos desvios de cada valor do conjunto em relação à média apresenta normalmente um valor ~~maior que~~ zero.

Errada, pois sabemos que a soma dos desvios em relação à média é sempre zero.

Letra e) se dividirmos cada elemento desse conjunto de valores por uma constante arbitrária maior que zero, o novo desvio padrão fica dividido pelo valor da constante ~~ao quadrado~~.



Errada, pois o desvio padrão ficará dividido pela constante. Quem fica dividido pela constante ao quadrado é a variância.

Gabarito: C

Questões Bancas Diversas

Q.09 (IBFC - Supervisor de Pesquisas (IBGE) /Suporte Gerencial/2021)

Em dois grupos formados pela mesma quantidade de pessoas constatou-se que a média de idade do primeiro grupo é igual a 25 com variância de 16, e a média de idade do segundo grupo é igual a 40, com variância de 36. Nessas condições, é correto afirmar que o coeficiente de variação:

- a) do primeiro grupo é maior que o do segundo grupo.**
- b) do primeiro grupo é menor que o do segundo grupo.**
- c) é igual para ambos os grupos.**
- d) é igual a 0,64 para o primeiro grupo e igual a 0,90 para o segundo grupo.**
- e) é igual a 1,6 para o primeiro grupo e igual a 1,5 para o segundo grupo.**

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão para comparar o coeficiente de variação de dois grupos.

$$CV = \frac{\text{desvio padrão}}{\text{média}}$$

Grupo 1:

Média = 25

Variância = 16

Desvio padrão = $\sqrt{\text{variância}} = \sqrt{16} = 4$

$$CV_{\text{Grupo 1}} = \frac{4}{25} = 0,16$$

Grupo 2:

Média = 40



Variância = 36

Desvio padrão = $\sqrt{\text{variância}} = \sqrt{36} = 6$

$$CV_{\text{Grupo 2}} = \frac{6}{40} = 0,15$$

Analisando as alternativas podemos observar que a resposta é a **letra A**, pois o CV foi maior para o primeiro grupo.

Gabarito: A

Q.10 (IBADE - Analista Público de Gestão (Pref Vila Velha)/Economista/2020)

Exemplos comuns de medidas de dispersão estatística são:

- I – média;**
- II – mediana;**
- III – variância;**
- IV - desvio padrão;**
- V - amplitude interquartil.**

Está(ão) correta(s):

- a) somente V.**
- b) somente V e IV.**
- c) somente V, IV e III.**
- d) somente V, IV, III e II.**
- e) I, II, III, IV e V.**

Comentários:

Pessoal, a média e a mediana são medidas de tendência central. Já a variância, desvio padrão e amplitude interquartil são medidas de dispersão absoluta, como vimos em aula. Logo, a letra C é a resposta.



Gabarito: C

Questões FGV

Q.11 (FGV/ Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Uma variável aleatória discreta X tem os seguintes valores possíveis e probabilidades associadas:

x	-1	1	3
$p(x)$	0,4	0,2	0,4

A variância de X é igual a

- a) 2,0.
- b) 2,4.
- c) 2,8.
- d) 3,2.
- e) 3,6.

Comentários:

Considere a seguinte tabela:

X	$P(X)$
-1	0,4
1	0,2
3	0,4
Total	1,0

A primeira a ser feita é construir a coluna de $X.P(X)$ e em seguida calcular a média.

X	$P(X)$	$X.P(X)$
-1	0,4	-0,4
1	0,2	0,2
3	0,4	1,2



Total	1,0	1,0
-------	-----	-----

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i \cdot P(X_i) = 1,0$$

Para calcular a variância utilizaremos a seguinte fórmula.

$$Var(X) = \sum_{i=1}^n X_i^2 \cdot P(X_i) - \bar{X}^2$$

X	P(X)	X.P(X)	X ²	X ² . P(X)
-1	0,4	-0,4	1 ² =1	0,4
1	0,2	0,2	1 ² =1	0,2
3	0,4	1,2	3 ² =9	3,6
Total	1,0	1,0		4,2

Portanto, a variância será

$$Var(X) = 4,2 - 1,0^2$$

$$Var(X) = 4,2 - 1,0$$

$$Var(X) = \mathbf{3,2}$$

Gabarito: D

Q.12 (FGV/ Estatístico (SUSAM) / 2014)

Uma variável aleatória X tem média 4 e desvio padrão igual a 2. Se $Y = 3X - 2$ então a média e o desvio padrão de Y são, respectivamente,

- a) 12 e 16.
- b) 12 e 4.
- c) 10 e 18.



d) 10 e 6.

e) 10 e 36.

Comentários:

Aqui temos uma questão de transformação de variável. Para resolver essa questão é bom ter o conhecimento das propriedades da média e desvio padrão.

As propriedades para a **média**:

- A soma ou subtração de uma variável aleatória "k" a todos os valores de um conjunto de dados, a média ficará somada ou subtraída por essa constante;
- A multiplicação ou divisão uma variável aleatória "k" a todos os valores de um conjunto de dados, a média fica multiplicado ou dividido por essa constante.

As propriedades para o **desvio padrão**:

- A soma ou subtração de uma constante "k" a todos os valores de um conjunto de dados, o desvio padrão não se alteram;
- A multiplicação ou divisão de uma constante "k" a todos os valores de um conjunto de dados, o desvio padrão fica multiplicado ou dividido por essa constante.

A variável X tem as seguintes medidas:

Média = 4

Desvio padrão = 2

A variável Y é a seguinte:

$$Y = 3X - 2$$

Para encontrar a média e o desvio padrão de Y, basta utilizar as propriedades.

A média é afetada pelas 4 operações matemáticas.

$$\text{Média de } Y = 3 \cdot 4 - 2 = 12 - 2 = \mathbf{10}$$

O desvio padrão é afetado apenas pela multiplicação e divisão.

$$\text{Desvio padrão de } Y = 3 \cdot 2 - 2 = 6 = \mathbf{6}$$



Gabarito: D

Q.13 (FGV / Analista Judiciário / 2022)

Os dados a seguir são uma amostra de idades:

26 28 30 32 32 34 36 38

O desvio padrão dessas idades é igual a

- a) 2.
- b) 3.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.

Comentários:

Percebam que a distribuição 26 28 30 32 32 34 36 38 é simétrica, portanto a Média é o termo central (ou os termos centrais), logo a nossa média é 32.

Ou simplesmente:

$$\bar{X} = \frac{26+28+30+32+32+34+36+38}{8} = 32$$

Fiquem atentos ao fato de termos uma **AMOSTRA**, portanto, para o cálculo do **desvio padrão**, precisaremos **dividir por (n - 1)**.

$$s^2 = \frac{(26 - 32)^2 + (28 - 32)^2 + (30 - 32)^2 + (32 - 32)^2 + (32 - 32)^2 + (34 - 32)^2 + (36 - 32)^2 + (38 - 32)^2}{8 - 1}$$

$$s^2 = 16$$

$$s = 4$$

Gabarito: C

Q.14 (FGV / Pref. Paulínia / 2021)

Em uma turma de 10 alunos, as notas dos alunos em uma avaliação foram:

6	7	7	8	8	8	8	9	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

O desvio padrão dessa lista de notas é, aproximadamente,



- a) 0,8.
- b) 0,9.
- c) 1,1.
- d) 1,3.
- e) 1,5.

Comentários:

Sabemos que o desvio padrão é a raiz quadrada da variância, ok?

A Média Aritmética das notas é igual 8.

$$S^2 = \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2}{10}$$

$$S^2 = 1,2$$

$$S = 1,1$$

Gabarito: C

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS



Questões CEBRASPE

Q.01 (CEBRASPE (CESPE) /ACE (TCE-RJ) / Controle Externo/TI/2021)

X	frequência absoluta
0	5
1	10
2	20
3	15
total	50



Considerando que a tabela precedente mostra a distribuição de frequências de uma variável quantitativa X , julgue o item a seguir.

A variância amostral de X é superior a 0,89.

C - CERTO

E – ERRADO

Q.02 (CEBRASPE (CESPE) / Profissional de Tecnologia da Informação (ME) /2020)

Considerando que R representa uma variável quantitativa cuja média, mediana e variância são, respectivamente, iguais a 70, 80 e 100, e que $U = \frac{R}{10} - 7$, julgue o próximo item, acerca das variáveis U e R .

O desvio padrão da variável U é igual a 1.

C - CERTO

E - ERRADO

Q.03 (CEBRASPE (CESPE) / Professor (Pref São Cristóvão)/Matemática/Educação Básica/2019)

A tabela seguinte mostra a distribuição das idades dos 30 alunos da turma A do quinto ano de uma escola de ensino fundamental.

idade (em anos)	9	10	11	12	13	14
quantidade de estudantes	6	2	0	1	0	1

A partir dessa tabela, julgue o item.

O desvio padrão das idades é inferior a 1ano.

C - Certo.

E – Errado.

Q.04 (CEBRASPE / IPHAN / Analista / 2018)



Cinco municípios de um estado brasileiro possuem as seguintes quantidades de patrimônios históricos: {2, 3, 5, 3, 2}.

Admitindo que a média e o desvio-padrão desse conjunto de valores sejam iguais a 3 e 1,2, respectivamente, julgue o item seguinte.

O coeficiente de variação é superior a 0,3 e inferior a 0,5.

C – CERTO

E – ERRADO

Q.05 (CEBRASPE / IPHAN / Analista / 2018)

Cinco municípios de um estado brasileiro possuem as seguintes quantidades de patrimônios históricos: {2, 3, 5, 3, 2}.

Admitindo que a média e o desvio-padrão desse conjunto de valores sejam iguais a 3 e 1,2, respectivamente, julgue o item seguinte.

Para esse conjunto de valores, a variância é igual a 3.

C – CERTO

E – ERRADO

Q.06 (CEBRASPE - Analista (SERPRO) /Ciência de Dados/2021)

Considerando que o número X de erros registrados em determinado tipo de código computacional siga uma distribuição binomial com média igual a 4 e variância igual a 3, julgue o item a seguir.

O coeficiente de variação da distribuição de erros X é igual a 3.

C – CERTO

E – ERRADO

Questões VUNESP

Q.07 (VUNESP - Analista Administrativo (EBSERH HC-UFU) / Estatística/2020)



Um aluno tirou as seguintes notas ao longo do semestre: 4, 8, 6, 1 e 6. A média, a mediana e o desvio padrão foram, respectivamente:

- a) 5; 6 e 5,6.
- b) 5; 5 e 5,6.
- c) 5; 6 e 2,4.
- d) 5; 6 e 31,6.
- e) 6; 6 e 5,6.

Q.08 (VUNESP - Analista de Gestão (FITO) /Contabilidade/2020)

Na análise de um conjunto de valores, é muito importante calcular as medidas de tendência central e de dispersão, para se ter uma ideia das características dessa distribuição de dados. Em relação a essas medidas, é correto afirmar que

- a) a moda, a média aritmética e a mediana nunca coincidem em valor.
- b) se somarmos uma constante arbitrária maior que zero a cada elemento desse conjunto de valores, a média aritmética e a variância ficam inalteradas.
- c) se multiplicarmos uma constante arbitrária maior que zero a cada elemento desse conjunto de valores, a nova variância fica multiplicada pelo quadrado dessa constante.
- d) a soma dos desvios de cada valor do conjunto em relação à média apresenta normalmente um valor maior que zero.
- e) se dividirmos cada elemento desse conjunto de valores por uma constante arbitrária maior que zero, o novo desvio padrão fica dividido pelo valor da constante ao quadrado.

Questões Bancas Diversas

Q.09 (IBFC - Supervisor de Pesquisas (IBGE) /Suporte Gerencial/2021)

Em dois grupos formados pela mesma quantidade de pessoas constatou-se que a média de idade do primeiro grupo é igual a 25 com variância de 16, e a média de idade do segundo grupo é igual a 40, com variância de 36. Nessas condições, é correto afirmar que o coeficiente de variação:

- a) do primeiro grupo é maior que o do segundo grupo.



- b) do primeiro grupo é menor que o do segundo grupo.
- c) é igual para ambos os grupos.
- d) é igual a 0,64 para o primeiro grupo e igual a 0,90 para o segundo grupo.
- e) é igual a 1,6 para o primeiro grupo e igual a 1,5 para o segundo grupo.

Q.10 (IBADE - Analista Público de Gestão (Pref Vila Velha)/Economista/2020)

Exemplos comuns de medidas de dispersão estatística são:

- I – média;
- II – mediana;
- III – variância;
- IV - desvio padrão;
- V - amplitude interquartil.

Está(ão) correta(s):

- a) somente V.
- b) somente V e IV.
- c) somente V, IV e III.
- d) somente V, IV, III e II.
- e) I, II, III, IV e V.

Questões FGV

Q.11 (FGV/ Analista de Pesquisa e Informações (FunSaúde CE)/Estatística/2021)

Uma variável aleatória discreta X tem os seguintes valores possíveis e probabilidades associadas:

x	-1	1	3
$p(x)$	0,4	0,2	0,4

A variância de X é igual a



- a) 2,0.
- b) 2,4.
- c) 2,8.
- d) 3,2.
- e) 3,6.

Q.12 (FGV/ Estatístico (SUSAM) / 2014)

Uma variável aleatória X tem média 4 e desvio padrão igual a 2. Se $Y = 3X - 2$ então a média e o desvio padrão de Y são, respectivamente,

- a) 12 e 16.
- b) 12 e 4.
- c) 10 e 18.
- d) 10 e 6.
- e) 10 e 36.

Q.13 (FGV / Analista Judiciário / 2022)

Os dados a seguir são uma amostra de idades:

26 28 30 32 32 34 36 38

O desvio padrão dessas idades é igual a

- a) 2.
- b) 3.
- c) 4.
- d) 5.
- e) 6.

Q.14 (FGV / Pref. Paulínia / 2021)

Em uma turma de 10 alunos, as notas dos alunos em uma avaliação foram:

6	7	7	8	8	8	8	9	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----



O desvio padrão dessa lista de notas é, aproximadamente,

- a) 0,8.
- b) 0,9.
- c) 1,1.
- d) 1,3.
- e) 1,5.

Gabarito

GABARITO



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
CC	CC	CC	CC	ERR	ERR	C	C	A	C
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
D	D	C	C						



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.