



By @kakashi_copiador

Aula 06

*Caixa Econômica Federal (CEF) (Técnico
Bancário) Passo Estratégico de
Matemática Financeira - 2023
(Pré-Edital)*

Autor:

Allan Maux Santana

19 de Janeiro de 2023

Índice

1) O que é o Passo Estratégico	3
2) Apresentação	4
3) Matemática Financeira 2023	5
4) Equivalência de Capitais	6



O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

- a) orientar revisões eficientes;
- b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias**, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

- a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;
- b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

Seu cantinho de estudos famoso!

Poste uma foto do seu cantinho de estudos nos stories do Instagram e nos marque:



[@passoestrategico](https://www.instagram.com/passoestrategico)

Vamos repostar sua foto no nosso perfil para que ele fique famoso entre milhares de concurseiros!



APRESENTAÇÃO

Olá!

Sou o professor **Allan Maux** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de **exatas**.

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

*Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, **aprovado em 2º lugar** no concurso de 2011.*

*Sou formado em matemática e tenho **pós-graduação em direito tributário municipal**.*

*Fui, por 05 anos, **Secretário de Fazenda do Município de Petrolina**, período no qual participei da comissão que elaborou o **novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento**, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

Lecionei, também, em cursos preparatórios para ITA.

Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.

Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.

Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 15k.

Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do “Passo”, porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!



Prof. Allan Maux



ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

Nossa análise será executada em concursos realizados na matéria de **Matemática Financeira**, no período de 2018 a 2022.

ASSUNTO	% Incidência
JUROS SIMPLES E COMPOSTO / TAXAS DE JUROS	36,71%
ANÁLISE DE INVESTIMENTOS	22,78%
EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS	17,72%
DESCONTO SIMPLES E COMPOSTO	12,66%
SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO	10,13%
TOTAL	100,00

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo.

No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também.

Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

A PEDIDO DOS ALUNOS, ESTOU COMEÇANDO, AGORA EM 2023, UM NOVO PROJETO DE AULAS EM VÍDEO, SIGAM:



[Prof. Allan Maux](#)



EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

Sumário

<i>O que é mais cobrado dentro do assunto?</i>	2
<i>Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque</i>	2
<i>Equivalências de Capitais</i>	2
<i>Séries Uniformes / Sequências / Rendas Certas / Anuidades</i>	4
<i>Rendas Certas Perpétuas</i>	7
<i>Rendas Diferidas</i>	8
<i>Aposta Estratégica</i>	8
<i>Pegadinhas Estratégicas</i>	8
<i>Questões estratégicas</i>	9
<i>Questões CESGRANRIO</i>	10
<i>Questões FGV</i>	16
<i>Lista de Questões Estratégicas</i>	21
<i>Questões CESGRANRIO</i>	21
<i>Questões FGV</i>	23
<i>Gabarito</i>	25



O que é mais cobrado dentro do assunto?

Considerando os tópicos que compõem o nosso assunto, possuímos a seguinte distribuição percentual:

EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS / RENDAS UNIFORMES E VARIÁVEIS	GRAU DE INCIDÊNCIA
EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS	88,00%
RENDAS UNIFORMES E VARIÁVEIS	12,00%
TOTAL	100,0%

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Equivalências de Capitais

Na compra de determinado produto, você prefere pagar por ele R\$ 500,00 ou R\$ 560,00?

De imediato, a sua resposta tende a ser o menor preço, correto?

Mas, se eu lhe dissesse que o de R\$ 560,00, seria pago em 560 prestações mensais de R\$ 1,00, você muito possivelmente iria mudar sua opinião...eu mudaria. Rsrsrs

Sabe por quê? Porque esses R\$ 560,00 à data de hoje equivaleria a um valor bem menor do que os R\$ 500,00.

Portanto, não dá, na Matemática Financeira, para compararmos valores, se eles estiverem com prazos diferentes. Certo. Precisamos transportar esses valores para uma mesma data. Esta data, comum a todos, é chamada de **DATA FOCAL**.



Não vamos entender esse assunto como se fosse um novo tópico da Matemática Financeira. A ideia aqui é a mesma de toda Matemática Financeira:

Entender o comportamento do Capital em diversos Períodos de Tempo.

Exemplo:

No Regime Composto, uma dívida será paga daqui a 2 meses, a uma taxa de juro de 10% a.m. por R\$ 250.000,00. Quanto essa dívida equivale à data de hoje?

Pensem comigo:

$$\text{Valor Atual da Dívida} = A$$

Podemos dizer que A sofreu dois aumentos sucessivos de 10% e seu valor foi para R\$ 250.000,00, ok? Logo:

$$A \cdot 1,1 \cdot 1,1 = 250.000,00$$

$$A = \frac{250.000,00}{1,1 \cdot 1,1} = \text{R\$ } 206.611,57$$

Então, podemos concluir que os R\$ 250.000,00 equivalem, à data de hoje, R\$ 206.611,57.

Entenderam a ideia?



Tomando datas diferentes, capitais são equivalentes, quando transportados para uma mesma data focal, a uma mesma taxa de juros, determinam valores iguais.

Ou seja, no nosso exemplo seria indiferente pagar R\$ 250.000,00 ou R\$ 206.611,57, pois eles são capitais equivalentes. Ok?

Para os adoradores de fórmulas, temos o seguinte:

$$A = \frac{F}{(1 + i)^n}$$

ou

$$F = A (1 + i)^n$$

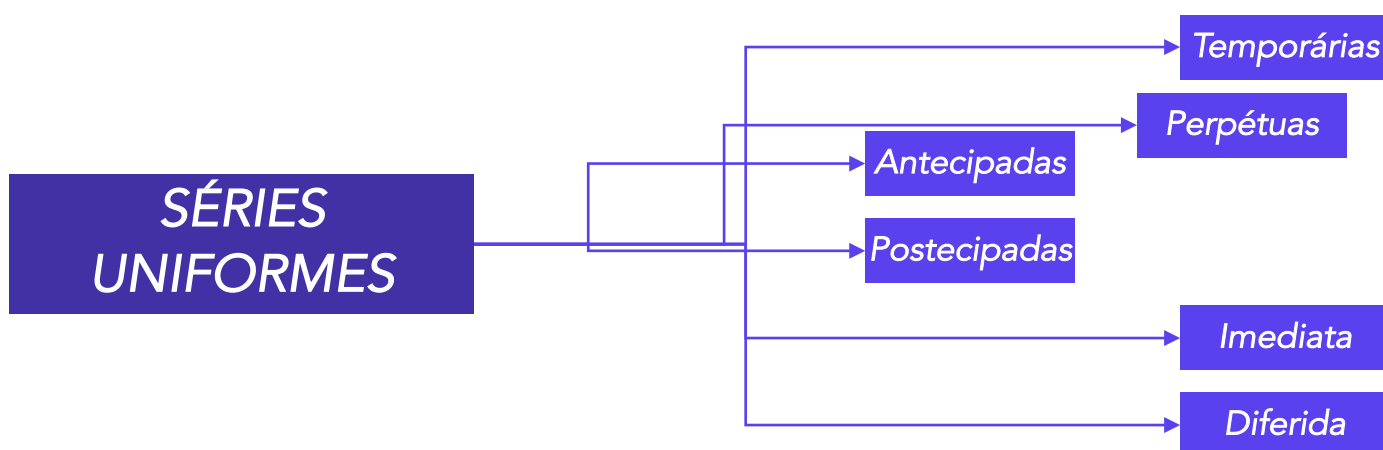


$A = \text{Valor Atual};$

$F = \text{Valor Futuro};$

Séries Uniformes / Sequências / Rendas Certas / Anuidades

Anuidade ou **Renda** corresponde ao valor de cada pagamento efetuado em intervalos de tempos iguais.



VALOR FUTURO (F) OU MONTANTE DE UMA RENDA CERTA:

Imagine que você queira ter daqui a 12 meses em sua conta corrente um montante de R\$ 50.000,00. Para isso, você depositará todo início de mês um mesmo valor que será capitalizado a uma taxa mensal de 2% a.m.. Pergunto-lhes: de quanto deverá ser o depósito mensal?

Prazo (n) = 12 meses

Montante ou Valor Futuro (F) = R\$ 50.000,00

Taxa (i) = 2% a.m.

Valor das Prestações (P) = ?

Fórmulas p/ o cálculo do Valor Futuro (F) em função das Prestações (P), numa série de pagamentos:

$$F = P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Vamos calcular separadamente: $\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{(1+0,02)^{12} - 1}{0,02} = \frac{(1,02)^{12} - 1}{0,02} = 13,412$



Logo:

$$F = P \cdot 13,412$$

$$50.000,00 = P \cdot 13,412$$

$$P = \text{R\$ } 3.728,00$$

Muitos agora devem estar preocupados do cálculo $p/\frac{(1+i)^n-1}{i}$. Mas, esses dados serão fornecidos nas questões, ok?

$$s_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 13,412$$

O valor $s_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ é denominado fator de valor futuro de séries uniformes ou fator de acumulação de capitais em uma série de pagamentos e será fornecido pelo enunciado da questão.

Vejam que a parte mais difícil de ser calculada, que é o fator de valor futuro, será fornecido pelo enunciado. O restante da fórmula fica até fácil de ser memorizada:



O Futuro (**F**) depende das Prestações (**P**) multiplicado pelo **Fator** de valor futuro.

O **Fator de Valor Futuro** pode assim ser representado:

$$s(n, i) = s_{n-i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Logo:

$$F = P \cdot s_{n-i}$$

VALOR ATUAL (A) OU PRESENTE DE UMA RENDA CERTA:

Sabemos que:



$$A = \frac{F}{(1+i)^n}$$

$$A = F \cdot \frac{1}{(1+i)^n} =$$

Mas, sabemos muito bem que: $F = P \cdot s_{n|i}$, logo, fazendo a substituição em F na equação anterior, temos que:

$$A = P \cdot s_{n|i} \cdot \frac{1}{(1+i)^n} =$$

$$A = P \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \cdot \frac{1}{(1+i)^n} =$$

$$A = P \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \right]$$

A Expressão $\frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$ é conhecida como **Fator de Valor Atual de Séries Uniformes**.

O **Fator de Valor Atual** pode assim ser representado:

$$a(n, i) = a_{n|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$$

Logo:

$$A = P \cdot a_{n|i}$$

Rendas Certas	
Valor Futuro (montante)	Valor Atual
$F = P \cdot s_{n i}$	$A = P \cdot a_{n i}$
Fator Valor Futuro	Valor Fator Atual
$s(n, i) = s_{n i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$a(n, i) = a_{n i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n}$

Não podemos ir a uma prova de Matemática Financeira sem termos essa ideia concretizada em nossa cabeça.



Rendas Certas Perpétuas

Perpetuidade significa que as prestações (P) serão infinitas. Dá para calcular o Valor Futuro (F) de algo que tende ao infinito? Claro que não, Allan.

De que forma você conseguiria retirar uma renda mensal de uma aplicação? Pensem aí.

Isso mesmo, retirando apenas o valor referente à renda da aplicação do capital. Vejam:

Eu apliquei uma quantia de R\$ 5.000,00 e, mensalmente, esse capital me dá um rendimento de 10%, ou seja, eu faço retiradas de R\$ 500,00 e deixo os R\$ 5.000,00 aplicados.

Valor Atual (A) = R\$ 5.000,00

Taxa (i) = 10% a.m.

Renda Perpétua (P) = R\$ 500,00

Portanto, podemos afirmar quê:

$$P = A \cdot i$$

Temos aqui uma renda perpétua de prestações constantes, não há aumento da renda. Ok?

E se a situação fosse essa:

Para usufruir perpetuamente de R\$ 500,00 mensais, reajustados mensalmente a uma taxa de 8%, aplicados a uma taxa de juros de 10% a.m., precisaremos de um título cujo Valor Atual será de:

$$P = A \cdot (i - g)$$

P = 500,00

A = ?

i = 10% a.m.

g = 8%

$$500,00 = A \cdot (0,1 - 0,08)$$

$$500,00 = A \cdot (0,02)$$

$$A = \text{R\$ } 25.000,00$$



Comparando as duas situações, vemos que o Valor Atual do segundo exemplo (R\$ 25.000,00) é maior, quando comparado ao do primeiro exemplo (R\$ 5.000,00), visto que o investidor está querendo um reajuste mensal de 8%, portanto o Valor Atual, necessariamente, deve ser maior.

Rendas Diferidas

Quem já não ficou tentado a comprar um carro agora e só começar a pagar daqui a 6 meses?

Mas, acredito que vocês não achem que nessa carência de 6 meses não haverá incidência de juros.

Claro que pagaremos juros nesse prazo de carência.

Pessoal, não podemos encarar as Rendas Diferidas como um novo conteúdo a ser estudado. A ideia é sempre utilizarmos o tempo para podermos quantificar o capital em determinado instante.

APOSTA ESTRATÉGICA

Sem dúvida, nossa aposta estratégica terá foco nas fórmulas de Renda Certas.

Rendas Certas	
Valor Futuro (montante)	Valor Atual
$F = P \cdot s_{n i}$	$A = P \cdot a_{n i}$
Fator Valor Futuro	Valor Fator Atual
$s(n, i) = s_{n i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$	$a(n, i) = a_{n i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i \cdot (1 + i)^n}$

PEGADINHAS ESTRATÉGICAS

Querido aluno, cada assertiva abaixo contém uma "casca de banana" – será que você vai escorregar em alguma? (rs)

A ideia aqui é induzi-lo levemente a cometer erros, não com o intuito de desanimá-lo, mas para que você aumente a retenção do conteúdo estudado!

Vamos lá?



1. No cálculo de equivalência simples e composta alguns cuidados têm de ser tomados, como por exemplo, colocar a taxa e tempo na mesma unidade e utilizar como data focal sempre a data zero, assim como ocorre no valor presente líquido.

Pessoal, tanto na equivalência **simples** como na **composta**, se a questão não tiver especificado nada, a data focal pode ser livremente escolhida.

Já no valor **presente líquido**, realmente a data focal é **sempre zero** como afirma o item.

2. No cálculo das rendas certas as parcelas são iguais e o regime de juros é simples e não precisa necessariamente ter a mesma distância de tempo entre as parcelas.

As **rendas certas** são calculadas através da seguinte expressão:

$$F = P \cdot S_{n-i}$$

Onde,

F é o Montante;

n é número de parcelas;

S_{n-i} é expresso da seguinte forma:

$$S_{n-i} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Nas **Rendas Certas** temos:

- Parcelas iguais;
- Mesma distância de tempo entre as parcelas;
- Sujeito a juros compostos.

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.





Questões CESGRANRIO

Q.01 (CESGRANRIO / Contador (PETROBRAS) / Júnior/2018)

A empresa X vai contratar a empresa Y para realizar um serviço no valor total de 10 milhões de reais. Tal valor será pago em três parcelas, cujos percentuais do valor total do serviço estão apresentados a seguir:

Parcela 1 – 17,5% no ato da contratação;

Parcela 2 – 22,0% para 12 meses após a assinatura do contrato;

Parcela 3 – 60,5% para 24 meses após a assinatura do contrato.

Qual é o valor atual desse contrato para a empresa X, considerando-se uma taxa mínima de atratividade de 10% a.a.?

- a) R\$ 8.570.000,00.
- b) R\$ 8.750.000,00.
- c) R\$ 9000.000,00.
- d) R\$ 9250.000,00.
- e) R\$ 9550.000,00.

Comentários:

Pessoal, esse é uma questão de valor atual de uma série de pagamentos.

A primeira coisa a ser feita é encontrar os valores das 3 parcelas. Sabendo que o valor total é de 10.000.000.

Parcela 1 – 17,5% no ato da contratação = $17,5\% \cdot 10.000.000 = 1.750.000$

Parcela 2 – 22,0% para 12 meses após a assinatura do contrato = $22\% \cdot 10.000.000 = 2.200.000$

Parcela 3 – 60,5% para 24 meses após a assinatura do contrato = $60,5\% \cdot 10.000.000 = 6.050.000$

A expressão para trazer as parcelas para o valor atual será a seguinte:

$$VA = P1 + \frac{P2}{(1+i)^n} + \frac{P3}{(1+i)^n}$$

A P1 já estar no valor atual.



$i = 10\%$ ao ano.

$$VA = 1.750.000 + \frac{2.200.000}{(1 + 0,1)^1} + \frac{6.050.000}{(1 + 0,1)^2}$$

$$VA = 1.750.000 + \frac{2.200.000}{(1 + 0,1)^1} + \frac{6.050.000}{(1 + 0,1)^2}$$

$$VA = 1.750.000 + \frac{2.200.000}{1,1^1} + \frac{6.050.000}{1,1^2}$$

$$VA = 1.750.000 + \frac{2.200.000}{1,1} + \frac{6.050.000}{1,21}$$

$$VA = 1.750.000 + 2.000.000 + 5.000.000$$

$$VA = 8.750.000$$

Gabarito: B

Q.02 (CESGRANRIO - Analista Júnior (TRANSPETRO) / Financeiro/2018)

Uma máquina pode ser comprada por 50 mil reais à vista ou a prazo, sendo 30% de entrada no ato da compra, e o restante em 6 prestações mensais, iguais e sucessivas, com taxa de juro de 3% ao mês, vencendo a primeira prestação dois meses após a data da compra.

Dados	
n	$cf = \frac{0,03}{1 - (1,03)^{-n}}$
2	0,5226
4	0,2690
6	0,1846
8	0,1425

Considerando-se a equivalência de capitais entre as opções apresentadas e as aproximações fornecidas no Quadro abaixo, a quantia que mais se aproxima do valor de cada prestação, em reais, é igual a

- a) 6.450,00.
- b) 6.500,00.



- c) 6.550,00.
- d) 6.600,00.
- e) 6.650,00.

Comentários:

Nessa questão, fala de uma máquina que se comprada à vista custa 50 mil, mas pode ser comorada com 30% de entrada e mais 6 parcelas mensais, iguais e sucessivas, com uma taxa de 3% ao mês. Além disso, diz que a primeira vence 2 meses depois da data da compra.

A banca fornece uma tabela com o coeficiente de financiamento.

$$cf = \frac{0,03}{1 - (1,03)^n}$$

Como teremos 6 parcelas utilizaremos o "n" igual a 6.

$$cf = \frac{0,03}{1 - (1,03)^6} = 0,1846$$

Sabemos que no ato da compra foi pago 30% de 50 mil (15.000). Logo, será financiado 35.000. Aplicando nesse valor o coeficiente de financiamento, teremos uma parcela de:

$$Parcela = Total\ financiado \cdot cf$$

$$Parcela = 35.000 \cdot 0,1846 = 6.461$$

Sendo que essa parcela corresponde a uma parcela um mês após o financiamento e na questão diz que a primeira parcela só será paga daqui a 2 meses. Desta forma, teremos que levá-la para o futuro.

$$Parcela = Parcela \cdot (1 + i)^n$$

$$Parcela = 6.461 \cdot (1 + 0,03)^1$$

$$Parcela = 6.461 \cdot 1,03$$

$$Parcela = 6.654,83$$

Portanto, podemos dizer que cada parcela será de aproximadamente **6.650**.

Gabarito: E

Q.03 (CESGRANRIO - Técnico (BR) / Administração/Controle Júnior/2015)



Uma pessoa pretende comprar um novo smartphone. Na loja, o smartphone é vendido em duas vezes sem entrada, isto é, o cliente não paga nada no ato da compra e paga duas prestações: uma ao final do primeiro mês, e outra ao final do segundo mês. As prestações são de R\$ 441,00, e a loja informa que cobra juros de 5% ao mês.

- a) 800.
- b) 820.
- c) 840.
- d) 880.
- e) 882.

Comentários:

Pessoal, essa questão pede-se o valor à vista do smartphone. Para isso, é dado o valor da prestação e taxa de juros. A questão informa que foram duas prestações uma um mês após a compra e outros dois meses.

$$P = 441$$

$$i = 5\% \text{ ao mês}$$

Essa é uma questão de valor atual e iremos utilizar a seguinte expressão:

$$VA = \frac{P1}{(1+i)^n} + \frac{P2}{(1+i)^n}$$

$$VA = \frac{441}{(1+0,05)^1} + \frac{441}{(1+0,05)^2}$$

$$VA = \frac{441}{1,05^1} + \frac{441}{1,05^2}$$

$$VA = \frac{441}{1,05} + \frac{441}{1,1025}$$

$$VA = 420 + 400$$

$$VA = 820$$

Gabarito: B

Q.04 (CESGRANRIO - Técnico Bancário Novo (CEF) / Administrativa/2008)



Um investimento consiste na realização de 12 depósitos mensais de R\$ 100,00, sendo o primeiro deles feito um mês após o início da transação. O montante será resgatado um mês depois do último depósito. Se a taxa de remuneração do investimento é de 2% ao mês, no regime de juros compostos, o valor do resgate, em reais, será

Dados: $1,02^{12} = 1,268242$

- a) 1.200,00.
- b) 1.224,00.
- c) 1.241,21.
- d) 1.368,03.
- e) 2.128,81.

Comentários:

Nessa questão, a banca fala de um investimento de 12 parcelas mensais de 100 reais cada, com a primeira feita um mês após o início da transação. E quer saber o montante a ser resgatado um mês após o último depósito.

A expressão a ser usada para achar o montante final será a seguinte.

$$VF = P \cdot \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Onde,

n = número de parcelas = 12

i = taxa de juros = 2% ao mês

VF = montante final

P = parcela = 100

$$VF = 100 \cdot \frac{(1 + 0,02)^{12} - 1}{0,02} = 100 \cdot \frac{1,02^{12} - 1}{0,02} = 100 \cdot \frac{1,268242 - 1}{0,02} = 100 \cdot \frac{0,268242}{0,02}$$

$$VF = 100 \cdot 13,4121$$

$$VF = 1341,21$$

Agora temos que pegar esse montante final e capitalizar por um mês, pois a banca quer o montante um mês após o último depósito.

$$\text{Valor resgatado} = VF \cdot (1 + i)^n$$



$$\text{Valor resgatado} = 1.341,21 \cdot (1 + 0,02)^1$$

$$\text{Valor resgatado} = 1.341,21 \cdot 1,02$$

$$\text{Valor resgatado} = 1.368,03$$

Gabarito: D

Q.05 (CESGRANRIO - Profissional Júnior (BR) /Engenharia de Produção/2012)

Um jogador de futebol, cansado de entrar em campo por anos e de nunca ter conquistado um título, deseja, ao se aposentar, retirar uma vez por ano o equivalente a R\$ 10.000,00 mensais, por um período infinito. Com um amigo investidor, ele conseguiu um fundo em que pode aplicar suas economias e que lhe garante rendimento de 10% ao ano.

Para alcançar seu objetivo, o jogador terá de aplicar

- a) R\$ 100.000,00.
- b) R\$ 109.090,90.
- c) R\$ 120.000,00.
- d) R\$ 1.000.000,00.
- e) R\$ 1.200.000,00.

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão de rendas perpétuas. O jogador deseja receber por um ano o valor mensal de R\$ 10.000. Isto é,

$$\text{Parcela anual} = 12 \times 10.000 = 120.000$$

A fórmula é dada por:

$$A = \frac{\text{Parcela anual}}{i}$$

Onde,

I = investimento que ele deve fazer para obter o valor de 10.000 mensal durante um ano.

i = taxa de juros = 10% ao ano

P = parcela anual.

$$A = \frac{120.000}{0,1} = 1.200.000$$



Gabarito: E

Questões FGV

Q.06 (FGV/Técnico Judiciário (TJ RO)/2021)

Jonas pediu um empréstimo de R\$ 5.000,00 em uma corretora, com juros de 2% ao mês e pagamento em duas partes (não necessariamente iguais), em 30 e 60 dias do empréstimo.

Ao fim de 30 dias, Jonas pagou R\$ 2.800,00 e, 30 dias depois, pagou o restante, liquidando a dívida.

O valor da segunda parcela que Jonas pagou para liquidar o empréstimo foi:

- a) R\$ 2300,00.
- b) R\$ 2346,00.
- c) R\$ 2400,00.
- d) R\$ 2402,00.
- e) R\$ 2600,00.

Comentários:

Na questão temos as seguintes informações:

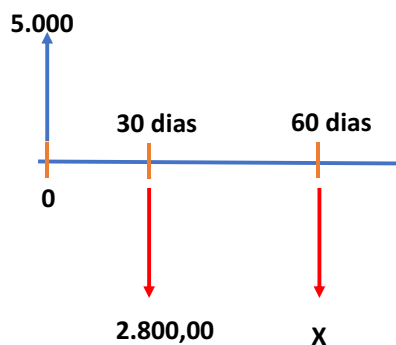
Empréstimo = 5.000,00

$i = 2\%$ ao mês

O empréstimo será pago em duas parcelas de 30 e 60 dias. Sendo a primeira no valor de 2.800,00. Deseja-se saber qual o valor da segunda parcela.

Na questão o valor do empréstimo será o valor presente (VP). O desenho da questão seria o seguinte:





Levando as parcelas para a data zero, podemos montar a equação da seguinte forma:

$$\begin{aligned}VP &= \frac{1^a}{(1+i)^1} + \frac{2^a}{(1+i)^2} \\VP &= \frac{2.800}{(1+0,02)^1} + \frac{X}{(1+0,02)^2} \\5.000 &= \frac{2.800}{1,02} + \frac{X}{1,02^2} \\\frac{5.000 \cdot 1,02^2}{1,02^2} &= \frac{2.800 \cdot 1,02 + X}{1,02^2} \\5.000 \cdot 1,0404 &= 2.856 + X \\5.202 &= 2.856 + X \\X &= \mathbf{2.346,00}\end{aligned}$$

Gabarito: B

Q.07 (FGV/Analista Legislativo (ALERO) / Economia/2018)

Suponha que um consumidor entre em uma loja e verifique que o preço à vista de um ar condicionado é de R\$ 1.000,00. No entanto, ele opta pelo financiamento, que exige uma entrada de R\$ 200,00 e mais duas parcelas mensais iguais com taxa efetiva mensal de juros de 1%, sob regime composto.

O valor de cada parcela será igual a

a) R\$ 808,00.

b) R\$ 406,01.



c) R\$ 404,25.

d) R\$ 402,50.

e) R\$ 507,51.

Comentários:

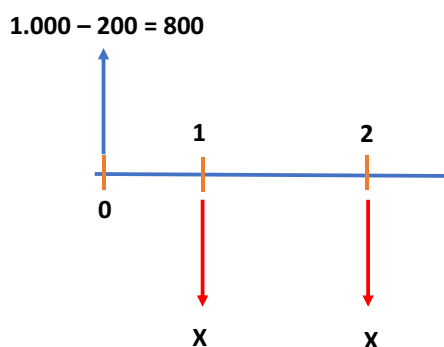
Na questão temos as seguintes informações:

Ar-condicionado à vista = 1.000,00

A prazo com 200,00 de entrada e mais duas parcelas mensais iguais com juros de 1% ao mês

Deseja-se saber qual o valor da parcela.

Na questão o valor do ar-condicionado será o valor presente (VP). O desenho da questão seria o seguinte:



Levando as parcelas para a data zero, podemos montar a equação da seguinte forma:

$$VP = \frac{X}{(1+i)^1} + \frac{X}{(1+i)^2}$$

$$800 = \frac{X}{(1+0,01)^1} + \frac{X}{(1+0,01)^2}$$

$$800 = \frac{X}{1,01} + \frac{X}{1,01^2}$$

$$\frac{800 \cdot 1,01^2}{1,01^2} = \frac{X \cdot 1,01 + X}{1,01^2}$$

$$800 \cdot 1,0201 = 1,01X + X$$



$$816,08 = 2,01X$$

$$X = 406,01$$

Gabarito: B

Q.08 (FGV / Pref. Salvador / 2019)

Tiago fez um empréstimo de R\$ 3000,00 para pagar em duas parcelas com vencimento em 30 e 60 dias, com juros de 10% ao mês no regime de juros compostos.

Se a primeira parcela foi de R\$ 1700,00, o valor da segunda parcela que liquidou a dívida foi de

- a) R\$ 1430,00.
- b) R\$ 1680,00.
- c) R\$ 1760,00.
- d) R\$ 1900,00.
- e) R\$ 1930,00.

Comentários:

Temos, conforme dito no enunciado, uma questão de **Equivalência Composta**. Vamos aos elementos que determinam à operação:

Valor Presente (A), Taxa (i): 10% a.m, Prazo (n) e Valor Futuro (F):

Para resolver a questão, exige-se o conhecimento da fórmula a seguir no regime composto:

$$A = F \cdot \frac{1}{(1+i)^n} \text{ ou ainda:}$$

$$F = A \cdot (1+i)^n$$

Vamos levar os valores para datas futuras, sabemos que, nesses casos, fica mais fácil multiplicar do que dividir, ok?

$$3000 \cdot (1+i)^2 = 1700 \cdot (1+i)^1 + P_2 \cdot (1+i)^0$$

$$3000 \cdot (1+0,1)^2 = 1700 \cdot (1+0,1)^1 + P_2 \cdot (1+0,1)^0$$

$$3000 \cdot (1,1)^2 = 1700 \cdot (1,1)^1 + P_2 \cdot (1,1)^0$$

$$P_2 = 3000 \cdot (1,1)^2 - 1700 \cdot (1,1)^1$$

$$P_2 = 1760,00$$

Gabarito: C



Q.09 (FGV / Pref. Niterói / 2015)

Um indivíduo precisa pagar três parcelas para quitar a compra de um terreno. São cobrados juros compostos de 30% ao semestre. As parcelas são de R\$ 120.000,00; R\$ 180.000,00 e R\$ 338.000,00 e vencem em seis meses, um ano e dois anos, respectivamente.

Esses três pagamentos podem ser substituídos por um único pagamento, daqui a um ano, no valor, em reais, de:

- a) 458.461,54;
- b) 518.461,54;
- c) 536.000,00;
- d) 596.000,00;
- e) 638.000,00.

Comentários:

Semestre 1: 120.000,00

Semestre 2: 180.000,00

Semestre 3: 338.000,00

O valor dos três pagamentos para serem quitados em uma única parcela no Segundo Semestre, ou seja, daqui a um ano, será dado por:

$$= P_1 \cdot (1 + 0,3)^1 + P_2 \cdot (1 + 0,3)^0 + \frac{P_3}{(1 + 0,3)^2} =$$

- A Parcela 1 precisou avançar um semestre;
- A Parcela 2 já se encontra na data certa; e
- A Parcela 3 precisou retornar dois semestres.

Primeiro Semestre: $120.000 \cdot 1,3 = \underline{156.000,00}$

Segundo Semestre: 180.000,00

Terceiro Semestre: $\frac{338.000,00}{(1+0,3)^2} = \underline{200.000,00}$

Valor Total para pagamento no Segundo Semestre
= 536.000,00 =

Gabarito: C



A partir de 10/01/23 irei postar em meu Instagram resoluções de MATEMÁTICA FINANCEIRA, sigam:



Prof. Allan Maux

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Questões CESGRANRIO

Q.01 (CESGRANRIO - Contador (PETROBRAS) / Júnior/2018)

A empresa X vai contratar a empresa Y para realizar um serviço no valor total de 10 milhões de reais. Tal valor será pago em três parcelas, cujos percentuais do valor total do serviço estão apresentados a seguir:

Parcela 1 – 17,5% no ato da contratação;

Parcela 2 – 22,0% para 12 meses após a assinatura do contrato;

Parcela 3 – 60,5% para 24 meses após a assinatura do contrato.

Qual é o valor atual desse contrato para a empresa X, considerando-se uma taxa mínima de atratividade de 10% a.a.?

- a) R\$ 8.570.000,00.
- b) R\$ 8.750.000,00.
- c) R\$ 9000.000,00.
- d) R\$ 9250.000,00.
- e) R\$ 9550.000,00.

Q.02 (CESGRANRIO - Analista Júnior (TRANSPETRO) / Financeiro/2018)

Uma máquina pode ser comprada por 50 mil reais à vista ou a prazo, sendo 30% de entrada no ato da compra, e o restante em 6 prestações mensais, iguais e sucessivas, com taxa de juro de 3% ao mês, vencendo a primeira prestação dois meses após a data da compra.



Dados	
n	$cf = \frac{0,03}{1-(1,03)^{-n}}$
2	0,5226
4	0,2690
6	0,1846
8	0,1425

Considerando-se a equivalência de capitais entre as opções apresentadas e as aproximações fornecidas no Quadro abaixo, a quantia que mais se aproxima do valor de cada prestação, em reais, é igual a

- a) 6.450,00.
- b) 6.500,00.
- c) 6.550,00.
- d) 6.600,00.
- e) 6.650,00.

Q.03 (CESGRANRIO - Técnico (BR) /Administração/Controle Júnior/2015)

Uma pessoa pretende comprar um novo smartphone. Na loja, o smartphone é vendido em duas vezes sem entrada, isto é, o cliente não paga nada no ato da compra e paga duas prestações: uma ao final do primeiro mês, e outra ao final do segundo mês. As prestações são de R\$ 441,00, e a loja informa que cobra juros de 5% ao mês.

- a) 800.
- b) 820.
- c) 840.
- d) 880.
- e) 882.

Q.04 (CESGRANRIO - Técnico Bancário Novo (CEF) / Administrativa/2008)

Um investimento consiste na realização de 12 depósitos mensais de R\$ 100,00, sendo o primeiro deles feito um mês após o início da transação. O montante será resgatado um mês depois do último depósito. Se a taxa de remuneração do investimento é de 2% ao mês, no regime de juros compostos, o valor do resgate, em reais, será

Dados: $1,0212=1,268242$

- a) 1.200,00.
- b) 1.224,00.



- c) 1.241,21.
- d) 1.368,03.
- e) 2.128,81.

Q.05 (CESGRANRIO - Profissional Júnior (BR) /Engenharia de Produção/2012)

Um jogador de futebol, cansado de entrar em campo por anos e de nunca ter conquistado um título, deseja, ao se aposentar, retirar uma vez por ano o equivalente a R\$ 10.000,00 mensais, por um período infinito. Com um amigo investidor, ele conseguiu um fundo em que pode aplicar suas economias e que lhe garante rendimento de 10% ao ano.

Para alcançar seu objetivo, o jogador terá de aplicar

- a) R\$ 100.000,00.
- b) R\$ 109.090,90.
- c) R\$ 120.000,00.
- d) R\$ 1.000.000,00.
- e) R\$ 1.200.000,00.

Questões FGV

Q.06 (FGV/Técnico Judiciário (TJ RO) / 2021)

Jonas pediu um empréstimo de R\$ 5.000,00 em uma corretora, com juros de 2% ao mês e pagamento em duas partes (não necessariamente iguais), em 30 e 60 dias do empréstimo.

Ao fim de 30 dias, Jonas pagou R\$ 2.800,00 e, 30 dias depois, pagou o restante, liquidando a dívida.

O valor da segunda parcela que Jonas pagou para liquidar o empréstimo foi:

- a) R\$ 2300,00.
- b) R\$ 2346,00.
- c) R\$ 2400,00.
- d) R\$ 2402,00.
- e) R\$ 2600,00.



Q.06 (FGV/Analista Legislativo (ALERO) / Economia/2018)

Suponha que um consumidor entre em uma loja e verifique que o preço à vista de um ar condicionado é de R\$ 1.000,00. No entanto, ele opta pelo financiamento, que exige uma entrada de R\$ 200,00 e mais duas parcelas mensais iguais com taxa efetiva mensal de juros de 1%, sob regime composto.

O valor de cada parcela será igual a

- a) R\$ 808,00.
- b) R\$ 406,01.
- c) R\$ 404,25.
- d) R\$ 402,50.
- e) R\$ 507,51.

Q.08 (FGV / Pref. Salvador / 2019)

Tiago fez um empréstimo de R\$ 3000,00 para pagar em duas parcelas com vencimento em 30 e 60 dias, com juros de 10% ao mês no regime de juros compostos.

Se a primeira parcela foi de R\$ 1700,00, o valor da segunda parcela que liquidou a dívida foi de

- a) R\$ 1430,00.
- b) R\$ 1680,00.
- c) R\$ 1760,00.
- d) R\$ 1900,00.
- e) R\$ 1930,00.

Q.09 (FGV / Pref. Niterói / 2015)

Um indivíduo precisa pagar três parcelas para quitar a compra de um terreno. São cobrados juros compostos de 30% ao semestre. As parcelas são de R\$ 120.000,00; R\$ 180.000,00 e R\$ 338.000,00 e vencem em seis meses, um ano e dois anos, respectivamente.

Esses três pagamentos podem ser substituídos por um único pagamento, daqui a um ano, no valor, em reais, de:

- a) 458.461,54;
- b) 518.461,54;
- c) 536.000,00;
- d) 596.000,00;
- e) 638.000,00.



Gabarito

GABARITO



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
B	E	B	D	E	B	B	C	C	*



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.