By @kakashi_copiador

Índice

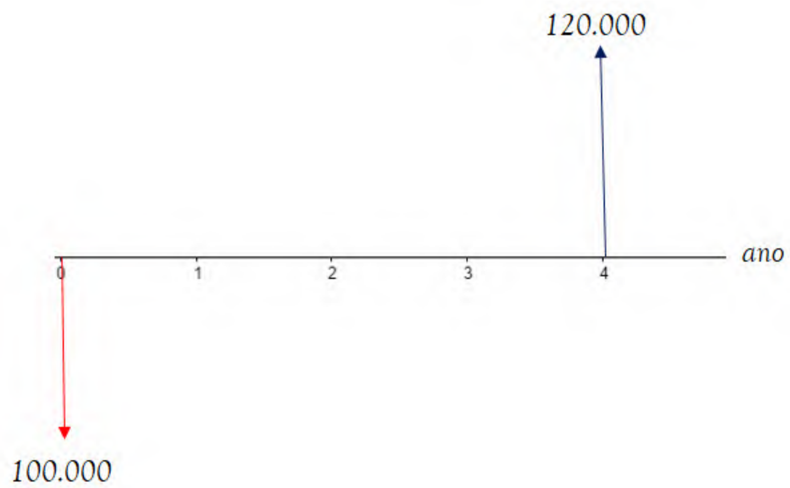
Fluxo de Caixa

Na matemática financeira, o **Diagrama do Fluxo de Caixa** é a **representação gráfica** das operações de Capital (entradas e saídas) em uma reta horizontal crescente estabelecida como o tempo.

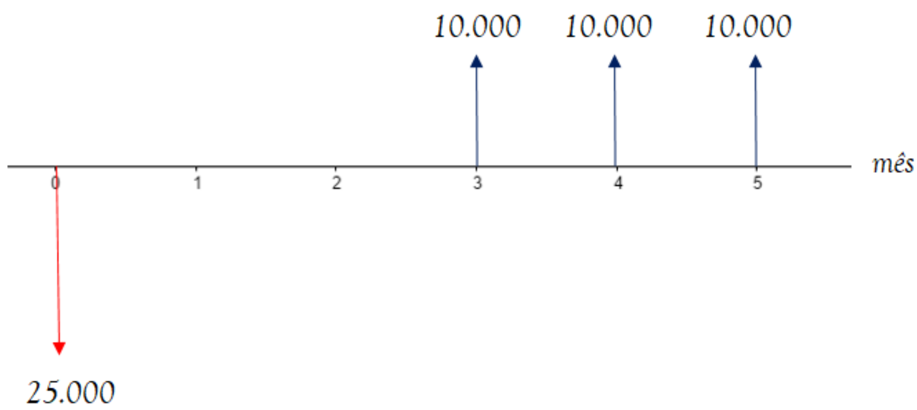
Por convenção, a entrada de Capital será representada com uma seta vertical para cima, enquanto que, a saída de Capital, uma seta vertical para baixo.

Vejamos alguns exemplos:

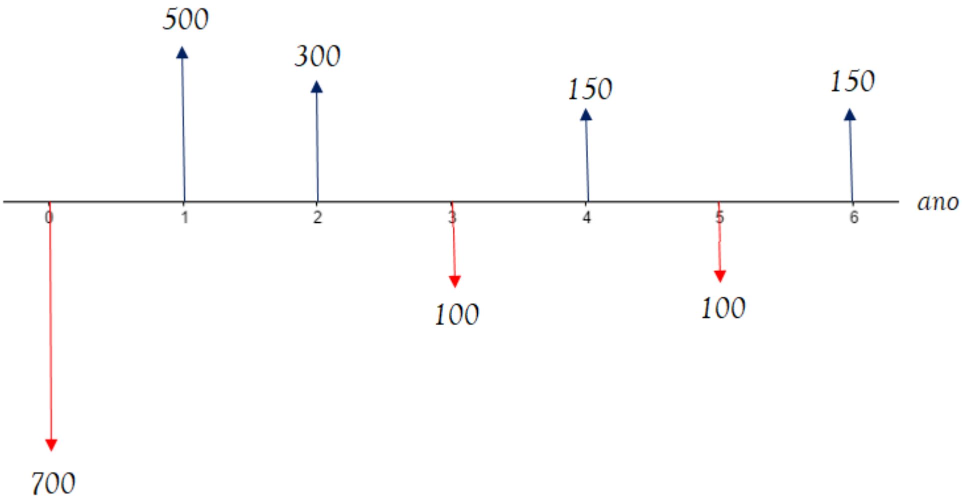
Exemplo 1: Investimento de R$ 100.000,00 no dia de hoje para recebimento de R$ 120.000,00 daqui a 4 anos.



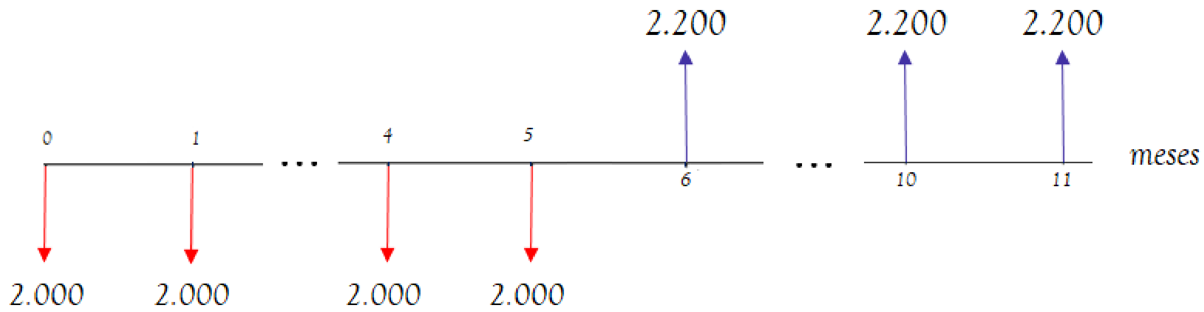
Exemplo 2: Aplicação de R$ 25.000,00 e recebimento de 3 parcelas mensais sucessivas de R$ 10.000,00, sendo o primeiro recebimento 3 meses após a aplicação.



Exemplo 3: Represente um fluxo de caixa de investimento inicial de 700 com receita de 500 no primeiro ano, 300 no segundo, 150 no quarto, 150 no sexto e desembolso de 100 no terceiro e no quinto ano.



Exemplo 4: 6 aplicações mensais e sucessivas de R$ 2.000,00, sendo a primeira aplicação na data de hoje e mais 6 saques sucessivos de R$ 2.200,00, sendo o primeiro saque 1 mês após o final das aplicações.



TOME NOTA!

Duas observações antes de prosseguirmos:

Obs. 1: Dificilmente cairá na sua prova uma questão sobre o Diagrama de Fluxo de Caixa. Estudamos o fluxo para **melhor compreensão** e análise das situações trazidas nos problemas que virão a seguir. É a base que necessitamos para prosseguir na matéria.

Muitos alunos avançados nem ao menos desenham o fluxo na hora da prova. Porém, eu farei questão de fazer a **representação gráfica em TODOS os exercícios** para que você entenda perfeitamente o enunciado.

Obs. 2: A conveção adotada, isto é, seta para cima e para baixo, não necessariamente deve ser seguida. Todavia, o que você não pode fazer é manter no mesmo sentido uma seta onde há saída e outra onde há entrada de capital. Logicamente, entradas e saídas devem ter sentidos contrários.

OPERAÇÕES FINANCEIRAS

Estudaremos, agora, como "transportar" uma parcela no tempo, ou seja, iremos entender como levar uma parcela presente para o futuro (capitalização) e como trazer uma parcela do futuro para o presente (desconto ou descapitalização). E isso vai depender do **regime dos juros**, se simples ou composto.

- Para a **Capitalização Simples** usaremos as seguintes fórmulas:

$$\boldsymbol{VF = VP \times (1 + i \times t)} \quad ou \quad \boldsymbol{VP = \frac{VF}{(1 + i \times t)}}$$

- Já para a **Capitalização Composta**, as equações serão:

$$\boldsymbol{VF = VP \times (1 + i)^t} \quad ou \quad \boldsymbol{VP = \frac{VF}{(1 + i)^t}}$$

Onde,

$VF = Valor\ Futuro$

$VP = Valor\ Presente\ ou\ Valor\ Atual$

$i = taxa\ de\ juros$

$t = período$

Perceba que essas equações são análogas às equações do Montante estudadas nas aulas de regime de juros.

$$Regime\ Simples \rightarrow \quad M = C \times (1 + i \times t)$$

$$Regime\ Composto \rightarrow \quad M = C \times (1 + i)^t$$

Porém, no estudo da aula de hoje, o Montante será sempre entendido como o Valor Futuro e o Capital, como Valor Presente.

$$Montante \rightarrow Valor\ Futuro$$

$$Capital \rightarrow Valor\ Presente\ ou\ Valor\ Atual$$

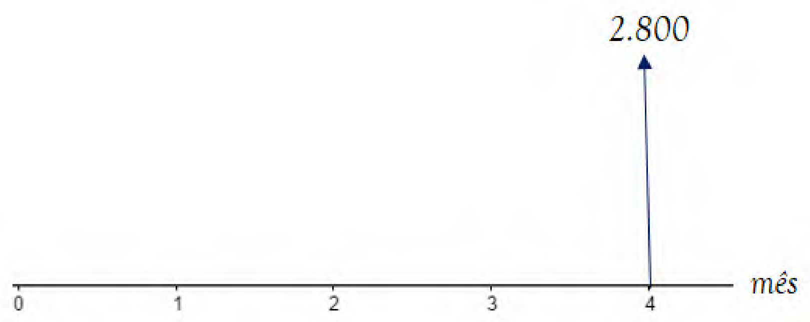
Operações Financeiras

Juros Simples → $VF = VP \times (1 + i \times t)$ ou $VP = \dfrac{VF}{(1 + i \times t)}$

Juros Compostos → $VF = VP \times (1 + i)^t$ ou $VP = \dfrac{VF}{(1 + i)^t}$

Vejamos alguns exemplos

Exemplo 1: Determine o Valor Presente do Fluxo de caixa para uma taxa de juros simples de 10% ao mês.

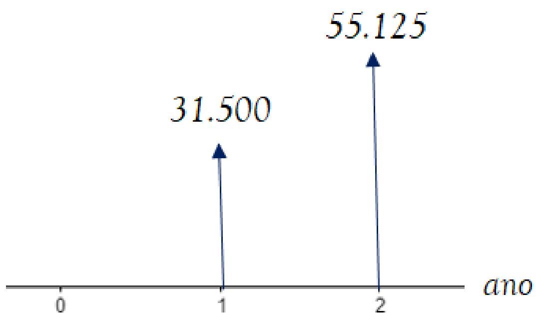


Observe que para calcular o VP teremos que transportar essa parcela (Valor Futuro) 4 períodos para trás, isto é, descapitalizá-la. Vamos aplicar a fórmula do Valor Presente em **regime de juros simples** e calcular seu valor.

$$VP = \frac{VF}{(1 + i \times t)}$$

$$VP = \frac{2.800}{(1 + 0{,}1 \times 4)} = \frac{2.800}{1{,}4} \rightarrow \boldsymbol{VP = 2.000}$$

Exemplo 2: Calcule o Valor Presente do fluxo abaixo para uma taxa de juros compostos de 5% ao ano.



Nesse caso, o **Valor Presente** será igual a soma do Valor Presente da primeira parcela mais o Valor Presente da segunda parcela.

$$VP = VP_1 + VP_2$$

Para calcular o Valor Presente vamos utilizar a fórmula estudada para o **regime de juros compostos** e calcular cada parcela separadamente.

Perceba que a primeira parcela será descontada por um período de 1 ano enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 anos.

$$VP_1 = \frac{VF_1}{(1+i)^{t_1}} \quad \rightarrow \quad VP_1 = \frac{31.500}{(1+0{,}05)^1} = \frac{31.500}{1{,}05} \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_1 = 30.000}}$$

$$VP_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \quad \rightarrow \quad VP_2 = \frac{55.125}{(1+0{,}05)^2} = \frac{55.125}{1{,}1025} \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_2 = 50.000}}$$

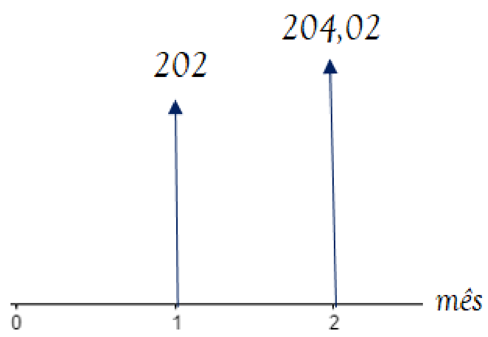
Logo, o **Valor Presente** desse fluxo de caixa será igual a:

$$VP = VP_1 + VP_2$$

$$VP = 30.000 + 50.000 \quad \rightarrow \boldsymbol{VP = 80.000}$$

Exemplo 3: Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R$ 204,02. Qual é o valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal?

Graficamente teremos a seguinte situação:



O **Valor à vista** (Valor Presente no momento "0") será dado pela soma do Valor Presente da primeira mais o Valor Presente da segunda parcela ambas descapitalizadas a uma taxa de **juros compostos** de 1% ao mês.

$$VP = VP_1 + VP_2$$

Observe que a primeira parcela será descontada por um período de 1 mês enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 meses.

$$VP_1 = \frac{VF_1}{(1+i)^{t_1}} \rightarrow VP_1 = \frac{202}{(1+0{,}01)^1} = \frac{202}{1{,}01} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_1 = 200}}$$

$$VP_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \rightarrow VP_2 = \frac{204{,}02}{(1+0{,}01)^2} = \frac{204{,}02}{1{,}0201} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_2 = 200}}$$

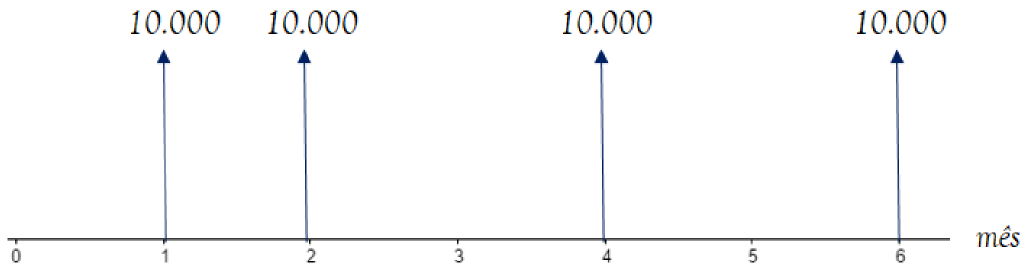
Logo, o **valor à vista**, em real, que deverá constar na nota fiscal será igual a:

$$VP = VP_1 + VP_2$$

$$VP = 200 + 200 \rightarrow \boldsymbol{VP = 400}$$

Exemplo 4: Uma empresa decide adquirir um imóvel em 4 prestações iguais de R$ 10.000,00 vencíveis em 30, 60, 120 e 180 dias, respectivamente. A taxa de juros composta cobrada foi de 5% ao mês. Caso essa companhia quisesse comprar o imóvel à vista, qual seria a equação do valor que ela deveria desembolsar?

Primeiro passo é representar graficamente o enunciado.



Atente-se para a conversão da unidade do período (dia) para a unidade da taxa de juros (mês), pois necessariamente devem coincidir. 30, 60, 120 e 180 dias, equivalem, respectivamente, a 1, 2, 4 e 6 meses.

Então, o **Valor Presente** (à vista) do imóvel será dado pela soma individual do Valor Presente de cada parcela apresentada acima.

$$VP = VP_1 + VP_2 + VP_3 + VP_4$$

Perceba que a primeira parcela será descontada por um período de 1 mês enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 meses, a terceira parcela por um período de 4 meses e a quarta parcela por um período de 6 meses.

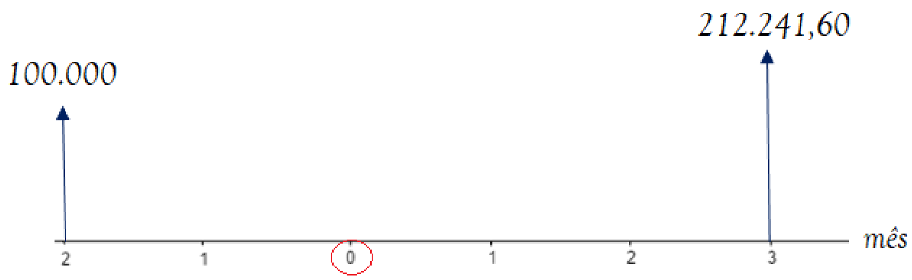
$$VP = \frac{VF_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} + \frac{VF_3}{(1+i)^{t_3}} + \frac{VF_4}{(1+i)^{t_4}}$$

$$\boldsymbol{VP = \frac{10.000}{(1+0,05)^1} + \frac{10.000}{(1+0,05)^2} + \frac{10.000}{(1+0,05)^4} + \frac{10.000}{(1+0,05)^6}}$$

Essa, então, seria a **equação utilizada para o cálculo do valor** que a companhia deveria desembolsar caso quisesse comprar o imóvel à vista.

Exemplo 5: Um banco comercial fez um acordo com uma empresa para liquidar um empréstimo de R$100.000,00 vencido há dois meses, e ainda antecipar o pagamento de outro de R$212.241,60 com três meses a decorrer do seu vencimento. No acordo, a taxa de juros, em regime composto, foi estipulada em 2% ao mês para ambos os casos. Qual será o valor total do pagamento dos dois empréstimos que a empresa deve fazer junto ao banco na data presente?

Vamos representar graficamente o enunciado.



Observe que essa questão já começa a "fugir" da linha das demais. Em toda aula eu digo e agora repito, não apenas decore as fórmulas. Saiba **interpretar** o problema.

Perceba que na **data presente** (data "0"), o valor que a empresa deverá pagar será igual ao **Valor Futuro da primeira parcela** referente ao empréstimo vencido há 2 meses **mais o Valor Presente** do empréstimo que deverá ser pago 3 meses no futuro.

Enfatizando. A primeira parcela será transportada do passado para o futuro. Logo, teremos de calcular seu Valor Futuro. Enquanto que a segunda parcela será transportada de um tempo futuro para o passado, ou seja, teremos de calcular o Valor Presente desta.

$$pgto = VF_1 + VP_2$$

Vamos calcular separadamente cada parcela.

- Valor Futuro da primeira parcela vencida há 2 meses.

$$VF_1 = VP_1 \times (1+i)^{t_1} \quad \rightarrow \quad VF_1 = 100.000 \times (1+0{,}02)^2 = 100.000 \times 1{,}0404 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VF_1 = 104.040}}$$

- Valor Presente da segunda parcela que irá vencer daqui a 3 meses.

$$VP_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \quad \rightarrow \quad VP_2 = \frac{212.241{,}60}{(1+0{,}02)^3} = \frac{212.241{,}60}{1{,}061208} \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_2 = 200.000}}$$

Sendo assim, o **valor total do pagamento** dos dois empréstimos que a empresa deve fazer junto ao banco na data presente será:

$$pgto = VF_1 + VP_2$$

$$pgto = 104.040 + 200.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{pgto = 304.040}$$

Após esses exercícios você já começa a ter uma noção de como **trabalhar com o valor do dinheiro no tempo**.

No **regime de Juros Compostos**, se você quiser transportar a parcela para a direita, isto é, para o futuro, multiplique pelo fator $(1+i)^t$.

E se, ao contrário, você pretende trazer a parcela do futuro para algum tempo anterior, divida por $(1+i)^t$.

No **regime de Juros Simples**, a mecânica é a mesma. Porém, o fator de multiplicação/divisão será $(1+i\times t)$.

ESQUEMATIZANDO

Deslocar para a direita $\longrightarrow$ $\times\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{t}$

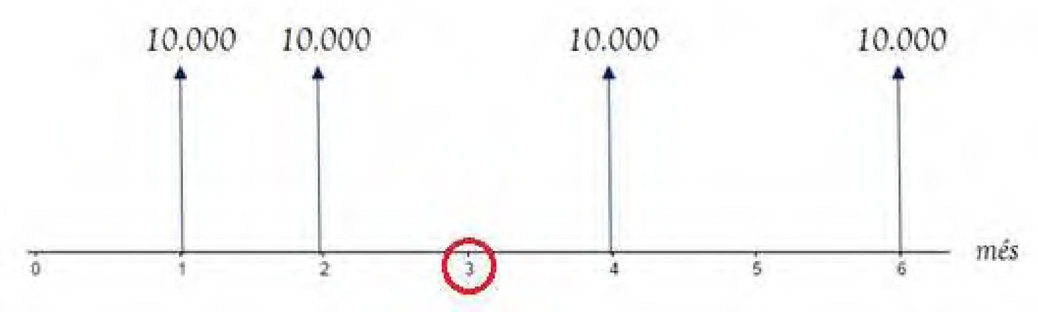
Deslocar para a esquerda $\longrightarrow$ $\div\,(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{t}$

Obs.: Em juros Simples, o fator de multiplicação/divisão será $(1+i\times t)$

Exemplo 6: Vamos retornar ao exemplo 4 e imaginar um pagamento único total no terceiro mês.

Uma empresa decide adquirir um imóvel em 4 prestações iguais de R$ 10.000,00 vencíveis em 30, 60, 120 e 180 dias, respectivamente. A taxa de juros composta cobrada foi de 5% ao mês. Caso essa companhia quisesse comprar o imóvel **em 1 só prestação vencível no TERCEIRO mês**, qual seria a equação do valor que ela deveria desembolsar?

Vejamos a representação gráfica novamente.



Observe que, como queremos a parcela no tempo “3”, vamos deslocar a primeira parcela 2 unidades para a direita e a segunda parcela 1 unidade para a direita também. Já a terceira parcela será deslocada 1 unidade para a esquerda e a quarta parcela, 3 unidades para a esquerda.

Como se trata de juros compostos, temos que:

$$\textit{Deslocar para a } \underline{\textit{direita}} \longrightarrow \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{t}}$$

$$\textit{Deslocar para a } \underline{\textit{esquerda}} \longrightarrow \div (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{t}}$$

Então, o Valor no tempo 3 seria:

$$V = 10.000 \times (1 + 0{,}05)^2 + 10.000 \times (1 + 0{,}05)^1 + \frac{10.000}{(1 + 0{,}05)^1} + \frac{10.000}{(1 + 0{,}05)^3}$$

Essa seria a equação para o pagamento total no tempo 3.

É muito **importante** que você entenda a fórmula acima pois ela irá **agilizar os cálculos** na hora da prova. Se você entendeu, pode pular a continuação da resolução. Caso ainda restem dúvidas, irei resolver passo a passo para que você compreenda perfeitamente e, nas próximas questões, já comece a fazer de uma forma mais automática.

Observe que, no tempo 3, o pagamento será constituído pelo Valor Futuro da primeira parcela mais o Valor Futuro da segunda parcela, mais o Valor Presente da terceira parcela mais o Valor Presente da quarta parcela.

Valor Futuro da primeira e da segunda pois, estamos levando essas parcelas para um tempo mais à frente. Estamos levando-as, respectivamente, do tempo 1 e 2 para o tempo 3.

Valor Presente da terceira e da quarta pois estamos trazendo essas 2 parcelas de tempo futuro para um tempo anterior. A terceira parcela está sendo transportada do tempo 4 para o tempo 3 enquanto que a quarta parcela está sendo descontada do tempo 6 para o tempo 3.

Então, o valor V do pagamento será igual a:

$$V = VF_1 + VF_2 + VP_3 + VP_4$$

Vamos calcular cada parcela separadamente com base nas fórmulas do regime de juros compostos.

- Para a primeira e segunda parcela teremos:

$$VF_1 = VP_1 \times (1+i)^{t_1} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VF_1 = 10.000 \times (1+0,05)^2}}$$

$$VF_2 = VP_2 \times (1+i)^{t_2} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VF_2 = 10.000 \times (1+0,05)^1}}$$

- Para a terceira e quarta parcela:

$$VP_3 = \frac{VF_3}{(1+i)^{t_3}} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_3 = \frac{10.000}{(1+0,05)^1}}}$$

$$VP_4 = \frac{VF_4}{(1+i)^{t_4}} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_4 = \frac{10.000}{(1+0,05)^3}}}$$

Logo, a equação para pagamento total no tempo 3 será igual a:

$$V = VF_1 + VF_2 + VP_3 + VP_4$$

$$\boldsymbol{V = 10.000 \times (1+0,05)^2 + 10.000 \times (1+0,05)^1 + \frac{10.000}{(1+0,05)^1} + \frac{10.000}{(1+0,05)^3}}$$

Então, **não se esqueça**:

- Para deslocar a parcela para a <u>direita</u>, isto é, para um tempo futuro, **multiplicamos** por $(1+i)^t$.

- Para deslocar a parcela para a <u>esquerda</u>, isto é, de um tempo futuro para um tempo anterior, **dividimos** por $(1+i)^t$.

Obs.: Em juros Simples, o fator de multiplicação/divisão será $(1 + i \times t)$

EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

Estudamos, até agora, a base necessária para entender a **Equivalência de Capitais**. Vimos como montar um diagrama de fluxo de caixa e como deslocar parcelas no tempo.

Em seguida, iremos estudar o conceito de Capitais Equivalentes e resolver uma série de exercícios de concursos para fixarmos esse assunto que "despenca" em prova.

Definição

Dois ou mais capitais, resgatáveis em datas distintas, são equivalentes quando, transportados para uma mesma data na linha do tempo à mesma taxa de juros, resultarem em valores iguais.

Em matemática financeira, sempre que quisermos comparar dois capitais, devemos transportá-los para uma mesma data (a uma mesma taxa de juros). E assim, podemos constatar se são iguais (equivalentes) ou não.

Propriedade Fundamental da Equivalência de Capitais

Quando verificarmos que dois (ou mais) Capitais são equivalentes em **regime de Juros Compostos** em uma data focal, essa equivalência permanecerá válida para qualquer outra data.

Explicando melhor. Suponha que você verificou que dois Capitais são equivalentes no tempo presente $t=0$. Isso quer dizer que, em regime de Juros Compostos, esses Capitais também serão equivalentes em $t=1$, $t=2$, $t=3$, etc.

Ou seja, em regime de Juros Compostos, a comparação de Capitais **NÃO DEPENDE da data focal**. Você pode **escolher em qual data** na linha do tempo irá proceder com a equivalência.

Geralmente, iremos escolher **datas futuras** para comparar, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir.

Vamos praticar com algumas **questões de concursos**.

(Inédita - 2022) Uma inscrição de concurso para Auditor fiscal pode ser paga à vista ou por meio de 3 prestações mensais, iguais e consecutivas, no valor de R$ 88,20, sendo a primeira delas paga no ato da inscrição.

Se a banca do concurso cobra juros compostos de 5% a.m. nos pagamentos parcelados, o valor à vista da inscrição é:

a) R$ 264,60
b) R$ 252,20;
c) R$ 250,40;
d) R$ 248,20;
e) R$ 246,80;

Comentários:

Vejamos as duas opções de pagamento da inscrição no fluxo de caixa:

Então, no tempo $t = 0$ o Valor Atual é igual a igual a:

$$VA = VA_1 + VA_2 + VA_3$$

Para calcular o Valor Presente vamos utilizar a fórmula estudada para o **regime de juros compostos** e calcular cada parcela separadamente.

Perceba que a primeira parcela já está no tempo 0. A segunda parcela será descontada por um período de 1 mês enquanto que a terceira parcela será descontada por um período de 2 meses.

$$\boxed{\boldsymbol{VA_1 = 88,20}}$$

$$VA_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \rightarrow VA_2 = \frac{88{,}20}{(1+0{,}05)^1} = \frac{88{,}20}{1{,}05} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VA_2 = 84}}$$

$$VA_3 = \frac{VF_3}{(1+i)^{t_3}} \rightarrow VA_3 = \frac{88{,}20}{(1+0{,}05)^2} = \frac{88{,}20}{1{,}1025} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VA_3 = 80}}$$

Logo, o Valor Presente a pagar será igual a:

$$VA = VA_1 + VA_2 + VA_3$$

$$VA = 88{,}20 + 84 + 80 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA} = 252{,}20$$

Na hora da prova, você certamente **resolverá da seguinte maneira**.

As duas opções de compra devem ser equivalentes. Vamos equivaler os capitais no tempo $t = 0$.

- No **regime de juros compostos**, quando deslocamos a parcela para a esquerda, dividimos pelo fator $(1 + i)^t$.

Logo, fazendo a equivalência em $t = 0$ e calculando a o valor à vista VA teremos:

$$VA = 88{,}20 + \frac{88{,}20}{(1+i)^1} + \frac{88{,}20}{(1+i)^2}$$

$$VA = 88{,}20 + \frac{88{,}20}{(1+0{,}05)^1} + \frac{88{,}20}{(1+0{,}05)^2}$$

$$VA = 88{,}20 + \frac{88{,}20}{1{,}05^1} + \frac{88{,}20}{1{,}05^2}$$

$$VA = 88{,}20 + \frac{88{,}20}{1{,}05} + \frac{88{,}20}{1{,}1025}$$

$$VA = 88{,}20 + 84 + 80 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA = 252,20}$$

Gabarito: Alternativa **B**

(SEFAZ BA – 2018) Uma loja de produtos eletrodomésticos anuncia duas condições para a compra de determinado produto:

– Compra com pagamento à vista no valor de R$ 1.900,00;

– Compra a prazo, sendo uma entrada no valor de R$ 500,00 e o pagamento de uma parcela adicional no valor de R$ 1.484,00 após 2 meses da data da compra.

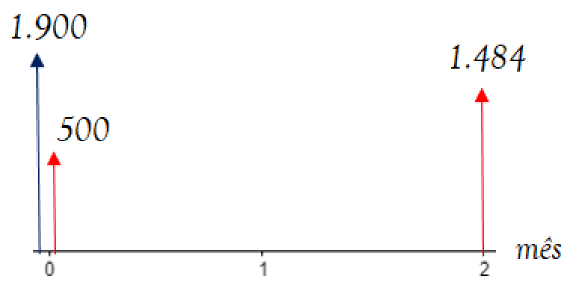
Se a empresa utiliza o regime de capitalização simples, a taxa de juros simples, em percentual ao mês, que cobra na venda a prazo é

a) 1,06%
b) 3,00%

c) 2,21%
d) 0,53%
e) 6,00%

Comentários:

Vamos representar graficamente o que nos traz o enunciado.



Vou resolver essa questão de duas maneiras. Na essência é a mesma coisa. Apenas muda a forma de raciocinar a questão.

As duas opções de pagamento são equivalentes. Logo, vamos fazer a **Equivalência de Capitais** na data zero e calcular o valor da taxa de juros.

$$1.900 = 500 + \frac{1.484}{(1 + i \times 2)}$$

Observe que o Capital com a seta em azul já está no tempo zero, ou seja, não precisamos nem multiplicar nem dividi-lo.

Já no segundo capital, a parcela de R$ 500,00 também está sobre o tempo zero. Porém, precisamos transportar a parcela de R$ 1.484,00 dois períodos para o presente. Logo, dividimos pelo fator que em **regime de juros simples** é igual a $(1 + i \times t)$.

Continuando com os cálculos.

$$1.900 = 500 + \frac{1.484}{(1 + i \times 2)}$$

$$1.900 - 500 = + \frac{1.484}{(1 + i \times 2)}$$

$$1.400 = \frac{1.484}{(1 + i \times 2)}$$

$$1.400 + 2.800i = 1.484$$

$$2.800i = 1.484 - 1.400$$

$$2.800i = 84$$

$$i = \frac{84}{2.800} \rightarrow \boldsymbol{i = 0,03 \;\; ou \;\; 3\% \; ao \; mês}$$

<u>Segunda maneira</u> de se resolver:

Pense comigo. O valor do bem à vista é de R$ 1.900,00. Você deu uma entrada de R$ 500,00. Logo, o Capital presente restante a pagar seria de R$ 1.400,00 correto?

Mas, em vez disso você pagou um Valor Futuro de R$ 1.484,00, dois meses à frente em **regime de Juros Simples**.

Ou seja, a parcela de R$ 1.400,00 na data de hoje equivale a R$ 1.484,00 no futuro. Para levar a parcela presente para o futuro multiplicamos por $(1 + i \times t)$.

Logo,

$$1.400 \times (1 + i \times 2) = 1.484$$

$$1 + 2i = \frac{1.484}{1.400}$$

$$1 + 2i = 1{,}06$$

$$2i = 1{,}06 - 1$$

$$2i = 0{,}06$$

$$i = \frac{0{,}06}{2} \rightarrow \boldsymbol{i = 0,03 \;\; ou \;\; 3\% \; ao \; mês}$$

Vamos além, já que a teoria há de ser totalmente completa.

Perceba que essa fórmula é análoga à fórmula do Montante em regime de Juros Simples.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Você tinha um Capital de 1.400 a pagar e pagou um Montante de 1.484 em 2 meses. Logo, aplicando a fórmula análoga, o resultado seria o mesmo.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$1.484 = 1.400 \times (1 + i \times 2)$$

$$\vdots$$

$$i = 0{,}03 \ \ ou \ \ 3\% \ ao \ mês$$

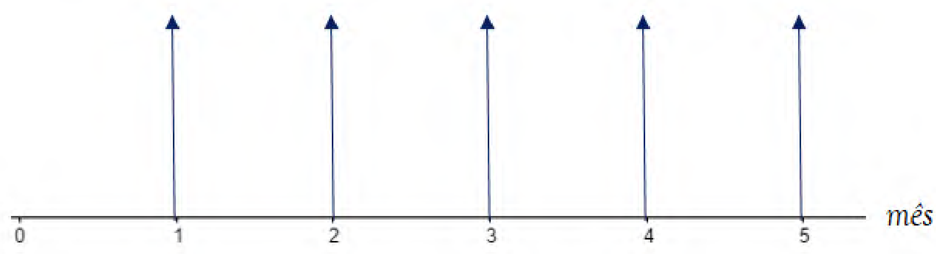
Gabarito: Alternativa **B**

(SEGEP MA – 2018) Para adquirir um lote de mercadorias, uma empresa obteve um empréstimo para ser pago em 5 parcelas mensais e iguais, cujo valor é R$ 20.000,00. A primeira parcela venceu 30 dias após a data de obtenção do empréstimo e as parcelas subsequentes a cada 30 dias. Na data de vencimento da terceira parcela, e antes do seu pagamento, a empresa optou pelo pagamento das 3 parcelas que faltavam ser pagas para a liquidação do empréstimo. Se a taxa de juros compostos negociada na data da obtenção do empréstimo foi 2% a.m., o valor que a empresa desembolsou para fazer a liquidação foi, em reais,

a) 58.838,61
b) 60.000,00
c) 58.800,00
d) 58.831,22
e) 56.539,34

Comentários:

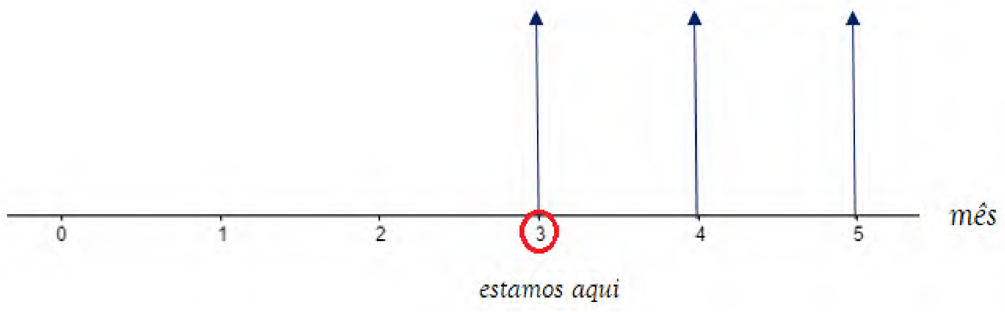
A situação inicial de pagamento era a seguinte:



Atente-se para a conversão da unidade do período (dia) para a unidade da taxa de juros (mês), pois necessariamente devem coincidir. As parcelas foram mensais e sucessivas.

Na data de vencimento da terceira parcela, e **antes do seu pagamento**, a empresa optou pelo pagamento das 3 parcelas que faltavam ser pagas para a liquidação do empréstimo.

Ou seja, graficamente teremos:



Então, no tempo $t = 3$ resta pagar o Valor Presente igual a:

$$VP = VP_3 + VP_4 + VP_5$$

Para calcular o Valor Presente vamos utilizar a fórmula estudada para o **regime de juros compostos** e calcular cada parcela separadamente.

Perceba que a terceira parcela já está no tempo 3. A quarta parcela será descontada por um período de 1 mês enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 meses.

$$\boxed{\boldsymbol{VP_3 = 20.000}}$$

$$VP_4 = \frac{VF_4}{(1+i)^{t_4}} \rightarrow VP_4 = \frac{20.000}{(1+0{,}02)^1} = \frac{20.000}{1{,}02} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_4 = 19.607,84}}$$

$$VP_5 = \frac{VF_5}{(1+i)^{t_5}} \rightarrow VP_5 = \frac{20.000}{(1+0{,}02)^2} = \frac{20.000}{1{,}0404} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_5 = 19.223,37}}$$

Logo, o Valor Presente a pagar será igual a:

$$VP = VP_3 + VP_4 + VP_5$$

$$VP = 20.000 + 19.607{,}84 + 19.223{,}37 \rightarrow \boldsymbol{VP = 58.831,21}$$

Na hora da prova, você certamente **resolverá da seguinte maneira**.

Pense comigo. No tempo 3, terei de pagar o Valor Presente da terceira parcela que já está no tempo 3, mais a quarta parcela deslocada uma unidade para a esquerda mais a quinta parcela deslocada duas unidades para a esquerda.

No **regime de Juros Compostos**, quando deslocamos para a esquerda, dividimos pelo fator $(1+i)^t$.

Então, resolvendo diretamente teríamos:

$$VP = 20.000 + \frac{20.000}{(1+0{,}02)^1} + \frac{20.000}{(1+0{,}02)^2}$$

$$VP = 20.000 + \frac{20.000}{1{,}02} + \frac{20.000}{1{,}0404}$$

$$VP = 20.000 + 19.607{,}84 + 19.223{,}37 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP = 58.831,21}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo no passado à taxa de juros compostos de 3% ao mês e ainda resta uma parcela para sua liquidação. O valor da parcela é R$ 40.000,00 e vencerá em 90 dias. A empresa pretende alterar a forma de pagamento, mantendo a mesma taxa de juros, e propõe à instituição financeira a liquidação da seguinte forma:

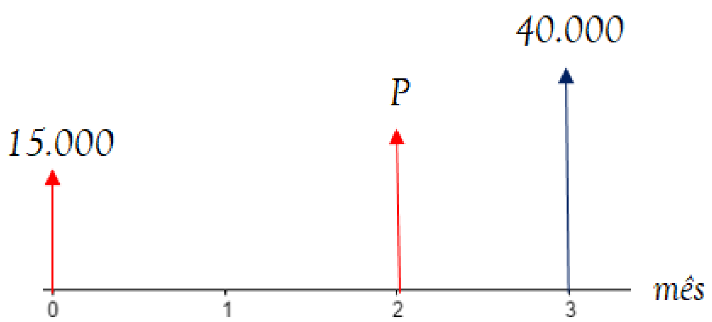
– Uma parcela de R$ 15.000,00 na data de hoje.
– Uma parcela complementar daqui a 60 dias.

O valor da parcela complementar deve ser, em reais,

a) 21.605,67
b) 25.000,00
c) 26.522,50
d) 22.921,45
e) 22.348,17

Comentários:

Vamos representar graficamente o comando da questão:



Atente-se para a conversão da unidade do período (dia) para a unidade da taxa de juros (mês), pois necessariamente devem coincidir.

Vamos começar a **acelerar** a resolução das questões.

As duas formas de pagamento devem ser equivalentes. Vamos proceder com a Equivalência de capitais no tempo $t = 3$, pois, como estudamos, levar para o futuro (multiplicar) é mais rápido e fácil que trazer para o presente (dividir).

Fazendo a Equivalência de Capitais no tempo $t = 3$ teremos:

$$40.000 = 15.000 \times (1 + 0{,}03)^3 + P \times (1 + 0{,}03)^1$$

Observe que a parcela de R$ 40.000,00 já está no mês 3. A primeira parcela (em vermelho) deverá ser transposta 3 períodos para o futuro e a segunda parcela (em vermelho), transposta 1 período para a direita.

No **regime de Juros Compostos**, quando deslocamos para a direita, multiplicamos pelo fator $(1 + i)^t$.

Resolvendo para P teremos:

$$40.000 = 15.000 \times (1 + 0{,}03)^3 + P \times (1 + 0{,}03)^1$$

$$40.000 = 15.000 \times 1{,}03^3 + P \times 1{,}03$$

$$40.000 = 15.000 \times 1{,}0927 + P \times 1{,}03$$

$$40.000 = 16.390{,}50 + P \times 1{,}03$$

$$P \times 1{,}03 = 23.609{,}50$$

$$P = \frac{23.609{,}50}{1{,}03} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P \cong 22.921{,}80}$$

Perceba que, se fôssemos fazer a equivalência de Capitais em outra data que não $t = 3$, precisaríamos trabalhar com divisões.

Por isso, **é preferível** levar todos os capitais para a data mais à direita e, assim, trabalhar apenas com multiplicações.

Lembrando que em regime de Juros Compostos, a comparação de Capitais **NÃO DEPENDE da data focal**. Você pode **escolher em qual data** na linha do tempo irá proceder com a equivalência.

Gabarito: Alternativa **D**

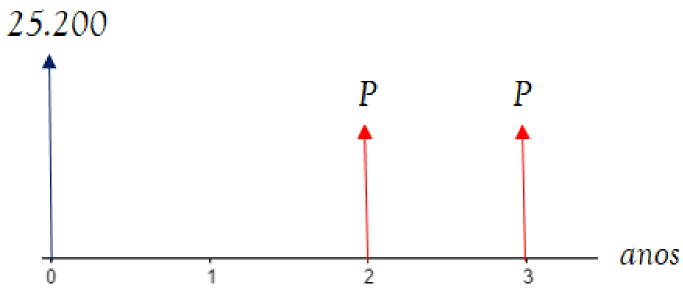
(Manausprev – 2015) Uma dívida, no valor de R$ 25.200,00 na data de hoje, deverá ser liquidada por meio de duas prestações de valores iguais, vencendo a primeira daqui a 2 anos e a segunda daqui a 3 anos.

Considerando uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, obtém-se que o valor de cada prestação é, em reais, igual a

a) 13.200,00
b) 14.550,00
c) 13.860,00
d) 15.246,00
e) 15.972,00

Comentários:

<u>Graficamente</u>:



Vamos fazer a equivalência de capitais na data $t = 3$.

Observe que o Capital de R$ 25.200,00 será deslocado 3 unidades para a direita, ou seja, multiplicamos por $(1 + i)^3$.

Enquanto que a primeira parcela P (do capital em vermelho) será levada 1 unidade para o futuro e a segunda parcela já está situada no tempo $t = 3$.

Sendo assim, teremos que o valor de cada prestação será:

$$25.200 \times (1 + 0{,}1)^3 = P \times (1 + 0{,}1)^1 + P$$

$$25.200 \times 1{,}1^3 = P \times 1{,}1 + P$$

$$25.200 \times 1{,}331 = 2{,}1P$$

$$33.541{,}20 = 2{,}1P$$

$$P = \frac{33.541{,}20}{2{,}1} \rightarrow \boldsymbol{P = 15.972}$$

Observe que já fizemos essa questão mais rápido e mais diretamente que as demais. E será isso que você vai fazer em sua prova. Irá desenhar rapidamente o gráfico e procurar a melhor data focal para fazer a equivalência de capitais.

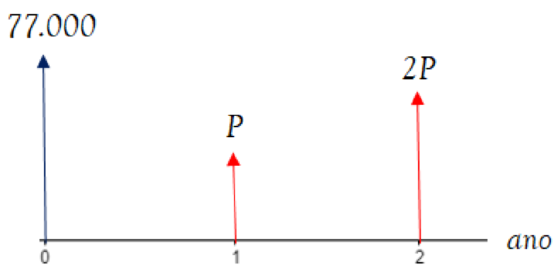
Vamos fazer mais uma questão e ainda mais diretamente que essa. Não desista. Estamos juntos e qualquer dúvida não hesite em enviar no fórum de dúvidas.

Gabarito: Alternativa **E**

(SEFAZ PI – 2015) Para quitar uma dívida que apresenta na data de hoje o valor de R$ 77.000,00, um empresário deverá efetuar um pagamento de P reais daqui a um ano e outro de 2P reais daqui a 2 anos. Considerando uma taxa composta de 8% ao ano, obtém-se que P é igual a

a) R$ 27.000,00
b) R$ 29.160,00
c) R$ 30.326,40
d) R$ 31.492,80
e) R$ 32.659,20

Comentários:



Vamos fazer a equivalência dos capitais na data focal $t = 2$.

$$77.000 \times (1 + 0{,}08)^2 = P \times (1 + 0{,}08)^1 + 2P$$

$$77.000 \times 1{,}1664 = 1{,}08P + 2P$$

$$89.812{,}80 = 3{,}08P$$

$$P = \frac{89.812{,}80}{3{,}08} \rightarrow \boldsymbol{P = 29.160}$$

Gabarito: Alternativa **B**

Bem mais rápido, não é?

Matéria de exatas não tem mistério. O caminho para aprender é simples. Simples é diferente de fácil. O caminho para aprender é entender o conteúdo, saber interpretar o problema, decorar as fórmulas e treinar MUITO.

Vamos fazer uma **pausa** antes de continuar com a matéria.

Respire, alongue-se. Tenha certeza de que entendeu tudo até agora. Volte em alguma questão ou nos exemplos. Beba um café e vamos continuar.

Preciso da sua **máxima atenção e concentração** no próximo tópico.

INTERVALO

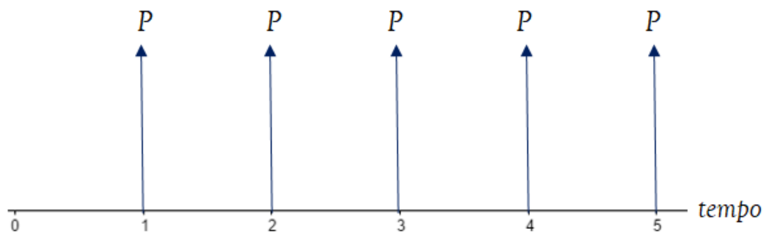
Rendas Uniformes

Rendas uniformes (ou rendas certas) consistem em uma série de fluxo de caixa efetuados em **intervalos de tempos iguais** onde as **parcelas são constantes**, isto é, pagamentos (ou recebimentos) iguais em intervalo de tempos iguais.

As rendas certas se subdividem em três tipos: Rendas Certas Postecipadas, Rendas Certas Antecipadas e Rendas Certas Diferidas.

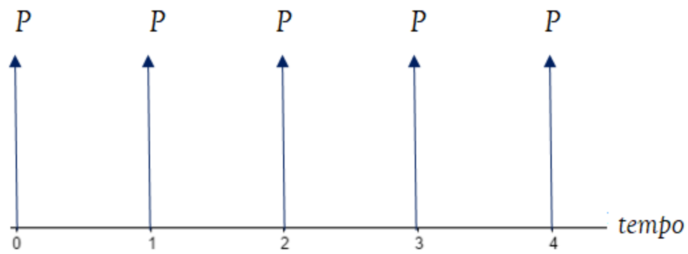
Rendas Certas Postecipadas

São as rendas em que os pagamentos/recebimentos ocorrem ao <u>final de cada período</u>.



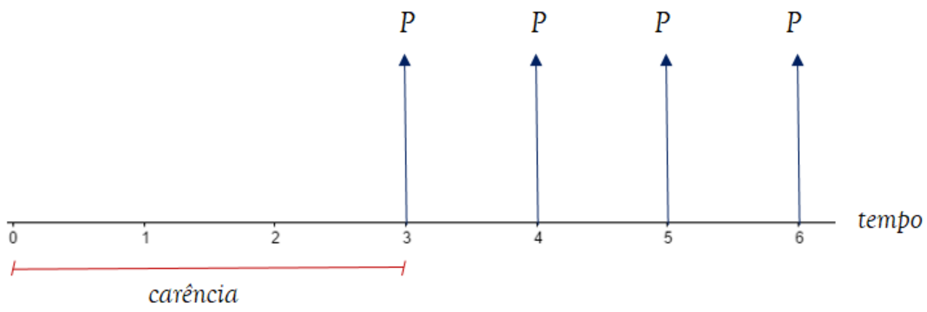
Rendas Certas Antecipadas

São as rendas em que os pagamentos/recebimentos ocorrem no <u>início de cada período</u>.



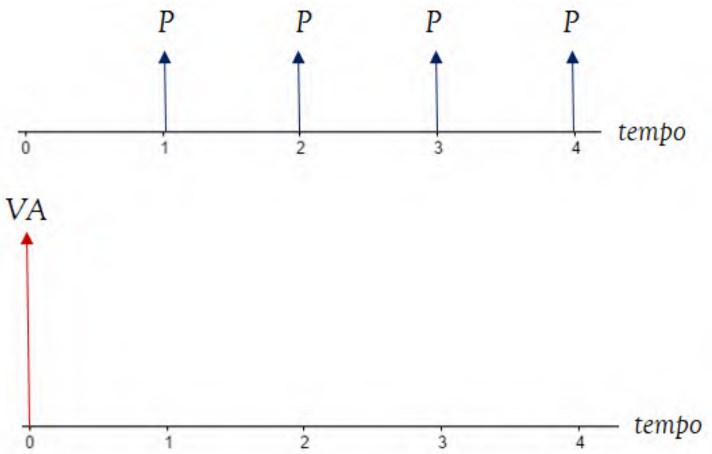
Rendas Certas Diferidas

São as rendas em que os pagamentos/recebimentos ocorrem <u>a partir de uma data</u> posterior ao fim do primeiro período. A esse prazo damos o nome de carência.



Valor Atual de uma Série de Rendas Certas Postecipadas

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento "0", também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma** de todas as **n** rendas certas **P** descontadas pela mesma taxa de juros **i**.



O Valor Atual (VA) ou Valor Presente (VP) é calculado pela seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]} \quad ou \quad \boldsymbol{VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}$$

Onde,

$VA = Valor\ Atual\ de\ toda\ a\ série\ de\ rendas\ certas\ postecipadas$

$P = Parcela$

$n = número\ de\ parcelas\ iguais$

$i = taxa\ de\ juros\ ou\ taxa\ de\ desconto$

"E professor, quando eu irei usar uma ou outra fórmula das duas fórmulas acima?"

Vai depender do que a banca fornecer nos dados da questão.

Algumas questões trazem o valor de $(1+i)^n$ enquanto outras fornecem o valor de $(1+i)^{-n}$.

Você pode decorar apenas a primeira fórmula e caso a banca forneça $(1+i)^{-n}$, faça o inverso do valor e obtenha $(1+i)^n$, pois como sabemos dos estudos da matemática básica:

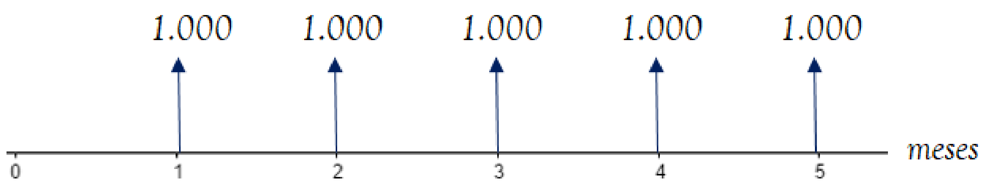
$$(1+i)^n = \frac{1}{(1+i)^{-n}}$$

Vejamos um exemplo para elucidar esse tópico.

Exemplo 1: Qual é o valor presente, aproximado, de uma sequência de 5 pagamentos mensais iguais a R$ 1.000,00, sendo o primeiro com vencimento em 30 dias contados da data de hoje, e os outros, nos quatro meses subsequentes, considerando-se uma taxa de juros de 1% a.m.

Dados: $1{,}01^{-5} = 0{,}95146$

Vamos representar graficamente o enunciado.



Observe que se trata de uma série de rendas postecipadas, uma vez que, como informado pelo enunciado, a primeira parcela tem vencimento em 1 mês, isto é, no final do período.

Vamos aplicar a fórmula do **Valor Presente** e calcular a soma dessas 5 parcelas mensais de R$ 1.000,00 no momento $t = 0$.

$$VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

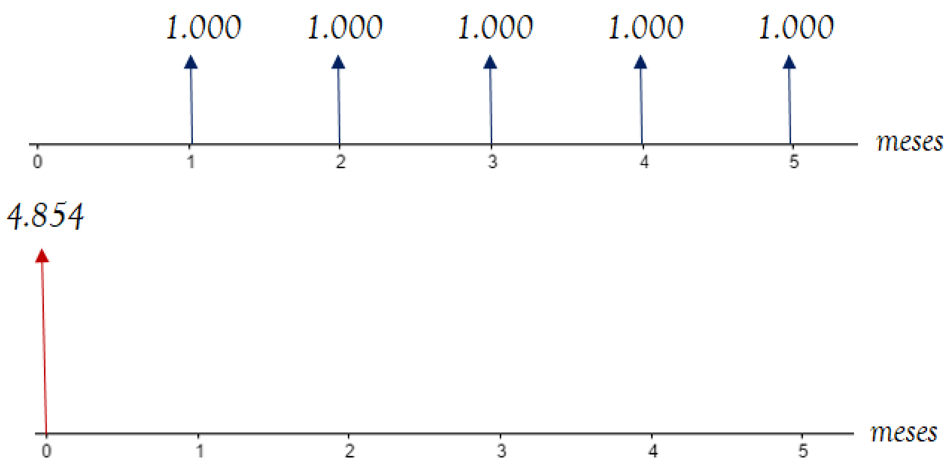
$$VA = 1.000 \times \left[\frac{1-(1+0{,}01)^{-5}}{0{,}01}\right]$$

$$VA = 1.000 \times \left[\frac{1-1{,}01^{-5}}{0{,}01}\right]$$

$$VA = 1.000 \times \left[\frac{1-0{,}95146}{0{,}01}\right]$$

$$VA = 1.000 \times \frac{0{,}04854}{0{,}01} \rightarrow \boldsymbol{VA = 4.854}$$

Então, o Valor Atual, isto é, a soma das 5 parcelas de R$ 1.000,00 postecipadas, no momento $t = 0$ descontadas a uma taxa de juros compostos de 1% a.m., é igual a, aproximadamente, R$ 4.854.



Fator de Valor Atual

O fator que multiplica a Parcela na fórmula do Valor Atual é chamado de **Fator de Valor Atual**.

$$\boxed{\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right] \rightarrow \ fator\ de\ valor\ atual}$$

Esse fator pode ser encontrado na questão pela seguinte **simbologia**:

$$\boldsymbol{a_{n\neg i} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]}$$

Onde,

$n = número\ de\ parcelas\ iguais$

$i = taxa\ de\ juros\ ou\ taxa\ de\ desconto$

Algumas bancas, ao invés de fornecer para os cálculos, o Fator de Valor Atual, informam o **Fator de Recuperação de Capital (FRC)** que matematicamente significa o inverso do Fator de Valor Atual.

$$\boldsymbol{FRC = \frac{1}{a_{n\neg i}}}$$

INDO MAIS FUNDO!

Algumas bancas trazem o valor de $a_{n\neg i}$ da seguinte forma:

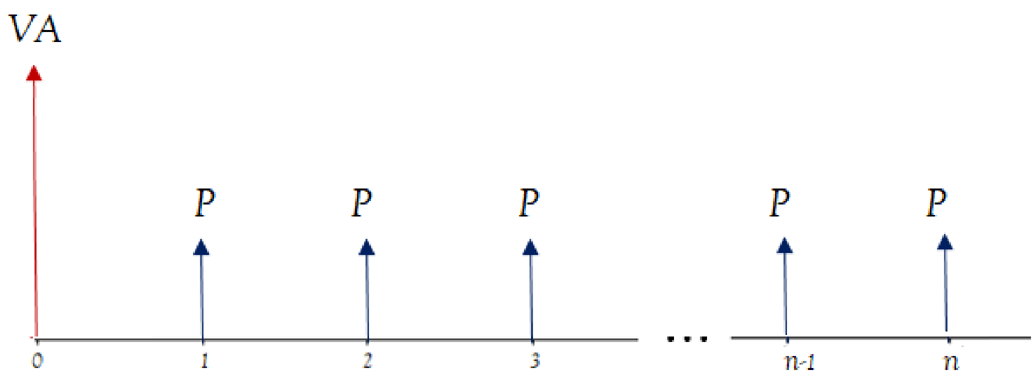
$$\boldsymbol{a_{n\neg i} = \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots \frac{1}{(1+i)^n}}$$

Ou,

$$\boldsymbol{a_{n\neg i} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^k}}$$

Vejamos rapidamente a **demonstração** dessa fórmula.

Imagine n rendas certas P postecipadas.



Seu **Valor Atual** é dado pelo somatório do Valor Presente de cada parcela individualmente. Logo,

$$VA = \frac{P}{(1+i)^1} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \cdots \frac{P}{(1+i)^n}$$

Colocando $\boldsymbol{P}$ **em evidência**:

$$VA = P \times \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots \frac{1}{(1+i)^n}\right]$$

Assim, constata-se que:

$$VA = P \times \underbrace{\boxed{\left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \cdots \frac{1}{(1+i)^n}\right]}}_{\boldsymbol{a_{n\neg i}}}$$

Observe esta questão abaixo:

(CEF – 2014) Em cada um do item a seguir, é apresentada uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada com base nas seguintes informações: determinado banco oferece a aplicação financeira X, que remunera a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês e tem liquidez imediata.

Para comprar um bem apenas com recursos investidos na aplicação financeira X, Daniel dispõe das seguintes opções de pagamento:

Opção A – pagamento à vista, com desconto de 10% do valor de tabela; ou

Opção B – pagamento em doze parcelas mensais, cada uma delas igual a 1/12 do valor de tabela do bem, a primeira vencendo 1 mês após a compra.

Para verificar qual dessas opções de pagamento seria financeiramente mais vantajosa para ele, Daniel utilizou 11,26 como valor aproximado para a expressão $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{(1+0{,}01)^k}$.

Nessa situação, a opção B é financeiramente mais vantajosa para Daniel.

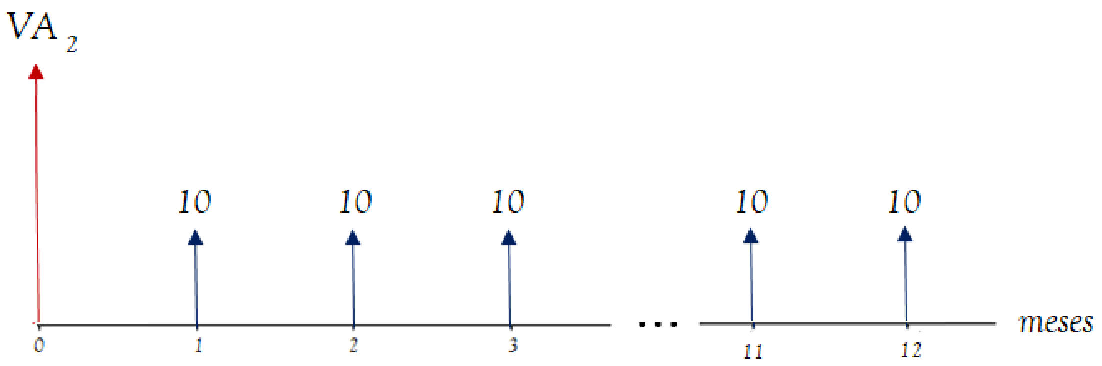
Comentários:

Vamos supor que o bem custa R$ 120,00 para fins de facilitar os cálculos. Iremos calcular separadamente o Valor presente das opções e constatar qual seria a melhor opção de compra.

- **Opção A** – pagamento à vista, com desconto de 10% do valor de tabela

$$VA_1 = 120 - \frac{10}{100} \times 120 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA_1 = 108}$$

- **Opção B** – pagamento em doze parcelas mensais, cada uma delas igual a 1/12 do valor de tabela do bem (ou seja, cada parcela de 10 reais), a primeira vencendo 1 mês após a compra.



Vamos calcular o Valor Atual das 12 parcelas.

$$VA_2 = P \times a_{n \neg i}$$

$$VA_2 = 10 \times \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(1+i)^k}$$

$$VA_2 = 10 \times \sum_{k=1}^{12} \frac{1}{(1+0{,}01)^k}$$

$$VA_2 = 10 \times 11{,}26 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA_2 = 112,6}$$

Logo, a opção **A é mais vantajosa**.

Gabarito: **ERRADO**.

Então, caro aluno, você viu todas as possibilidades que a banca pode "brincar" para fornecer o Fator de Valor Atual.

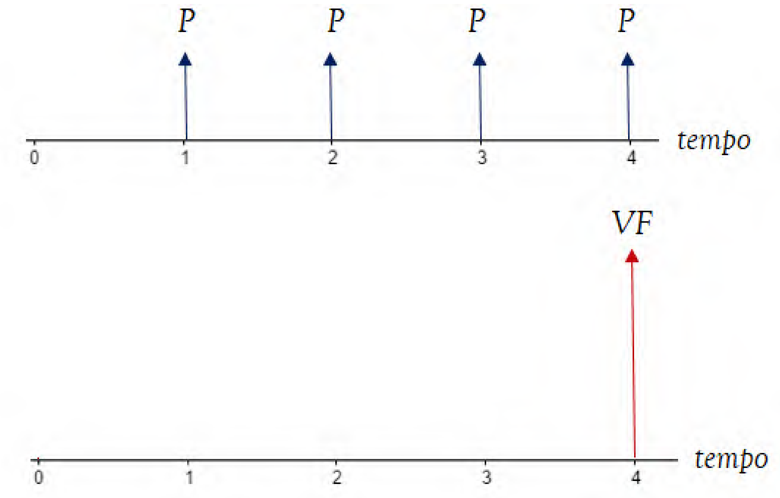
Preste bem **atenção ao comando da questão** e a forma de utilização dos dados.

No final deste tópico iremos resolver mais algumas questões e ao final da aula em "questões comentadas" também. Assim, você fixará bem todo o conteúdo e não será surpreendido na hora da prova.

Valor Futuro de uma Série de Rendas Certas Postecipadas

O **Valor Futuro (VF)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento "n" que equivale a **soma de todas** as **n** rendas certas **P** capitalizadas pela mesma taxa de juros **i**.

Em outras palavras, VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento.



O Valor Futuro (VF) de uma Série de Rendas Certas Postecipadas é calculado pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

Onde,

$VF = Valor\ Futuro\ de\ toda\ a\ série\ de\ rendas\ certas\ postecipadas$

$P = Parcela$

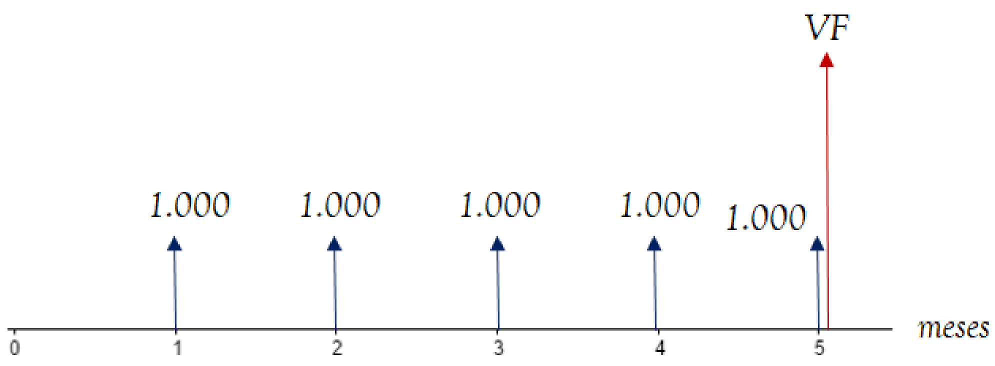
$n = número\ de\ parcelas\ iguais$

$i = taxa\ de\ juros$

Exemplo 2: Qual é o valor futuro, aproximado, de uma sequência de 5 pagamentos mensais iguais a R$ 1.000,00, sendo o primeiro com vencimento em 30 dias contados da data de hoje, e os outros, nos quatro meses subsequentes, considerando-se uma taxa de juros de 1% a.m.

Dado: $1{,}01^5 = 1{,}051$

Graficamente:



Vamos aplicar a fórmula do Valor Futuro e calcular a **soma das 5 parcelas** capitalizadas a 1% ao mês no momento $t = 5$.

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$VF = 1.000 \times \left[\frac{(1+0{,}01)^5 - 1}{0{,}01}\right]$$

$$VF = 1.000 \times \left[\frac{1{,}051 - 1}{0{,}01}\right]$$

$$VF = 1.000 \times \frac{0{,}051}{0{,}01}$$

$$VF = 1.000 \times 5{,}1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VF = 5.100}$$

Fator de Valor Futuro

O fator que multiplica a Parcela na fórmula do Valor Futuro é chamado de **Fator de Valor Futuro** ou **Fator de Acumulação de Capitais**.

$$\boxed{\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \rightarrow \ fator\ de\ acumulação\ de\ capitais}$$

Esse fator pode ser encontrado na questão pela seguinte **simbologia**:

$$\boxed{\boldsymbol{S_{n \neg i} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}}$$

Onde,

$n = número\ de\ parcelas\ iguais$

$i = taxa\ de\ juros$

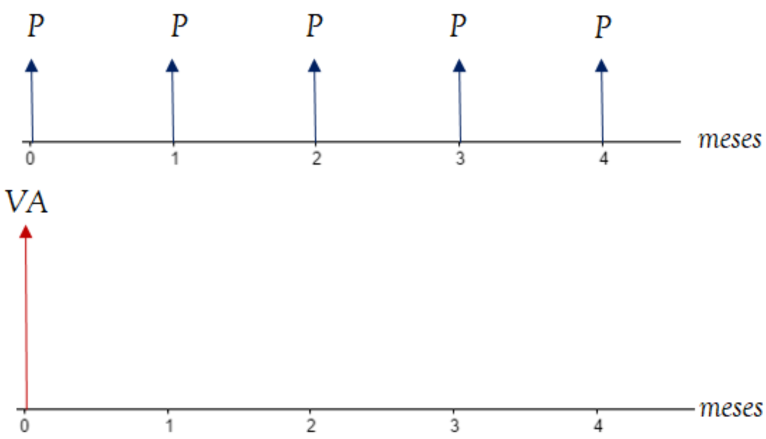
Algumas bancas ao invés de fornecer, para os cálculos, o Fator de Valor Futuro, informam o **Fator de Formação de Capital (FFC)** que matematicamente significa o inverso do Fator de Valor Futuro.

$$\boldsymbol{FFC = \frac{1}{S_{n\neg i}}}$$

Vejamos, agora, as rendas Antecipadas.

Valor Atual de uma Série de Rendas Certas Antecipadas

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Antecipadas** é o valor no momento "0", também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma de todas** as **n** rendas certas **P** descontadas pela mesma taxa de juros **i**.



O Valor Atual (VA) ou Valor Presente (VP) é calculado pela seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right] \times (1+i)} \quad ou \quad \boldsymbol{VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \times (1+i)}$$

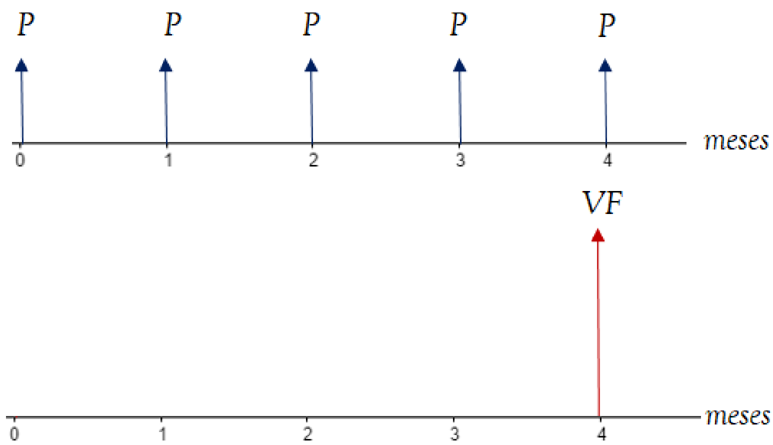
Observe que a única diferença dessa fórmula para a fórmula das rendas certas postecipadas é a multiplicação final por $(1+i)$.

Então, decore a **fórmula do Valor Atual** da série de rendas certas Postecipadas. Caso a questão informe que se trata de uma renda Antecipada, você apenas multiplica o VA por $(1+i)$.

Valor Futuro de uma Série de Rendas Certas Antecipadas

O **Valor Futuro (VF)** de uma série de rendas certas **Antecipadas** é o valor no momento "n" que **equivale a soma** de todas as **n** rendas certas **P** capitalizadas pela mesma taxa de juros **i**.

Em outras palavras, VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento.



O Valor Futuro (VF) de uma Série de Rendas Certas Antecipadas é calculado pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

FIQUE ATENTO!

Observe que a fórmula do VF para uma série de rendas certas postecipadas **é igual** à fórmula do VF para uma série de rendas certas antecipadas.

- A multiplicação por $(1+i)$ somente ocorre na fórmula do Valor Atual.

ESQUEMATIZANDO

Série de Rendas Certas

$$\begin{cases} VA = P \times \left[\dfrac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right] \quad ou \quad VA = P \times \left[\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \\[2ex] VF = P \times \left[\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \end{cases}$$

Obs. Se renda antecipada, a fórmula do VA é multiplicada por (1+i)

Vamos resolver algumas questões de concursos sobre esse tópico.

HORA DE PRATICAR!

(Inédita - 2022) Após passar no concurso dos seus sonhos, João comprou um veículo financiado, sem entrada, em 36 prestações mensais e consecutivas de R$ 5.000,00. A primeira prestação vence um mês após a aquisição.

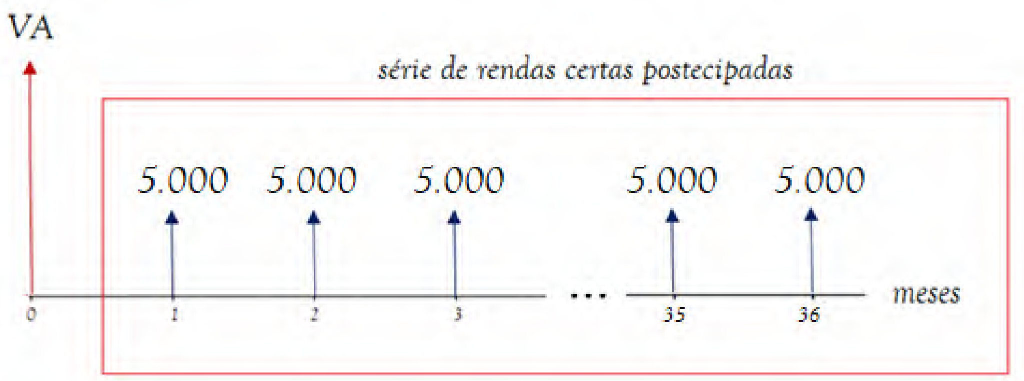
Sabendo que o financiamento cobra juros compostos de 1,5% ao mês, qual seria, aproximadamente, o valor à vista do veículo?

Adote: $1{,}015^{-36} = 0{,}5875$

a) R$ 135.500,00
b) R$ 136.000,00
c) R$ 136.500,00
d) R$ 137.000,00
e) R$ 137.500,00

Comentários:

Vamos representar graficamente a compra feita por João.



Observe que se trata de uma série postecipada, uma vez que não houve pagamento de entrada na compra.

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento "0", também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma** de todas as **36** rendas certas **de R$ 5.000,00** descontadas pela mesma taxa de juros **de 1,5% a.m.**.

$$VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Vamos substituir os valores e calcular o valor à vista.

$$VA = 5.000 \times \left[\frac{1-(1+0{,}015)^{-36}}{0{,}015}\right]$$

$$VA = 5.000 \times \left[\frac{1-1{,}015^{-36}}{0{,}015}\right]$$

$$VA = 5.000 \times \left[\frac{1-0{,}5875}{0{,}015}\right]$$

$$VA = 5.000 \times \left[\frac{0{,}4125}{0{,}015}\right]$$

$$VA = 5.000 \times 27{,}5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA = 137.500}$$

Gabarito: Alternativa **E**

(Inédita - 2022) João pretende fazer 10 aplicações mensais e sucessivas de R$ 10.000,00 sempre ao final de cada mês para, ao final do décimo mês, ter dinheiro suficiente para mobiliar sua casa.

Esse investimento é remunerado a taxa de juros compostos de 1,7% ao mês.

Qual o valor, aproximadamente, do Montante que João terá ao final do décimo mês?

Adote: $1{,}017^{10} = 1{,}183$

a) R$ 100.000,00
b) R$ 101.830,00
c) R$ 105.300,00
d) R$ 107.000,00
e) R$ 107.600,00

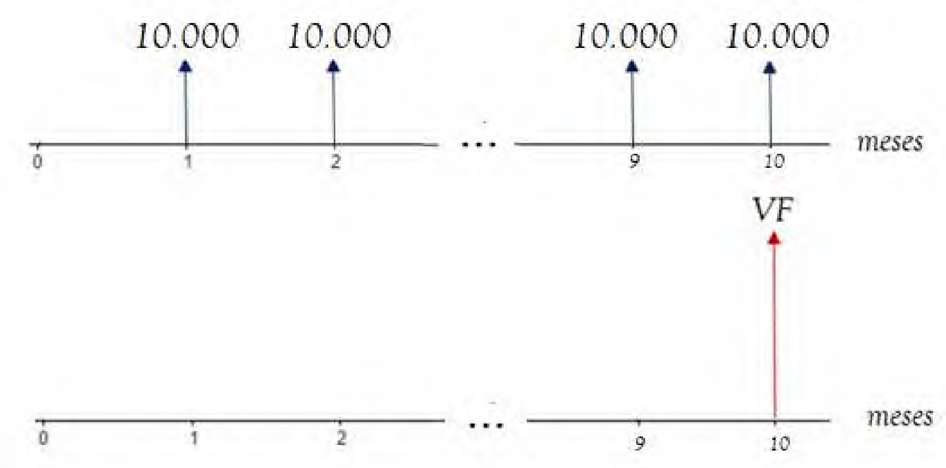
Comentários:

Vamos calcular o Valor Futuro das 10 aplicações mensais feitas por João.

O **Valor Futuro (VF)** de uma série de rendas certas é o valor no momento "n" que equivale a **soma de todas** as **n** rendas certas **P** capitalizadas pela mesma taxa de juros **i**.

Em outras palavras, VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento.

Vejamos graficamente:



O Valor Futuro (VF) de uma Série de Rendas Certas é calculado pela seguinte equação:

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Vamos substituir os valores e calcular VF.

$$VF = 10.000 \times \left[\frac{(1+0{,}017)^{10}-1}{0{,}017}\right]$$

$$VF = 10.000 \times \left[\frac{1{,}183-1}{0{,}017}\right]$$

$$VF = 10.000 \times \frac{0{,}183}{0{,}017}$$

$$VF = 10.000 \times 10{,}76 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VF = 107.600}$$

Gabarito: Alternativa **E**

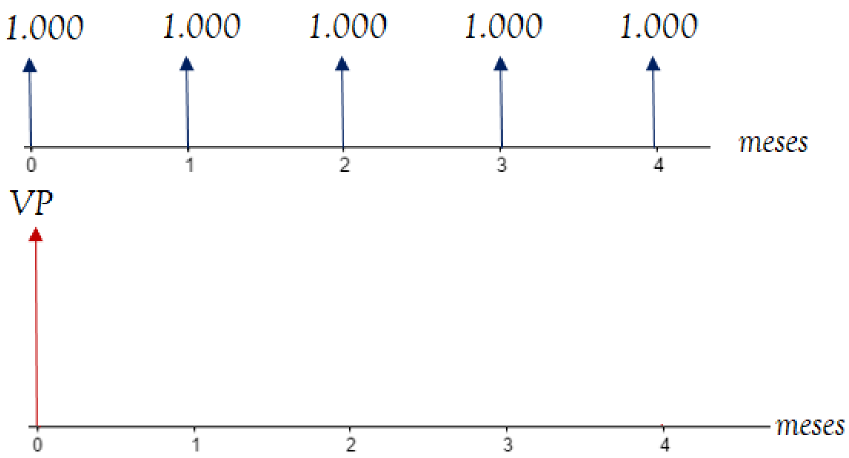
(Petrobras Adaptada – 2018) Qual é o valor presente, aproximado, de uma sequência de 5 pagamentos mensais iguais a R$ 1.000,00, sendo o primeiro com vencimento na data de hoje, e os outros, nos quatro meses subsequentes, considerando-se uma taxa de juros de 1% a.m.?

Dado: $\boldsymbol{1{,}01^{-5} = 0{,}95146}$

a) R$ 4.850,00
b) R$ 4.853,43
c) R$ 4.900,00
d) R$ 4.902,54
e) R$ 5.000,00

Comentários:

Observe que a primeira parcela vence "na data de hoje", isto é, a série de pagamentos é uma série Antecipada. Graficamente teremos:



Vamos aplicar a fórmula do **Valor Presente para uma série de rendas certas Antecipadas** e calcular seu valor.

$$VP = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \times (1+i)$$

$$VP = 1.000 \times \left[\frac{1-(1+0{,}01)^{-5}}{0{,}01}\right] \times (1+0{,}01)$$

$$VP = 1.000 \times \left[\frac{1-0{,}95146}{0{,}01}\right] \times 1{,}01$$

$$VP = 1.000 \times \frac{0{,}04854}{0{,}01} \times 1{,}01 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP = 4.902,54}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(PC PR – 2017) Uma pessoa comprou um vídeo game de última geração em uma loja, parcelando em 12 prestações mensais de 140,00 cada uma, sem entrada. Sabendo-se que a taxa de juros compostos cobrada pela loja foi de 3% ao mês, sendo que os valores estão arredondados e que:

$\mathbf{1,03^{12} = 1,4258}$

$\mathbf{1,03^{12} \times 0,03 = 0,0428}$

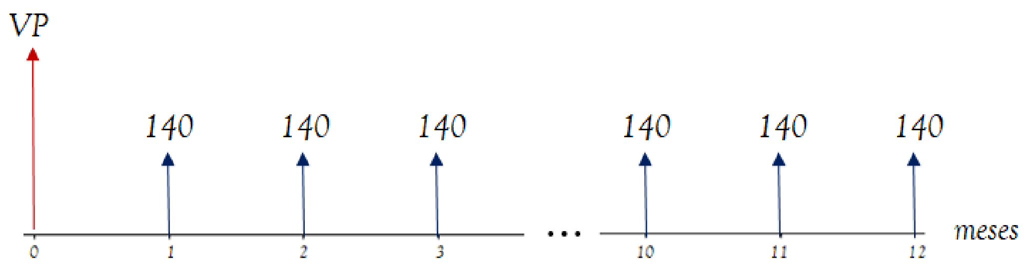
$\mathbf{0,4258/0,0428 = 9,95}$

O valor do vídeo game era de:

a) R$ 1.393
b) R$ 1.820
c) R$ 1.680
d) R$ 1.178
e) R$ 1.423

Comentários:

Perceba que **não há entrada no pagamento**, isto é, as parcelas vencerão ao final de cada período, caracterizando, assim, uma **série de rendas certas Postecipadas**.



Vamos, então, calcular o Valor Presente de uma série de 12 parcelas de R$ 140 postecipadas a uma taxa de juros compostos de 3% ao mês.

$$VP = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

$$VP = 140 \times \left[\frac{(1+0{,}03)^{12} - 1}{0{,}03 \times (1+0{,}03)^{12}}\right]$$

$$VP = 140 \times \left[\frac{1{,}03^{12} - 1}{0{,}03 \times 1{,}03^{12}}\right]$$

Observe que a banca nos fornece tanto o valor da potência quanto o valor da multiplicação do denominador.

$$VP = 140 \times \left[\frac{1{,}4258 - 1}{0{,}0428}\right]$$

$$VP = 140 \times \left[\frac{0{,}4258}{0{,}0428}\right]$$

A banca fornece também o valor da divisão.

$$VP = 140 \times 9{,}95 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP = 1.393}$$

Gabarito: Alternativa **A**

(CM Balneário Camboriú SC Adaptada – 2015) Se uma máquina custa à vista R$ 100.000,00 ou pode ser paga em 12 prestações mensais, com uma taxa de 1,5% ao mês, sendo que a primeira prestação é a entrada do financiamento (plano 1 + 11 prestações).

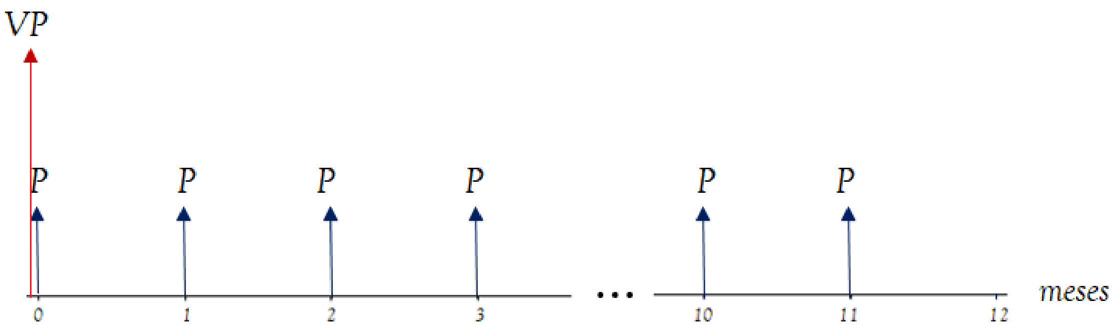
Determine o valor das prestações.

Dado: $\boldsymbol{1,015^{-12} = 0,836}$

a) R$ 8.244,00
b) R$ 8.655,00
c) R$ 9.011,00
d) R$ 9.168,00
e) R$ 9.755,00

Comentários:

Observe que a primeira prestação é paga na entrada, ou seja, estamos lidando com uma **série de rendas certas Antecipadas** cujo Valor Presente é igual a R$ 100.000,00.



Vamos aplicar a fórmula do Valor Presente para uma série de rendas certas Antecipadas e calcular o valor P da Parcela.

$$VP = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \times (1+i)$$

$$100.000 = P \times \left[\frac{1-(1+0{,}015)^{-12}}{0{,}015}\right] \times (1+0{,}015)$$

$$100.000 = P \times \left[\frac{1-0{,}836}{0{,}015}\right] \times 1{,}015$$

$$100.000 = P \times \frac{0{,}164}{0{,}015} \times 1{,}015$$

$$P = \frac{100.000 \times 0{,}015}{0{,}164 \times 1{,}015} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P \cong 9.011}$$

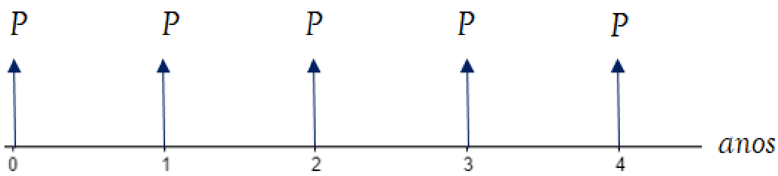
Gabarito: Alternativa **C**

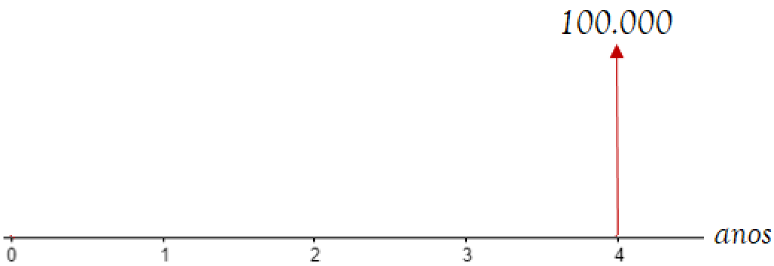
(MPU – 2015) A respeito de rendas uniformes, julgue o item a seguir.

Considere que Maria deseje comprar um bem por R$ 100.000,00 à vista daqui a 4 anos e, para conseguir esse valor, ela pretenda fazer depósitos anuais, consecutivos e iguais, que serão corrigidos à taxa de juros compostos de 10% ao ano. Suponha ainda que, com esse objetivo, Maria tenha feito o primeiro depósito na data de hoje. Nessa situação, considerando 1,61 como valor aproximado para $1,1^5$, é correto afirmar que, para obter o valor necessário juntamente com o último depósito, a quantia que Maria deverá depositar anualmente é inferior a R$ 16.400,00.

Comentários:

Maria deseja comprar um bem por R$ 100.000,00 à vista daqui a 4 anos e realiza depósitos anuais, consecutivos e iguais sendo a primeira na data de hoje.





Observe que a **primeira Parcela é depositada na "data de hoje",** isto é, no momento $t = 0$.

E se Maria deseja comprar o bem no quarto ano, ela deverá fazer 5 depósitos, uma vez que as rendas são antecipadas.

Sendo assim, vamos aplicar a fórmula do Valor Futuro para uma série de 5 rendas certas Antecipadas que será igual a R$ 100.000,00.

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$100.000 = P \times \left[\frac{(1+0,1)^5 - 1}{0,1}\right]$$

$$100.000 = P \times \left[\frac{1,61 - 1}{0,1}\right]$$

$$100.000 = P \times \frac{0,61}{0,1}$$

$$100.000 = P \times 6,1$$

$$100.000 = P \times 6,1$$

$$P = \frac{100.000}{6,1} \rightarrow \boldsymbol{P = 16.393}$$

Ou seja, para obter o valor necessário juntamente com o último depósito, a quantia que Maria deverá depositar anualmente é **INFERIOR** a R$ 16.400,00.

Gabarito: **CERTO**

Neste ponto da aula, faça uma pausa.

Tome um café e **exercite seu poder de decorar fórmulas**. Iremos ver no próximo tópico uma **NOVIDADE** que as bancas estão cobrando. Questão que vai fazer você entrar nas vagas caso acerte. E para acertá-la necessitará apenas decorar uma fórmula.

INTERVALO

Rendas em Progressão

As bancas têm aumentando gradualmente o nível de dificuldade das suas questões. Sendo assim, começaram a fugir da Rendas Uniformes e estão adentrando nas **Rendas variáveis em Progressão**.

Irei explicar este tópico com base em dois exemplos. Iremos analisar os exemplos e aplicar a fórmula (**que você DEVE decorar**) necessária para a resolução do problema.

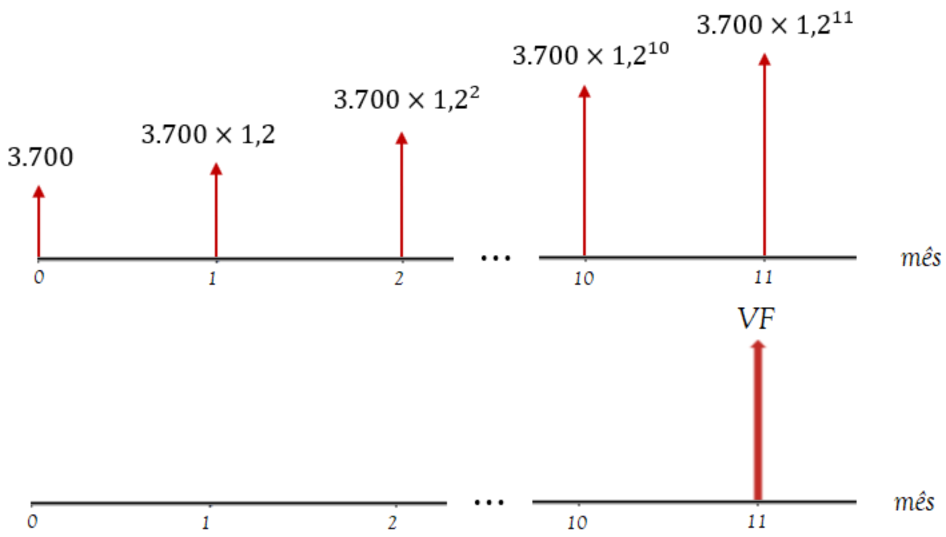
Exemplo 1: A fim de compor recursos para uma compra futura, César fará uma série de 12 depósitos mensais antecipados. O primeiro depósito será de R$ 3.700,00 e cada um dos demais será 20% maior do que aquele imediatamente anterior. O montante será resgatado no dia do último depósito. Se, durante todo o período, desde o primeiro depósito até o resgate, os valores forem capitalizados mensalmente à taxa de juros compostos de 1,5% ao mês, o valor líquido resgatado será de:

[Utilize as seguintes aproximações: $1{,}015^{12} = 1{,}20$; $1{,}20^{12} = 9{,}00$]

a) R$ 150.040,00.
b) R$ 150.400,00.
c) R$ 155.404,00.
d) R$ 156.000,00.
e) R$ 156.506,00.

Resolução:

Observe que, conforme comentamos, **os depósitos já não são mais constantes**. Eles são progressivos. Vejamos graficamente os depósitos feitos por César.



Veja que o primeiro depósito é de R$ 3.700,00 no tempo $t = 0$ (antecipado) e cada um dos demais será 20% maior do que aquele imediatamente anterior.

Perceba que **as rendas crescem em Progressão Geométrica (P.G.)** de razão 1,2 pois cada depósito é 20% (0,2) maior que o depósito anterior.

O **Valor Futuro** de uma série de Rendas Variáveis em Progressão Geométrica é igual a:

$$\boxed{\boldsymbol{VF = P \times \left[\frac{(1+q)^n - (1+i)^n}{q-i}\right]}}$$

Em que:

$P = valor\ do\ primeiro\ depósito$

$q = taxa\ de\ progressão\ dos\ depósitos$

$i = taxa\ de\ juros$

$n = qntd\ de\ depósitos$

Esta será a fórmula que você irá utilizar em Rendas em Progressão.

O Valor Futuro será igual a **soma de todas as 12 rendas, na data do último depósito, capitalizada pela mesma taxa de juros de 1,5% ao mês**.

Iremos substituir os valores e calcular VF deste exercício.

$$VF = P \times \left[\frac{(1+q)^n - (1+i)^n}{q-i}\right]$$

$$VF = 3.700 \times \left[\frac{(1+0{,}2)^{12} - (1+0{,}015)^{12}}{0{,}2 - 0{,}015}\right]$$

$$VF = 3.700 \times \left[\frac{1{,}2^{12} - 1{,}015^{12}}{0{,}185}\right]$$

$$VF = 3.700 \times \left[\frac{9 - 1{,}2}{0{,}185}\right]$$

$$VF = 3.700 \times \left[\frac{7{,}8}{0{,}185}\right] \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VF = 156.000}$$

Gabarito: Alternativa **D**

"Certo, professor! Irei decorar esta fórmula. Mas, caso a banca nos questione o Valor Presente?"

Então, caro(a) Aluno(a). Você já decorou a fórmula do Valor Futuro. O Valor Presente será igual ao Valor Futuro divididos por $(1+i)^n$.

$$\boxed{\boldsymbol{VP = \frac{VF}{(1+i)^n}}}$$

Vejamos o segundo exemplo.

Exemplo 2: Um empréstimo será amortizado em um ano com pagamentos mensais à taxa de juros compostos de 4% ao mês. O Valor do Empréstimo é de R$ 11.000,00. Sabe-se que as parcelas mensais aumentam 2,7% ao mês e que o primeiro pagamento será realizado um mês após efetuada a operação.

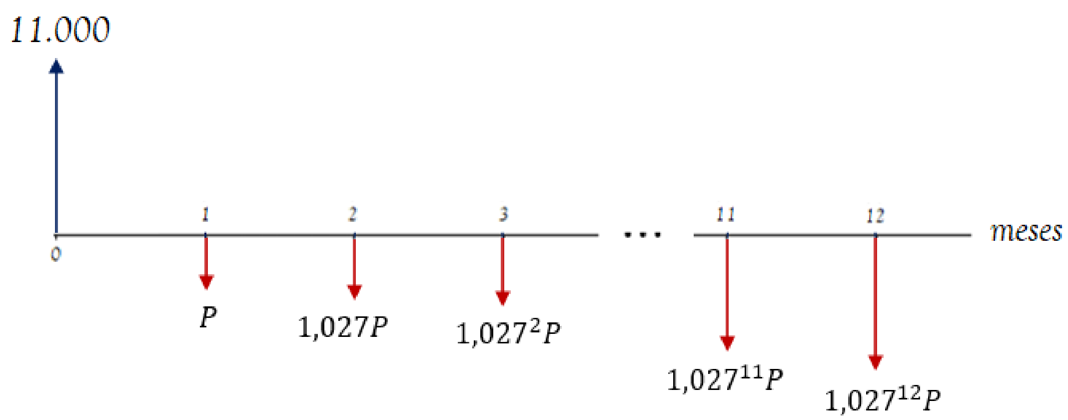
O valor aproximado da menor parcela, em reais, é de:

Utilize a aproximação: $(1{,}027)^{12} = 1{,}4$ e $(1{,}04)^{12} = 1{,}6$.

a) R$ 1.400,00
b) R$ 1.244,00
c) R$ 1.144,00
d) R$ 1.100,00
e) R$ 1.040,00

Resolução:

Vejamos graficamente:



Obserque que $\boldsymbol{P}$ será a menor parcela.

Estudamos que o Valor Presente (que nada mais é que o Valor do Empréstimo) será igual ao Valor Futuro divididos por $(1+i)^n$.

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^n}$$

$$11.000 = \frac{VF}{(1+0{,}04)^{12}}$$

$$11.000 = \frac{VF}{1{,}04^{12}}$$

$$11.000 = \frac{VF}{1{,}6}$$

$$VF = 11.000 \times 1{,}6 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VF = 17.600}}$$

Sendo assim, vamos utilizar a fórmula do Valor Futuro dessa série de rendas em progressão e calcular o valor de P.

$$VF = P \times \left[\frac{(1+q)^n - (1+i)^n}{q-i}\right]$$

$$17.600 = P \times \left[\frac{(1+0{,}027)^{12} - (1+0{,}04)^{12}}{0{,}027 - 0{,}04}\right]$$

$$17.600 = P \times \left[\frac{1{,}27^{12} - 1{,}04^{12}}{-0{,}013}\right]$$

$$17.600 = P \times \left[\frac{1{,}4 - 1{,}6}{-0{,}013}\right]$$

$$17.600 = P \times \left[\frac{-0{,}2}{-0{,}013}\right]$$

$$P = \frac{17.600 \times 0{,}013}{0{,}2} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 1.144}$$

Gabarito: Alternativa **C**

Por fim, iremos **esquamatizar as fórmulas que você DEVE decorar** para resolver as questões de rendas em progressão.

Séries em Progressão

Valor Futuro $\longrightarrow$ $VF = P \times \left[\frac{(1+q)^n - (1+i)^n}{q - i}\right]$

Valor Presente $\longrightarrow$ $VP = \frac{VF}{(1+i)^n}$

Em que:

$P = valor\ do\ primeiro\ depósito$

$q = taxa\ de\ progressão\ dos\ depósitos$

$i = taxa\ de\ juros$

$n = qntd\ de\ depósitos$

RENDAS PERPÉTUAS CONSTANTES DE TERMOS ILIMITADOS

O termo **perpetuidade** sugere fluxos (seja pagamentos ou recebimentos) de duração infinita (sem limite) ou, mais precisamente, **números de prestações que não podem ser determinadas exatamente.**

Muitos alunos passam direto por este tópico, primeiro porque acham que nunca vai cair e segundo porque, às vezes, os materiais carecem de abordar esse tema dando mais ênfase a outras partes da matemática financeira que são mais cobradas.

E já adianto a vocês que **o custo benefício de estudar esse tópico é excelente.** Veremos que, ao final, este tópico estará resumido em uma **única fórmula que você precisará decorar** e com ela garantirá um ponto crucial no seu concurso caso caia este tema em sua prova.

Rendas Perpétuas Postecipadas

O **Valor Atual** de uma série de Rendas Perpétuas Postecipadas é igual a:

$$\boxed{\boldsymbol{VA = \frac{P}{i}}}$$

Onde,

$VA = Valor\ Atual\ ou\ Presente$

$P = Prestação\ Perpétua$

$i = Taxa\ de\ Juros$

TOME NOTA!

Há ainda as **Rendas Perpétuas Postecipadas com crescimento** que são calculadas pela seguinte fórmula:

$$\boxed{\boldsymbol{VA = \frac{P}{i - g}}}$$

Onde,

$g = Taxa\ de\ Crescimento$

Rendas Perpétuas Antecipadas

O **Valor Atual** de uma série de Rendas Perpétuas Antecipadas é igual a:

$$VA = \frac{P}{i} \times (1 + i)$$

FIQUE ATENTO!

Obs. Algumas questões citam apenas “Rendas Perpétuas” sem especificar o período de pagamento. Quando isso ocorrer, usamos a primeira fórmula (referente a **Rendas Perpétuas Postecipadas**)

ESQUEMATIZANDO

Rendas Perpétuas

- *Postecipadas* → $VA = \frac{P}{i}$
  - * *crescimento* $VA = \frac{P}{i - g}$
- *Antecipadas* → $VA = \frac{P}{i} \times (1 + i)$

Vejamos algumas **questões de concurso** sobre esse tema.

HORA DE PRATICAR!

(SMF Campinas SP – 2019) Uma casa está alugada por R$ 1.550,00 mensais e um investidor pretende comprá-la, com a condição de que a taxa de retorno com o aluguel seja de pelo menos 0,9% a.m. Para atender essa condição, o máximo que ele deve pagar pela casa é, aproximadamente:

a) R$ 170.000,00
b) R$ 200.000,00
c) R$ 190.000,00
d) R$ 180.000,00
e) R$ 210.000,00

Comentários:

Perceba que, se o investidor comprar a casa e colocá-la para aluguel, ele ganhará uma renda mensal perpétua de R$ 1.500,00.

Para calcularmos o Valor Atual da casa, basta aplicarmos a fórmula de **Valor Atual** de uma Renda Perpétua (e como falei acima, quando o enunciado não deixar explícito qual o período de pagamento, adotamos Postecipado).

$$VA = \frac{P}{i}$$

$$VA = \frac{1.550}{0{,}009} \rightarrow \boldsymbol{VA \cong 170.000}$$

Gabarito: Alternativa **A**

(BANESTES – 2018) Um indivíduo pretende acumular um capital C e aplicá-lo à taxa fixa efetiva de 2% ao mês, de modo a poder fazer saques mensais de R$ 1.000,00 perpetuamente.

Se o primeiro desses saques ocorrerá no momento da aplicação desse capital, então C deve ser igual a:

a) R$ 60.000,00
b) R$ 59.000,00
c) R$ 51.000,00
d) R$ 50.000,00
e) R$ 49.000,00

Comentários:

Observe que, nessa questão, o enunciado deixa explícito que o primeiro saque ocorrerá no **momento da aplicação**, isto é, trata-se de uma **série de rendas perpétuas antecipadas**.

Sendo assim, vamos aplicar a fórmula do Valor Atual e calcular o Capital C.

$$VA = \frac{P}{i} \times (1 + i)$$

$$C = \frac{1.000}{0{,}02} \times (1 + 0{,}02)$$

$$C = 50.000 \times 1{,}02 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{C = 51.000}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(ABEPRO – 2018) João ganhou na loteria e, preocupado com sua renda futura, procurou vários planos de previdência. A melhor alternativa que ele encontrou foi um plano no qual ele aplica 5 milhões de reais e recebe, eternamente, uma remuneração mensal de R$ 30.000,00, a qual, inclusive, é transferida aos herdeiros futuros.

Qual é a taxa interna de retorno deste investimento?

a) 0,3% ao mês
b) 0,4% ao mês
c) 0,5% ao mês
d) 0,6% ao mês
e) 0,7% ao mês

Comentários:

Observe que a questão **não especifica** quando ocorrerá o primeiro pagamento de R$ 30.000,00. Então, adotaremos a fórmula do Valor Atual para rendas perpétuas **postecipadas**.

$$VA = \frac{P}{i}$$

$$5.000.000 = \frac{30.000}{i}$$

$$i = \frac{30\cancel{.000}}{5.000\cancel{.000}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0{,}006 \ \ ou \ \ 0{,}6\% \ ao \ mês}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(SMF Niterói RJ – 2015) Para usufruir perpetuamente R$ 2.000,00 por mês, reajustados mensalmente a uma taxa de 6%, o valor da renda um mês antes do primeiro pagamento, supondo taxa de juros de 10% ao mês, é, em reais:

a) 12.500
b) 20.000

c) 22.000
d) 50.000
e) 55.000

Comentários:

Observe que essa questão nos traz uma **taxa de crescimento** da parcela perpétua.

Vamos, então, aplicar a fórmula de Valor Atual de uma **série de rendas perpétuas postecipadas com crescimento.**

$$VA = \frac{P}{i - g}$$

Onde,

$VA = Valor\ Atual\ ou\ Valor\ Presente = ?$

$P = Prestação\ Perpétua = 2.000$

$i = taxa\ de\ juros = 10\%\ ao\ mês = 0,1$

$g = Taxa\ de\ Crescimento = 6\%\ ao\ mês = 0,06$

Substituindo os valores teremos:

$$VA = \frac{P}{i - g}$$

$$VA = \frac{2.000}{0,1 - 0,06}$$

$$VA = \frac{2.000}{0,04} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA = 50.000}$$

Gabarito: Alternativa **D**

Chegamos ao final de mais uma teoria.

RESUMO DA AULA

Operações Financeiras

O objetivo é entender como "transportar" uma parcela no tempo, ou seja, como levar uma parcela presente para o futuro (capitalização) e como trazer uma parcela do futuro para o presente (desconto ou descapitalização). E isso, vai depender do regime dos juros, se simples ou composto.

Operações Financeiras

Juros Simples $\longrightarrow$ $\boldsymbol{VF = VP \times (1 + i \times t)} \quad ou \quad \boldsymbol{VP = \dfrac{VF}{(1 + i \times t)}}$

Juros Compostos $\longrightarrow$ $\boldsymbol{VF = VP \times (1 + i)^t} \quad ou \quad \boldsymbol{VP = \dfrac{VF}{(1 + i)^t}}$

- No **regime de Juros Compostos**, se você quiser transportar a parcela para a direita, isto é, para o futuro, multiplique pelo fator $(1 + i)^t$. E se, ao contrário, você pretende trazer a parcela do futuro para algum tempo anterior, divida por $(1 + i)^t$.

- No **regime de Juros Simples**, a mecânica é a mesma. Porém, o fator de multiplicação/divisão será $(1 + i \times t)$.

Deslocar para a direita $\longrightarrow$ $\times\, \boldsymbol{(1 + i)^t}$

Deslocar para a esquerda $\longrightarrow$ $\div\, \boldsymbol{(1 + i)^t}$

Obs.: Em juros Simples, o fator de multiplicação/divisão será $(1 + i \times t)$

Equivalência de Capitais

Dois ou mais capitais, resgatáveis em datas distintas, são **equivalentes** quando, **transportados para uma mesma data** na linha do tempo **à mesma taxa de juros**, resultarem em **valores iguais**.

Em matemática financeira, sempre que quisermos comparar dois capitais, devemos transportá-los para uma mesma data (a uma mesma taxa de juros). E assim, podemos constatar se são iguais (equivalentes) ou não.

Em regime de **Juros Compostos**, a comparação de Capitais **NÃO DEPENDE da data focal**. Você pode **escolher em qual data** na linha do tempo irá proceder com a equivalência.

Geralmente, iremos escolher **datas futuras** para comparar, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir.

Rendas Uniformes

Rendas uniformes (ou rendas certas) consistem em uma série de fluxo de caixa efetuados em **intervalos de tempos iguais** onde as **parcelas são constantes**, isto é, pagamentos (ou recebimentos) iguais em intervalos de tempos iguais.

Série de Rendas Certas

$$\begin{cases} VA = P \times \left[\dfrac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right] \quad ou \quad VA = P \times \left[\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \\ \\ VF = P \times \left[\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \end{cases}$$

Obs. Se renda antecipada, a fórmula do VA é multiplicada por (1+i)

Fator de Valor Atual

O fator que multiplica a Parcela na fórmula do Valor Atual é chamado de **Fator de Valor Atual**.

$$a_{n\neg i} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right] \rightarrow fator\ de\ valor\ atual$$

Algumas bancas, ao invés de fornecer para os cálculos, o Fator de Valor Atual, informam o **Fator de Recuperação de Capital (FRC)** que matematicamente significa o inverso do Fator de Valor Atual.

$$FRC = \frac{1}{a_{n\neg i}}$$

Fator de Valor Futuro

O fator que multiplica a Parcela na fórmula do Valor Futuro é chamado de **Fator de Valor Futuro** ou **Fator de Acumulação de Capitais**.

$$\boldsymbol{S_{n\neg i}} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \rightarrow \quad fator\ de\ acumulação\ de\ capitais$$

Algumas bancas ao invés de fornecer, para os cálculos, o Fator de Valor Futuro, informam o **Fator de Formação de Capital (FFC)** que matematicamente significa o inverso do Fator de Valor Futuro.

$$\boldsymbol{FFC = \frac{1}{S_{n\neg i}}}$$

Perpetuidade

O termo **perpetuidade** sugere fluxos (seja pagamentos ou recebimentos) de duração infinita (sem limite) ou, mais precisamente, **números de prestações que não podem ser determinadas exatamente.**

Rendas Perpétuas

Postecipadas $\longrightarrow$ $\boldsymbol{VA = \frac{P}{i}}$

$*$ *crescimento* $\boldsymbol{VA = \frac{P}{i - g}}$

Antecipadas $\longrightarrow$ $\boldsymbol{VA = \frac{P}{i} \times (1 + i)}$

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Equivalência de Capitais

1. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um comerciante contraiu empréstimos nos valores de $R\$\ 60.000,00$ e $R\$\ 70.000,00$ sujeitos a uma mesma taxa de juros no sistema de capitalização simples, o primeiro vencendo daqui a 4 meses e o segundo, daqui a 8 meses. Resolvendo quitá-los, descobriu que eles equivaliam hoje a valores iguais, com as mesmas condições do empréstimo. A taxa mensal, nesse caso, era de**

a) 3%
b) 4%
c) 5%
d) 6%
e) 7%

Comentários:

Muito boa essa questão. Perceba que a banca nos traz o **regime de JUROS SIMPLES**.

Ou seja, não podemos fazer a igualdade (equivalência) dos Capitais em qualquer tempo. No regime de Juros Compostos, uma vez que verificarmos que dois (ou mais) Capitais são equivalentes em uma data focal, essa equivalência permanecerá válida para qualquer outra data.

Porém, em **regime de JUROS SIMPLES a banca deve nos informar quando os Capitais são iguais**. E ela informa. São iguais nos dias de hoje, isto é, no tempo $t = 0$.

Se você pegasse a parcela de 70.000 no tempo 8 e descapitalizasse por 4 períodos $(t = 4)$ e igualasse a 60.000, você encontraria um gabarito errado. E tenha certeza que muitos concurseiros fizeram isso. Essa técnica vale, conforme comentamos, apenas para Juros Compostos.

Então, vamos equivaler os dois Capitais no tempo $t = 0$. Para descapitalizar a parcela no regime Simples, isto é, trazê-la do futuro para o presente, dividimos por $(1 + i \times t)$.

$$\frac{60.000}{(1 + i \times 4)} = \frac{70.000}{(1 + i \times 8)}$$

$$\frac{6\cancel{0.000}}{(1+4i)} = \frac{7\cancel{0.000}}{(1+8i)}$$

$$\frac{6}{(1+4i)} = \frac{7}{(1+8i)}$$

Multiplicando cruzado:

$$6 + 48i = 7 + 28i$$

$$48i - 28i = 7 - 6$$

$$20i = 1$$

$$i = \frac{1}{20} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0{,}05 \ ou \ 5\% \ ao \ mês}$$

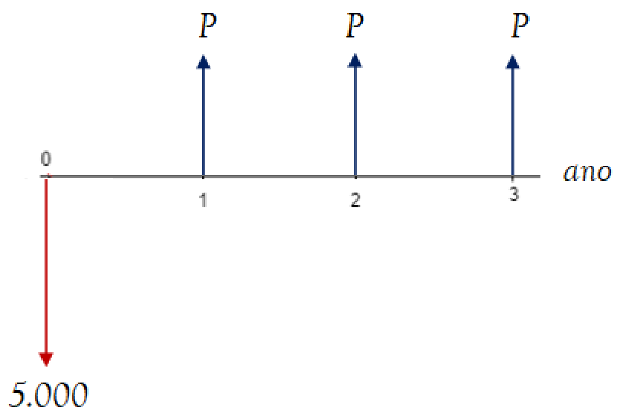
Gabarito: Alternativa **C**

2. **(CESPE / IBAMA - 2022 Adaptada) Em relação a assuntos relacionados ao cálculo financeiro e avaliação econômica de projetos, julgue o próximo item.**

Um Investimento de Valor Presente de $R\$ \ 5.000{,}00$ aplicado a uma taxa de juros anual de 30% ao longo de 3 anos pagará anualmente para o investidor uma Prestação de valor inferior a $R\$ \ 2.700{,}00$.

Comentários:

Vejamos graficamente o investimento:



Vamos equivaler os Capitais na data $t = 3$.

<u>Geralmente</u>, iremos escolher datas futuras para comparar, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir.

$$5.000 \times (1+i)^3 = P \times (1+i)^2 + P \times (1+i)^1 + P$$

$$5.000 \times (1+0{,}3)^3 = P \times (1+0{,}3)^2 + P \times (1+0{,}3)^1 + P$$

$$5.000 \times 1{,}3^3 = P \times 1{,}3^2 + P \times 1{,}3 + P$$

$$5.000 \times 2{,}197 = 1{,}69P + 1{,}3P + P$$

$$10.985 = 3{,}99P$$

$$P = \frac{10.985}{3{,}99} \rightarrow \boldsymbol{P \cong 2.750}$$

Obs: Como a banca não nos questiona o valor exato da Prestação (ela apenas quer saber se é inferior a R$ 2.700,00), poderíamos dividir por 4 (arredondando 3,99 para 4 e poupando tempo na prova).

Sendo assim, o investimento pagará anualmente para o investidor uma Prestação de valor **SUPERIOR** a $R\$$ 2.700,00.

Gabarito: **ERRADO**

3. **(CESPE / FUNPRESP EXE - 2022) Elisa está comprando um eletrodoméstico cujo preço à vista é $R\$\ 2.500,00$. São oferecidas três opções de parcelamento, todas sem entrada, com o primeiro pagamento ocorrendo um mês depois da compra:**

1ª: pagamento em 2 prestações mensais de $R\$$ 1.250,00 cada uma;

2ª: pagamento de 3 prestações mensais de $R\$$ 1.000,00 cada uma;

3ª: pagamento de 4 prestações mensais de $R\$$ 750,00 cada uma.

Sejam i_1, i_2 e i_3 as taxas de juros das opções (1), (2) e (3), respectivamente.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

$$i_1 < i_2$$

Comentários:

Observe que **na primeira opção de pagamento não há Juros**. O valor à vista é de $R\$ \ 2.500{,}00$ e o valor a prazo (2 prestações mensais de $R\$ \ 1.250{,}00$ cada uma) também é de $R\$ \ 2.500{,}00$.

Sendo assim, a taxa de juros da primeira opção de pagamento é igual a zero.

$$\boxed{\boldsymbol{i_1 = 0}}$$

Na segunda opção de pagamento há Juros, uma vez que o valor à vista é de $R\$ \ 2.500{,}00$ e o valor a prazo (3 prestações mensais de R$ 1.000,00 cada uma) é igual a R$ 3.000,00.

Ou seja, **há Juros e consequentemente a taxa de juros é maior que zero**. Não precisamos calcular seu valor (o que daria um certo trabalho). A banca não nos questiona isso. Ela apenas quer saber qual taxa é maior.

$$\boxed{\boldsymbol{i_2 > 0}}$$

Então, temos que **$\boldsymbol{i_2}$ é maior que zero**. E **$\boldsymbol{i_1}$ é igual a zero**.

Logo, certamente, i_2 será maior que i_1.

$$\boldsymbol{i_2 > i_1 \quad ou \quad i_1 < i_2}$$

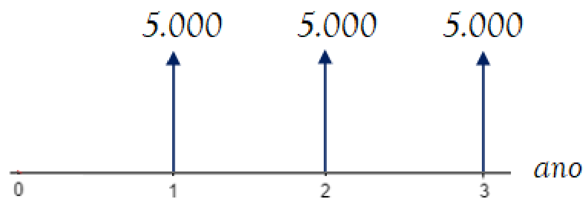
Gabarito: **CERTO**

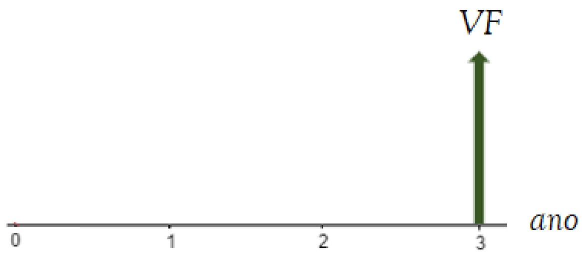
4. (CESPE / IBAMA - 2022) Em relação a assuntos relacionados ao cálculo financeiro e avaliação econômica de projetos, julgue o próximo item.

Considere que, ao final de cada ano e durante 3 anos, uma pessoa deposita $R\$ \ 5.000{,}00$ em um banco de investimento que paga juros de 20% ao ano. Nesse caso, ao final do terceiro ano, imediatamente após o terceiro depósito, a pessoa terá $R\$ \ 19.550{,}00$ na conta.

Comentários:

Vejamos graficamente a representação desse investimento:





O **Valor Futuro** será igual a soma de cada Parcela de $R\$$ 5.000,00 capitalizada a uma taxa de 20% ao ano.

$$VF = 5.000 \times (1 + i)^2 + 5.000 \times (1 + i)^1 + 5.000$$

Observe que a primeira parcela de 5.000 será capitalizada por 2 anos, a segunda parcela capitalizada por 1 ano e a terceira parcela já está no final do ano 3.

$$VF = 5.000 \times (1 + 0{,}2)^2 + 5.000 \times (1 + 0{,}2)^1 + 5.000$$

$$VF = 5.000 \times 1{,}2^2 + 5.000 \times 1{,}2^1 + 5.000$$

$$VF = 5.000 \times 1{,}44 + 5.000 \times 1{,}2 + 5.000$$

$$VF = 7.200 + 6.000 + 5.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VF = 18.200}$$

Nesse caso, ao final do terceiro ano, imediatamente após o terceiro depósito, a pessoa terá $R\$$ 18.200,00 na conta.

Gabarito: **ERRADO**

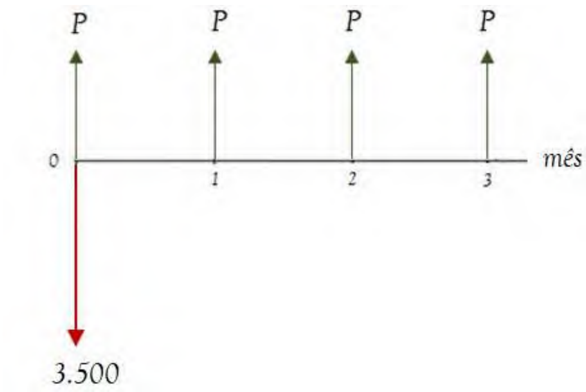
5. **(CESGRANRIO / BASA - 2022) Uma loja anuncia uma geladeira cujo preço à vista é de $R\$\ 3.500,00$. Não dispondo deste capital, um cliente se propõe a pagar a geladeira, com juros compostos de 4% a.m., em quatro prestações mensais, de mesmo valor, sendo a primeira no ato da compra. Qual o valor aproximado da prestação que o cliente está se propondo a pagar em reais?**

a) 875,00
b) 910,00

c) 937,13
d) 964,22
e) 1.023,63

Comentários:

Uma loja anuncia uma geladeira cujo preço à vista é de $R\$\ 3.500{,}00$ a ser paga em quatro prestações mensais, de mesmo valor, sendo a primeira no ato da compra. Vejamos graficamente:



As duas opções de pagamento devem ser equivalentes. Vamos proceder com a equivalência de capitais.

Geralmente, iremos escolher datas futuras para comparar, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir.

Então**, iremos equivaler os capitais na data $t = 3$.**

Então:

$$3.500 \times (1+i)^3 = P \times (1+i)^3 + P \times (1+i)^2 + P \times (1+i)^1 + P$$

$$3.500 \times (1+0{,}04)^3 = P \times (1+0{,}04)^3 + P \times (1+0{,}04)^2 + P \times (1+0{,}04)^1 + P$$

$$3.500 \times 1{,}04^3 = P \times 1{,}04^3 + P \times 1{,}04^2 + P \times 1{,}04^1 + P$$

$$3.500 \times 1{,}125 = P \times 1{,}125 + P \times 1{,}0408 + P \times 1{,}04 + P$$

$$3.937{,}5 = 4{,}2P$$

$$P = \frac{3.937}{4{,}2} \rightarrow \boldsymbol{P = 937}$$

Gabarito: Alternativa **C**

6. **(FGV / TCU - 2022) Um empréstimo será amortizado em um ano com pagamentos mensais à taxa de juros compostos de 48% ao ano capitalizados mensalmente. Descontadas as tarifas bancárias, que são efetivadas no momento da contratação do empréstimo, no valor de 5%, o tomador do empréstimo receberá líquidos $R\$\ 10.450,00$. Sabe-se que as parcelas mensais aumentam $2,7\%$ ao mês e que o primeiro pagamento será realizado um mês após efetuada a operação.**

O valor aproximado da menor parcela, em reais, é de:

Utilize a aproximação: $(1{,}027)^{12} = 1{,}4$ e $(1{,}04)^{12} = 1{,}6$.

a) 879
b) 1.144
c) 1.886
d) 1.976
e) 2.089

Comentários:

Primeiro passo é convertermos a taxa nominal para a taxa efetiva. Para fazer tal conversão basta fazermos uma **simples divisão/multiplicação**. Então, a Taxa Efetiva mensal será igual a:

$$i_{mensal} = \frac{i_{anual}}{12}$$

$$i_{mensal} = \frac{48\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{mensal} = 4\%}}$$

Segundo passo é calcular o valor do Empréstimo.

Afinal, **é sobre o valor do Empréstimo que incidirão os Juros**. Imagine que você vá a um banco e capte 10 mil emprestado. O banco te cobra 500 reais de taxas e encargor e você recebe líquido 9.500. Você acha que o banco vai te cobrar os Juros em cima dos 10.000 ou dos 9.500? Com certeza em cima do valor do Empréstimo que é de 10.000 (banco não iria "jogar" pra perder).

Descontadas as tarifas bancárias no valor de 5%, o tomador do empréstimo receberá líquidos $R\$\ 10.450{,}00$. Logo, o valor do Empréstimo será:

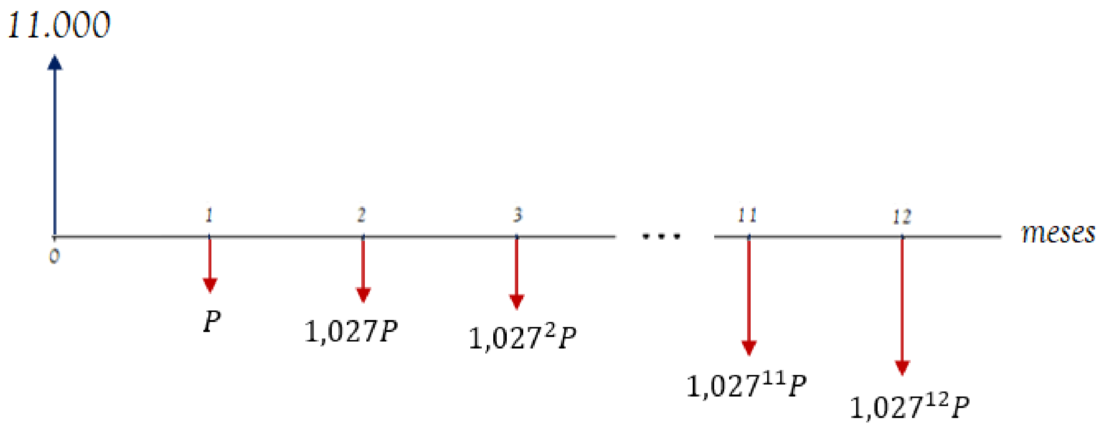
$$E - \frac{5}{100} \times E = 10.450$$

$$E - 0{,}05E = 10.450$$

$$0{,}95E = 10.450$$

$$E = \frac{10.450}{0{,}95} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{E = 11.000}}$$

Sabe-se que **as parcelas mensais aumentam 2,7%** ao mês e que o primeiro pagamento será realizado um mês após efetuada a operação. Vejamos graficamente essa operação:



Vamos equivaler os Capitais no tempo $t = 0$:

$$11.000 = \frac{P}{(1+i)} + \frac{1{,}027P}{(1+i)^2} + \frac{1{,}027^2P}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{1{,}027^{11}P}{(1+i)^{11}} + \frac{1{,}027^{12}P}{(1+i)^{12}}$$

$$11.000 = \frac{P}{(1+0{,}04)} + \frac{1{,}027P}{(1+0{,}04)^2} + \frac{1{,}027^2P}{(1+0{,}04)^3} + \cdots + \frac{1{,}027^{11}P}{(1+0{,}04)^{11}} + \frac{1{,}027^{12}P}{(1+0{,}04)^{12}}$$

$$11.000 = \frac{P}{(1{,}04)} + \frac{1{,}027P}{(1{,}04)^2} + \frac{1{,}027^2P}{(1{,}04)^3} + \cdots + \frac{1{,}027^{11}P}{(1{,}04)^{11}} + \frac{1{,}027^{12}P}{(1{,}04)^{12}}$$

Observe que do lado direito da igualdade temos a **soma de uma Progressão Geométrica (P.G.)** de termo inicial $\frac{P}{(1{,}04)}$ e razão $\frac{1{,}027}{(1{,}04)}$.

$$\boldsymbol{a_1 = \frac{P}{(1{,}04)}} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{q = \frac{1{,}027}{(1{,}04)}}$$

Precisamos recordar da fórmula da soma dos termos de uma PG.

$$\boxed{S_n = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}}$$

Substituindo os valores:

$$S_{12} = \frac{\frac{P}{(1{,}04)} \times \left(\left(\frac{1{,}027}{1{,}04}\right)^{12} - 1\right)}{\frac{1{,}027}{(1{,}04)} - 1} = \frac{\frac{P}{(1{,}04)} \times \left(\frac{1{,}027^{12}}{1{,}04^{12}} - 1\right)}{\frac{1{,}027}{(1{,}04)} - 1} = \frac{\frac{P}{(1{,}04)} \times \left(\frac{1{,}4}{1{,}6} - 1\right)}{0{,}9875 - 1} = \frac{\frac{P}{(1{,}04)} \times -0{,}125}{-0{,}0125}$$

$$S_{12} = \frac{10P}{1{,}04}$$

Substituindo no lado direito da igualdade:

$$11.000 = \frac{P}{(1{,}04)} + \frac{1{,}027P}{(1{,}04)^2} + \frac{1{,}027^2P}{(1{,}04)^3} + \cdots + \frac{1{,}027^{11}P}{(1{,}04)^{11}} + \frac{1{,}027^{12}P}{(1{,}04)^{12}}$$

$$11.000 = \frac{10P}{1{,}04}$$

$$10P = 11.440$$

$$P = \frac{11.440}{10} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 1.144}$$

Perceba que as parcelas são crescentes e a menor delas é a primeira parcela de valor P. Logo, **o valor aproximado da menor parcela, em reais, é de R$ 1.144,00.**

Gabarito: Alternativa **B**

7. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Uma pessoa toma um empréstimo no valor de C reais, a uma taxa de juros (compostos) mensal i e decide saldar completamente a dívida em três pagamentos, após $30, 60$ e 90 dias contados a partir da data do empréstimo, de forma que o segundo e o terceiro pagamentos sejam, em valores nominais, respectivamente, o dobro e o triplo do valor do primeiro pagamento. Nessas condições, o valor a ser pago no primeiro pagamento será dado pela expressão**

a) $\frac{C(1+i)^3}{(1+i)^2+2(1+i)+3}$

b) $\frac{C(1+i)^3}{3(1+i)^2+2(1+i)+1}$

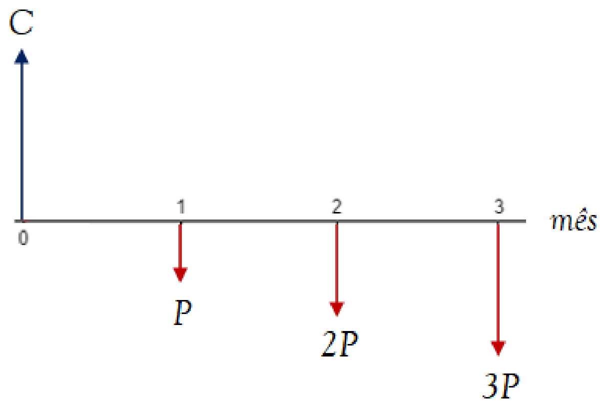
c) $\frac{C(1+i)^3}{(1+i)^2+(1+i)+3}$

d) $\frac{3C(1+i)^3}{(1+i)^2+(1+i)}$

e) $\frac{C(1+i)^3}{(1+i)^2-(1+i)-3}$

Comentários:

Vejamos graficamente como se dará o empréstimo a ser obtido por essa pessoa:



Então, iremos equivaler os capitais na data $t = 3$.

Lembro que, geralmente, iremos escolher datas futuras para comparar, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir (estudamos minuciosamente essa passagem na teoria).

$$C \times (1+i)^3 = P \times (1+i)^2 + 2P \times (1+i)^1 + 3P$$

A banca nos questiona o valor da primeira Parcela, isto é, o valor de P.

Vamos colocar P em evidência na fórmula acima:

$$C \times (1+i)^3 = P \times (1+i)^2 + 2P \times (1+i)^1 + 3P$$

$$C \times (1+i)^3 = P \times [(1+i)^2 + 2(1+i) + 3] \rightarrow \boldsymbol{P = \frac{C \times (1+i)^3}{(1+i)^2 + 2(1+i) + 3}}$$

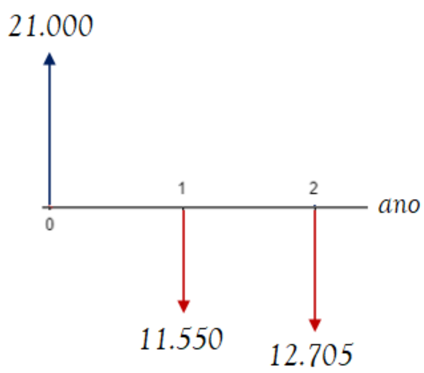
Gabarito: Alternativa **A**

8. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) No que se refere a desconto racional, taxa interna de retorno (TIR), porcentagem e juros compostos, julgue o item a seguir.**

Para pagar um empréstimo de $R\$\ 21.000{,}00$, um banco exige, ao final do primeiro ano, um pagamento de $R\$\ 11.550{,}00$ e, em seguida, ao final do próximo ano, um segundo pagamento de $R\$\ 12.705{,}00$. Dessa forma, se nenhum outro pagamento é exigido, o custo anual da operação é de 20%.

Comentários:

Vejamos o fluxo de caixa trazido pela banca:



Existem diversas maneiras de fazer essa questão. Vamos proceder da seguinte forma: ao invés de calcularmos o custo anual da operação, nós vamos substituir esse custo por 20% e constatar se teremos o valor inicial.

Explicando melhor: perceba que **a banca não pede o valor da taxa de juros** (custo anual). Ela apenas questiona se 20% é a taxa de juros.

Sendo assim, não precisamos calcular o quanto de fato ela vale. Apenas vamos constatar se é ou não 20%.

Vamos trazer os pagamentos a Valor Presente e constatar se eles somam R$ 21.000,00 (recebimento inicial).

O **Valor Presente** será igual a <u>soma do Valor Presente da primeira parcela mais o Valor Presente da segunda parcela</u>.

$$VP = VP_1 + VP_2$$

Para calcular o Valor Presente vamos utilizar a fórmula estudada para o **regime de juros compostos** e calcular cada parcela separadamente.

Perceba que a primeira parcela será descontada por um período de 1 ano enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 anos.

$$VP_1 = \frac{VF_1}{(1+i)^{t_1}} \rightarrow VP_1 = \frac{11.500}{(1+0{,}2)^1} = \frac{11.500}{1{,}2} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_1 \cong 9.583}}$$

$$VP_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \rightarrow VP_2 = \frac{12.705}{(1+0{,}2)^2} = \frac{12.705}{1{,}44} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_2 \cong 8.822}}$$

Logo, o **Valor Presente** desse fluxo a um custo anual de capital de 20% será igual a:

$$VP = VP_1 + VP_2$$

$$VP = 9.583 + 8.822 \rightarrow \boldsymbol{VP = 18.405}$$

Sendo assim, **20% NÃO É o custo anual da operação**.

Obs: Você poderia também, levar todos os fluxos de caixa para o futuro para compará-los (treinamos batante durante a aula)

Gabarito: **ERRADO**

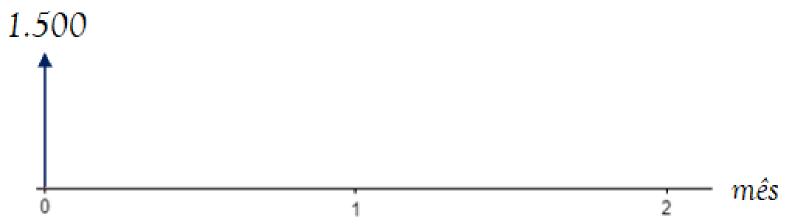
9. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte, relativo a matemática financeira.

Um empréstimo de R$ 1.500,00 foi realizado junto a uma instituição financeira, a uma taxa de juros de 12% ao mês e para ser quitado em dois meses. Se, na primeira parcela, foi pago o valor de R$ 950,00, então o valor da segunda parcela, na data do seu vencimento, será superior a R$ 815,00.

Comentários:

Vamos trabalhar passo a passo com o fluxo de caixa para resolver essa questão.

i. Inicialmente temos um empréstimo de R$ 1.500,00.

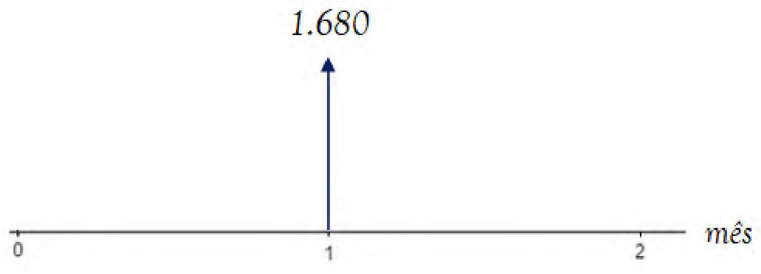


A uma taxa de juros de 12% ao mês no primeiro mês esse empréstimo estará com valor igual a:

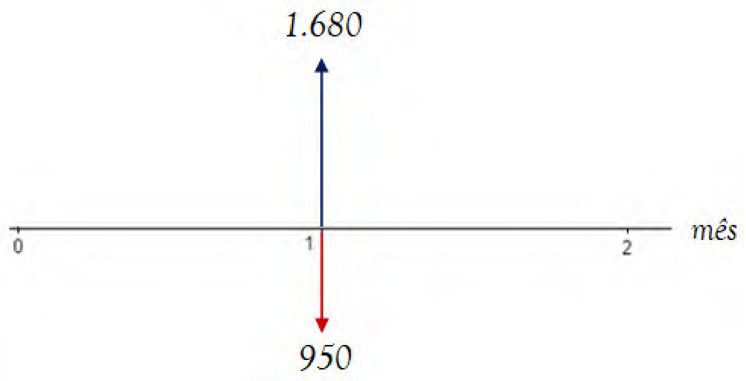
$$VF = 1.500 \times (1 + i)$$

$$VF = 1.500 \times (1 + 0{,}12)$$

$$VF = 1.500 \times 1{,}12 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VF = 1.680}}$$

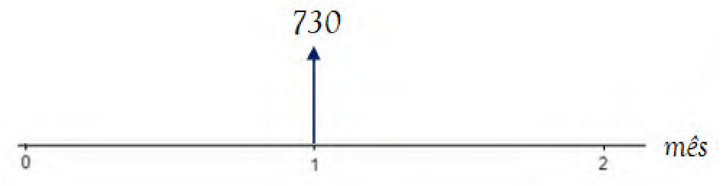


ii. Na primeira parcela (no mês 1), foi pago o valor de R$ 950,00.



Sendo assim, ainda faltará pagar:

$$P = 1.680 - 950 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{P = 730}}$$

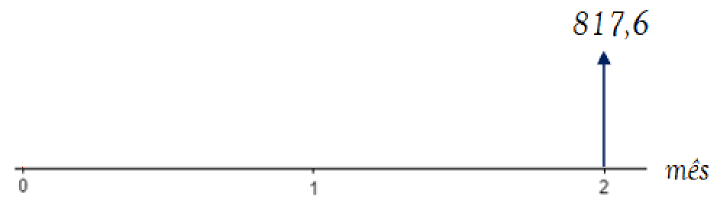


iii. Todavia, este valor que resta a pagar, será pago no segundo mês. Logo, vamos calcular o valor dessa parcela P no mês 2. Observe que ela será deslocada no tempo 1 unidade para a direita.

$$VF = 730 \times (1 + i)$$

$$VF = 730 \times (1 + 0{,}12)$$

$$VF = 730 \times 1{,}12 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VF = 817{,}6}$$



Ou seja, para quitar o empréstimo (zerá-lo), **o pagamento da segunda parcela será de R$ 817,60**.

Então, o valor da segunda parcela, na data do seu vencimento, será (sim) superior a R$ 815,00.

Obs: Claro que na hora da prova você não precisar desenhar o fluxo. Estamos trabalhando na teoria para melhor compreensão e melhor didática.

Dito isto,

Gabarito: **CERTO**

10. (CESGRANRIO / BB - 2021) Um cliente montou uma estratégia financeira, aplicando parte de seu décimo terceiro salário, sempre no início de janeiro, de 2018 a 2021, conforme mostrado na Tabela a seguir.

jan/2018	jan/2019	jan/2020	jan/2021
R$ 10.000,00	R$ 10.000,00	R$ 10.000,00	R$ 10.000,00

A partir da orientação financeira de um especialista, ele conseguiu obter nesse período, com essas aplicações, uma taxa de retorno de 10% ao ano, sempre na comparação com o ano anterior. Ele pretende atingir o valor total acumulado de 65 mil reais no início de jan/2023.

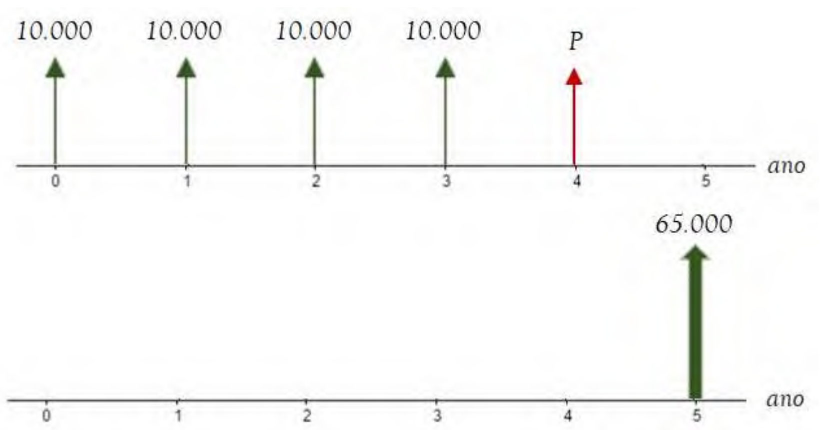
Considerando-se que essa taxa de retorno se mantenha, o valor mínimo, em reais, que esse cliente precisará depositar em Jan/2022, para atingir a meta em Jan/2023, a partir das aproximações dadas, pertence ao intervalo:

Dados:
$1{,}1^5 = 1{,}611$;
$1{,}1^4 = 1{,}464$;
$1{,}1^3 = 1{,}331$.

a) R$ 8.000,00 a R$ 8.199,00
b) R$ 8.200,00 a R$ 8.399,00
c) R$ 8.400,00 a R$ 8.599,00
d) R$ 8.600,00 a R$ 8.799,00
e) R$ 8.800,00 a R$ 8.999,00

Comentários:

Vejamos graficamente os depósitos adotando $t = 0$ para o início do ano de 2018.



Observe que iremos capitalizar parcela a parcela para o perióro $t = 5$ (início do ano de 2023) e a soma dessas capitalizações deverá ser igual ao valor pretendido de 65 mil reais.

A primeira parcela será deslocada 5 anos para o futuro, a segunda quatro anos e assim por diante. Então teremos:

$$65.000 = 10.000 \times (1+i)^5 + 10.000 \times (1+i)^4 + 10.000 \times (1+i)^3 + 10.000 \times (1+i)^2 + P(1+i)^1$$

Subsituindo $i = 10\%$ a.a.:

$$65.000 = 10.000 \times 1{,}1^5 + 10.000 \times 1{,}1^4 + 10.000 \times 1{,}1^3 + 10.000 \times 1{,}1^2 + P \times 1{,}1^1$$

$$65.000 = 10.000 \times 1{,}611 + 10.000 \times 1{,}464 + 10.000 \times 1{,}331 + 10.000 \times 1{,}21 + 1{,}1P$$

$$65.000 = 10.000 \times (1{,}611 + 1{,}464 + 1{,}331 + 1{,}21) + 1{,}1P$$

$$65.000 = 10.000 \times 5{,}616 + 1{,}1P$$

$$65.000 = 56.160 + 1{,}1P$$

$$1{,}1P = 65.000 - 56.160$$

$$1{,}1P = 8.840$$

$$P = \frac{8.840}{1{,}1} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 8.036}$$

Logo, o valor mínimo, em reais, que esse cliente precisará depositar em Jan/2022, para atingir a meta em Jan/2023, a partir das aproximações dadas, pertence ao intervalo $R\$ $ 8.000,00 a $R\$ $ 8.199,00.

Gabarito: Alternativa **A**

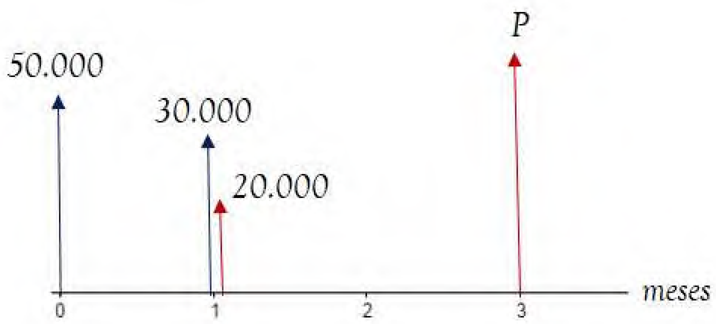
11. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) Um indivíduo que deve a uma instituição financeira R$ 50.000 com vencimento imediato e mais R$ 30.000, que deverão ser pagos daqui a um mês, propôs pagar R$ 20.000 daqui a um mês e o restante, daqui a três meses, sabendo que a instituição pratica o desconto racional composto à taxa de 5% ao mês.

Nessa situação, considerando 1,10 e 1,16 como valores aproximados para $1{,}05^2$ e $1{,}05^3$, respectivamente, o valor restante que o devedor deverá pagar daqui a três meses será igual a

a) R$ 66.000,00
b) R$ 69.000,00
c) R$ 79.400,00
d) R$ 80.000,00
e) R$ 91.000,00

Comentários:

Vamos representar graficamente as 2 opções de pagamento.



As duas opções de pagamento devem ser equivalentes. Vamos proceder com a equivalência de capitais.

Geralmente, iremos escolher datas futuras para comparar, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir.

Então, iremos equivaler os capitais na data $t = 3$.

Observe que, no capital azul, a parcela de 50.000 será deslocada 3 unidades para o futuro enquanto que a parcela de 30.000 será deslocada 2 unidades.

Já no capital vermelho, a parcela de 20.000 será deslocada 2 unidades para a direita. A parcela P já está no tempo $t = 3$.

Como se trata de juros compostos, temos que:

Deslocar para a direita $\longrightarrow \times \boldsymbol{(1+i)^t}$

Então,

$$50.000 \times (1+0{,}05)^3 + 30.000 \times (1+0{,}05)^2 = 20.000 \times (1+0{,}05)^2 + P$$

$$50.000 \times 1{,}05^3 + 30.000 \times 1{,}05^2 = 20.000 \times 1{,}05^2 + P$$

$$50.000 \times 1{,}16 + 30.000 \times 1{,}1 = 20.000 \times 1{,}1 + P$$

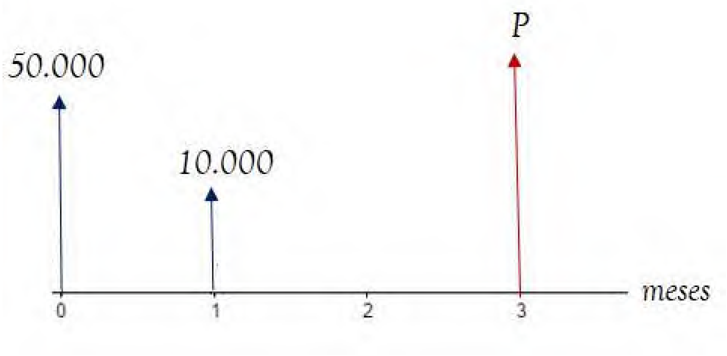
$$58.000 + 33.000 = 22.000 + P$$

$$P = 58.000 + 33.000 - 22.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 69.000}$$

Alguns detalhes que, na hora da prova, podem poupar uns segundos preciosos.

Observe que, na data $t = 1$, há o capital azul de 30.000 e o capital vermelho de 20.000. Nesse caso, você pode descontar os 20.000 dos 30.000 e levar apenas 10.000 como capital azul para o futuro.

Na essência as contas são as mesmas que às feitas acima. O gráfico ficaria assim:



Fazendo a equivalência de capitais no tempo $t = 3$:

$$50.000 \times (1 + 0{,}05)^3 + 10.000 \times (1 + 0{,}05)^2 = P$$

$$50.000 \times 1{,}16 + 10.000 \times 1{,}1 = P$$

$$P = 58.000 + 11.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 69.000}$$

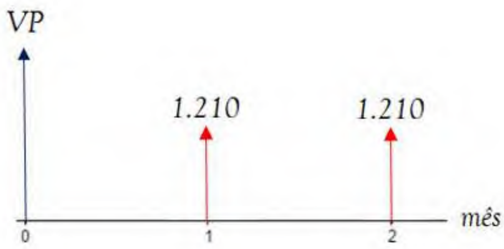
Gabarito: Alternativa **B**

12. (FCC / SMF Manaus – 2019) Sérgio recebeu um adiantamento e negociou que a devolução seria paga em duas parcelas iguais de R$ 1.210,00, a primeira, um mês após o recebimento do adiantamento, e a segunda, um mês depois do pagamento da primeira parcela. Sabendo que foram cobrados juros compostos de 10% ao mês, o valor que Sérgio recebeu pelo adiantamento foi de

a) R$ 2.420,00
b) R$ 2.010,00
c) R$ 2.100,00
d) R$ 2.200,00
e) R$ 2.210,00

Comentários:

Representando graficamente no diagrama do fluxo de caixa teremos:



Vamos fazer a equivalência de capitais no momento $t = 0$.

O **Valor Presente** (adiantamento) será dado pela soma do Valor Presente da primeira mais o Valor Presente da segunda parcela ambas descontadas a uma taxa de **juros compostos** de 10% ao mês.

$$VP = VP_1 + VP_2$$

Observe que a primeira parcela será descontada pelo período de 1 mês enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 meses.

$$VP_1 = \frac{VF_1}{(1+i)^{t_1}} \rightarrow VP_1 = \frac{1.210}{(1+0{,}1)^1} = \frac{1.210}{1{,}1} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_1 = 1.100}}$$

$$VP_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \rightarrow VP_2 = \frac{1.210}{(1+0{,}1)^2} = \frac{1.210}{1{,}21} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_2 = 1.000}}$$

Logo, o valor à vista, em real, que deverá constar na nota fiscal será igual a:

$$VP = VP_1 + VP_2$$

$$VP = 1.100 + 1.000 \rightarrow \boldsymbol{VP = 2.100}$$

Porém, na hora da prova, iremos resolver **automaticamente** com o transporte das parcelas no tempo.

Observe que a primeira parcela de R$ 1.210 será deslocada 1 unidade para a esquerda e a segunda parcela, 2 unidades.

Como se trata de juros compostos, temos que:

$$\textit{Deslocar para a direita} \longrightarrow \times\,(\boldsymbol{1+i})^{\boldsymbol{t}}$$

$$\textit{Deslocar para a esquerda} \longrightarrow \div\,(\boldsymbol{1+i})^{\boldsymbol{t}}$$

Logo, VP será igual a:

$$VP = \frac{1.210}{(1+0{,}1)^1} + \frac{1.210}{(1+0{,}1)^2}$$

$$VP = \frac{1.210}{1{,}1} + \frac{1.210}{1{,}21}$$

$$VP = 1.100 + 1.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP = 2.100}$$

Gabarito: Alternativa **C**

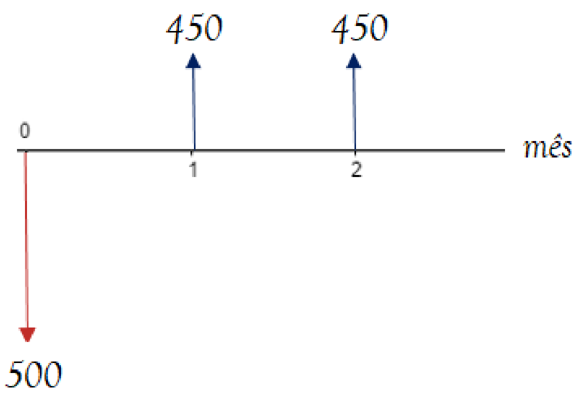
13. (FGV / BANESTES - 2018) Um bem, cujo preço à vista é R$ 500,00, será adquirido por meio de duas prestações mensais consecutivas de R$ 450,00, sendo a primeira delas paga um mês após a compra.

Nessa venda, a taxa mensal de juros compostos aplicada é:

a) 20%
b) 25%
c) 30%
d) 40%
e) 50%

Comentários:

Vamos representar <u>graficamente</u> as 2 opções de pagamentos:



As 2 opções de pagamento são equivalentes. Vamos equivaler os capitais no tempo $t = 2$, pois como vimos na teoria, levar para o futuro (multiplicar) é menos trabalhoso que trazer as parcelas para o presente (dividir).

- No regime de juros compostos, quando deslocamos a parcela para a direita, multiplicamos pela fator $(1+i)^t$.

Logo, fazendo a equivalência em $t = 2$ e calculando a taxa teremos:

$$\mathbf{500 \times (1 + \boldsymbol{i})^2 = 450 \times (1 + \boldsymbol{i}) + 450}$$

Nessa altura da questão, você tem 2 opções para continuar a resolução:

- Ou você, de posse das alternativas, chuta valores para i até encontrar a igualdade acima; ou
- Utiliza a incógnita auxiliar e parte para a equação do segundo grau.

Vamos utilizar a experiência de prova para resolver essa continuidade.

"Diga-me, aluno, das alternativas acima, qual você escolheria por primeiro para chutar?"

Tenho (quase) certeza que você respondeu 50%. Se tivesse 10% nas alternativas você responderia 10%, como não tem, creio que sua resposta deve ter sido 50%.

Então, vamos substituir 50% e conferir se há a igualdade:

$$500 \times (1+i)^2 = 450 \times (1+i) + 450$$

$$500 \times (1+0{,}5)^2 = 450 \times (1+0{,}5) + 450$$

$$500 \times 2{,}25 = 450 \times 1{,}5 + 450$$

$$1.125 = 675 + 450$$

$$\mathbf{1.125 = 1.125}$$

Ou seja, houve a igualdade. Logo, constatamos que o gabarito é, de fato, 50%.

"Certo professor, mas eu quero encontrar fazendo pelo segundo jeito. Por equação do segundo grau"

Vamos calcular então pela **incógnita auxiliar**.

$$500 \times (1+i)^2 = 450 \times (1+i) + 450$$

Nesse caso, vamos chamar $(1+i) = y$ e substituir acima e calcular y.

$$500 \times y^2 = 450 \times y + 450$$

Simplificando por 50:

$$10y^2 = 9y + 9$$

$$10y^2 - 9y - 9 = 0$$

Iremos calcular as raízes por Bhaskara:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 10 \times (-9)}}{2 \times 10}$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 360}}{20}$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{441}}{20}$$

$$y = \frac{9 \pm 21}{20} \begin{cases} y = \dfrac{9 + 21}{20} = \dfrac{30}{20} = 1{,}5 \\ \\ y = \dfrac{9 - 21}{20} = \dfrac{-12}{20} = -0{,}6 \end{cases}$$

Nesse caso, não podemos ter taxa negativa. Logo,

$$y = 1{,}5$$

Por fim, substituímos na incógnita que chamamos de auxiliar e calculamos o valor da taxa.

$$(1 + i) = y$$

$$1 + i = 1{,}5$$

$$i = 1{,}5 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0{,}5 \; ou \; 50\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

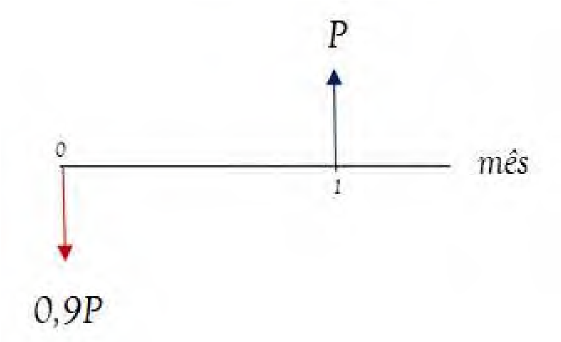
14. (CESPE / TCDF - 2021) Certo produto foi anunciado por um preço P, valor que o vendedor aceita dividir em até três parcelas iguais, mensais e sucessivas, com ou sem entrada, conforme o desejo do cliente. No caso de pagamento à vista, o vendedor aceita entregar o produto por 0,9P.

Considerando a situação hipotética apresentada, julgue o item a seguir.

Se, ao adquirir o produto, o cliente optar por pagar o valor P com um cheque para o mês seguinte, ele pagará uma taxa de juros efetiva de 10% a.m.

Comentários:

Vamos representar graficamente a opção de compra:



Vamos fazer a equivalência de capitais e calcular o valor da taxa.

$$0{,}9P \times (1 + i) = P$$

Perceba que transportamos a parcela "$0{,}9P$" para o futuro, e para isso, devemos multiplicar por $(1 + i)$.

Nesse caso, a banca não especifica o regime de juros. Porém, para a unidade de tempo igual a 1 (1 mês no nosso problema), tanto para regime simples quanto para composto, o fator multiplicativo será $(1 + i)$.

Sendo assim, o valor da taxa será:

$$0{,}9\cancel{P} \times (1 + i) = \cancel{P}$$

$$0{,}9 \times (1 + i) = 1$$

$$0{,}9 + 0{,}9i = 1$$

$$0{,}9i = 1 - 0{,}9$$

$$0{,}9i = 0{,}1$$

$$i = \frac{0,1}{0,9}$$

Na hora da prova, utilize um pouco da experiência de resolução de questões. Você **não precisa fazer essa conta** e calcular o valor exato da taxa. Perceba que essa divisão certamente não será exata e, logo, não será igual a 0,1 (10%).

Ou seja, a assertiva do enunciado está **INCORRETA**. A taxa de juros efetiva não será igual a 10%.

Vamos fazer a divisão para constatar tal fato.

$$i = \frac{0,1}{0,9} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0,1111 \ ou \ 11,11\%}$$

Um outro modo de se fazer, que eu acredito que seja até mais rápido, é testar a taxa de 10% e conferir o valor do fluxo de caixa de "$0,9P$" um mês depois. Ficaríamos com:

$$= 0,9P \times (1 + 0,1)$$

$$= 0,9P \times 1,1$$

$$= 0,99P$$

Ou seja, com a taxa de 10% não teríamos P e sim 0,99P. Logo, a assertiva está **INCORRETA**.

Gabarito: **ERRADO**

15. (VUNESP / CM Sertãozinho - 2019) Considere que a taxa de juros seja 25% ao ano e que a taxa de inflação seja zero. Se um pagamento devido para daqui um ano é de R$ 1.000, o tomador deve antecipar o pagamento para a data atual se for oferecido a ele a possibilidade de liquidar por, no máximo,

a) R$ 250
b) R$ 500
c) R$ 800
d) R$ 1.000
e) R$ 1.250

Comentários:

Para calcular o valor de liquidação devemos achar **o Valor Presente** de uma parcela futura de R$ 1.000 daqui a 1 ano.

$$VP = \frac{VF}{1+i}$$

$$VP = \frac{1.000}{1+0,25}$$

$$VP = \frac{1.000}{1,25} \rightarrow \mathbf{VP = 800}$$

Observe que o enunciado não nos informa o regime de juros. Porém, estudamos na aula 00, que independente do regime de juros, para 1 unidade de tempo (1 ano no nosso caso), a fórmula é igual tanto para regime de juros simples quanto composto.

Gabarito: Alternativa **C**

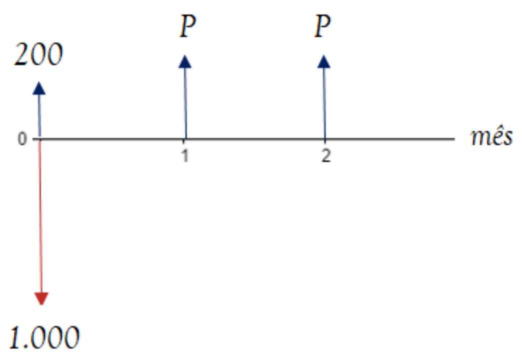
16. (FGV / ALE RO - 2018) Suponha que um consumidor entre em uma loja e verifique que o preço à vista de um ar condicionado é de R$ 1.000,00. No entanto, ele opta pelo financiamento, que exige uma entrada de R$ 200,00 e mais duas parcelas mensais iguais com taxa efetiva mensal de juros de 1%, sob regime composto.

O valor de cada parcela será igual a

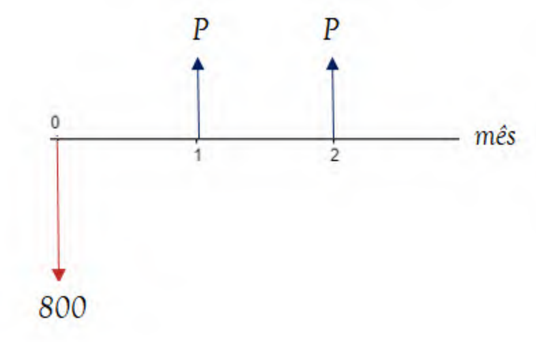
a) R$ 808,00
b) R$ 406,01
c) R$ 404,25
d) R$ 402,50
e) R$ 507,51

Comentários:

Iremos representar graficamente a opção de financiamento:



Oras, se o preço do produto é R$ 1.000,00 à vista e ele paga uma entrada de R$ 200,00, é porque faltará ao cliente pagar R$ 800,00. Logo:



As 2 opções de pagamento são equivalentes. Vamos equivaler os capitais no tempo $t = 2$, pois como vimos na teoria, levar para o futuro (multiplicar) é menos trabalhoso que trazer as parcelas para o presente (dividir).

- No **regime de juros compostos**, quando deslocamos a parcela para a direita, multiplicamos pela fator $(1+i)^t$.

Logo, fazendo a equivalência em $t = 2$ e calculando a prestação teremos:

$$800 \times (1+0{,}01)^2 = P \times (1+0{,}01) + P$$

$$800 \times 1{,}01^2 = P \times 1{,}01 + P$$

$$800 \times 1{,}0201 = 1{,}01P + P$$

$$816{,}08 = 2{,}01P$$

$$P = \frac{816{,}08}{2{,}01} \rightarrow \boldsymbol{P = 406{,}01}$$

Gabarito: Alternativa **B**

17. (CESPE / FUNSPREV – 2016) Com relação às anuidades e aos sistemas de amortização, julgue o item subsequente.

O valor atual (VA) de uma anuidade *postecipada* que pague R$ 200 ao ano, pelo prazo de três anos, à taxa de juros de 5% ao ano, será corretamente calculado pela expressão $VA = 200 \times (1+0{,}05) + 200 \times (1+0{,}05)^2 + 200 \times (1+0{,}05)^3$.

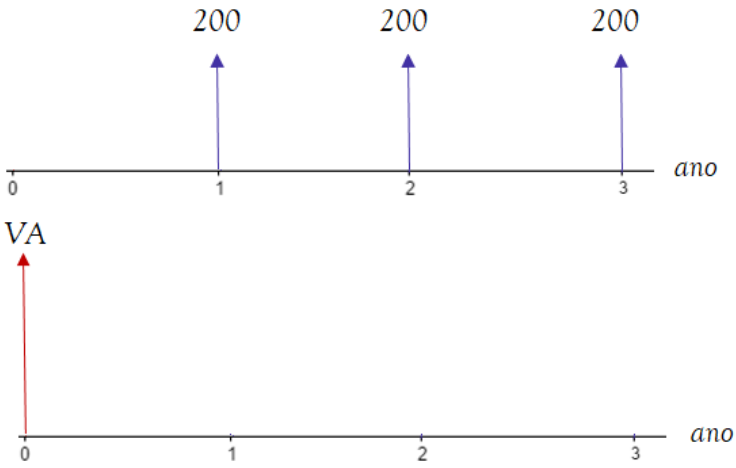
Comentários:

Quando trazemos uma parcela do futuro para o presente, a dividimos por $(1+i)^t$.

Então, a resposta jamais poderia ser essa, uma vez que a parcela está multiplicada pelo fator acima e não dividida.

Vejamos.

Vamos representar graficamente o enunciado.



Nesse caso, o **Valor Atual (ou Presente)** será igual a soma do Valor Presente da primeira parcela mais o Valor Presente da segunda parcela mais o Valor Presente da terceira parcela.

$$VP = VP_1 + VP_2 + VP_3$$

Observe que iremos transportar cada parcela de um tempo futuro para o momento zero. Ou seja, vamos deslocar a parcela para a esquerda. A primeira parcela será deslocada 1 unidade para a esquerda, enquanto que a segunda parcela será deslocada em 2 unidades e a terceira parcela, 3 unidades.

Em regime de juros compostos, quando deslocamos para a esquerda, dividimos por $(1+i)^t$.

Sendo assim, o Valor Atual será:

$$VP = VP_1 + VP_2 + VP_3$$

$$VP = \frac{200}{(1+i)^1} + \frac{200}{(1+i)^2} + \frac{200}{(1+i)^3}$$

$$\boldsymbol{VP = \frac{200}{(1+0,05)^1} + \frac{200}{(1+0,05)^2} + \frac{200}{(1+0,05)^3}}$$

Gabarito: **ERRADO**

18. (FCC / SEFAZ BA – 2019) Uma empresa tem uma dívida para cumprir que é composta das seguintes parcelas:

– Parcela de R$ 5.000,00 que vence na data de hoje;

– Parcela de R$ 8.000,00 que vence de hoje a um mês.

A empresa está com problemas no seu fluxo de caixa e deseja renegociar o pagamento da dívida, propondo ao credor a seguinte forma de pagamento:

– Pagar uma parcela de R$ 2.000,00 na data de hoje;

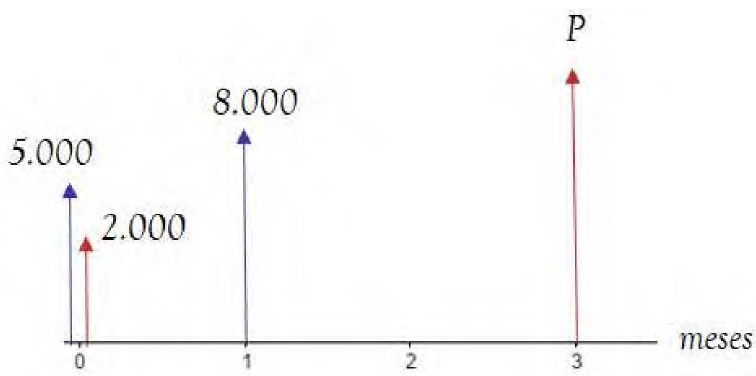
– Liquidar o saldo remanescente da dívida em uma única parcela que será paga de hoje a três meses.

Se a taxa de juros compostos cobrada pelo credor é 3% ao mês, o valor da parcela a ser paga no final de três meses, desprezando- se os centavos, será, em reais,

a) 12.020
b) 11.990
c) 11.736
d) 11.000
e) 11.765

Comentários:

Vamos representar graficamente as 2 opções de pagamento.



As duas opções de pagamento devem ser equivalentes. Vamos proceder com a equivalência de capitais.

Geralmente, iremos escolher datas futuras para comparar, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir.

Então, iremos equivaler os capitais na data $t = 3$.

Observe que, no capital azul, a parcela de 5.000 será deslocada 3 unidades para o futuro enquanto que a parcela de 8.000 será deslocada 2 unidades.

Já no capital vermelho, a parcela de 2.000 será deslocada 3 unidades para a direita. A parcela P já está no tempo $t = 3$.

Como se trata de juros compostos, temos que:

Deslocar para a direita $\longrightarrow \times \boldsymbol{(1+i)^t}$

Então,

$$5.000 \times (1 + 0{,}03)^3 + 8.000 \times (1 + 0{,}03)^2 = 2.000 \times (1 + 0{,}03)^3 + P$$

$$5.000 \times 1{,}03^3 + 8.000 \times 1{,}03^2 = 2.000 \times 1{,}03^3 + P$$

$$5.000 \times 1{,}092727 + 8.000 \times 1{,}0609 = 2.000 \times 1{,}092727 + P$$

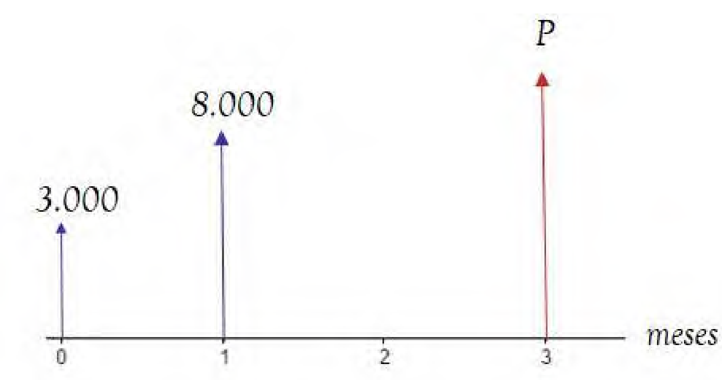
$$5.463 + 8.487 = 2.185 + P$$

$$P = 5.463 + 8.487 - 2.185 \quad \rightarrow \boldsymbol{P \cong 11.765}$$

Alguns detalhes que, na hora da prova, podem poupar uns segundos preciosos.

Observe que, na data zero, há o capital azul de 5.000 e o capital vermelho de 2.000. Nesse caso, você pode descontar os 2.000 dos 5.000 e levar apenas 3.000 como capital azul para o futuro.

Na essência as contas são as mesmas que às feitas acima. O gráfico ficaria assim:



Fazendo a equivalência de capitais no tempo $t = 3$:

$$3.000 \times (1 + 0{,}03)^3 + 8.000 \times (1 + 0{,}03)^2 = P$$

$$3.000 \times 1{,}092727 + 8.000 \times 1{,}0609 = P$$

$$3278 + 8.487 = P \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 11.765}$$

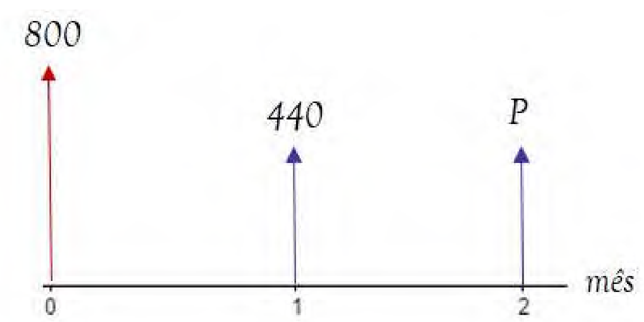
Gabarito: Alternativa **E**

19. (CESPE / TCE SC – 2019) No item que se segue, é apresentada uma situação hipotética a respeito de avaliação de investimentos e de taxas de juros, seguida de uma assertiva a ser julgada.

João comprou um equipamento, cujo preço à vista era de R$ 800, em duas prestações mensais, consecutivas e distintas. A primeira prestação, de R$ 440, foi paga um mês após a compra, e a taxa de juros compostos desse negócio foi de 10% ao mês. Nessa situação, o valor da segunda prestação foi superior a R$ 480.

Comentários:

Como sempre, primeiramente, vamos representar graficamente o comando da questão.



Vamos proceder com a equivalência de capitais na data focal $t = 2$ (onde se encontra a parcela P).

Geralmente, iremos escolher datas futuras para comparar, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir.

Observe que, no capital vermelho, a parcela de 800 será deslocada 2 unidades para a direita. Já no capital azul, a parcela de 440 será deslocada 1 unidade para a direita e a parcela P já está sobre o tempo focal $t = 2$.

Em regime de juros compostos, quando deslocamos para a direita, multiplicamos por $(1 + i)^t$.

Logo,

$$800 \times (1 + 0{,}1)^2 = 440 \times (1 + 0{,}1)^1 + P$$

$$800 \times 1{,}1^2 = 440 \times 1{,}1 + P$$

$$800 \times 1{,}21 = 440 \times 1{,}1 + P$$

$$968 = 484 + P$$

$$P = 968 - 484 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 484}$$

Ou seja, nessa situação, o valor da segunda prestação foi **SUPERIOR** a R$ 480.

Gabarito: **CERTO**

20. (FGV / ISS Cuiabá - 2016) Suponha que João tenha obtido um financiamento de R$ 100,00 à taxa efetiva de 50% ao ano, no regime de juros compostos. Por sua vez, Maria obteve um financiamento de R$ 1.000,00 sob as mesmas condições de João. Em ambos os casos, o prazo de operação é de dois anos.

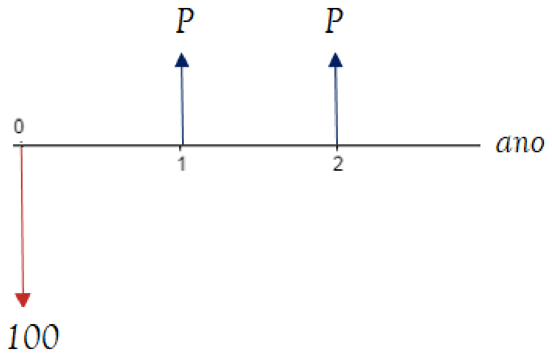
As prestações anuais para João e Maria são, respectivamente, iguais a

a) R$ 100,00 e R$ 1.000,00.
b) R$ 95,00 e R$ 1.200,00.
c) R$ 90,00 e R$ 900,00.
d) R$ 85,00 e R$ 1.000,00.
e) R$ 80,00 e R$ 800,00.

Comentários:

Vamos calcular separadamente a parcela de João e de Maria.

- João oteve um financiamento de R$ 100,00 à taxa efetiva de 50% ao ano, no regime de juros compostos e pagou em 2 prestações anuais. Graficamente teremos:



Iremos fazer a equivalência de capitais no tempo $t = 2$, pois como vimos na teoria, levar para o futuro (multiplicar) é menos trabalhoso que trazer as parcelas para o presente (dividir).

- No **regime de juros compostos**, quando deslocamos a parcela para a direita, multiplicamos pela fator $(1 + i)^t$.

Logo, fazendo a equivalência em $t = 2$ e calculando a prestação teremos:

$$100 \times (1 + 0{,}5)^2 = P \times (1 + 0{,}5) + P$$

$$100 \times 1{,}5^2 = P \times 1{,}5 + P$$

$$100 \times 2{,}25 = 1{,}5P + P$$

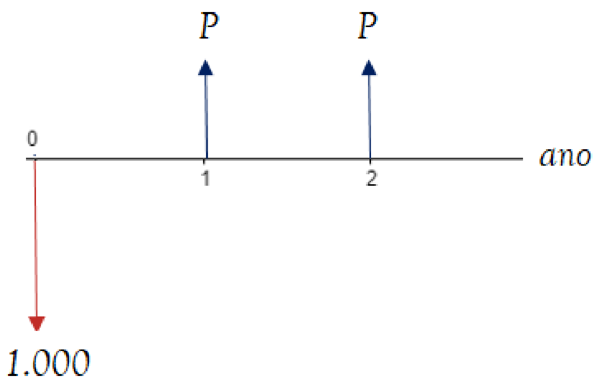
$$225 = 2{,}5P$$

$$P = \frac{225}{2{,}5} \rightarrow \boldsymbol{P = 90}$$

Observe que, na hora da prova, poderíamos marcar a Alternativa C e partir para a próxima questão.

Vamos, agora, calcular a prestação de Maria.

- Maria obteve um financiamento de R$ 1.000,00 sob as mesmas condições de João



Equivalendo os Capitais na data $t = 2$:

$$1.000 \times (1 + 0{,}5)^2 = P \times (1 + 0{,}5) + P$$

$$1.000 \times 1{,}5^2 = P \times 1{,}5 + P$$

$$1.000 \times 2{,}25 = 1{,}5P + P$$

$$2.250 = 2{,}5P$$

$$P = \frac{2.250}{2{,}5} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 900}$$

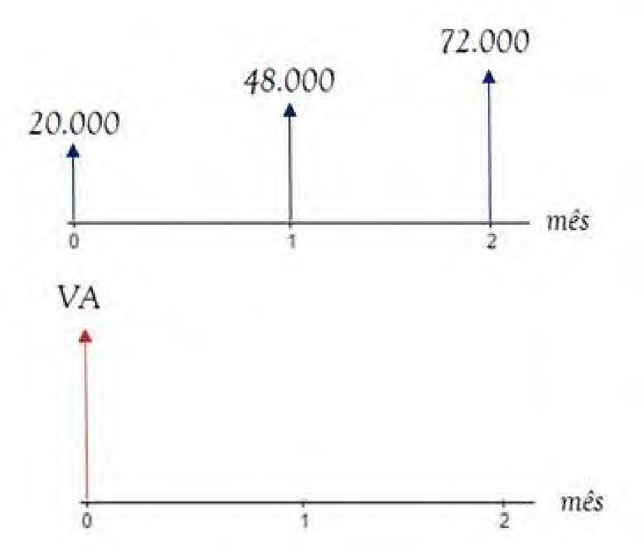
Gabarito: Alternativa **C**

21. (CESPE / TCE SC – 2016) No item que se segue, é apresentada uma situação hipotética a respeito de avaliação de investimentos e de taxas de juros, seguida de uma assertiva a ser julgada.

Uma casa foi colocada à venda por R$ 120.000 à vista, ou em três parcelas, sendo a primeira de R$ 20.000 no ato da compra e mais duas mensais e consecutivas, sendo a primeira no valor de R$ 48.000 a ser pago um mês após a compra e a segunda, no final do segundo mês, no valor de R$ 72.000. Se a taxa de juros compostos na venda parcelada for de 20% ao mês, a melhor opção de compra é pela compra parcelada.

Comentários:

Vamos representar graficamente a segunda opção de compra da casa, isto é, uma entrada de R$ 20.000 e mais duas mensais e consecutivas, sendo a primeira no valor de R$ 48.000 a ser pago um mês após a compra e a segunda, no final do segundo mês, no valor de R$ 72.000.



Nesse caso, o **Valor Presente** será igual a soma do Valor Presente da primeira parcela mais o Valor Presente da segunda parcela mais o Valor Presente da terceira parcela.

$$VP = VP_1 + VP_2 + VP_3$$

Para calcular o Valor Presente vamos utilizar a fórmula estudada para o **regime de juros compostos** e calcular cada parcela separadamente.

Perceba que a primeira parcela já está na data focal $t = 0$.

$$\boxed{\boldsymbol{VP_1 = 20.000}}$$

A segunda parcela será descontada pelo período de 1 mês enquanto que a terceira parcela será descontada pelo período de 2 meses.

$$VP_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \rightarrow VP_2 = \frac{48.000}{(1+0{,}2)^1} = \frac{48.000}{1{,}2} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_2 = 40.000}}$$

$$VP_3 = \frac{VF_3}{(1+i)^{t_3}} \rightarrow VP_3 = \frac{72.000}{(1+0{,}2)^2} = \frac{72.000}{1{,}44} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{VP_3 = 50.000}}$$

Logo, o **Valor Presente** desse fluxo de caixa será igual a:

$$VP = VP_1 + VP_2 + VP_3$$

$$VP = 20.000 + 40.000 + 50.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP = 110.000}$$

Ou seja, comparando as 2 situações na data focal $t = 0$, percebe-se que **a melhor opção de compra seria a compra parcelada**, uma vez que se gastaria menos que a compra à vista de R$ 120.000,00.

Gabarito: **CERTO**

22. (FCC / TJ MA – 2019) Pedro obteve um empréstimo em um banco e hoje ainda deve as seguintes duas parcelas:

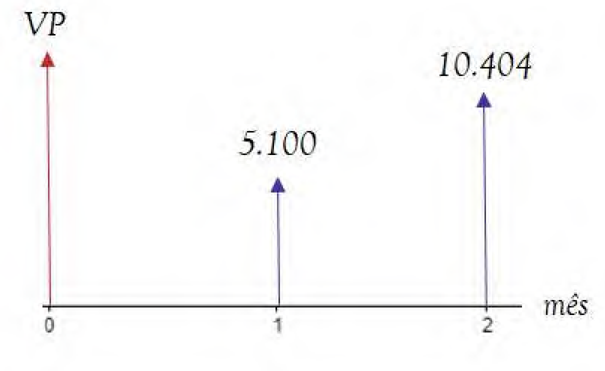
– Uma parcela no valor de R$ 5.100,00 que vencerá daqui 30 dias;
– Outra parcela no valor de R$ 10.404,00 que vencerá daqui 60 dias.

Sabendo que a taxa de juros compostos contratada com o banco foi de 2% ao mês, o valor que Pedro deveria pagar hoje para liquidar integralmente a sua dívida, em reais, é de

a) 15.000,00
b) 15.504,00
c) 14.985,84
d) 15.003,85
e) 14.573,76

Comentários:

Vamos representar o enunciado graficamente:



Para calcular o Valor Presente, devemos transportar a primeira parcela 1 unidade para a esquerda e a segunda parcela, 2 unidades.

Em regime de juros compostos, quando deslocamos para a esquerda, dividimos por $(1+i)^t$.

$$VP = \frac{5.100}{(1+0{,}02)^1} + \frac{10.404}{(1+0{,}02)^2}$$

$$VP = \frac{5.100}{1{,}02} + \frac{10.404}{1{,}0404}$$

$$VP = 5.000 + 10.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP = 15.000}$$

Vou resolver da maneira "completa" caso você não tenha entendido. Lembrando que, na teoria, explicamos passo a passo como calcular o Valor do dinheiro no tempo de forma mais automática e rápida.

Nesse caso, o **Valor Presente** será igual a <u>soma do Valor Presente da primeira parcela mais o Valor Presente da segunda parcela</u>.

$$VP = VP_1 + VP_2$$

Para calcular o Valor Presente vamos utilizar a fórmula estudada para o **regime de juros compostos** e calcular cada parcela separadamente.

Perceba que a primeira parcela será descontada por um período de 1 mês enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 meses.

$$VP_1 = \frac{VF_1}{(1+i)^{t_1}} \quad \rightarrow \quad VP_1 = \frac{5.100}{(1+0{,}02)^1} = \frac{5.100}{1{,}02} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VP_1 = 5.000}}$$

$$VP_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \quad \rightarrow \quad VP_2 = \frac{10.404}{(1+0{,}02)^2} = \frac{10.404}{1{,}0404} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VP_2 = 10.000}}$$

Logo, o **Valor Presente** desse fluxo de caixa será igual a:

$$VP = VP_1 + VP_2$$

$$VP = 5.000 + 10.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP = 15.000}$$

Gabarito: Alternativa **A**

23. (CESPE / TCE PR – 2016) Ao estudar uma proposta de negócio com duração de dois anos, um investidor espera o cenário apresentado na tabela precedente, em que os valores estão em reais.

valor a ser investido	100.000
retorno esperado no 1.º ano	55.000
retorno esperado no 2.º ano	65.500

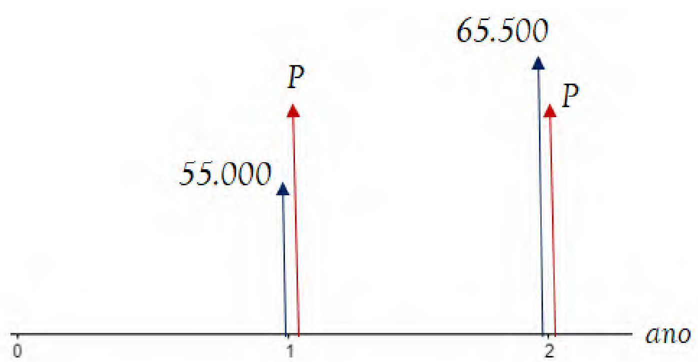
Nessa situação, se a taxa anual de juros para desconto do fluxo for de 10% ao ano, e se o investidor desejar um fluxo equivalente ao do cenário apresentado, mas com retornos iguais nos dois anos, o valor de cada retorno será igual a

a) R$ 61.000,00
b) R$ 60.000,00
c) R$ 64.000,00
d) R$ 63.000,00
e) R$ 62.000,00

Comentários:

O investidor deseja um fluxo equivalente ao do cenário apresentado, mas com retornos iguais nos dois anos.

Vejamos graficamente as 2 opções de retorno.



Vamos proceder com a <u>Equivalência de Capitais</u> no tempo mais a direita, isto é, $t = 2$.

A parcela de 55.000 será deslocada 1 unidade para a direita, assim como a Parcela P do capital em vermelho.

Já a parcela de 65.000 e a segunda parcela P estão sobre o tempo $t = 2$ e não precisarão ser deslocadas.

Em regime de juros compostos, quando deslocamos para a direita, multiplicamos por $(1 + i)^t$.

Logo,

$$55.000 \times (1+0,1)^1 + 65.500 = P \times (1+0,1)^1 + P$$

$$55.000 \times 1,1 + 65.500 = 1,1P + P$$

$$60.500 + 65.500 = 2,1P$$

$$126.000 = 2,1P$$

$$P = \frac{126.000}{2,1} \rightarrow \boldsymbol{P = 60.000}$$

Gabarito: Alternativa **B**

24. (FCC / ALESE – 2018) A Cia. Construtora adquiriu um terreno para ser pago em 5 parcelas iguais de R$ 10.000,00, vencíveis em 30, 60, 90, 120 e 150 dias, respectivamente. Ao pagar a terceira parcela, a Cia. verificou que possuía condições financeiras para quitar as duas parcelas restantes.

Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pela instituição financeira era de 4% ao mês, a equação que indica o valor que a Cia. deveria desembolsar para quitar o terreno, após pagar a terceira parcela e na data de vencimento desta, é

a) $Valor\ pago = \frac{10.000}{(1,04)} + \frac{10.000}{(1,04)^2}$

b) $Valor\ pago = \frac{20.000}{(1,04)^2}$

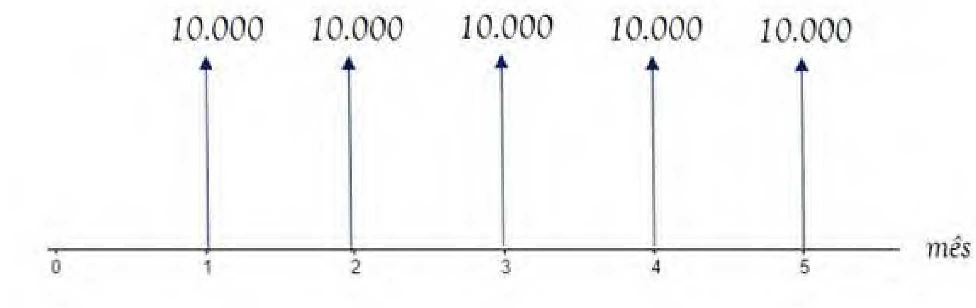
c) $Valor\ pago = \frac{20.000}{(1,08)}$

d) $Valor\ pago = 10.000 + \frac{10.000}{(1,04)}$

e) $Valor\ pago = \frac{10.000}{(1,04)} + \frac{10.000}{(1,08)}$

Comentários:

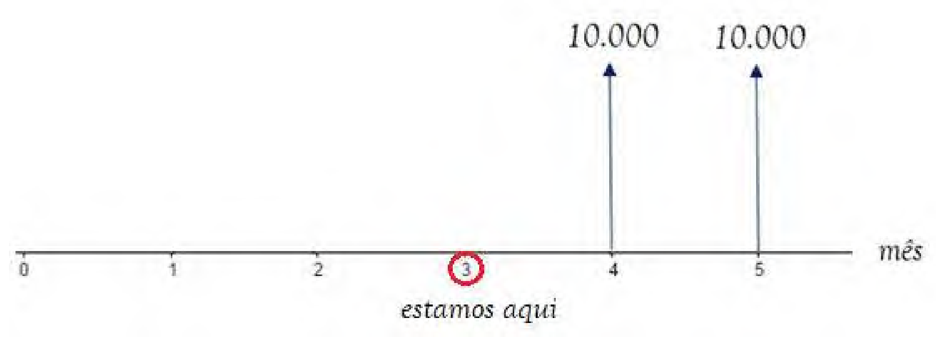
A Cia. Construtora adquiriu um terreno para ser pago em 5 parcelas iguais de R$ 10.000,00, vencíveis em 30, 60, 90, 120 e 150 dias, respectivamente.



Atente-se para a conversão da unidade do período (dia) para a unidade da taxa de juros (mês), pois necessariamente devem coincidir. 30, 60, 90, 120 e 150 dias, equivalem, respectivamente, a 1, 2, 3, 4 e 5 meses.

Ao pagar a terceira parcela, a Cia. verificou que possuía condições financeiras para quitar as duas parcelas restantes.

Ou seja, resta apenas pagar a quarta e a quinta parcela.



Para calcular o Valor pago das duas parcelas restantes (que será no tempo $t = 3$), devemos deslocar a primeira parcela de 10.000 uma unidade para a esquerda e deslocar a segunda parcela, duas unidades para a esquerda.

Em regime de juros compostos, quando deslocamos para a esquerda, dividimos por $(1+i)^t$.

Sendo assim, o Valor pago será:

$$Valor\ pago = \frac{10.000}{(1+0{,}04)^1} + \frac{10.000}{(1+0{,}04)^2}$$

$$\boldsymbol{Valor\ pago = \frac{10.000}{(1{,}04)} + \frac{10.000}{(1{,}04)^2}}$$

Gabarito: Alternativa **A**

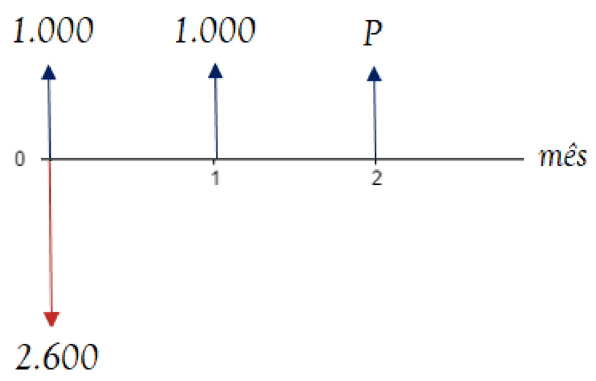
25. **(FGV / IBGE - 2016) João recebeu a fatura de R$ 2.600,00 do cartão de crédito que cobra 10% de juros ao mês. No dia do vencimento, pagou R$ 1.000,00, um mês depois pagou mais R$ 1.000,00 e, um mês depois desse pagamento, liquidou a dívida.**

Sabendo-se que João não utilizou o cartão nesse período, o valor do último pagamento de João foi de:

a) R$ 720,00
b) R$ 780,00
c) R$ 836,00
d) R$ 860,00
e) R$ 1.046,00

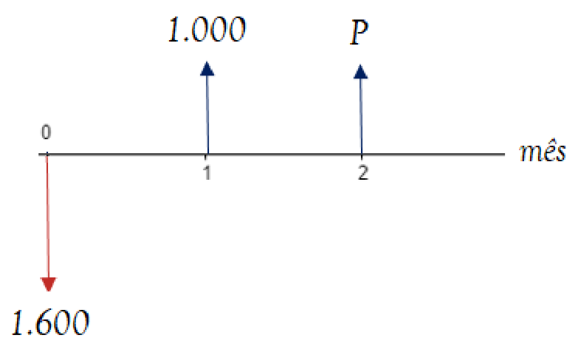
Comentários:

Vamos representar graficamente o fluxo de caixa do enunciado:



Oras, se João tinha uma fatura de R$ 2.600,00 e pagou R$ 1.000,00 no dia do vencimento, é porque ficou a ele faltando pagar o restante de R$ 1.600,00 certo?

E esses R$ 1.600,00 foram pagos em uma parcela de R$ 1.000,00 um mês depois e mais uma Parcela P dois meses após.



Para calcular o valor da Parcela P vamos fazer a equivalência de Capitais no tempo $t = 2$, pois como vimos na teoria, levar para o futuro (multiplicar) é menos trabalhoso que trazer as parcelas para o presente (dividir).

- No **regime de juros compostos**, quando deslocamos a parcela para a direita, multiplicamos pela fator $(1 + i)^t$.

Sendo assim:

$$1.600 \times (1 + 0{,}1)^2 = 1.000 \times (1 + 0{,}1) + P$$

$$1.600 \times 1{,}1^2 = 1.000 \times 1{,}1 + P$$

$$1.600 \times 1{,}21 = 1.000 \times 1{,}1 + P$$

$$1.936 = 1.100 + P$$

$$P = 1.936 - 1.100 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 836}$$

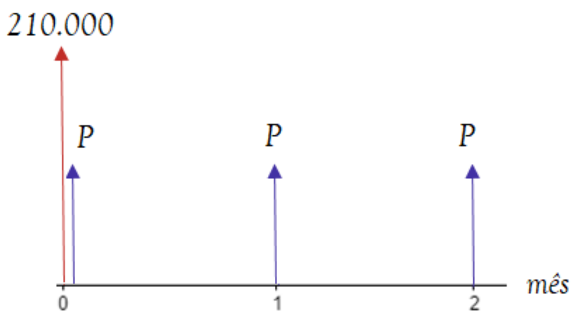
Gabarito: Alternativa **C**

26. (FCC / SEFAZ GO – 2018) O preço à vista de um apartamento é R$ 210.000,00. Jorge fez uma proposta ao proprietário para adquirir esse imóvel pagando o em três parcelas iguais, a primeira à vista, a segunda após 1 ano e a terceira depois de 2 anos. O proprietário aceitou a proposta, desde que fossem cobrados juros compostos de 100% ao ano sobre o saldo devedor após o pagamento de cada parcela. Nas condições impostas pelo proprietário, o valor de cada uma das três parcelas a serem pagas por Jorge, em reais, deverá ser igual a

a) 120.000,00
b) 90.000,00
c) 100.000,00
d) 70.000,00
e) 130.000,00

Comentários:

Vamos representar graficamente o que a banca nos traz.



Geralmente, iremos escolher datas futuras para fazer a equivalência, uma vez que, como estudamos, para transportar para o futuro, multiplicamos as parcelas. Enquanto que, para transportar do futuro para o presente, dividimos. E acredito que multiplicar, na hora da prova, é mais fácil e mais rápido que dividir.

Em regime de juros compostos, quando deslocamos para a direita, multiplicamos por $(1+i)^t$.

Equivalendo os Capitais no tempo $t = 2$ teremos:

$$210.000 \times (1+1)^2 = P \times (1+1)^2 + P \times (1+1)^1 + P$$

$$210.000 \times 2^2 = P \times 2^2 + P \times 2^1 + P$$

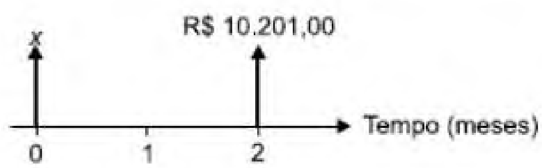
$$210.000 \times 4 = 4P + 2P + P$$

$$210.000 \times 4 = 7P$$

$$P = \frac{210.000 \times 4}{7} \rightarrow \boldsymbol{P = 120.000}$$

Gabarito: Alternativa **A**

27. (VUNESP / ISS Campinas - 2019) O esquema a seguir representa o fluxo de caixa relativo à compra de um bem, realizada nas seguintes condições: uma primeira parcela de entrada no valor x reais na data 0 (zero) cujo valor foi de 20% do valor V do bem; uma segunda parcela de valor anotado na data 2, quitando totalmente o valor da compra. A taxa de juros contratada foi de 1% ao mês de juros compostos.

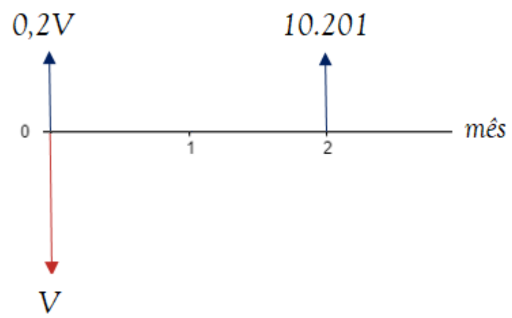


De acordo com os dados, um dos valores seguintes é o da entrada x:

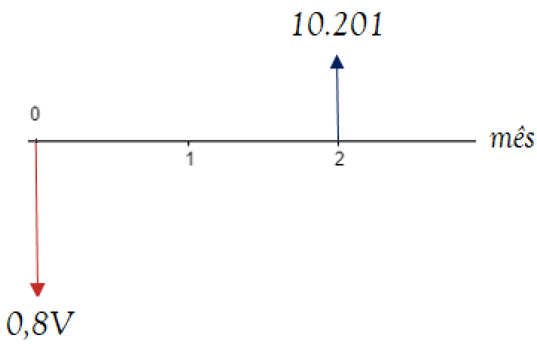
a) R$ 3.000,00
b) R$ 2.000,00
c) R$ 3.500,00
d) R$ 2.500,00
e) R$ 4.000,00

Comentários:

Vamos representar <u>graficamente</u> uma primeira parcela de entrada no valor $0{,}2V$ reais na data 0 (zero) cujo valor foi de 20% do valor V do bem; uma segunda parcela de R$ 10.201 na data 2, quitando totalmente o valor da compra V.



Oras, se o bem custa V e o cliente paga de entrada um valor de $0{,}2V$ (20%), é porque falta ainda pagar um restante de $0{,}8V$ (80%) certo?



Então, equivalendo os Capitais em $t = 2$ teremos:

$$0{,}8V \times (1 + 0{,}01)^2 = 10.201$$

$$0{,}8V \times 1{,}01^2 = 10.201$$

$$0{,}8V \times 1{,}0201 = 10.201$$

$$0{,}8V = 10.000$$

$$V = \frac{10.000}{0{,}8} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V = 12.500}}$$

A entrada X é igual a 20% do valor do bem. Logo:

$$X = 0{,}2V$$

$$X = 0{,}2 \times 12.500 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{X = 2.500}$$

Gabarito: Alternativa **D**

28. (FCC / TRE PR – 2017) Para comprar um automóvel, Pedro realizou uma pesquisa em 3 concessionárias e obteve as seguintes propostas de financiamento:

<u>Concessionária</u> 1: Entrada de R$ 12.000,00 + 1 prestação de R$ 29.120,00 para 30 dias após a entrada.
<u>Concessionária</u> 2: Entrada de R$ 13.000,00 + 1 prestação de R$ 29.120,00 para 60 dias após a entrada.
<u>Concessionária</u> 3: Entrada de R$ 13.000,00 + 2 prestações R$ 14.560,00 para 30 e 60 dias após a entrada, respectivamente.

Sabendo que a taxa de juros compostos era 4% ao mês, para a aquisição do automóvel

a) A melhor proposta é a 1, apenas.
b) A melhor proposta é a 2, apenas.
c) A melhor proposta é a 3, apenas.
d) As melhores propostas são 2 e 3, por serem equivalentes.
e) As melhores propostas são 1 e 2, por serem equivalentes.

Comentários:

Vamos calcular o Valor Presente de cada concessionária e constatar qual proposta é a mais vantajosa.

- <u>Concessionária</u> 1: Entrada de R$ 12.000,00 + 1 prestação de R$ 29.120,00 para 30 dias após a entrada.

$$VP_1 = 12.000 + \frac{29.120}{(1 + 0{,}04)^1}$$

$$VP_1 = 12.000 + \frac{29.120}{1{,}04}$$

$$VP_1 = 12.000 + 28.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VP_1 = 40.000}}$$

- Concessionária 2: Entrada de R$ 13.000,00 + 1 prestação de R$ 29.120,00 para 60 dias após a entrada.

$$VP_2 = 13.000 + \frac{29.120}{(1 + 0{,}04)^2}$$

$$VP_2 = 13.000 + \frac{29.120}{1{,}0816}$$

$$VP_2 = 13.000 + 26.923 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VP_2 = 39.923}}$$

- Concessionária 3: Entrada de R$ 13.000,00 + 2 prestações R$ 14.560,00 para 30 e 60 dias após a entrada, respectivamente.

$$VP_3 = 13.000 + \frac{14.560}{(1 + 0{,}04)^1} + \frac{14.560}{(1 + 0{,}04)^2}$$

$$VP_3 = 13.000 + \frac{14.560}{1{,}04} + \frac{14.560}{1{,}0816}$$

$$VP_3 = 13.000 + 14.000 + 13.461 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VP_3 = 40.461}}$$

Logo, sabendo que a taxa de juros compostos era 4% ao mês, para a aquisição do automóvel **a melhor proposta é a 2, apenas.**

Gabarito: Alternativa **B**

29. (FCC / SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo à taxa de juros compostos de 2% ao mês e ainda restam duas parcelas trimestrais de mesmo valor para sua liquidação. O valor de cada parcela é R$ 30.000,00 e a primeira das duas parcelas vencerá em 90 dias. A empresa pretende alterar a forma de pagamento, mantendo a mesma taxa de juros, e propõe à instituição financeira a liquidação da seguinte forma:

– Uma parcela de R$ 25.000,00, na data de hoje.
– Uma parcela complementar, daqui a 60 dias.

A equação que permite calcular corretamente o valor da parcela complementar identificada pela incógnita x, é

a) $25.000(1{,}02)^2 + x = \frac{30.000}{1{,}02} + \frac{30.000}{(1{,}02)^4}$

b) $25.000 + x = \frac{30.000}{(1{,}02)^3} + \frac{30.000}{(1{,}02)^6}$

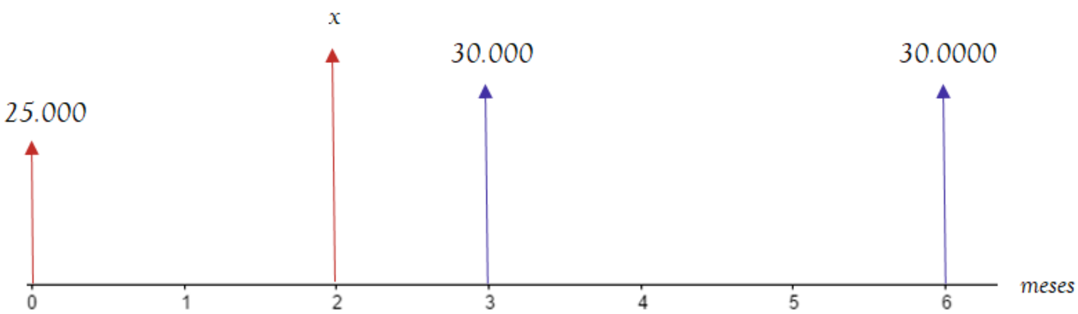
c) $x = \frac{30.000}{(1{,}02)^3} + \frac{30.000}{(1{,}02)^6} - 25.000$

d) $25.000 + \frac{x}{1{,}02} = \frac{30.000}{(1{,}02)^3} + \frac{30.000}{(1{,}02)^6}$

e) $x(1{,}02)^2 = \frac{30.000}{1{,}02} + \frac{30.000}{(1{,}02)^4} - 25.000$

Comentários:

Vamos representar graficamente as 2 opções de pagamento do empréstimo:



Atente-se para a conversão da unidade do período (dia) para a unidade da taxa de juros (mês), pois necessariamente devem coincidir.

Vamos proceder com a equivalência de capitais na data focal $t = 2$ (onde se encontra a parcela x).

Observe que a parcela de 25.000 será deslocada 2 unidades para a direita e as parcelas de 30.000 serão deslocadas, respectivamente, 1 e 4 unidades para a esquerda.

Em regime de juros compostos, quando deslocamos para a direita, multiplicamos por $(1 + i)^t$ e, em contrapartida, quando deslocamos para a esquerda, dividimos por $(1 + i)^t$.

Logo,

$$25.000 \times (1 + 0{,}02)^2 + x = \frac{30.000}{(1 + 0{,}02)^1} + \frac{30.000}{(1 + 0{,}02)^4}$$

$$\mathbf{25.000 \times 1{,}02^2 + x = \frac{30.000}{1{,}02} + \frac{30.000}{(1{,}02)^4}}$$

Gabarito: Alternativa **A**

30. (VUNESP / Pref. Suzano - 2016) Assinale a alternativa que apresenta o valor presente de um montante futuro de R$ 20.000,00, que será pago ao final de dois anos. O custo de oportunidade equivale a 2% ao ano capitalizado.

Nota: Considere para o cálculo apenas duas casas decimais, depois da vírgula, desprezando, ainda, os centavos.

a) R$ 17.750,00
b) R$ 18.780,00
c) R$ 18.890,00
d) R$ 19.003,00
e) R$ 19.230,00

Comentários:

Estudamos que em **regime de Juros Compostos**, o Valor Presente é calculado pela seguinte fórmula:

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^t}$$

Onde,

$VP = Valor\ Presente = ?$

$VF = Valor\ Futuro = 20.000$

$i = taxa\ de\ juros = 2\%\ ao\ ano = 0{,}02$

$t = tempo = 2\ anos$

Vamos substituir os valores e calcular o Valor Presente:

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^t}$$

$$VP = \frac{20.000}{(1+0{,}02)^2}$$

$$VP = \frac{20.000}{1{,}02^2}$$

$$VP = \frac{20.000}{1{,}04} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP \cong 19.230,00}$$

Perceba que a banca nos pede para considerar apenas duas casas decimais. Então, $1{,}02^2 \cong 1{,}04$.

Obs: O enunciado afirma que a taxa é capitalizada, isto é, é uma taxa própria do regime de juros compostos (estudamos essa diferença na aula inicial do curso).

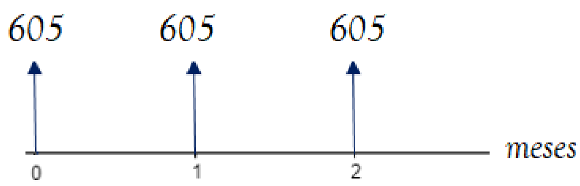
Gabarito: Alternativa **E**

31. (VUNESP / CM Sales - 2018) Um produto foi comprado para ser pago em 3 vezes: uma entrada à vista, sem incidência de juros, e outras duas parcelas a prazo, sendo uma no mês seguinte e a outra dois meses depois da compra. O cliente podia escolher quanto pagar na primeira parcela, mas deveria quitar o pagamento na segunda parcela. A cada mês incidiram juros de 10% sobre o saldo devedor. Se tanto a entrada como as parcelas pagas foram iguais a R$ 605,00, o valor desse produto à vista está compreendido entre

a) R$ 1.500,00 e R$ 1.550,00.
b) R$ 1.550,01 e R$ 1.600,00.
c) R$ 1.600,01 e R$ 1.650,00.
d) R$ 1.650,01 e R$ 1.700,00.
e) R$ 1.700,01 e R$ 1.750,00.

Comentários:

Vamos representar graficamente a opção de compra:



O Valor à vista desse produto será igual ao somatório do Valor Presente $(t = 0)$ de cada parcela individualmente.

$$VP = 605 + \frac{605}{(1+0{,}1)^2} + \frac{605}{(1+0{,}1)^3}$$

Perceba que a primeira parcela já está no tempo $t = 0$. A segunda parcela será descontada por um período de 1 mês enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 meses.

Lembrando que, para descontar uma parcela, em regime de juros compostos, dividimos por $(1+i)^t$.

Sendo assim:

$$VP = 605 + \frac{605}{(1+0{,}1)^2} + \frac{605}{(1+0{,}1)^3}$$

$$VP = 605 + \frac{605}{1{,}1^2} + \frac{605}{1{,}1^3}$$

$$VP = 605 + \frac{605}{1{,}21} + \frac{605}{1{,}331}$$

Vamos utilizar um pouco da experiência de prova. Observe que a banca nos questiona o intervalo que o VP deverá estar. Ou seja, não precisamos calcular o valor exato. Podemos arredondar nosso resultado para não perder muito tempo nas contas.

$$VP = 605 + \frac{605}{1{,}21} + \frac{605}{1{,}331}$$

$$VP = 605 + 500 + 455 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VP \cong 1.560}$$

Gabarito: Alternativa **B**

32. (FCC / SEFAZ SP – 2009) A tabela abaixo apresenta os valores dos Fatores de Recuperação de Capital (FRC) para a taxa de juros compostos de 2% ao período:

Número de períodos (n)	10	11	12	13
FRC	0,111	0,102	0,095	0,088

O preço de venda de um equipamento é igual a R$ 100.000,00. Ele pode ser adquirido por uma das seguintes opções:

I. À vista, com 10% de desconto sobre o preço de venda.

II. Em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas, com a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Utilizando o critério do desconto racional composto a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, tem-se que o valor de cada prestação da opção II que torna equivalentes, no ato da compra, os pagamentos efetuados pelas duas opções é, desprezando os centavos, igual a

a) R$ 9.500,00
b) R$ 9.180,00
c) R$ 8.550,00
d) R$ 8.330,00
e) R$ 8.150,00

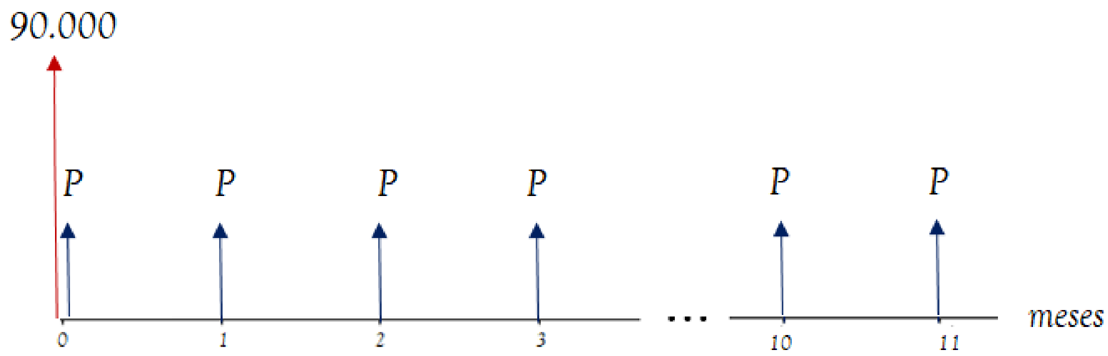
Comentários:

O preço de venda de um equipamento é igual a R$ 100.000,00. Ele pode ser adquirido por uma das seguintes opções:

I. À vista, com 10% de desconto sobre o preço de venda. Ou seja, à vista por R$ 90.000,00.

II. Em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas, com a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Vamos representar graficamente as 2 opções de pagamento:



Observe que são 12 parcelas. Todavia, a primeira é paga no ato da compra, caracterizando assim, uma série de rendas certas antecipadas (1+11).

O enunciado informa que as 2 opções de pagamentos são equivalentes. Logo, o Valor Presente de uma série de rendas certas antecipadas deverá ser igual a R$ 90.000,00.

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Antecipadas** é o valor no momento "0", também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma de todas** as **n** rendas certas **P** descontadas pela mesma taxa de juros **i**.

O Valor Atual (VA) ou Valor Presente (VP) de uma série de rendas certas antecipadas é calculado pela seguinte fórmula:

$$VA = P \times a_{n \neg i\%} \times (1 + i)$$

É a mesma equação da rendas postecipadas multiplicada por $(1 + i)$, recordam-se?

Substituindo os valores:

$$90.000 = P \times a_{12 \neg \%2\%} \times (1 + 0{,}02)$$

Observe, porém, que o enunciado nos fornece a tabela do Fator de Recuperação de Capitais (FRC). Estudamos na teoria que o FRC é o inverso do Fator de Valor Atual.

$$a_{12 \neg 2\%} = \frac{1}{FRC_{12 \neg 2\%}} \quad \rightarrow \quad a_{12 \neg 2\%} = \frac{1}{0{,}095}$$

Substituindo na equação acima e calculando o valor da Parcela teremos:

$$90.000 = P \times a_{12 \neg \%2\%} \times (1 + 0{,}02)$$

$$90.000 = P \times \frac{1}{0{,}095} \times 1{,}02$$

$$P = \frac{90.000 \times 0{,}095}{1{,}02} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P \cong 8.382}$$

O valor ficou um pouco distante pelo arredondamento das informações fornecidas pela banca. O valor mais próximo de $FRC_{12 \neg 2\%}$ é 0,9455. Substituindo esse valor, encontraríamos exatamente o gabarito.

Porém, não atrapalharia em nada a resolução uma vez que as alternativas estão, numericamente, afastadas uma das outras.

Gabarito: Alternativa **D**

33. (CESPE / PF - 2014) O item subsequente apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de rendas ou anuidades.

Na venda de um veículo que custa R$ 40.000,00, uma concessionária ofereceu ao cliente as seguintes opções de pagamento:

I - à vista, com 12,5% de desconto;

II - em 4 parcelas mensais, iguais e consecutivas, de R$ 10.000,00, à taxa de juros de 10% ao mês; a primeira deve ser paga no ato da compra.

Nesse caso, considerando 0,91, 0,83 e 0,75 valores aproximados para $1{,}1^{-1}, 1{,}1^{-2}\ e\ 1{,}1^{-3}$, respectivamente, a opção II será a mais vantajosa para o cliente.

Comentários:

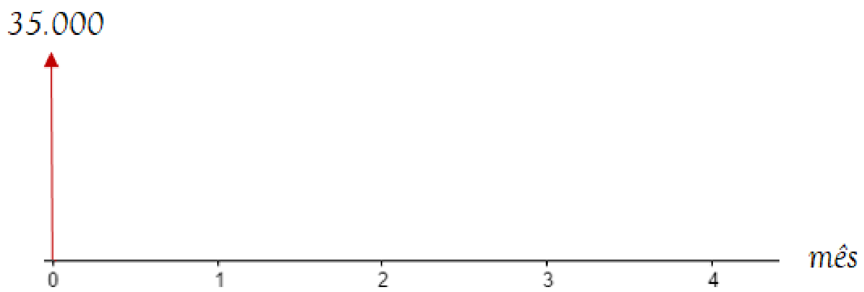
Para calcular qual das 2 opções é mais vantajosa, vamos calcular o Valor Atual (Valor Presente) das opções de pagamento e constatar qual irá gerar o menor valor.

- I - à vista, com 12,5% de desconto

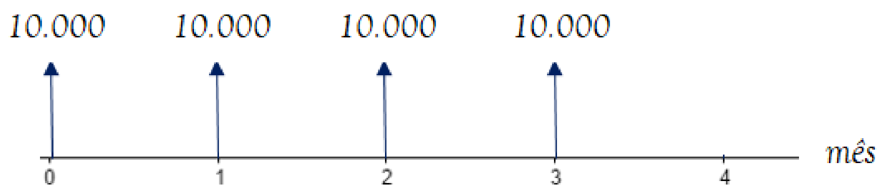
O valor à vista será igual a:

$$V = 40.000 - \frac{12{,}5}{100} \times 40.000$$

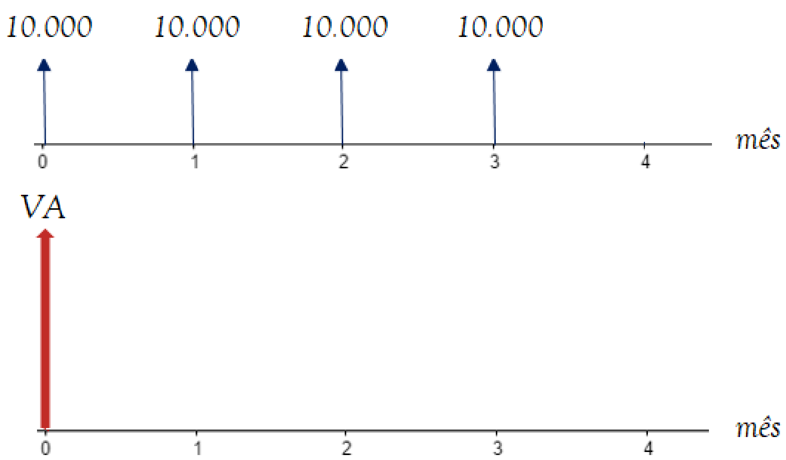
$$V = 40.000 - 5.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{V = 35.000}}$$



- II - em 4 parcelas mensais, iguais e consecutivas, de R$ 10.000,00, à taxa de juros de 10% ao mês; a primeira deve ser paga no ato da compra.



Vamos, então, calcular o Valor Atual dessa série de pagamentos.



Para calcular o VA, iremos transportar todas as parcelas do tempo futuro para o tempo atual $t = 0$.

Lembrando que, em regime de juros compostos:

Deslocar para a direita → $\times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{t}$

Deslocar para a esquerda → $\div (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{t}$

Então, o VA dessa série de pagamento será igual a:

$$VA = 10.000 + \frac{10.000}{(1 + 0{,}1)^1} + \frac{10.000}{(1 + 0{,}1)^2} + \frac{10.000}{(1 + 0{,}1)^3}$$

$$VA = 10.000 + \frac{10.000}{1{,}1^1} + \frac{10.000}{1{,}1^2} + \frac{10.000}{1{,}1^3}$$

$$VA = 10.000 + 10.000 \times 1{,}1^{-1} + 10.000 \times 1{,}1^{-2} + 10.000 \times 1{,}1^{-3}$$

Observe que, nesta última passagem, aplicamos uma propriedade da potência da matemática básica. Fizemos essa inversão para poder utilizar os dados fornecidos pelo enunciado.

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

Iremos substituir os valores fornecidos pela banca e calcular o VA.

$$VA = 10.000 + 10.000 \times 1{,}1^{-1} + 10.000 \times 1{,}1^{-2} + 10.000 \times 1{,}1^{-3}$$

$$VA = 10.000 + 10.000 \times 0{,}91 + 10.000 \times 0{,}83 + 10.000 \times 0{,}75$$

$$VA = 10.000 + 9.100 + 8.300 + 7.500 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VA = 34.900}}$$

Ou seja, a compra parcelada (**opção II**), por apresentar um VA menor, é mais **vantajosa** para o cliente.

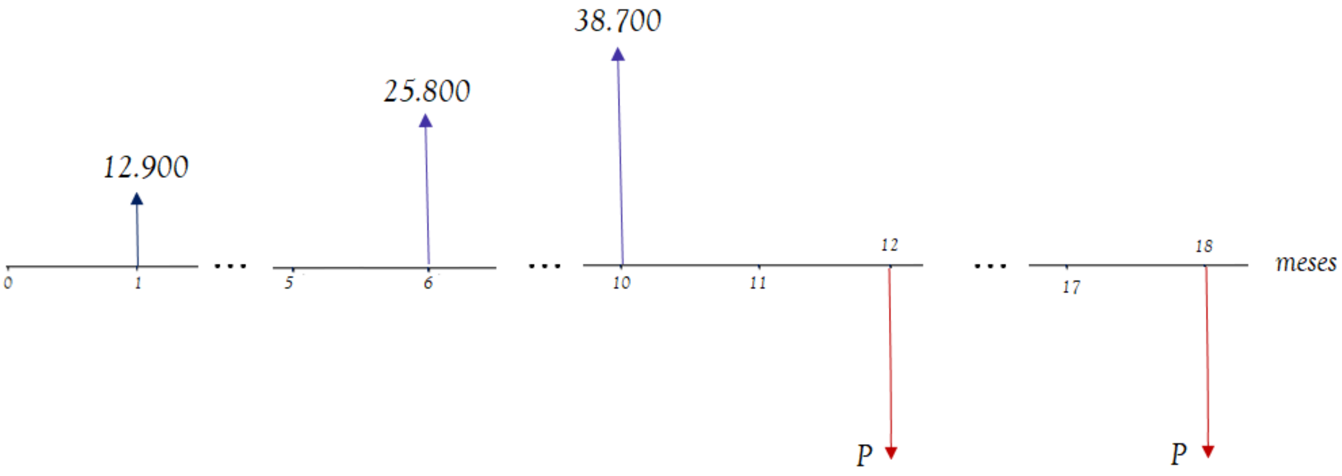
Gabarito: **CERTO**

34. (CESPE / TJ CE - 2014) Um empresário possui as seguintes obrigações financeiras contratadas com o banco X: dívida de R$ 12.900,00 vencível em 1 mês; dívida de R$ 25.800,00 vencível em 6 meses; dívida de R$ 38.700,00 vencível em 10 meses. Prevendo dificuldades para honrar o fluxo de caixa original, o banco X propôs substituir o plano original de desembolso pelo pagamento de 2 prestações iguais: a primeira com vencimento em 12 meses e a segunda com vencimento em 18 meses.

Supondo-se que a taxa de juros compostos vigente no mercado seja de 3% ao mês, e que 0,97, 0,84, 0,74, 0,7 e 0,59 sejam valores aproximados para $1{,}03^{-1}, 1{,}03^{-6}, 1{,}03^{-10}, 1{,}03^{-12}, 1{,}03^{-18}$, respectivamente, é correto afirmar que o valor da prestação, em reais, é superior a 50.000.

Comentários:

Vamos representar graficamente as 2 opções de pagamento:



Para calcular o valor da prestação P devemos fazer a equivalência de capital das 2 formas de pagamento. Aqui entra a experiência do aluno. Observe que o enunciado nos fornece as potências da respectiva data de cada parcela. Sendo assim, vamos equivaler os Capitais na data $t = 0$ e calcular o valor de P.

Lembrando que, em **regime de juros compostos**:

$$\textit{Deslocar para a } \underline{\textit{direita}} \longrightarrow \times (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{t}}$$

$$\textit{Deslocar para a } \underline{\textit{esquerda}} \longrightarrow \div (\mathbf{1} + \boldsymbol{i})^{\boldsymbol{t}}$$

$$\frac{12.900}{(1+i)^1} + \frac{25.800}{(1+i)^6} + \frac{38.700}{(1+i)^{10}} = \frac{P}{(1+i)^{12}} + \frac{P}{(1+i)^{18}}$$

Observe que trazemos todas as parcelas a Valor Presente na data $t = 0$ e fizemos a igualdade (nesta data) do capital azul com o capital vermelho.

Iremos substituir os valores o valor de i fornecido no enunciado assim como os valores das potências e então, calcularemos P.

$$\frac{12.900}{(1+i)^1} + \frac{25.800}{(1+i)^6} + \frac{38.700}{(1+i)^{10}} = \frac{P}{(1+i)^{12}} + \frac{P}{(1+i)^{18}}$$

$$\frac{12.900}{(1+0{,}03)^1} + \frac{25.800}{(1+0{,}03)^6} + \frac{38.700}{(1+0{,}03)^{10}} = \frac{P}{(1+0{,}03)^{12}} + \frac{P}{(1+0{,}03)^{18}}$$

$$\frac{12.900}{1{,}03^1} + \frac{25.800}{1{,}03^6} + \frac{38.700}{1{,}03^{10}} = \frac{P}{1{,}03^{12}} + \frac{P}{1{,}03^{18}}$$

Para utilizarmos as potências fornecidas pela banca, devemos "manipular" a potência relembrando as aulas de matemática básica:

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

Então:

$$12.900 \times 1{,}03^{-1} + 25.800 \times 1{,}03^{-6} + 38.700 \times 1{,}03^{-10} = P \times 1{,}03^{-12} + P \times 1{,}03^{-18}$$

$$12.900 \times 0{,}97 + 25.800 \times 0{,}84 + 38.700 \times 0{,}74 = P \times 0{,}7 + P \times 0{,}59$$

$$12.513 + 21.672 + 28.638 = 1{,}29P$$

$$62.823 = 1{,}29P$$

$$P = \frac{62.823}{1{,}29} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 48.700}$$

Logo, o valor da prestação, em reais, é **INFERIOR** a 50.000.

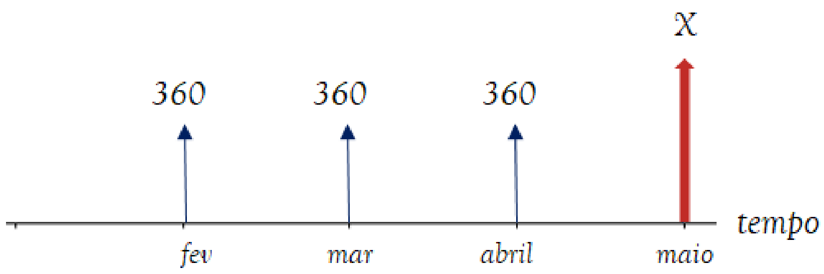
Gabarito: **ERRADO**

35. (CESPE / TCU - 2013) Suponha que Fábio tenha decido depositar mensalmente, sempre no dia 2 de cada mês, a quantia fixa de R$ 360,00 em uma conta que remunera o capital a uma taxa composta de 2% ao mês. Considerando essa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Considere que Fábio tenha depositado R$ 360,00 em 2 de fevereiro, em 2 de março e em 2 de abril, respectivamente. Se Fábio tivesse escolhido depositar esses valores, nas mesmas datas, em uma conta que remunera o capital a uma taxa de juros simples de 3% ao mês, então o valor que constaria na conta, em 2 de maio, relativo a esses três depósitos, seria superior a R$ 1.140,00.

Comentários:

Vamos representar graficamente os depósitos de Fábio:



O valor de X será igual a soma das parcelas do depósito capitalizadas pelo respectivo tempo de cada uma. A parcela de fevereiro será deslocada para a direita por 3 meses, a parcela de março por 2 meses e a parcela de abril por 1 mês.

Observe que o **regime de Juros é o Simples**. Então, para deslocar para a direita, multiplicamos pela fator $(1 + i \times t)$.

Sendo assim, X será igual a:

$$X = 360 \times (1 + 0{,}03 \times 3) + 360 \times (1 + 0{,}03 \times 2) + 360 \times (1 + 0{,}03 \times 1)$$

$$X = 360 \times (1 + 0{,}09) + 360 \times (1 + 0{,}06) + 360 \times (1 + 0{,}03)$$

$$X = 360 \times 1{,}09 + 360 \times 1{,}06 + 360 \times 1{,}03$$

$$X = 360 \times (1{,}09 + 1{,}06 + 1{,}03)$$

$$X = 360 \times 3{,}18 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{X = 1.144{,}80}$$

Então o valor que constaria na conta, em 2 de maio, relativo a esses três depósitos, seria **SUPERIOR** a R$ 1.140,00.

Gabarito: **CERTO**

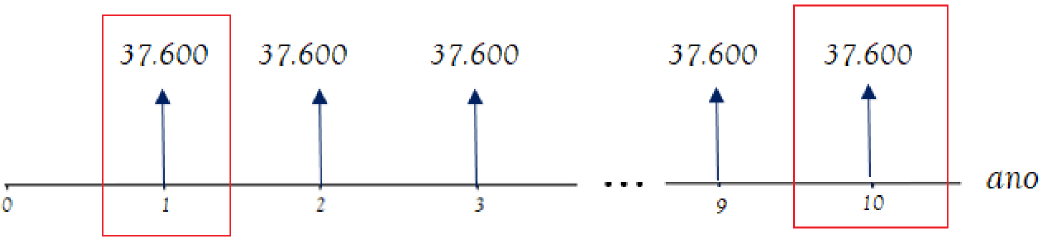
36. (CESPE / SERPRO - 2013) O empréstimo feito por um indivíduo em uma instituição financeira será pago em 10 prestações, anuais, consecutivas e fixas no valor de R$ 37.600,00; a primeira será paga um ano após a contratação do empréstimo. A taxa de juros compostos cobrados pela instituição financeira nesse tipo de empréstimo é de 10% ao ano. Caso o cliente adiante o pagamento de prestação, a instituição financeira retirará os juros envolvidos no cálculo daquela prestação.

Com base nessas informações e considerando 2,4 e 1,13 como aproximações para $1{,}1^9$ e $1{,}01^{12}$, respectivamente, julgue o item a seguir.

Se, no dia de pagar a primeira prestação, o indivíduo pagar também a última prestação, então, nesse caso, ele pagará menos de R$ 55.000,00.

Comentários:

Vamos representar graficamente o pagamento do cliente:



Observe que o indivíduo irá pagar a primeira prestação e última no momento $t = 1$.

A primeira parcela já está no tempo $t = 1$. Já a décima parcela será transportada do futuro para o presente em 9 unidades de tempo.

- No regime de juros compostos, quando deslocamos a parcela para a esquerda, dividimos pela fator $(1 + i)^t$.

Sendo assim, o indivíduo pagará:

$$\$ = 37.600 + \frac{37.600}{(1 + 0,1)^9}$$

$$\$ = 37.600 + \frac{37.600}{1,1^9}$$

$$\$ = 37.600 + \frac{37.600}{2,4}$$

$$\$ = 37.600 + 15.667 \quad \rightarrow \quad \$ = \mathbf{53.267}$$

Então, nesse caso, ele pagará menos de R$ 55.000,00.

Gabarito: **CERTO**

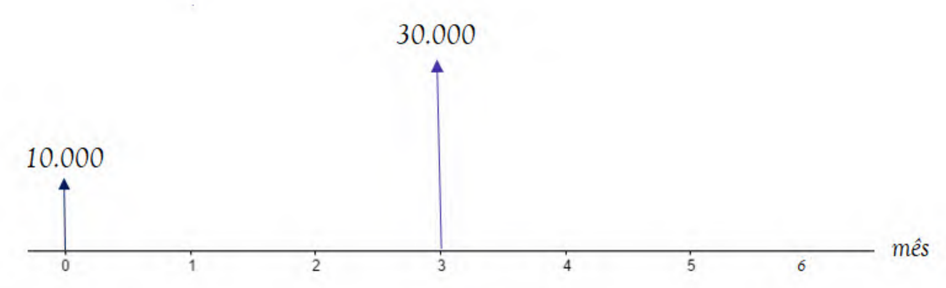
37. (CESPE / TRE RJ - 2012) Um construtor comprou um terreno por R$ 10.000,00 e, três meses depois, construiu, nesse terreno, uma casa popular, gastando R$ 30.000,00. Três meses após a construção ter sido finalizada, a casa foi vendida por R$ 60.000,00.

Considerando que 1,33 e 1,77 são valores aproximados para $1{,}1^3$ e $1{,}1^6$, respectivamente, julgue o item seguinte, relativo a situação hipotética acima.

Caso o construtor, no período em que adquiriu o terreno e construiu a casa, tivesse investido os valores gastos no empreendimento em uma aplicação cujo rendimento fosse de 10% ao mês, sob o regime de capitalização simples, o montante dessa aplicação teria sido inferior ao obtido mediante a venda da casa na data correspondente.

Comentários:

Um construtor comprou um terreno por R$ 10.000,00 e, três meses depois, construiu, nesse terreno, uma casa popular, gastando R$ 30.000,00. Graficamente teremos:



Vamos calcular o Valor dessas parcelas tempo $t = 6$ (momento da venda) para constatar se o Montante será superior ou não ao valor de venda.

Observe que teremos que deslocar a primeira parcela 6 unidades para a direita (capitalização) enquanto que a segunda parcela será deslocada 3 unidades para a direita.

- No **regime de Juros Simples**, quando deslocamos para a direita, multiplicamos pelo fator $(1 + i \times t)$.

Sendo assim, o valor V será igual a:

$$V = 10.000 \times (1 + 0{,}1 \times 6) + 30.000 \times (1 + 0{,}1 \times 3)$$

$$V = 10.000 \times (1 + 0{,}6) + 30.000 \times (1 + 0{,}3)$$

$$V = 10.000 \times 1{,}6 + 30.000 \times 1{,}3$$

$$V = 16.000 + 39.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V = 55.000}$$

Ou seja, o montante dessa aplicação teria sido **INFERIOR** ao obtido mediante a venda da casa na data correspondente.

Gabarito: **CERTO**

38. (CESPE / TRE RJ - 2012) Um construtor comprou um terreno por R$ 10.000,00 e, três meses depois, construiu, nesse terreno, uma casa popular, gastando R$ 30.000,00. Três meses após a construção ter sido finalizada, a casa foi vendida por R$ 60.000,00.

Considerando que 1,33 e 1,77 são valores aproximados para $1{,}1^3$ e $1{,}1^6$, respectivamente, julgue o item seguinte, relativo a situação hipotética acima.

Caso o construtor, no período em que adquiriu o terreno e construiu a casa, tivesse investido os valores gastos no empreendimento em uma aplicação cujo rendimento fosse de 10% ao mês, sob o regime de juros compostos, o montante dessa aplicação teria sido superior ao obtido por meio da venda da casa na data correspondente.

Comentários:

Vamos calcular o valor no tempo $t = 6$ igual fizemos na questão acima. Porém, utilizaremos agora o regime de Juros Compostos.

- No **regime de Juros Compostos**, quando deslocamos para a direita, multiplicamos pelo fator $(1 + i)^t$

Sendo assim, o valor V será igual a:

$$V = 10.000 \times (1 + 0{,}1)^6 + 30.000 \times (1 + 0{,}1)^3$$

$$V = 10.000 \times 1{,}1^6 + 30.000 \times 1{,}1^3$$

$$V = 10.000 \times 1{,}77 + 30.000 \times 1{,}33$$

$$V = 17.700 + 39.900 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{V = 57.600}$$

Ou seja, o montante dessa aplicação teria sido **INFERIOR** ao obtido por meio da venda da casa na data correspondente.

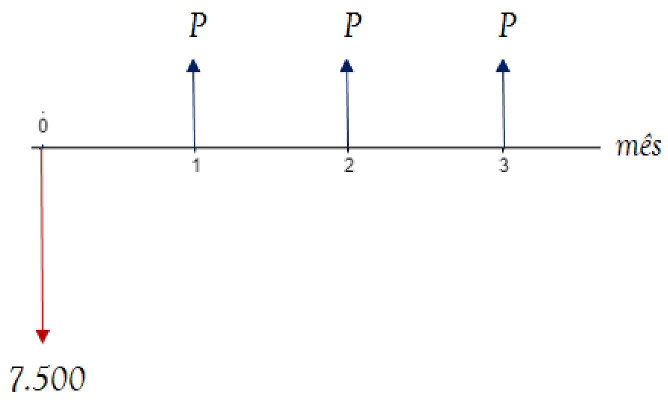
Gabarito: **ERRADO**

39. (CESPE / SEGER ES - 2013 Adaptada) Um representante comercial instala ordenhas mecânicas em fazendas da região, dando a seus proprietários 120 dias para pagarem esse equipamento. Sabe-se que o equipamento pode ser comprado à vista por R$ 7.500,00 ou em três parcelas fixas, vencendo em 30, 60 e 90 dias, à taxa mensal de juros compostos de 5%.

Considerando 2,7 como valor aproximado para $1{,}05^{-1} + 1{,}05^{-2} + 1{,}05^{-3}$, é correto afirmar que, no caso de compra parcelada, o valor da prestação será superior a R$ 2.750,00.

Comentários:

Vamos representar graficamente as opções de pagamento:



As duas formas de pagamento são equivalentes. Vamos então, fazer a equivalência de Capitais no tempo $t = 0$ e calcular o valor da Prestação.

Para equivaler os Capitais, iremos transportar as Parcelas do futuro para o presente, isto é, descapitalizá-las.

- No **regime de Juros Compostos**, quando deslocamos para a esquerda, dividimos pelo fator $(1 + i)^t$

Logo:

$$7.500 = \frac{P}{(1+0{,}05)^1} + \frac{P}{(1+0{,}05)^2} + \frac{P}{(1+0{,}05)^3}$$

$$7.500 = \frac{P}{1{,}05^1} + \frac{P}{1{,}05^2} + \frac{P}{1{,}05^3}$$

$$7.500 = P \times 1{,}05^{-1} + P \times 1{,}05^{-2} + P \times 1{,}05^{-3}$$

Observe que, nesta última passagem, aplicamos uma propriedade da potência da matemática básica. Fizemos essa inversão para poder utilizar os dados fornecidos pelo enunciado.

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

Vamos continuar as contas colocando P em evidência.

$$7.500 = P \times 1{,}05^{-1} + P \times 1{,}05^{-2} + P \times 1{,}05^{-3}$$

$$7.500 = P \times (1{,}05^{-1} + 1{,}05^{-2} + 1{,}05^{-3})$$

Perceba que o enunciado nos fornece o valor do somatório entre parênteses. Por fim, calculamos P:

$$7.500 = P \times 2{,}7$$

$$P = \frac{7.500}{2{,}7} \rightarrow \boldsymbol{P \cong 2.778}$$

Logo, o valor da prestação será **SUPERIOR** a R$ 2.750,00.

Gabarito: **CERTO**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Rendas Uniformes

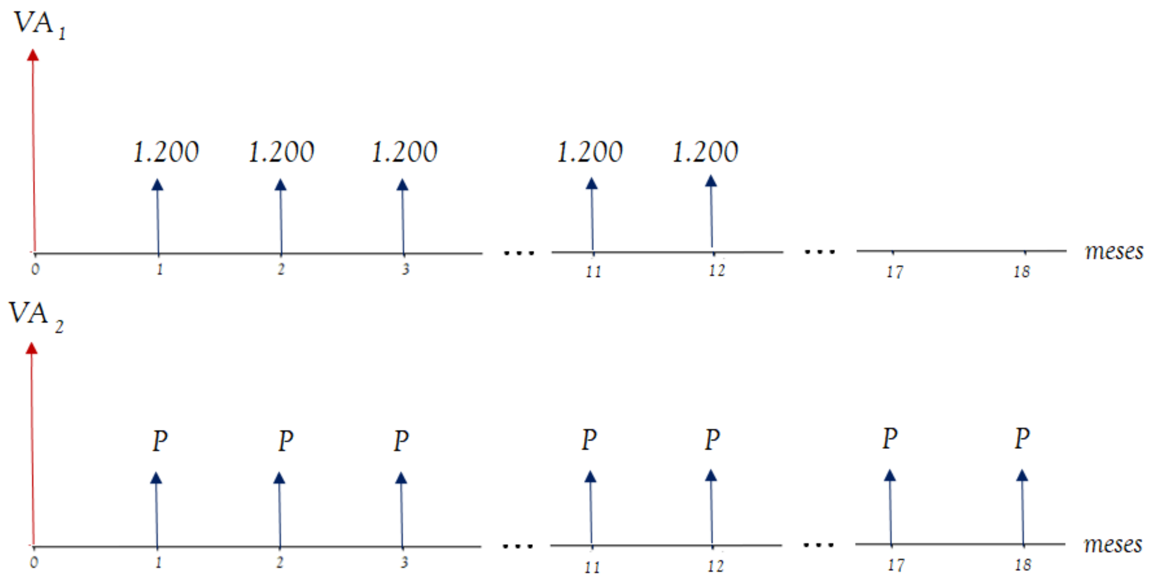
1. **(CESPE / CAGE RS – 2018) João é credor de uma dívida a taxa de juros de 5% ao mês que lhe pagará R$ 1.200 por mês nos próximos 12 meses. O devedor lhe propõe refazer o parcelamento para 18 vezes, oferecendo pagar 6,2% de juros por mês.**

Considerando-se 0,56 e 0,34 como aproximações para $(1{,}05)^{-12}$ e $(1{,}062)^{-18}$, respectivamente, é correto afirmar que João terá um fluxo de recebimentos equivalente ao que tem hoje se a nova parcela mensal for

a) Inferior a R$ 600,00.
b) Superior a R$ 600,00 e inferior a R$ 800,00.
c) Superior a R$ 800,00 e inferior a R$ 1.000,00.
d) Superior a R$ 1.000,00 e inferior a R$ 1.200,00.
e) Superior a R$ 1.200,00.

Comentários:

Vejamos graficamente as 2 opções de pagamento da dívida.



As 2 opções são equivalentes. Sendo assim, o valor atual da primeira opção VA_1 deve ser igual ao valor atual da série de rendas da segunda opção VA_2.

$$VA_1 = VA_2$$

O Valor Atual (VA) ou Valor Presente (VP) é calculado pela seguinte fórmula:

$$VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Substituindo na igualdade acima:

$$P_1 \times \left[\frac{1-(1+i_1)^{-n_1}}{i_1}\right] = P_2 \times \left[\frac{1-(1+i_2)^{-n_2}}{i_2}\right]$$

$$1.200 \times \left[\frac{1-(1+0{,}05)^{-12}}{0{,}05}\right] = P_2 \times \left[\frac{1-(1+0{,}062)^{-18}}{0{,}062}\right]$$

$$1.200 \times \left[\frac{1-0{,}56}{0{,}05}\right] = P_2 \times \left[\frac{1-0{,}34}{0{,}062}\right]$$

$$1.200 \times \left[\frac{0{,}44}{0{,}05}\right] = P_2 \times \left[\frac{0{,}66}{0{,}062}\right]$$

$$1.200 \times 8{,}8 = P_2 \times 10{,}65$$

$$P_2 = \frac{10.560}{10{,}65} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P_2 \cong 991}$$

Ou seja, é correto afirmar que João terá um fluxo de recebimentos equivalente ao que tem hoje se a nova parcela mensal for **superior a R$ 800,00 e inferior a R$ 1.000,00**.

Gabarito: Alternativa **C**

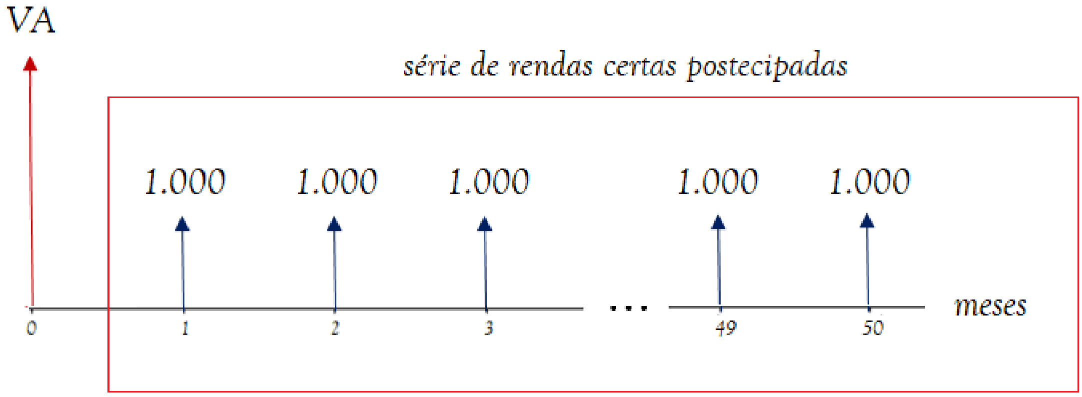
2. **(CESPE / MTE – 2014) Fabiana comprou um veículo financiado, sem entrada, em 50 prestações mensais e consecutivas de R$ 1.000,00, à taxa de juros compostos de 2% ao mês, com a primeira prestação vencendo um mês após a compra.**

A respeito dessa situação hipotética, julgue o item a seguir, considerando 0,37 como valor aproximado de $1{,}02^{-50}$.

À vista, o preço do veículo é superior a R$ 32.000,00.

Comentários:

Vamos representar graficamente a compra feita por Fabiana.



Observe que se trata de uma série postecipada, uma vez que não houve pagamento de entrada na compra.

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento “0”, também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma** de todas as **50** rendas certas **de R$ 1.000,00** descontadas pela mesma taxa de juros **de 2% a.m.**.

$$VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Vamos substituir os valores e calcular o valor à vista.

$$VA = 1.000 \times \left[\frac{1-(1+0{,}02)^{-50}}{0{,}02}\right]$$

$$VA = 1.000 \times \left[\frac{1-1{,}02^{-50}}{0{,}02}\right]$$

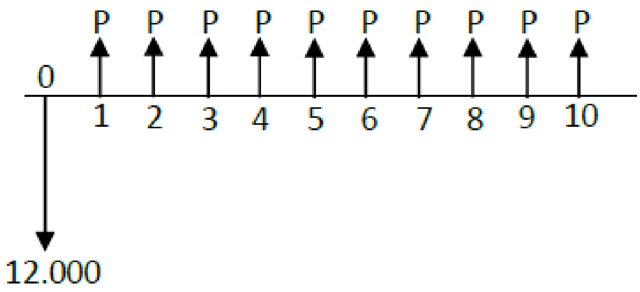
$$VA = 1.000 \times \left[\frac{1-0{,}37}{0{,}02}\right]$$

$$VA = 1.000 \times \frac{0{,}63}{0{,}02} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA = 31.500}$$

Ou seja, à vista, o preço do veículo é **INFERIOR** a R$ 32.000,00

Gabarito: **ERRADO**

3. **(FGV /BANESTES - 2018) O diagrama a seguir apresenta as projeções dos fluxos de caixa líquidos de um projeto, em reais, durante dez meses.**



Se a Taxa Interna de Retorno (TIR) é 4% a.m., então o valor de P é:

Dados: $1{,}04^9 = 1{,}42$; $1{,}04^{10} = 1{,}48$; $1{,}04^{11} = 1{,}54$

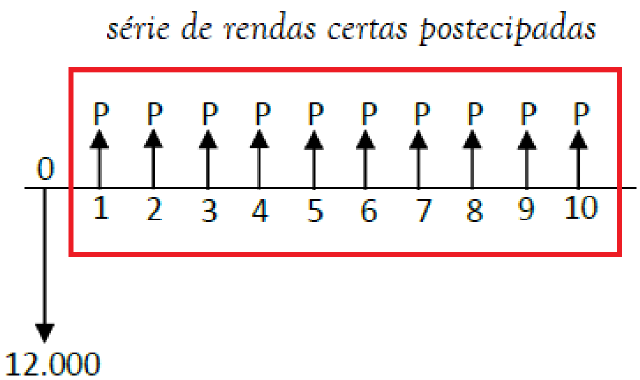
a) R$ 1.370,00
b) R$ 1.427,00
c) R$ 1.480,00
d) R$ 1.565,00
e) R$ 1.623,00

Comentários:

Na próxima aula veremos que a TIR é a taxa de desconto que, quando aplicada sobre o fluxo de caixa futuro trazido a valor presente, iguala-o ao investimento inicial.

Ou seja, o Valor Presente desse fluxo de caixa a uma taxa de 4% a.m. será igual ao valor do Investimento Inicial, isto é, igual a R$ 12.000,00.

Observe que o fluxo de caixa se trata de uma **série de rendas certas postecipadas**. Vejamos graficamente:



O VA dessa série de rendas é igual a R$ 12.000.

$$VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

Iremos substituir os valores e calcular P.

$$12.000 = P \times \left[\frac{(1+0{,}04)^{10} - 1}{0{,}04 \times (1+0{,}04)^{10}}\right]$$

$$12.000 = P \times \left[\frac{1{,}04^{10} - 1}{0{,}04 \times 1{,}04^{10}}\right]$$

O enunciado nos fornece o valor da potência: $1{,}04^{10} = 1{,}48$

$$12.000 = P \times \left[\frac{1{,}48 - 1}{0{,}04 \times 1{,}48}\right]$$

$$12.000 = P \times \left[\frac{0{,}48}{0{,}04 \times 1{,}48}\right]$$

$$P = \frac{12.000 \times 0{,}04 \times 1{,}48}{0{,}48} \rightarrow \boldsymbol{P = 1.480}$$

Gabarito: Alternativa **C**

4. **(CESPE / Pref. São Cristóvão – 2019) Sandra possui duas dívidas: uma no valor nominal de R$ 600, que ela pretende quitar 4 meses antes do vencimento; e outra, no valor nominal de R$ 1.000, que ela pretende quitar 8 meses antes do vencimento.**

Considerando que, nas duas operações de desconto, seja usado o desconto comercial simples de 5% ao mês, julgue o item seguinte.

Se Sandra fizer 5 aplicações mensais, consecutivas e iguais a R$ 100, à taxa de juros compostos de 10% ao mês, então, considerando-se 1,61 como valor aproximado para $1{,}1^5$, é correto afirmar que, quando Sandra fizer a 5.ª aplicação, o montante nesse momento será superior ao valor nominal da primeira dívida.

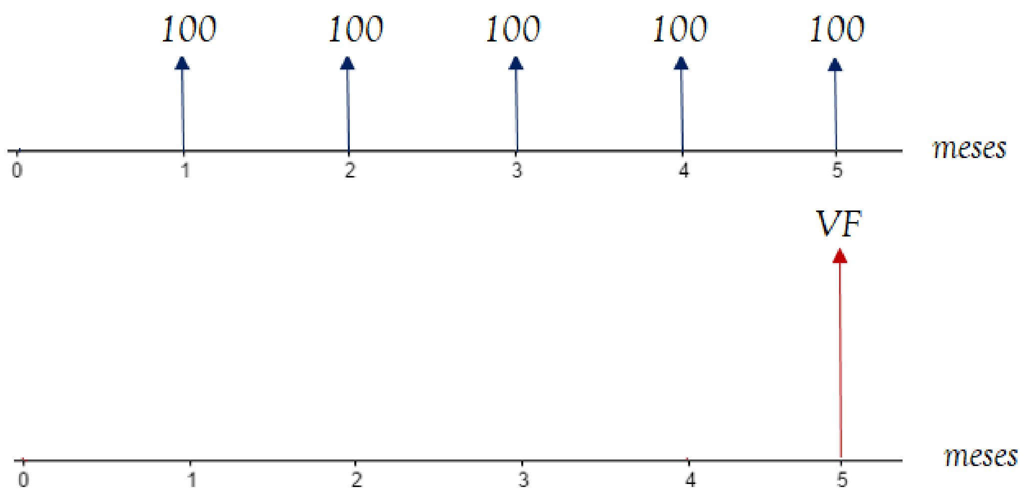
Comentários:

Vamos calcular o Valor Futuro das 5 aplicações mensais feitas por Sandra e saber se essa soma é superior ou não ao valor nominal da primeira dívida (R$ 600,00).

O **Valor Futuro (VF)** de uma série de rendas certas é o valor no momento "n" que equivale a **soma de todas** as **n** rendas certas **P** capitalizadas pela mesma taxa de juros **i**.

Em outras palavras, VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento.

Vejamos graficamente:



O Valor Futuro (VF) de uma Série de Rendas Certas é calculado pela seguinte equação:

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Vamos substituir os valores e calcular VF.

$$VF = 100 \times \left[\frac{(1+0{,}1)^5 - 1}{0{,}1}\right]$$

$$VF = 100 \times \left[\frac{1{,}61 - 1}{0{,}1}\right]$$

$$VF = 100 \times \frac{0{,}61}{0{,}1} \rightarrow \boldsymbol{VF = 610}$$

Ou seja, é correto afirmar que, quando Sandra fizer a 5.ª aplicação, o montante nesse momento será **SUPERIOR** ao valor nominal da primeira dívida que é de R$ 600,00.

Gabarito: **CERTO**

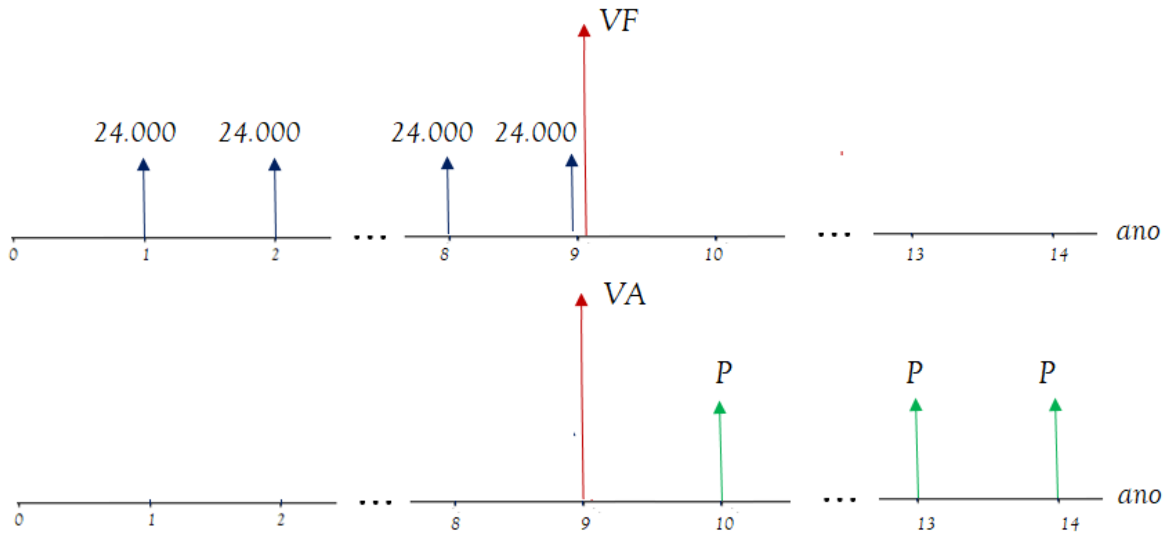
5. **(CESPE / CAGE RS – 2018) Um pai, preocupado em compor recursos para a educação superior de seu filho, idealizou juntar dinheiro em uma conta investimento que rende 8% ao ano. O pai depositaria, durante nove anos, R$ 24.000 por ano nessa conta, para que o filho fizesse cinco saques de valores iguais, um a cada ano, com o primeiro saque um ano após o último depósito. O saldo remanescente a cada saque ficaria rendendo à mesma taxa até o quinto saque, quando o saldo se anularia.**

Nessa situação, considerando-se 0,68 e 2 como valores aproximados para $(1{,}08)^{-5}$ e $(1{,}08)^{9}$, respectivamente, cada saque anual teria o valor de

a) R$ 67.100
b) R$ 75.000
c) R$ 150.000
d) R$ 10.500
e) R$ 43.200

Comentários:

Vamos representar graficamente as situações trazidas pelo enunciado:



Observe que o pai fará 9 depósitos anuais sucessivos de R$ 24.000 e, 1 ano após, o filho realizará 5 saques anuais de valores iguais a P.

Ou seja, o Valor Futuro de uma série de 9 rendas certas de R$ 24.000 deve ser igual ao Valor Atual de uma série de 5 rendas certas de P reais.

Lembrando que VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento.

Enquanto que, VA **equivale a soma** de todas as **n** rendas certas **P** descontadas pela mesma taxa de juros **i**.

Vamos calcular, primeiramente, o Valor Futuro de uma série de 9 rendas certas de R$ 24.000 a uma taxa de juros de 8% ao ano.

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$VF = 24.000 \times \left[\frac{(1+0{,}08)^9 - 1}{0{,}08}\right]$$

$$VF = 24.000 \times \left[\frac{2-1}{0{,}08}\right]$$

$$VF = 24.000 \times \frac{1}{0{,}08} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VF = 300.000}}$$

Então, o Valor Presente das parcelas P retiradas pelo filho tem que ser igual a esse Valor Futuro de R$ 300.000 que corresponde ao somatório de todos os depósitos feitos pelo pai **na mesma data do último depósito $(\boldsymbol{t = 9})$**.

O Valor Atual (VA) ou Valor Presente (VP) é calculado pela seguinte fórmula:

$$VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$300.000 = P \times \left[\frac{1-(1+0{,}08)^{-5}}{0{,}08}\right]$$

$$300.000 = P \times \left[\frac{1-0{,}68}{0{,}08}\right]$$

$$300.000 = P \times \frac{0{,}32}{0{,}08}$$

$$P = 300.000 \times \frac{0{,}08}{0{,}32} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 75.000}$$

Gabarito: Alternativa **B**

6. **(FGV / BANESTES - 2018) Um empréstimo deverá ser quitado em 6 prestações mensais iguais de R$ 670,00, segundo o Sistema de Amortização Francês (Tabela Price.), com a primeira prestação vencendo um mês após a contratação. A taxa de juros nominal é de 60% ao ano, com capitalização mensal.**

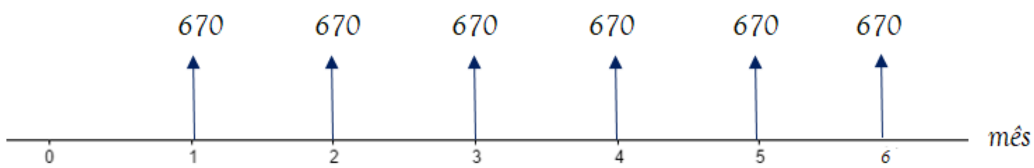
O saldo devedor imediatamente após o pagamento da 1ª prestação será:

Dado: $1{,}05^6 = 1{,}34$

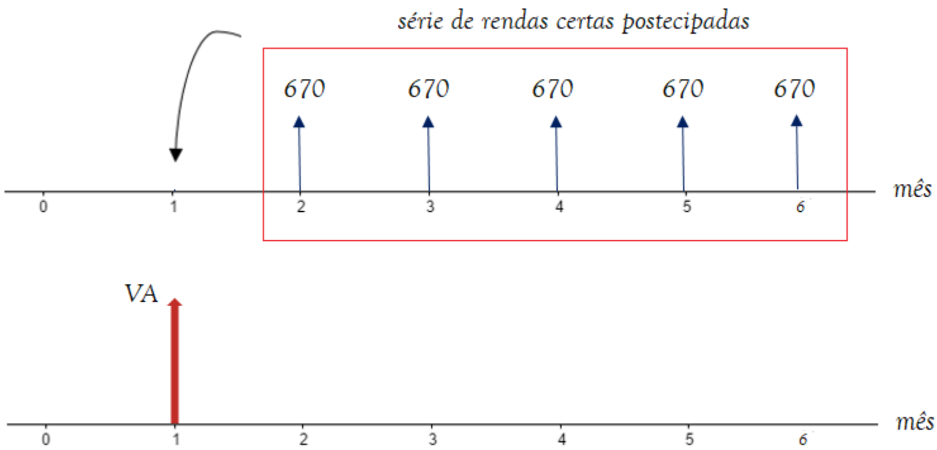
a) R$ 2.900,00
b) R$ 2.830,00
c) R$ 2.800,00
d) R$ 2.730,00
e) R$ 2.700,00

Comentários:

Um empréstimo deverá ser quitado em 6 prestações mensais iguais de R$ 670,00, com a primeira prestação vencendo um mês após a contratação.



O enunciado nos questiona qual o saldo devedor depois do primeiro pagamento. Observe o esquema abaixo:



Perceba que o Saldo Devedor será igual ao Valor Atual das 5 rendas certas postecipadas que ainda faltam pagar.

Lembrando que **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é **a soma** de todas as **n** rendas certas **P** descontadas pela mesma taxa de juros **i**. O VA é calculado pela seguinte fórmula:

$$VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

Antes de substituirmos os valores na fórmula, devemos calcular a taxa efetiva da operação uma vez que a banca nos fornece a taxa nominal (estudamos exaustivamente essa conversão na aula de "juros compostos").

$$i_{ef} = \frac{60\%}{12} \quad \rightarrow \quad i_{ef} = 5\% \; ao \; mês$$

Iremos substituir os valores e calcular o Saldo Devedor:

$$VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

$$VA = 670 \times \left[\frac{(1+0{,}05)^5 - 1}{0{,}05 \times (1+0{,}05)^5}\right]$$

$$VA = 670 \times \left[\frac{1{,}05^5 - 1}{0{,}05 \times 1{,}05^5}\right]$$

A FGV gosta de complicar, caro aluno. Observe que ela nos fornece o valor da potência $1{,}05^6$.

Vamos então manipular algebricamente esta potência para achar $1{,}05^5$.

$$1{,}05^5 = \frac{1{,}05^6}{1{,}05}$$

$$1{,}05^5 = \frac{1{,}34}{1{,}05} \quad \rightarrow \quad 1{,}05^5 \cong 1{,}276$$

Substituindo e calculando VA:

$$VA = 670 \times \left[\frac{1{,}276 - 1}{0{,}05 \times 1{,}276}\right] \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA \cong 2.900}$$

Gabarito: Alternativa **A**

7. **(FCC / TCE RS – 2014) <u>Instruções:</u> Para responder , considere a tabela abaixo, que fornece, para uma taxa de 3% ao período, os valores de a_n e S_n, sendo a_n o fator de valor atual de uma série uniforme de pagamentos e S_n fator de acumulação de capital de uma série uniforme de pagamentos.**

n	a_n	s_n
1	0,97	1
2	1,91	2,03
3	2,83	3,09
4	3,72	4,18
5	4,58	5,31
6	5,42	6,47
7	6,23	7,66
8	7,02	8,89
9	7,79	10,16
10	8,53	11,46

Desejando comprar um aparelho, uma pessoa pesquisou as condições de pagamento em duas lojas e encontrou o seguinte resultado:

Loja A: R$ 400,00 de entrada e 10 prestações mensais iguais e consecutivas no valor de R$ 200,00 cada, a primeira delas a vencer 30 dias após a compra.

Loja B: R$ 200,00 de entrada e 7 prestações mensais iguais e consecutivas no valor de R$ 300,00 cada, a primeira delas a vencer 30 dias após a compra.

Fazendo o pagamento à vista e utilizando taxa de juros compostos de 3% ao mês, essa pessoa deve economizar

a) R$ 37,00 se fizer a compra na loja A.
b) R$ 163,00 se fizer a compra na loja A.
c) R$ 194,00 se fizer a compra na loja A.
d) R$ 37,00 se fizer a compra na loja B.
e) R$ 163,00 se fizer a compra na loja B.

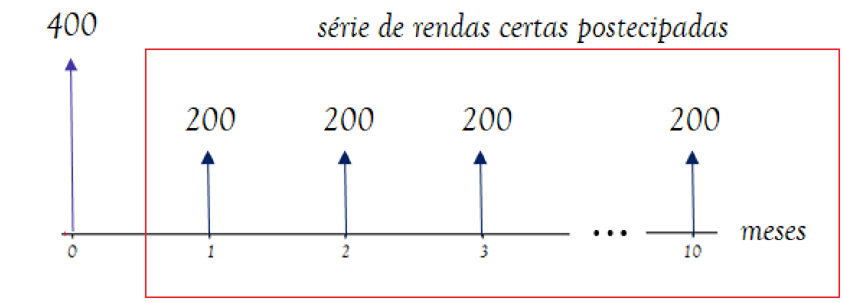
Comentários:

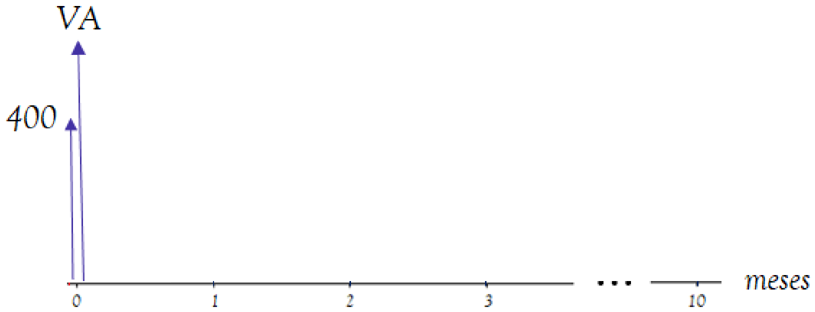
Vamos calcular o valor à vista (valor presente) das duas lojas e, posteriormente, comparar os valores.

- Loja A: R$ 400,00 de entrada e 10 prestações mensais iguais e consecutivas no valor de R$ 200,00 cada, a primeira delas a vencer 30 dias após a compra.

Perceba que o **Valor Presente** (ou Valor Atual) da loja A será igual ao Valor de entrada de R$ 400,00 mais o Valor Atual de uma série de rendas certas postecipadas, uma vez que a primeira parcela de R$ 200,00 vence 1 mês após a compra.

Vejamos <u>graficamente</u>:





O Valor Atual de uma série de rendas certas postecipadas (VA) é igual a:

$$VA = P \times a_{n\neg i\%}$$

Então, o **Valor Atual total** da loja A será igual a:

$$VA_A = 400 + VA$$

$$VA_A = 400 + P \times a_{10\neg 3\%}$$

Observe que a banca nos fornece a tabela do valor do fator atual. Sendo assim, substituindo os valores teremos:

$$VA_A = 400 + P \times a_{10\neg 3\%}$$

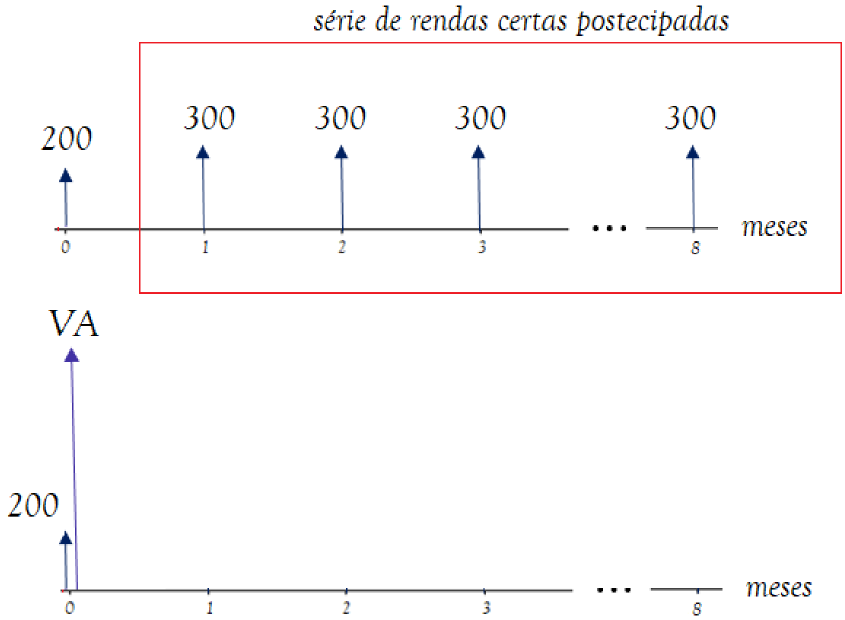
$$VA_A = 400 + 200 \times 8{,}53$$

$$VA_A = 400 + 1.706 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VA_A = 2.106}}$$

- Loja B: R$ 200,00 de entrada e 7 prestações mensais iguais e consecutivas no valor de R$ 300,00 cada, a primeira delas a vencer 30 dias após a compra.

O Valor Presente (ou Valor Atual) da loja B será igual ao Valor de entrada de R$ 200,00 mais o Valor Atual de uma série de rendas certas postecipadas, uma vez que a primeira parcela de R$ 300,00 vence 1 mês após a compra.

Graficamente:



Então, o Valor Atual total da loja B será igual a:

$$VA_B = 200 + P \times a_{7\neg 3\%}$$

$$VA_B = 200 + 300 \times 6{,}23$$

$$VA_B = 200 + 1.869 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VA_B = 2.069}}$$

Perceba que, se pagasse à vista, a pessoa iria economizar comprando na loja B já que o valor gasto na Loja B é menor que o valor gasto na loja A.

Então, a quantia economizada seria:

$$economia = 2.106 - 2.069 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{economia = 37}$$

Logo, fazendo o pagamento à vista e utilizando taxa de juros compostos de 3% ao mês, essa pessoa deve **economizar R$ 37,00 se fizer a compra na loja B**.

Gabarito: Alternativa **D**

8. **(CESPE / TCE PA – 2016) Antônio planeja garantir uma renda extra na sua aposentadoria. Atualmente, as aplicações disponíveis pagam a taxa nominal de juros de 20% ao ano, e ele espera que essa condição se mantenha até a sua aposentadoria, que ocorrerá daqui a dois anos. Conforme publicado no dia 1.º/7/2016, no boletim da empresa onde Antônio trabalha, sua aposentadoria será deferida no dia 1.º/7/2018. Consciente dessa informação, ele se programou para ter um montante de R$ 100.000 na data de sua aposentadoria, advindos de aplicações semestrais, de capitais iguais, em um fundo de investimentos com capitalização semestral.**

Com referência a essa situação hipotética, julgue o item que se segue, considerando que 1,22 seja o valor aproximado de 1,0541,054.

Se Antônio aplicasse, por um ano, R$ 1.000 a cada trimestre em um fundo de investimento com capitalização trimestral, iniciando suas aplicações no final do primeiro trimestre, ao final do período, ele teria acumulado um montante superior a R$ 4.200.

Comentários:

Primeiramente, vamos transformar a Taxa Nominal de 20% ao ano com capitalização trimestral em Taxa Efetiva mensal.

$$i_{Nominal} = 20\% \ ao \ ano \ com \ capitalização \ trimestral$$

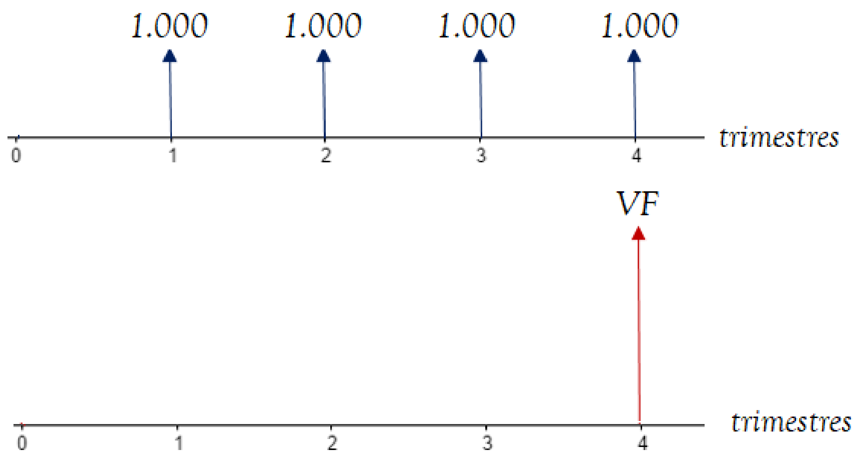
Lembrando que "quem manda é o período de capitalização" e para transformar da Taxa Nominal para Taxa Efetiva fazemos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 4 trimestres.

$$i_{Efetiva} = \frac{i_{Nominal}}{4}$$

$$i_{Efetiva} = \frac{20\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva} = 5\% \ ao \ mês}}$$

Vamos descrever graficamente a hipótese de aplicação feita por Antônio.

Antônio aplica, por um ano, R$ 1.000 a cada trimestre em um fundo de investimento com capitalização trimestral, iniciando suas aplicações no final do primeiro trimestre.



A banca nos questiona o valor do quanto Antônio teria acumulado ao final dos 4 trimestres. Ou seja, a banca nos questiona, na teoria, o Valor Futuro dessa série de rendas certas postecipadas.

Lembrando que VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento. É calculado pela seguinte fórmula:

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Vamos substituir os valores fornecidos pela questão e calcular VF.

$$VF = 1.000 \times \left[\frac{(1+0{,}05)^4 - 1}{0{,}05}\right]$$

$$VF = 1.000 \times \left[\frac{1{,}22 - 1}{0{,}05}\right]$$

$$VF = 1.000 \times \frac{0{,}22}{0{,}05} \rightarrow \boldsymbol{P = 4.400}$$

Logo, ao final do período, ele teria acumulado um montante **SUPERIOR** a R$ 4.200.

Gabarito: **CERTO**

9. **(FCC / TCE RS – 2014) Instruções: Para responder , considere a tabela abaixo, que fornece, para uma taxa de 3% ao período, os valores de a_n e S_n, sendo a_n o fator de valor atual de uma série**

uniforme de pagamentos e S_n fator de acumulação de capital de uma série uniforme de pagamentos.

n	a_n	s_n
1	0,97	1
2	1,91	2,03
3	2,83	3,09
4	3,72	4,18
5	4,58	5,31
6	5,42	6,47
7	6,23	7,66
8	7,02	8,89
9	7,79	10,16
10	8,53	11,46

Um aparelho eletrodoméstico, cujo preço à vista é R$ 813,00, é vendido a prazo com 20% de entrada e o restante em 6 parcelas mensais iguais consecutivas, a primeira delas após 30 dias da data da compra, com juros compostos à taxa de 3% ao mês. O valor de cada uma das prestações é

a) R$ 118,00
b) R$ 116,00
c) R$ 114,00
d) R$ 112,00
e) R$ 120,00

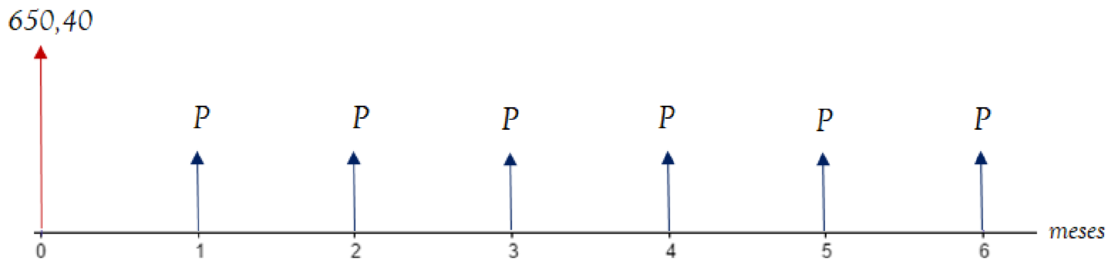
Comentários:

Um aparelho eletrodoméstico, cujo preço à vista é R$ 813,00, é vendido a prazo com 20% de entrada. Logo, ainda resta a pagar, 80% do valor.

$$\frac{80}{100} \times 813 = 650{,}40$$

Esse valor de R$ 650,40 que resta a pagar é dividido em 6 parcelas mensais iguais consecutivas, sendo a primeira delas após 30 dias da data da compra, com juros compostos à taxa de 3% ao mês.

Vejamos graficamente:



Ou seja, o Valor Atual de uma série de rendas certas postecipadas de valor P será igual ao Valor de R$ 650,40.

Então,

$$650{,}40 = P \times a_{n \neg i\%}$$

$$650{,}40 = P \times a_{6 \neg 3\%}$$

$$650{,}40 = P \times 5{,}42$$

$$P = \frac{650{,}40}{5{,}42} \rightarrow \boldsymbol{P = 120}$$

Gabarito: Alternativa **E**

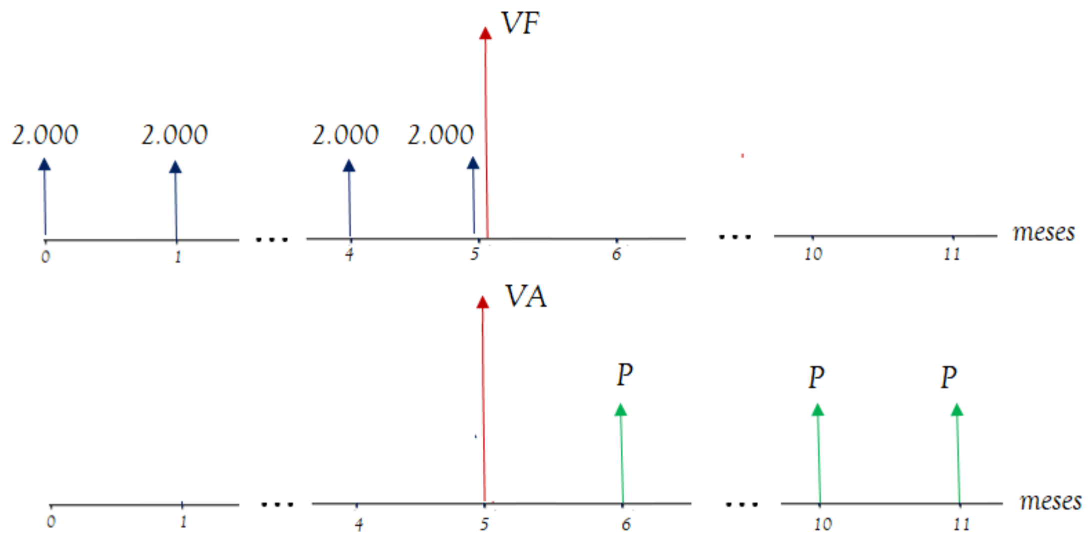
10. (CESPE / TCE PR – 2016) Carla, que planeja viajar daqui a seis meses, realizará, a partir de hoje, seis depósitos mensais de R$ 2.000 em uma conta que rende 1% de juros líquidos ao mês, para custear as despesas da viagem programada para durar seis meses. Durante a viagem, ela pretende realizar seis saques mensais e iguais da conta em questão. A viagem ocorrerá no mês seguinte ao último depósito, ocasião em que fará o primeiro saque.

Nessa situação hipotética, considerando-se 1,0615 como valor aproximado para $1,01^6$, o valor do saque mensal que esgotará o saldo da conta após o sexto saque é igual a

a) R$ 2.000
b) R$ 2.123
c) R$ 2.102
d) R$ 2.085
e) R$ 2.020

Comentários:

Vamos transcrever graficamente a situação narrada no enunciado.



Observe que Carla fará 6 depósitos anuais sucessivos antecipados de R$ 2.000 e, 1 mês após o término desses depósitos, ela realizará 6 saques anuais postecipados de valores iguais a P.

Ou seja, o Valor Futuro de uma série de 9 rendas certas de R$ 24.000 deve ser igual ao Valor Atual de uma série de 5 rendas certas de P reais.

Lembrando que VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento.

Enquanto que, VA **equivale a soma** de todas as **n** rendas certas **P** descontadas pela mesma taxa de juros **i**.

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \quad e \quad VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

Vamos então igualar as duas equações e simplificar algumas parcelas:

$$VF = VA$$

$$2.000 \times \left[\frac{(1+0{,}01)^6 - 1}{0{,}01}\right] = P \times \left[\frac{(1+0{,}01)^6 - 1}{0{,}01 \times (1+0{,}01)^6}\right]$$

Observe que o numerador da fração de dentro dos colchetes é igual. Podemos “cortá-los”. Assim como a porcentagem da taxa no denominador.

$$2.000 \times \left[\frac{\cancel{(1+0{,}01)^6 - 1}}{\cancel{0{,}01}}\right] = P \times \left[\frac{\cancel{(1+0{,}01)^6 - 1}}{\cancel{0{,}01 \times} (1+0{,}01)^6}\right]$$

Resolvendo para P teremos:

$$2.000 = P \times \frac{1}{1{,}01^6}$$

$$P = 2.000 \times 1{,}01^6$$

$$P = 2.000 \times 1{,}0615 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 2.123}$$

Gabarito: Alternativa **B**

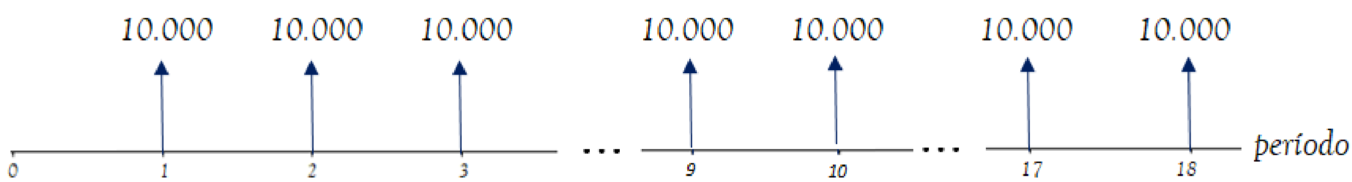
11. (FGV / ISS Niterói - 2015) Um empréstimo no valor de R$ 163.982,69 deve ser pago em 18 prestações iguais de R$ 10.000,00, vencendo a primeira um período após a liberação dos recursos seguindo o Sistema francês de amortização - tabela Price. Os juros são de 1% ao período. Após o pagamento da 9ª prestação, o estado da dívida é, em reais, de:

Utilize: $1{,}01^{-9} = 0{,}91$

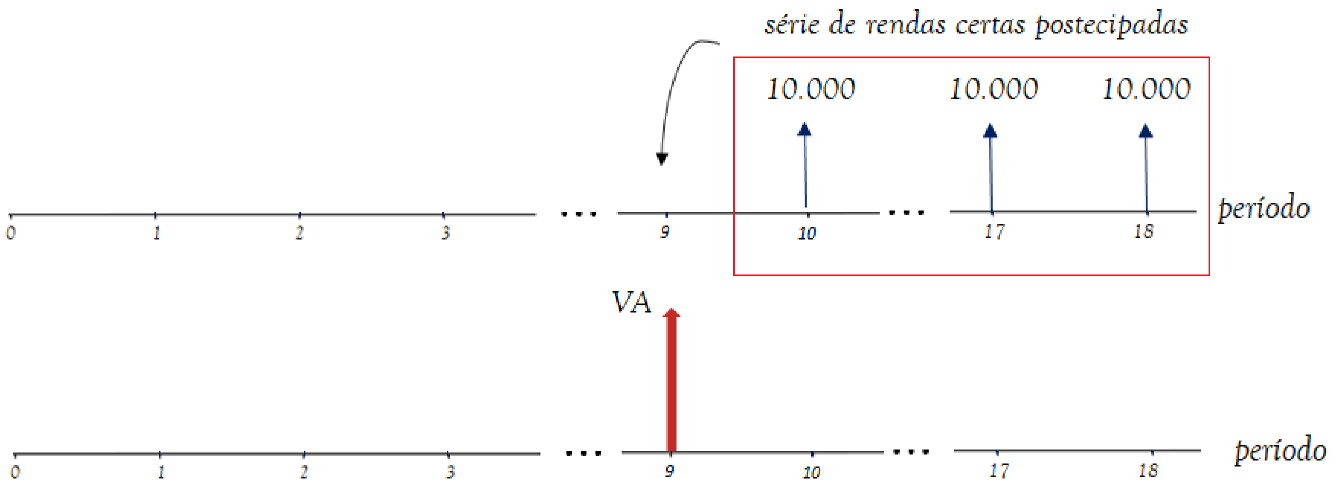
a) 81.000
b) 81.990
c) 82.800
d) 90.000
e) 94.710

Comentários:

Um empréstimo no valor de R$ 163.982,69 deve ser pago em 18 prestações iguais de R$ 10.000,00, vencendo a primeira um período após a liberação dos recursos:



O enunciado nos questiona qual o saldo devedor depois do pagamento da nona prestação. Observe o esquema abaixo:



Perceba que o Saldo Devedor será igual ao Valor Atual da 9 rendas certas postecipadas que ainda faltam pagar.

Lembrando que **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é **a soma** de todas as **n** rendas certas **P** descontadas pela mesma taxa de juros **i**. O VA é calculado pela seguinte fórmula:

$$VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Vamos substituir os valores e calcular o Saldo Devedor:

$$VA = P \times \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$VA = 10.000 \times \left[\frac{1-(1+0{,}01)^{-9}}{0{,}01}\right]$$

$$VA = 10.000 \times \left[\frac{1-1{,}01^{-9}}{0{,}01}\right]$$

$$VA = 10.000 \times \left[\frac{1-0{,}91}{0{,}01}\right]$$

$$VA = 10.000 \times \left[\frac{0{,}09}{0{,}01}\right]$$

$$VA = 10.000 \times 9 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA = 90.000}$$

Gabarito: Alternativa **D**

12. (FCC / TCE RS – 2014) <u>Instruções:</u> Para responder , considere a tabela abaixo, que fornece, para uma taxa de 3% ao período, os valores de a_n e S_n, sendo a_n o fator de valor atual de uma série uniforme de pagamentos e S_n fator de acumulação de capital de uma série uniforme de pagamentos.

n	a_n	s_n
1	0,97	1
2	1,91	2,03
3	2,83	3,09
4	3,72	4,18
5	4,58	5,31
6	5,42	6,47
7	6,23	7,66
8	7,02	8,89
9	7,79	10,16
10	8,53	11,46

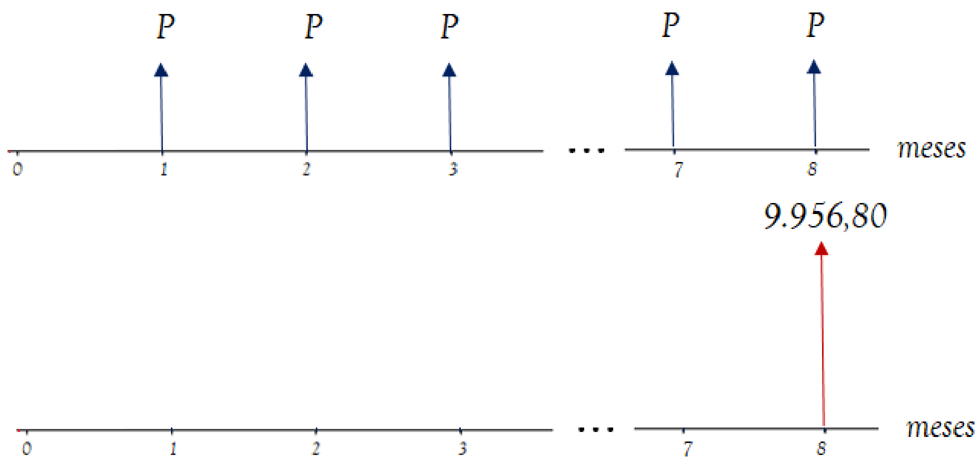
Uma pessoa deseja constituir um fundo de reserva de forma a possuir R$ 9.956,80 ao efetuar o oitavo depósito mensal em um investimento que paga juros compostos de 3% ao mês. Se todos os depósitos são postecipados e de mesmo valor, cada um deles deve ser de

a) R$ 1.110,00
b) R$ 1.050,00
c) R$ 1.120,00
d) R$ 1.140,00
e) R$ 1.130,00

Comentários:

Uma pessoa deseja constituir um fundo de reserva de forma a possuir R$ 9.956,80 ao efetuar o oitavo depósito mensal. Ou seja, o Valor Futuro dos 8 depósitos será igual a 9.956,80.

Lembrando que o **Valor Futuro (VF)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento "n" que equivale a **soma de todas** as **n** rendas certas **P** capitalizadas pela mesma taxa de juros **i**.



O Valor Futuro (VF) de uma Série de Rendas Certas Postecipadas é calculado pela seguinte equação:

$$VF = P \times S_{n\neg i}$$

Vamos substituir os valores e calcular o valor da Parcela P de cada depósito.

$$VF = P \times S_{n\neg i}$$

$$9.956{,}80 = P \times S_{8\neg 3\%}$$

$$9.956{,}80 = P \times 8{,}89$$

$$P = \frac{9.956{,}80}{8{,}89} \rightarrow \boldsymbol{P = 1.120}$$

Gabarito: Alternativa **C**

13. (FGV / Pref. Recife - 2014) O valor presente para um único valor com vencimento futuro no ano n é dado por $1/(1+i)^n$. Considerando uma taxa de desconto de 25% ao ano, assinale a opção que indica o valor presente de um imóvel adquirido por meio de um conjunto de 20 pagamentos anuais de R$ 25.000,00.

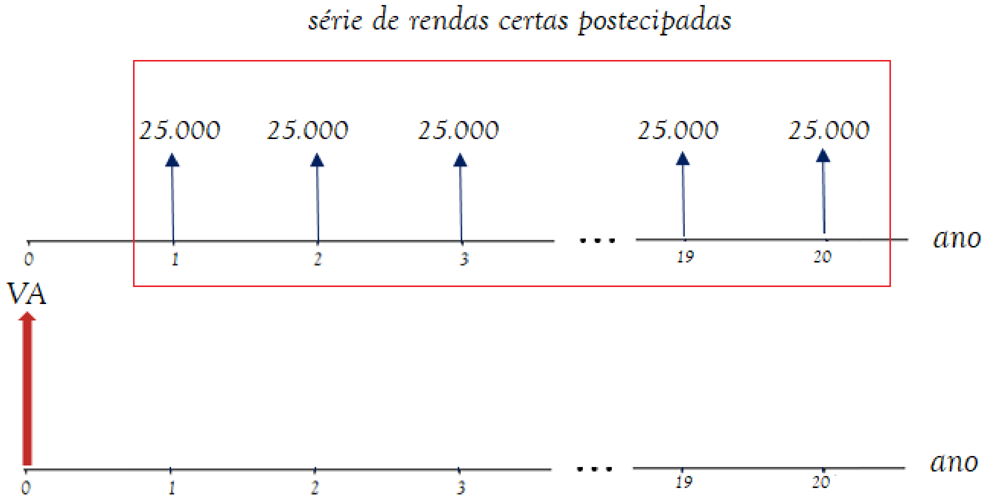
Dado: $1{,}25^{20} = 86{,}7362$

a) R$ 79.280,30
b) R$ 98.847,08
c) R$ 115.365,24
d) R$ 216.840,43
e) R$ 500.000,00

Comentários:

O enunciado nos questiona o **Valor Presente** de uma série de rendas certas anuais de R$ 25.000 descontadas a 25% ao ano.

Vejamos graficamente:



O enunciado não nos afirma se a série de rendas é antecipada ou postecipada. Nesse caso, como já comentamos, por conveção, adota-se postecipadas.

O VA é calculado pela seguinte fórmula:

$$VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

Vamos substituir os valores e calcular VA:

$$VA = 25.000 \times \left[\frac{(1+0{,}25)^{20} - 1}{0{,}25 \times (1+0{,}25)^{20}}\right]$$

$$VA = 25.000 \times \left[\frac{1{,}25^{20} - 1}{0{,}25 \times 1{,}25^{20}}\right]$$

Antes de continuarmos as contas, quero que você olhe as alternativas e use um pouco da **experiência** de resolução de exercícios.

Perceba que as alternativas estão bem distantes em termos numéricos uma das outras. Então, na hora dos cálculos, não precisamos usar tantas casas decimais. A banca nos fornece $1{,}25^{20} = 86{,}7362$.

Nesse caso, vamos arredondar para $1{,}25^{20} = 87$.

Enfatizo, mais uma vez, que fizemos isto porque as alternativas estão distantes numericamente uma das outras.

Continuando os cálculos:

$$VA = 25.000 \times \left[\frac{1{,}25^{20} - 1}{0{,}25 \times 1{,}25^{20}}\right]$$

$$VA = 25.000 \times \left[\frac{87 - 1}{0{,}25 \times 87}\right]$$

$$VA = 25.000 \times \left[\frac{86}{0{,}25 \times 87}\right]$$

$$VA = 25.000 \times \left[\frac{86}{0{,}25 \times 87}\right] \rightarrow \boldsymbol{VA \cong 98.850}$$

Gabarito: Alternativa **B**

14. (CESPE / PF – 2014) Para adquirir um imóvel, Arnaldo deposita R$ 2.000,00, mensalmente, em uma conta que remunera os depósitos à taxa de juros compostos mensais *i*. Considerando que os depósitos sejam realizados sempre na mesma data e assumindo 1,172 como valor aproximado para $1{,}02^8$, julgue o item seguinte.

Se i for igual a 2%, então, no momento do oitavo depósito, o montante na conta será inferior a R$ 17.000,00.

Comentários:

Vamos calcular o Valor Futuro dos depósitos feitos por Arnaldo.

Lembrando que VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento.

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$VF = 2.000 \times \left[\frac{(1+0{,}02)^8 - 1}{0{,}02}\right]$$

$$VF = 2.000 \times \left[\frac{1{,}172 - 1}{0{,}02}\right]$$

$$VF = 2.000 \times \frac{0{,}172}{0{,}02} \rightarrow \boldsymbol{VF = 17.200}$$

Logo, se i for igual a 2%, então, no momento do oitavo depósito, o montante na conta será **SUPERIOR** a R$ 17.000,00.

Gabarito: **ERRADO**

15. (FCC / SEFAZ PB / 2006) Para a resolução da questão, utilize a tabela financeira abaixo (taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal)

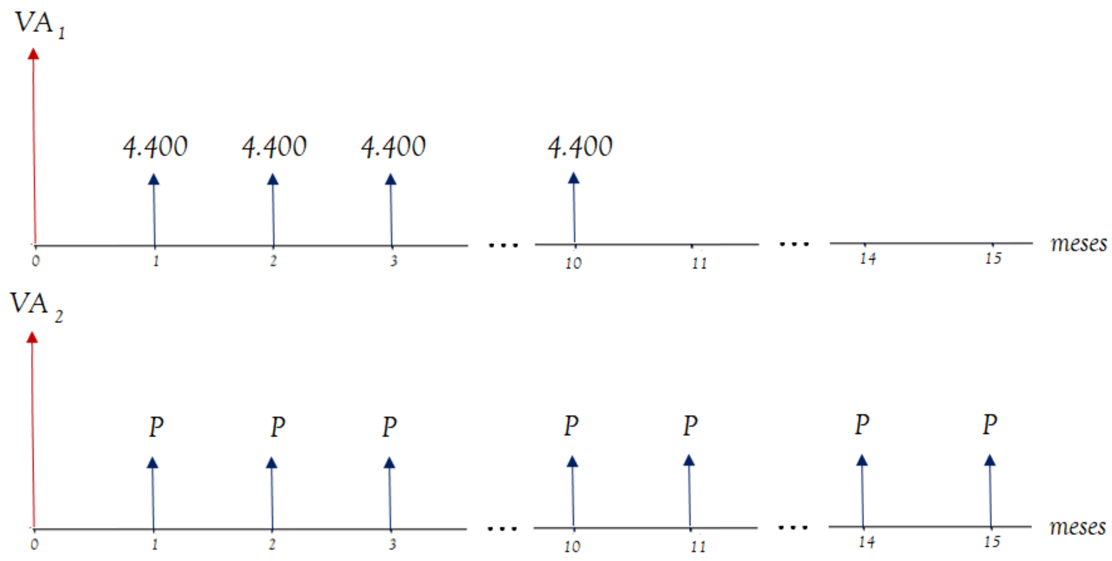
NÚMERO DE MESES (n)	PAGAMENTO ÚNICO	SÉRIE DE PAGAMENTOS IGUAIS	
	FAC	FAC	FRC
1	1,02	1,00	1,02
2	1,04	2,02	0,52
3	1,06	3,06	0,35
4	1,08	4,12	0,26
5	1,10	5,20	0,21
6	1,13	6,31	0,18
7	1,15	7,43	0,15
8	1,17	8,58	0,14
9	1,20	9,75	0,12
10	1,22	10,95	0,11
11	1,24	12,17	0,10
12	1,27	13,41	0,09
13	1,29	14,68	0,09
14	1,32	15,97	0,08
15	1,35	17,29	0,08
16	1,37	18,64	0,07
17	1,40	20,01	0,07
18	1,43	21,41	0,07
19	1,46	22,84	0,06
20	1,49	24,30	0,06

Paulo comprou um automóvel em 10 prestações mensais, iguais e consecutivas, no valor de R$ 4.400,00 cada uma, vencendo a primeira 1 mês após a data da compra. A agência de automóveis trabalha com uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. Se Paulo propusesse à agência quitar a dívida em 15 prestações, vencendo também a primeira 1 mês após a data da compra, o valor da prestação seria de

a) R$ 3.140,00
b) R$ 3.200,00
c) R$ 3.360,00
d) R$ 3.410,00
e) R$ 3.600,00

Comentários:

Vamos representar graficamente as duas opções de pagamentos:



As duas opções são equivalentes. Logo, fazendo a equivalência de Capitais na data $t = 0$, o Valor Presente da primeira opção de pagamento será igual ao Valor presente da segunda opção.

A primeira situação reflete uma série de 10 rendas certas de R$ 4.400,00 postecipadas. Seu valor atual será igual a:

$$VA_1 = 4.400 \times a_{10\neg 2\%}$$

Lembrando que $a_{n\neg i\%}$ é o inverso do Fator de Recuperação de Capitais.

$$a_{10\neg 2\%} = \frac{1}{FRC_{10\neg 2\%}} = \frac{1}{0{,}11}$$

Substituindo na equação acima:

$$VA_1 = 4.400 \times a_{10\neg 2\%}$$

$$VA_1 = 4.400 \times \frac{1}{0,11} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VA_1 = 40.000}}$$

A segunda opção consiste em uma série de 15 rendas certas P postecipadas. Seu valor atual será:

$$VA_2 = P \times a_{15\neg 2\%}$$

$$VA_2 = P \times \frac{1}{FRC_{15\neg 2\%}} \quad \rightarrow \quad VA_2 = P \times \frac{1}{0,08}$$

O Valor Atual de ambas as situações, para serem equivalentes, devem ser iguais. Logo,

$$VA_1 = VA_2$$

$$40.000 = P \times \frac{1}{0,08}$$

$$P = 40.000 \times 0,08 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P = 3.200}$$

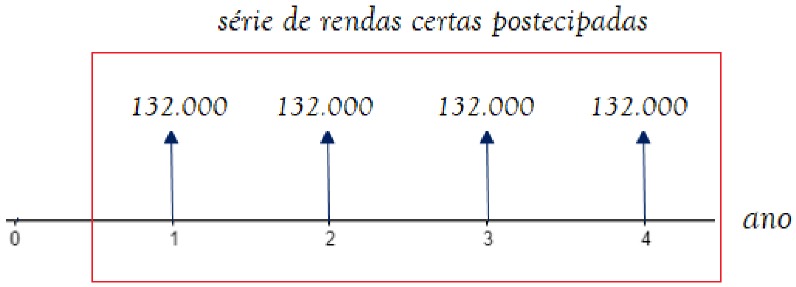
Gabarito: Alternativa **B**

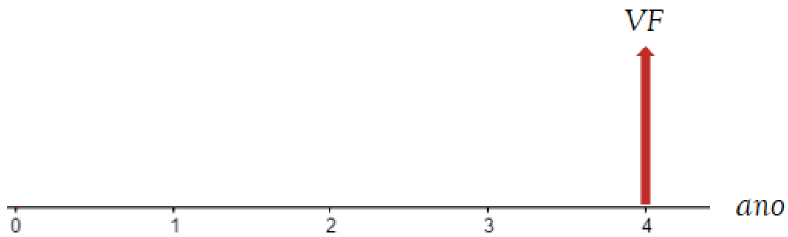
16. (CESPE / TCU - 2013 Adaptada) Na contração de determinada empresa por certo órgão público, ficou acordado que o administrador pagaria R$ 200.000,00 para a contração do serviço, mais quatro parcelas iguais no valor de R$ 132.000,00 cada a serem pagas, respectivamente, no final do primeiro, segundo, terceiro e quarto anos consecutivos à assinatura do contrato. Considere que a empresa tenha concluído satisfatoriamente o serviço dois anos após a contração e que tenha sido negociada a antecipação das duas últimas parcelas para serem pagas juntamente com a segunda parcela. Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Considere que, no contrato assinado entre a empresa e o órgão público, tenha sido acordado que o pagamento das quatro parcelas, com valores iguais a R$ 132.000,00, possa, de comum acordo entre as partes, ser feito ao final dos quatro anos, sendo a taxa composta de juros incidente sobre as parcelas igual a 1,5% ao mês. Nessa situação, caso houvesse previsão dessa cláusula para o pagamento das parcelas, e tomando 1,06 como valor aproximado para $1,015^4$, é correto afirmar que o pagamento à empresa que seria feito quatro anos após a contratação seria superior a R$ 576.000,00.

Comentários:

Vamos representar o enunciado graficamente:





A banca nos questiona se o Valor Futuro (VF) dessa série de pagamentos é superior a R$ 576.000,00.

Lembrando que VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do último** pagamento/recebimento. É calculado pela seguinte fórmula:

$$VF = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Vamos substituir os valores fornecidos pela questão e calcular VF.

$$VF = 132.000 \times \left[\frac{(1+0{,}015)^4 - 1}{0{,}015}\right]$$

$$VF = 132.000 \times \left[\frac{1{,}015^4 - 1}{0{,}015}\right]$$

$$VF = 132.000 \times \left[\frac{1{,}06 - 1}{0{,}015}\right]$$

$$VF = 132.000 \times \frac{0{,}06}{0{,}015}$$

$$VF = 132.000 \times 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VF = 528.000}$$

Ou seja, o VF seria **INFERIOR** a R$ 576.000.

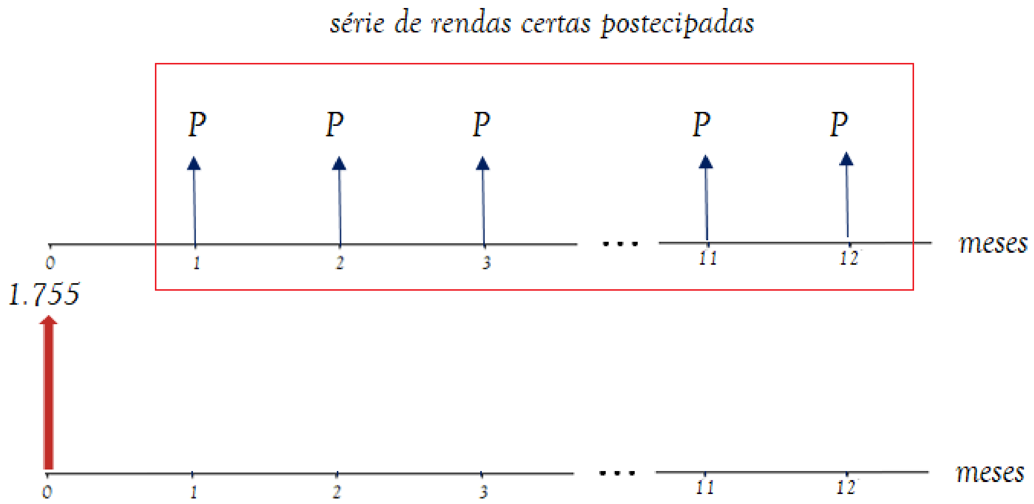
Gabarito: **ERRADO**

17. (CESPE / ANP - 2013) Uma loja vende um smartphone por R$ 1.755,00, divididos em 12 parcelas mensais iguais e com juros de 1% ao mês. Com base nessas informações e considerando 0,0889 e 0,0780 como valores aproximados para $\mathbf{0,01 \times 1,01^{12}/(1,01^{12}-1)}$ e $\mathbf{0,01/1,01 \times (1,01^{12}-1)}$, respectivamente, julgue o item seguinte.

Um cliente que comprar, a prazo, um smartphone na loja pagará prestação inferior a R$ 155,00.

Comentários:

Iremos, primeiramente, representar no gráfico a forma de pagamento do telefone:



Observe que o enunciado não deixa explícito se as parcelas são postecipadas ou antecipadas. Quando isto ocorrer, por convenção, adote rendas postecipadas.

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento "0", também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma** de todas as **12** rendas certas **de P reais** descontadas pela mesma taxa de juros **de 1% a.m.**.

$$VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

Perceba que o VA dessa série de rendas será igual a R$ 1.755, isto é, igual ao Valor à vista. Vamos substituir os valores e calcular P:

$$VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

$$1.755 = P \times \left[\frac{(1+0{,}01)^{12} - 1}{0{,}01 \times (1+0{,}01)^{12}}\right]$$

$$1.755 = P \times \left[\frac{1{,}01^{12} - 1}{0{,}01 \times 1{,}01^{12}}\right]$$

Observe que a banca nos fornece o valor do inverso do que está entre colchetes. Perceba:

$$\frac{0{,}01 \times 1{,}01^{12}}{(1{,}01^{12} - 1)} = 0{,}0889$$

Logo:

$$1.755 = P \times \left[\frac{1{,}01^{12} - 1}{0{,}01 \times 1{,}01^{12}}\right]$$

$$1.755 = P \times \frac{1}{0{,}0889}$$

$$P = 1.755 \times 0{,}0889 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{P \cong 156}$$

Ou seja, a prestação é **SUPERIOR** a R$ 155,00

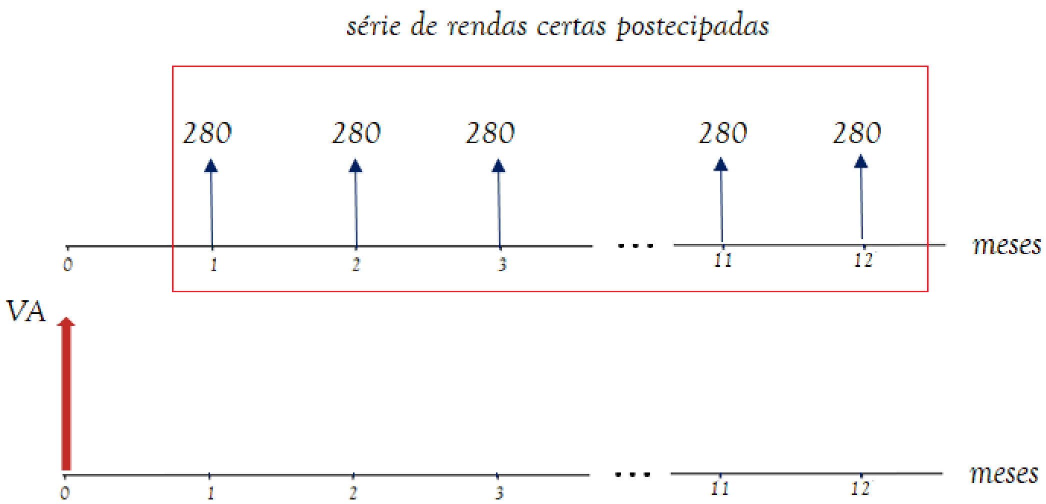
Gabarito: **ERRADO**

18. (CESPE / TCE ES - 2012) Uma loja de departamentos oferece aos clientes algumas modalidades de financiamento para a aquisição de seus produtos à taxa de juros de 4% ao mês. Com base nessa informação, julgue o item seguinte, considerando que 1,6 seja valor aproximado para $\mathbf{1{,}04^{12}}$.

O preço à vista de um televisor de LCD financiado em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas de R$ 280,00 é superior a R$ 2.500,00.

Comentários:

Vamos representar graficamente o financiamento:



Observe que o enunciado não deixa explícito se as parcelas são postecipadas ou antecipadas. Quando isto ocorrer, por convenção, adote rendas postecipadas.

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento "0", também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma** de todas as **12** rendas certas **de 280 reais** descontadas pela mesma taxa de juros **de 4% a.m.**.

$$VA = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right]$$

Iremos substituir os valores e calcular VA:

$$VA = 280 \times \left[\frac{(1+0{,}04)^{12} - 1}{0{,}04 \times (1+0{,}04)^{12}}\right]$$

$$VA = 280 \times \left[\frac{1{,}04^{12} - 1}{0{,}04 \times 1{,}04^{12}}\right]$$

Perceba que a banca nos fornece a potência $1{,}04^{12}$.

$$VA = 280 \times \left[\frac{1{,}6 - 1}{0{,}04 \times 1{,}6}\right]$$

$$VA = 280 \times \left[\frac{0{,}6}{0{,}04 \times 1{,}6}\right] \rightarrow \boldsymbol{VA = 2.625}$$

Ou seja, o preço à vista é **SUPERIOR** a R$ 2.500,00.

Gabarito: **CERTO**

Questões Comentadas – BANCAS DIVERSAS

Rendas Perpétuas

1. **(FGV / Pref. Niterói - 2015) Uma instituição financeira oferece resgate do valor equivalente às reservas de um plano de benefícios perpétuos em uma única vez. O acordo dará quitação geral e definitiva dos benefícios, com a consequente extinção dos contratos.**

Para um cliente que recebe R$ 3.000,00 mensais, foi oferecido o valor do pagamento de R$ 60.000,00. Desconsidere impostos e taxas.

A taxa mensal de juros compostos praticada pela instituição nesse tipo de operação foi:

a) 5,0%
b) 5,5%
c) 7,1%
d) 8,0%
e) 10,2%

Comentários:

O termo **perpetuidade** sugere fluxos de duração infinita (sem limite) ou, mais precisamente, **números de prestações que não podem ser determinadas exatamente.**

Perceba que a banca não nos informa o período das parcelas. Nesse caso, por convenção, adotaremos parcelas postecipadas.

O **Valor Atual** de uma série de Rendas Perpétuas Postecipadas é igual a:

$$VA = \frac{P}{i}$$

Onde,

$VA = Valor\ Atual\ ou\ Presente = 60.000$

$P = Prestação\ Perpétua = 3.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = ?$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa de juros:

$$VA = \frac{P}{i}$$

$$60.000 = \frac{3.000}{i}$$

$$i = \frac{3.\cancel{000}}{60.\cancel{000}} \rightarrow \boldsymbol{i = 0,05\ ou\ 5\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

2. **(FGV / ISS Niterói - 2015) Para usufruir perpetuamente R$ 2.000,00 por mês, reajustados mensalmente a uma taxa de 6%, o valor da renda um mês antes do primeiro pagamento, supondo taxa de juros de 10% ao mês, é, em reais:**

a) 12.500
b) 20.000
c) 22.000
d) 50.000
e) 55.000

Comentários:

Observe que essa questão nos traz uma **taxa de crescimento** da parcela perpétua.

Vamos, então, aplicar a fórmula de Valor Atual de uma **série de rendas perpétuas postecipadas com crescimento.**

$$VA = \frac{P}{i - g}$$

Onde,

$VA = Valor\ Atual\ ou\ Valor\ Presente = ?$

$P = Prestação\ Perpétua = 2.000$

$i = taxa\ de\ juros = 10\%\ ao\ mês = 0{,}1$

$g = Taxa\ de\ Crescimento = 6\%\ ao\ mês = 0{,}06$

Substituindo os valores teremos:

$$VA = \frac{P}{i-g}$$

$$VA = \frac{2.000}{0,1 - 0,06}$$

$$VA = \frac{2.000}{0,04} \rightarrow \mathbf{VA = 50.000}$$

Gabarito: Alternativa **D**

3. **(FCC / SEFAZ RJ – 2014) Uma instituição de ensino receberá R$ 10.000,00 por ano, como uma doação à perpetuidade. Considerando os juros efetivos de 12,5% ao ano, então o valor atual desta doação será igual a**

a) R$ 77.500,00 caso a doação seja postecipada.
b) R$ 80.000,00 caso a doação seja antecipada.
c) R$ 82.500,00 caso a doação seja postecipada.
d) R$ 87.500,00 caso a doação seja antecipada.
e) R$ 90.000,00 caso a doação seja antecipada.

Comentários:

Vamos aplicar a fórmula do Valor Atual tanto para uma renda perpétua postecipada quanto para uma antecipada e constatar qual será o gabarito:

- Renda Perpétua Postecipada:

$$VA = \frac{P}{i}$$

$$VA = \frac{10.000}{0,125} \rightarrow \boxed{\mathbf{VA = 80.000}}$$

Observe que a Alternativa B traz os R$ 80.000,00. Porém afirma que a doação é antecipada. Logo, Alternativa INCORRETA.

- Renda Perpétua Antecipada:

$$VA = \frac{P}{i} \times (1 + i)$$

$$VA = \frac{10.000}{0,125} \times (1 + 0,125)$$

$$VA = 80.000 \times 1,125 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{VA = 90.000}$$

Gabarito: Alternativa **E**

4. **(FGV / BNB - 2014) Fernando possui um título que tem taxa de desconto de 0,75% ao mês e que paga mensalmente a quantia de R$ 900,00, perpetuamente. Se Fernando quiser vender esse título, o seu preço justo é de:**

a) R$ 12.000,00
b) R$ 67.500,00
c) R$ 90.000,00
d) R$ 120.000,00
e) R$ 675.000,00

Comentários:

O termo **perpetuidade** sugere fluxos de duração infinita (sem limite) ou, mais precisamente, **números de prestações que não podem ser determinadas exatamente.**

Perceba que a banca não nos informa o período das parcelas. Nesse caso, por convenção, adotaremos parcelas postecipadas.

O **Valor Atual** de uma série de Rendas Perpétuas Postecipadas é igual a:

$$VA = \frac{P}{i}$$

Onde,

$VA = Valor\ Atual\ ou\ Presente = ?$

$P = Prestação\ Perpétua = 900$

$i = Taxa\ de\ Juros = 0,75\% = 0,075$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa de juros:

$$VA = \frac{P}{i}$$

$$VA = \frac{900}{0{,}075} \rightarrow \boldsymbol{VA = 12.000}$$

Gabarito: Alternativa **A**

5. **(CESGRANRIO / BR - 2012 - Adaptada) Um jogador de futebol, cansado de entrar em campo por anos e de nunca ter conquistado um título, deseja, ao se aposentar, retirar uma vez por ano o equivalente a R$ 120.000,00 anuais, por um período infinito. Com um amigo investidor, ele conseguiu um fundo em que pode aplicar suas economias e que lhe garante rendimento de 10% ao ano.**

Para alcançar seu objetivo, o jogador terá de aplicar

a) R$ 100.000,00
b) R$ 109.090,90
c) R$ 120.000,00
d) R$ 1.000.000,00
e) R$ 1.200.000,00

Comentários:

O enunciado nos questiona qual o Valor Atual que o jogador deve investir para retirar Parcelas mensais de R$ 120.000 por um período infinito, isto é, indeterminado ou perpétuo.

O **Valor Presente (ou Atual)** de uma série de Rendas Perpétuas é igual a:

$$VA = \frac{P}{i}$$

Onde,

$VP = Valor\ Atual\ ou\ Presente = ?$

$P = Prestação\ Perpétua = 120.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ ano = 0{,}1$

Substituindo os valores:

$$VP = \frac{P}{i}$$

$$VP = \frac{120.000}{0{,}1} \rightarrow \boldsymbol{VP = 1.200.000}$$

Gabarito: Alternativa **E**

6. (CESGRANRIO / BR - 2015) Um gestor deparou com a necessidade de calcular o valor presente de uma série perpétua de fluxos de caixa. Ele não sabia se calcularia considerando um fluxo constante ou com uma taxa de crescimento de 0,5% ao período. A taxa de desconto a ser utilizada no cálculo é de 1% ao período. Sendo assim, a razão entre o resultado do cálculo do valor presente da série com crescimento e do valor presente da série constante é igual a

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Valor Presente da série constante e da série com crescimento.

- Valor Presente da série constante

O **Valor Presente** de uma série de Rendas Perpétuas é igual a:

$$VA = \frac{P}{i}$$

Onde,

$VP = Valor\ Atual\ ou\ Presente = ?$

$P = Prestação\ Perpétua = P$

$i = Taxa\ de\ Juros = 1\%\ ao\ período = 0{,}01$

Substituindo os valores:

$$VP = \frac{P}{i}$$

$$VP = \frac{P}{0{,}01}$$

$$VP = \frac{1}{0{,}01} \times P \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VP = 100P}}$$

- Valor Presente da série com crescimento

As **Rendas Perpétuas com crescimento** que são calculadas pela seguinte fórmula:

$$VP = \frac{P}{i - g}$$

Onde,

$g = Taxa\ de\ Crescimento = 0{,}5\%\ ao\ período = 0{,}005$

Substituindo os valores:

$$VP = \frac{P}{i - g}$$

$$VP = \frac{P}{0{,}01 - 0{,}005}$$

$$VP = \frac{P}{0{,}01 - 0{,}005}$$

$$VP = \frac{P}{0{,}005}$$

$$VP = \frac{1}{0{,}005} \times P \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{VP = 200P}}$$

Então, a razão r entre o resultado do cálculo do valor presente da série com crescimento $(200P)$ e do valor presente da série constante $(100P)$ é igual a:

$$r = \frac{200\cancel{P}}{100\cancel{P}}$$

$$r = \frac{200}{100} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{r = 2}$$

Gabarito: Alternativa **B**

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Equivalência de Capitais

1. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um comerciante contraiu empréstimos nos valores de $R\$\ 60.000,00$ e $R\$\ 70.000,00$ sujeitos a uma mesma taxa de juros no sistema de capitalização simples, o primeiro vencendo daqui a 4 meses e o segundo, daqui a 8 meses. Resolvendo quitá-los, descobriu que eles equivaliam hoje a valores iguais, com as mesmas condições do empréstimo. A taxa mensal, nesse caso, era de**

a) 3%
b) 4%
c) 5%
d) 6%
e) 7%

2. **(CESPE / IBAMA - 2022 Adaptada) Em relação a assuntos relacionados ao cálculo financeiro e avaliação econômica de projetos, julgue o próximo item.**

Um Investimento de Valor Presente de $R\$\ 5.000,00$ aplicado a uma taxa de juros anual de 30% ao longo de 3 anos pagará anualmente para o investidor uma Prestação de valor inferior a $R\$\ 2.700,00$.

3. **CESPE / FUNPRESP EXE - 2022) Elisa está comprando um eletrodoméstico cujo preço à vista é $R\$\ 2.500,00$. São oferecidas três opções de parcelamento, todas sem entrada, com o primeiro pagamento ocorrendo um mês depois da compra:**

1ª: pagamento em 2 prestações mensais de $R\$\ 1.250,00$ cada uma;

2ª: pagamento de 3 prestações mensais de $R\$\ 1.000,00$ cada uma;

3ª: pagamento de 4 prestações mensais de $R\$\ 750,00$ cada uma.

Sejam i_1, i_2 e i_3 as taxas de juros das opções (1), (2) e (3), respectivamente.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

$$i_1 < i_2$$

4. **(CESPE / IBAMA - 2022) Em relação a assuntos relacionados ao cálculo financeiro e avaliação econômica de projetos, julgue o próximo item.**

Considere que, ao final de cada ano e durante 3 anos, uma pessoa deposita $R\$\ 5.000{,}00$ em um banco de investimento que paga juros de 20% ao ano. Nesse caso, ao final do terceiro ano, imediatamente após o terceiro depósito, a pessoa terá $R\$\ 19.550{,}00$ na conta.

5. **(CESGRANRIO / BASA - 2022) Uma loja anuncia uma geladeira cujo preço à vista é de $R\$\ 3.500,00$. Não dispondo deste capital, um cliente se propõe a pagar a geladeira, com juros compostos de 4% a.m., em quatro prestações mensais, de mesmo valor, sendo a primeira no ato da compra. Qual o valor aproximado da prestação que o cliente está se propondo a pagar em reais?**

a) 875,00
b) 910,00
c) 937,13
d) 964,22
e) 1.023,63

6. **(FGV / TCU - 2022) Um empréstimo será amortizado em um ano com pagamentos mensais à taxa de juros compostos de 48% ao ano capitalizados mensalmente. Descontadas as tarifas bancárias, que são efetivadas no momento da contratação do empréstimo, no valor de 5%, o tomador do empréstimo receberá líquidos $R\$\ 10.450,00$. Sabe-se que as parcelas mensais aumentam $2,7\%$ ao mês e que o primeiro pagamento será realizado um mês após efetuada a operação.**

O valor aproximado da menor parcela, em reais, é de:

Utilize a aproximação: $(1{,}027)^{12} = 1{,}4$ e $(1{,}04)^{12} = 1{,}6$.

a) 879
b) 1.144
c) 1.886
d) 1.976
e) 2.089

7. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Uma pessoa toma um empréstimo no valor de C reais, a uma taxa de juros (compostos) mensal i e decide saldar completamente a dívida em três pagamentos, após $30, 60$ e 90 dias contados a partir da data do empréstimo, de forma que o segundo e o terceiro pagamentos sejam, em valores nominais, respectivamente, o dobro e o triplo do valor**

do primeiro pagamento. Nessas condições, o valor a ser pago no primeiro pagamento será dado pela expressão

a) $\frac{C(1+i)^3}{(1+i)^2+2(1+i)+3}$

b) $\frac{C(1+i)^3}{3(1+i)^2+2(1+i)+1}$

c) $\frac{C(1+i)^3}{(1+i)^2+(1+i)+3}$

d) $\frac{3C(1+i)^3}{(1+i)^2+(1+i)}$

e) $\frac{C(1+i)^3}{(1+i)^2-(1+i)-3}$

8. (CESPE / PETROBRAS - 2022) No que se refere a desconto racional, taxa interna de retorno (TIR), porcentagem e juros compostos, julgue o item a seguir.

Para pagar um empréstimo de $R\$\ 21.000,00$, um banco exige, ao final do primeiro ano, um pagamento de $R\$\ 11.550,00$ e, em seguida, ao final do próximo ano, um segundo pagamento de $R\$\ 12.705,00$. Dessa forma, se nenhum outro pagamento é exigido, o custo anual da operação é de 20%.

9. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte, relativo a matemática financeira.

Um empréstimo de R$ 1.500,00 foi realizado junto a uma instituição financeira, a uma taxa de juros de 12% ao mês e para ser quitado em dois meses. Se, na primeira parcela, foi pago o valor de R$ 950,00, então o valor da segunda parcela, na data do seu vencimento, será superior a R$ 815,00.

10. (CESGRANRIO / BB - 2021) Um cliente montou uma estratégia financeira, aplicando parte de seu décimo terceiro salário, sempre no início de janeiro, de 2018 a 2021, conforme mostrado na Tabela a seguir.

jan/2018	jan/2019	jan/2020	jan/2021
R$ 10.000,00	R$ 10.000,00	R$ 10.000,00	R$ 10.000,00

A partir da orientação financeira de um especialista, ele conseguiu obter nesse período, com essas aplicações, uma taxa de retorno de 10% ao ano, sempre na comparação com o ano anterior. Ele pretende atingir o valor total acumulado de 65 mil reais no início de jan/2023.

Considerando-se que essa taxa de retorno se mantenha, o valor mínimo, em reais, que esse cliente precisará depositar em Jan/2022, para atingir a meta em Jan/2023, a partir das aproximações dadas, pertence ao intervalo:

Dados:
$1,1^5 = 1,611$;
$1,1^4 = 1,464$;
$1,1^3 = 1,331$.

a) R$ 8.000,00 a R$ 8.199,00
b) R$ 8.200,00 a R$ 8.399,00
c) R$ 8.400,00 a R$ 8.599,00
d) R$ 8.600,00 a R$ 8.799,00
e) R$ 8.800,00 a R$ 8.999,00

11. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) Um indivíduo que deve a uma instituição financeira R$ 50.000 com vencimento imediato e mais R$ 30.000, que deverão ser pagos daqui a um mês, propôs pagar R$ 20.000 daqui a um mês e o restante, daqui a três meses, sabendo que a instituição pratica o desconto racional composto à taxa de 5% ao mês.

Nessa situação, considerando 1,10 e 1,16 como valores aproximados para $1,05^2$ e $1,05^3$, respectivamente, o valor restante que o devedor deverá pagar daqui a três meses será igual a

a) R$ 66.000,00
b) R$ 69.000,00
c) R$ 79.400,00
d) R$ 80.000,00
e) R$ 91.000,00

12. (FCC / SMF Manaus – 2019) Sérgio recebeu um adiantamento e negociou que a devolução seria paga em duas parcelas iguais de R$ 1.210,00, a primeira, um mês após o recebimento do adiantamento, e a segunda, um mês depois do pagamento da primeira parcela. Sabendo que foram cobrados juros compostos de 10% ao mês, o valor que Sérgio recebeu pelo adiantamento foi de

a) R$ 2.420,00
b) R$ 2.010,00
c) R$ 2.100,00
d) R$ 2.200,00

e) R$ 2.210,00

13. (FGV / BANESTES - 2018) Um bem, cujo preço à vista é R$ 500,00, será adquirido por meio de duas prestações mensais consecutivas de R$ 450,00, sendo a primeira delas paga um mês após a compra.

Nessa venda, a taxa mensal de juros compostos aplicada é:

a) 20%
b) 25%
c) 30%
d) 40%
e) 50%

14. (CESPE / TCDF - 2021) Certo produto foi anunciado por um preço P, valor que o vendedor aceita dividir em até três parcelas iguais, mensais e sucessivas, com ou sem entrada, conforme o desejo do cliente. No caso de pagamento à vista, o vendedor aceita entregar o produto por 0,9P.

Considerando a situação hipotética apresentada, julgue o item a seguir.

Se, ao adquirir o produto, o cliente optar por pagar o valor P com um cheque para o mês seguinte, ele pagará uma taxa de juros efetiva de 10% a.m.

15. (VUNESP / CM Sertãozinho - 2019) Considere que a taxa de juros seja 25% ao ano e que a taxa de inflação seja zero. Se um pagamento devido para daqui um ano é de R$ 1.000, o tomador deve antecipar o pagamento para a data atual se for oferecido a ele a possibilidade de liquidar por, no máximo,

a) R$ 250
b) R$ 500
c) R$ 800
d) R$ 1.000
e) R$ 1.250

16. (FGV / ALE RO - 2018) Suponha que um consumidor entre em uma loja e verifique que o preço à vista de um ar condicionado é de R$ 1.000,00. No entanto, ele opta pelo financiamento, que

exige uma entrada de R$ 200,00 e mais duas parcelas mensais iguais com taxa efetiva mensal de juros de 1%, sob regime composto.

O valor de cada parcela será igual a

a) R$ 808,00
b) R$ 406,01
c) R$ 404,25
d) R$ 402,50
e) R$ 507,51

17. (CESPE / FUNSPREV – 2016) Com relação às anuidades e aos sistemas de amortização, julgue o item subsequente.

O valor atual (VA) de uma anuidade *postecipada* que pague R$ 200 ao ano, pelo prazo de três anos, à taxa de juros de 5% ao ano, será corretamente calculado pela expressão $VA = 200 \times (1 + 0{,}05) + 200 \times (1 + 0{,}05)^2 + 200 \times (1 + 0{,}05)^3$.

18. (FCC / SEFAZ BA – 2019) Uma empresa tem uma dívida para cumprir que é composta das seguintes parcelas:

− Parcela de R$ 5.000,00 que vence na data de hoje;

− Parcela de R$ 8.000,00 que vence de hoje a um mês.

A empresa está com problemas no seu fluxo de caixa e deseja renegociar o pagamento da dívida, propondo ao credor a seguinte forma de pagamento:

− Pagar uma parcela de R$ 2.000,00 na data de hoje;

− Liquidar o saldo remanescente da dívida em uma única parcela que será paga de hoje a três meses.

Se a taxa de juros compostos cobrada pelo credor é 3% ao mês, o valor da parcela a ser paga no final de três meses, desprezando- se os centavos, será, em reais,

a) 12.020
b) 11.990
c) 11.736
d) 11.000
e) 11.765

19. (CESPE / TCE SC – 2019) No item que se segue, é apresentada uma situação hipotética a respeito de avaliação de investimentos e de taxas de juros, seguida de uma assertiva a ser julgada.

João comprou um equipamento, cujo preço à vista era de R$ 800, em duas prestações mensais, consecutivas e distintas. A primeira prestação, de R$ 440, foi paga um mês após a compra, e a taxa de juros compostos desse negócio foi de 10% ao mês. Nessa situação, o valor da segunda prestação foi superior a R$ 480.

20. (FGV / ISS Cuiabá - 2016) Suponha que João tenha obtido um financiamento de R$ 100,00 à taxa efetiva de 50% ao ano, no regime de juros compostos. Por sua vez, Maria obteve um financiamento de R$ 1.000,00 sob as mesmas condições de João. Em ambos os casos, o prazo de operação é de dois anos.

As prestações anuais para João e Maria são, respectivamente, iguais a

a) R$ 100,00 e R$ 1.000,00.
b) R$ 95,00 e R$ 1.200,00.
c) R$ 90,00 e R$ 900,00.
d) R$ 85,00 e R$ 1.000,00.
e) R$ 80,00 e R$ 800,00.

21. (CESPE / TCE SC – 2016) No item que se segue, é apresentada uma situação hipotética a respeito de avaliação de investimentos e de taxas de juros, seguida de uma assertiva a ser julgada.

Uma casa foi colocada à venda por R$ 120.000 à vista, ou em três parcelas, sendo a primeira de R$ 20.000 no ato da compra e mais duas mensais e consecutivas, sendo a primeira no valor de R$ 48.000 a ser pago um mês após a compra e a segunda, no final do segundo mês, no valor de R$ 72.000. Se a taxa de juros compostos na venda parcelada for de 20% ao mês, a melhor opção de compra é pela compra parcelada.

22. (FCC / TJ MA – 2019) Pedro obteve um empréstimo em um banco e hoje ainda deve as seguintes duas parcelas:

− Uma parcela no valor de R$ 5.100,00 que vencerá daqui 30 dias;
− Outra parcela no valor de R$ 10.404,00 que vencerá daqui 60 dias.

Sabendo que a taxa de juros compostos contratada com o banco foi de 2% ao mês, o valor que Pedro deveria pagar hoje para liquidar integralmente a sua dívida, em reais, é de

a) 15.000,00
b) 15.504,00
c) 14.985,84
d) 15.003,85
e) 14.573,76

23. (CESPE / TCE PR – 2016) Ao estudar uma proposta de negócio com duração de dois anos, um investidor espera o cenário apresentado na tabela precedente, em que os valores estão em reais.

valor a ser investido	100.000
retorno esperado no 1.º ano	55.000
retorno esperado no 2.º ano	65.500

Nessa situação, se a taxa anual de juros para desconto do fluxo for de 10% ao ano, e se o investidor desejar um fluxo equivalente ao do cenário apresentado, mas com retornos iguais nos dois anos, o valor de cada retorno será igual a

a) R$ 61.000,00
b) R$ 60.000,00
c) R$ 64.000,00
d) R$ 63.000,00
e) R$ 62.000,00

24. (FCC / ALESE – 2018) A Cia. Construtora adquiriu um terreno para ser pago em 5 parcelas iguais de R$ 10.000,00, vencíveis em 30, 60, 90, 120 e 150 dias, respectivamente. Ao pagar a terceira parcela, a Cia. verificou que possuía condições financeiras para quitar as duas parcelas restantes.

Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pela instituição financeira era de 4% ao mês, a equação que indica o valor que a Cia. deveria desembolsar para quitar o terreno, após pagar a terceira parcela e na data de vencimento desta, é

a) $Valor\ pago = \frac{10.000}{(1{,}04)} + \frac{10.000}{(1{,}04)^2}$

b) $Valor\ pago = \frac{20.000}{(1{,}04)^2}$

c) $Valor\ pago = \frac{20.000}{(1{,}08)}$

d) $Valor\ pago = 10.000 + \frac{10.000}{(1{,}04)}$

e) $Valor\ pago = \frac{10.000}{(1{,}04)} + \frac{10.000}{(1{,}08)}$

25. (FGV / IBGE - 2016) João recebeu a fatura de R$ 2.600,00 do cartão de crédito que cobra 10% de juros ao mês. No dia do vencimento, pagou R$ 1.000,00, um mês depois pagou mais R$ 1.000,00 e, um mês depois desse pagamento, liquidou a dívida.

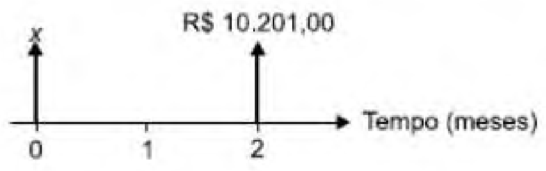
Sabendo-se que João não utilizou o cartão nesse período, o valor do último pagamento de João foi de:

a) R$ 720,00
b) R$ 780,00
c) R$ 836,00
d) R$ 860,00
e) R$ 1.046,00

26. (FCC / SEFAZ GO – 2018) O preço à vista de um apartamento é R$ 210.000,00. Jorge fez uma proposta ao proprietário para adquirir esse imóvel pagando o em três parcelas iguais, a primeira à vista, a segunda após 1 ano e a terceira depois de 2 anos. O proprietário aceitou a proposta, desde que fossem cobrados juros compostos de 100% ao ano sobre o saldo devedor após o pagamento de cada parcela. Nas condições impostas pelo proprietário, o valor de cada uma das três parcelas a serem pagas por Jorge, em reais, deverá ser igual a

a) 120.000,00
b) 90.000,00
c) 100.000,00
d) 70.000,00
e) 130.000,00

27. (VUNESP / ISS Campinas - 2019) O esquema a seguir representa o fluxo de caixa relativo à compra de um bem, realizada nas seguintes condições: uma primeira parcela de entrada no valor x reais na data 0 (zero) cujo valor foi de 20% do valor V do bem; uma segunda parcela de valor anotado na data 2, quitando totalmente o valor da compra. A taxa de juros contratada foi de 1% ao mês de juros compostos.



De acordo com os dados, um dos valores seguintes é o da entrada x:

a) R$ 3.000,00
b) R$ 2.000,00
c) R$ 3.500,00
d) R$ 2.500,00
e) R$ 4.000,00

28. (FCC / TRE PR – 2017) Para comprar um automóvel, Pedro realizou uma pesquisa em 3 concessionárias e obteve as seguintes propostas de financiamento:

Concessionária 1: Entrada de R$ 12.000,00 + 1 prestação de R$ 29.120,00 para 30 dias após a entrada.
Concessionária 2: Entrada de R$ 13.000,00 + 1 prestação de R$ 29.120,00 para 60 dias após a entrada.
Concessionária 3: Entrada de R$ 13.000,00 + 2 prestações R$ 14.560,00 para 30 e 60 dias após a entrada, respectivamente.

Sabendo que a taxa de juros compostos era 4% ao mês, para a aquisição do automóvel

a) A melhor proposta é a 1, apenas.
b) A melhor proposta é a 2, apenas.
c) A melhor proposta é a 3, apenas.
d) As melhores propostas são 2 e 3, por serem equivalentes.
e) As melhores propostas são 1 e 2, por serem equivalentes.

29. (FCC / SEGEP MA – 2018) Uma empresa obteve um empréstimo à taxa de juros compostos de 2% ao mês e ainda restam duas parcelas trimestrais de mesmo valor para sua liquidação. O valor de cada parcela é R$ 30.000,00 e a primeira das duas parcelas vencerá em 90 dias. A empresa pretende alterar a forma de pagamento, mantendo a mesma taxa de juros, e propõe à instituição financeira a liquidação da seguinte forma:

– Uma parcela de R$ 25.000,00, na data de hoje.
– Uma parcela complementar, daqui a 60 dias.

A equação que permite calcular corretamente o valor da parcela complementar identificada pela incógnita x, é

a) $25.000(1{,}02)^2 + x = \frac{30.000}{1{,}02} + \frac{30.000}{(1{,}02)^4}$

b) $25.000 + x = \frac{30.000}{(1{,}02)^3} + \frac{30.000}{(1{,}02)^6}$

c) $x = \frac{30.000}{(1{,}02)^3} + \frac{30.000}{(1{,}02)^6} - 25.000$

d) $25.000 + \frac{x}{1{,}02} = \frac{30.000}{(1{,}02)^3} + \frac{30.000}{(1{,}02)^6}$

e) $x(1{,}02)^2 = \frac{30.000}{1{,}02} + \frac{30.000}{(1{,}02)^4} - 25.000$

30. (VUNESP / Pref. Suzano - 2016) Assinale a alternativa que apresenta o valor presente de um montante futuro de R$ 20.000,00, que será pago ao final de dois anos. O custo de oportunidade equivale a 2% ao ano capitalizado.

Nota: Considere para o cálculo apenas duas casas decimais, depois da vírgula, desprezando, ainda, os centavos.

a) R$ 17.750,00
b) R$ 18.780,00
c) R$ 18.890,00
d) R$ 19.003,00
e) R$ 19.230,00

31. (VUNESP / CM Sales - 2018) Um produto foi comprado para ser pago em 3 vezes: uma entrada à vista, sem incidência de juros, e outras duas parcelas a prazo, sendo uma no mês seguinte e a outra dois meses depois da compra. O cliente podia escolher quanto pagar na primeira parcela, mas deveria quitar o pagamento na segunda parcela. A cada mês incidiram juros de 10% sobre o saldo devedor. Se tanto a entrada como as parcelas pagas foram iguais a R$ 605,00, o valor desse produto à vista está compreendido entre

a) R$ 1.500,00 e R$ 1.550,00.
b) R$ 1.550,01 e R$ 1.600,00.
c) R$ 1.600,01 e R$ 1.650,00.
d) R$ 1.650,01 e R$ 1.700,00.

e) R$ 1.700,01 e R$ 1.750,00.

32. **(FCC / SEFAZ SP – 2009) A tabela abaixo apresenta os valores dos Fatores de Recuperação de Capital (FRC) para a taxa de juros compostos de 2% ao período:**

Número de períodos (n)	10	11	12	13
FRC	0,111	0,102	0,095	0,088

O preço de venda de um equipamento é igual a R$ 100.000,00. Ele pode ser adquirido por uma das seguintes opções:

I. À vista, com 10% de desconto sobre o preço de venda.

II. Em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas, com a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Utilizando o critério do desconto racional composto a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, tem-se que o valor de cada prestação da opção II que torna equivalentes, no ato da compra, os pagamentos efetuados pelas duas opções é, desprezando os centavos, igual a

a) R$ 9.500,00
b) R$ 9.180,00
c) R$ 8.550,00
d) R$ 8.330,00
e) R$ 8.150,00

33. **(CESPE / PF - 2014) O item subsequente apresenta uma situação hipotética, seguida de uma assertiva a ser julgada, a respeito de rendas ou anuidades.**

Na venda de um veículo que custa R$ 40.000,00, uma concessionária ofereceu ao cliente as seguintes opções de pagamento:

I - à vista, com 12,5% de desconto;

II - em 4 parcelas mensais, iguais e consecutivas, de R$ 10.000,00, à taxa de juros de 10% ao mês; a primeira deve ser paga no ato da compra.

Nesse caso, considerando 0,91, 0,83 e 0,75 valores aproximados para $1{,}1^{-1}, 1{,}1^{-2}\ e\ 1{,}1^{-3}$, respectivamente, a opção II será a mais vantajosa para o cliente.

34. **(CESPE / TJ CE - 2014) Um empresário possui as seguintes obrigações financeiras contratadas com o banco X: dívida de R$ 12.900,00 vencível em 1 mês; dívida de R$ 25.800,00 vencível em 6 meses; dívida de R$ 38.700,00 vencível em 10 meses. Prevendo dificuldades para honrar o fluxo de caixa original, o banco X propôs substituir o plano original de desembolso pelo pagamento de 2 prestações iguais: a primeira com vencimento em 12 meses e a segunda com vencimento em 18 meses.**

Supondo-se que a taxa de juros compostos vigente no mercado seja de 3% ao mês, e que 0,97, 0,84, 0,74, 0,7 e 0,59 sejam valores aproximados para $1{,}03^{-1}, 1{,}03^{-6}, 1{,}03^{-10}, 1{,}03^{-12}, 1{,}03^{-18}$, respectivamente, é correto afirmar que o valor da prestação, em reais, é superior a 50.000.

35. **(CESPE / TCU - 2013) Suponha que Fábio tenha decido depositar mensalmente, sempre no dia 2 de cada mês, a quantia fixa de R$ 360,00 em uma conta que remunera o capital a uma taxa composta de 2% ao mês. Considerando essa situação hipotética, julgue o item que se segue.**

Considere que Fábio tenha depositado R$ 360,00 em 2 de fevereiro, em 2 de março e em 2 de abril, respectivamente. Se Fábio tivesse escolhido depositar esses valores, nas mesmas datas, em uma conta que remunera o capital a uma taxa de juros simples de 3% ao mês, então o valor que constaria na conta, em 2 de maio, relativo a esses três depósitos, seria superior a R$ 1.140,00.

36. **(CESPE / SERPRO - 2013) O empréstimo feito por um indivíduo em uma instituição financeira será pago em 10 prestações, anuais, consecutivas e fixas no valor de R$ 37.600,00; a primeira será paga um ano após a contratação do empréstimo. A taxa de juros compostos cobrados pela instituição financeira nesse tipo de empréstimo é de 10% ao ano. Caso o cliente adiante o pagamento de prestação, a instituição financeira retirará os juros envolvidos no cálculo daquela prestação.**

Com base nessas informações e considerando 2,4 e 1,13 como aproximações para $1{,}1^{9}$ e $1{,}01^{12}$, respectivamente, julgue o item a seguir.

Se, no dia de pagar a primeira prestação, o indivíduo pagar também a última prestação, então, nesse caso, ele pagará menos de R$ 55.000,00.

37. (CESPE / TRE RJ - 2012) Um construtor comprou um terreno por R$ 10.000,00 e, três meses depois, construiu, nesse terreno, uma casa popular, gastando R$ 30.000,00. Três meses após a construção ter sido finalizada, a casa foi vendida por R$ 60.000,00.

Considerando que 1,33 e 1,77 são valores aproximados para $1{,}1^3$ e $1{,}1^6$, respectivamente, julgue o item seguinte, relativo a situação hipotética acima.

Caso o construtor, no período em que adquiriu o terreno e construiu a casa, tivesse investido os valores gastos no empreendimento em uma aplicação cujo rendimento fosse de 10% ao mês, sob o regime de capitalização simples, o montante dessa aplicação teria sido inferior ao obtido mediante a venda da casa na data correspondente.

38. (CESPE / TRE RJ - 2012) Um construtor comprou um terreno por R$ 10.000,00 e, três meses depois, construiu, nesse terreno, uma casa popular, gastando R$ 30.000,00. Três meses após a construção ter sido finalizada, a casa foi vendida por R$ 60.000,00.

Considerando que 1,33 e 1,77 são valores aproximados para $1{,}1^3$ e $1{,}1^6$, respectivamente, julgue o item seguinte, relativo a situação hipotética acima.

Caso o construtor, no período em que adquiriu o terreno e construiu a casa, tivesse investido os valores gastos no empreendimento em uma aplicação cujo rendimento fosse de 10% ao mês, sob o regime de juros compostos, o montante dessa aplicação teria sido superior ao obtido por meio da venda da casa na data correspondente.

39. (CESPE / SEGER ES - 2013 Adaptada) Um representante comercial instala ordenhas mecânicas em fazendas da região, dando a seus proprietários 120 dias para pagarem esse equipamento. Sabe-se que o equipamento pode ser comprado à vista por R$ 7.500,00 ou em três parcelas fixas, vencendo em 30, 60 e 90 dias, à taxa mensal de juros compostos de 5%.

Considerando 2,7 como valor aproximado para $1{,}05^{-1} + 1{,}05^{-2} + 1{,}05^{-3}$, é correto afirmar que, no caso de compra parcelada, o valor da prestação será superior a R$ 2.750,00.

Gabarito

1. C
2. ERRADO
3. CERTO
4. ERRADO
5. C
6. B
7. A
8. ERRADO
9. CERTO
10. A
11. B
12. C
13. E
14. ERRADO
15. C
16. B
17. ERRADO
18. E
19. CERTO
20. C
21. CERTO
22. A
23. B
24. A
25. C
26. A
27. D
28. B
29. A
30. E
31. B
32. D
33. CERTO
34. ERRADO
35. CERTO
36. CERTO
37. CERTO
38. ERRADO
39. CERTO

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Rendas Uniformes

1. **(CESPE / CAGE RS – 2018) João é credor de uma dívida a taxa de juros de 5% ao mês que lhe pagará R$ 1.200 por mês nos próximos 12 meses. O devedor lhe propõe refazer o parcelamento para 18 vezes, oferecendo pagar 6,2% de juros por mês.**

Considerando-se 0,56 e 0,34 como aproximações para $(1{,}05)^{-12}$ e $(1{,}062)^{-18}$, respectivamente, é correto afirmar que João terá um fluxo de recebimentos equivalente ao que tem hoje se a nova parcela mensal for

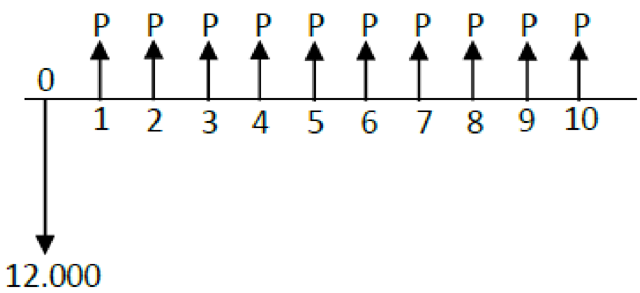
a) Inferior a R$ 600,00.
b) Superior a R$ 600,00 e inferior a R$ 800,00.
c) Superior a R$ 800,00 e inferior a R$ 1.000,00.
d) Superior a R$ 1.000,00 e inferior a R$ 1.200,00.
e) Superior a R$ 1.200,00.

2. **(CESPE / MTE – 2014) Fabiana comprou um veículo financiado, sem entrada, em 50 prestações mensais e consecutivas de R$ 1.000,00, à taxa de juros compostos de 2% ao mês, com a primeira prestação vencendo um mês após a compra.**

A respeito dessa situação hipotética, julgue o item a seguir, considerando 0,37 como valor aproximado de $1{,}02^{-50}$.

À vista, o preço do veículo é superior a R$ 32.000,00.

3. **(FGV /BANESTES - 2018) O diagrama a seguir apresenta as projeções dos fluxos de caixa líquidos de um projeto, em reais, durante dez meses.**



Se a Taxa Interna de Retorno (TIR) é 4% a.m., então o valor de P é:

Dados: $1{,}04^9 = 1{,}42$; $1{,}04^{10} = 1{,}48$; $1{,}04^{11} = 1{,}54$

a) R$ 1.370,00
b) R$ 1.427,00
c) R$ 1.480,00
d) R$ 1.565,00
e) R$ 1.623,00

4. **(CESPE / Pref. São Cristóvão – 2019) Sandra possui duas dívidas: uma no valor nominal de R$ 600, que ela pretende quitar 4 meses antes do vencimento; e outra, no valor nominal de R$ 1.000, que ela pretende quitar 8 meses antes do vencimento.**

Considerando que, nas duas operações de desconto, seja usado o desconto comercial simples de 5% ao mês, julgue o item seguinte.

Se Sandra fizer 5 aplicações mensais, consecutivas e iguais a R$ 100, à taxa de juros compostos de 10% ao mês, então, considerando-se 1,61 como valor aproximado para $1{,}1^5$, é correto afirmar que, quando Sandra fizer a 5.ª aplicação, o montante nesse momento será superior ao valor nominal da primeira dívida.

5. **(CESPE / CAGE RS – 2018) Um pai, preocupado em compor recursos para a educação superior de seu filho, idealizou juntar dinheiro em uma conta investimento que rende 8% ao ano. O pai depositaria, durante nove anos, R$ 24.000 por ano nessa conta, para que o filho fizesse cinco saques de valores iguais, um a cada ano, com o primeiro saque um ano após o último depósito. O saldo remanescente a cada saque ficaria rendendo à mesma taxa até o quinto saque, quando o saldo se anularia.**

Nessa situação, considerando-se 0,68 e 2 como valores aproximados para $(1{,}08)^{-5}$ e $(1{,}08)^{9}$, respectivamente, cada saque anual teria o valor de

a) R$ 67.100
b) R$ 75.000
c) R$ 150.000
d) R$ 10.500
e) R$ 43.200

6. **(FGV / BANESTES - 2018) Um empréstimo deverá ser quitado em 6 prestações mensais iguais de R$ 670,00, segundo o Sistema de Amortização Francês (Tabela Price.), com a primeira prestação vencendo um mês após a contratação. A taxa de juros nominal é de 60% ao ano, com capitalização mensal.**

O saldo devedor imediatamente após o pagamento da 1ª prestação será:

Dado: $1{,}05^6 = 1{,}34$

a) R$ 2.900,00
b) R$ 2.830,00
c) R$ 2.800,00
d) R$ 2.730,00
e) R$ 2.700,00

7. **(FCC / TCE RS – 2014) Instruções: Para responder , considere a tabela abaixo, que fornece, para uma taxa de 3% ao período, os valores de a_n e S_n, sendo a_n o fator de valor atual de uma série uniforme de pagamentos e S_n fator de acumulação de capital de uma série uniforme de pagamentos.**

n	a_n	s_n
1	0,97	1
2	1,91	2,03
3	2,83	3,09
4	3,72	4,18
5	4,58	5,31
6	5,42	6,47
7	6,23	7,66
8	7,02	8,89
9	7,79	10,16
10	8,53	11,46

Desejando comprar um aparelho, uma pessoa pesquisou as condições de pagamento em duas lojas e encontrou o seguinte resultado:

Loja A: R$ 400,00 de entrada e 10 prestações mensais iguais e consecutivas no valor de R$ 200,00 cada, a primeira delas a vencer 30 dias após a compra.

Loja B: R$ 200,00 de entrada e 7 prestações mensais iguais e consecutivas no valor de R$ 300,00 cada, a primeira delas a vencer 30 dias após a compra.

Fazendo o pagamento à vista e utilizando taxa de juros compostos de 3% ao mês, essa pessoa deve economizar

a) R$ 37,00 se fizer a compra na loja A.
b) R$ 163,00 se fizer a compra na loja A.
c) R$ 194,00 se fizer a compra na loja A.
d) R$ 37,00 se fizer a compra na loja B.
e) R$ 163,00 se fizer a compra na loja B.

8. **(CESPE / TCE PA – 2016) Antônio planeja garantir uma renda extra na sua aposentadoria. Atualmente, as aplicações disponíveis pagam a taxa nominal de juros de 20% ao ano, e ele espera que essa condição se mantenha até a sua aposentadoria, que ocorrerá daqui a dois anos. Conforme publicado no dia 1.º/7/2016, no boletim da empresa onde Antônio trabalha, sua aposentadoria será deferida no dia 1.º/7/2018. Consciente dessa informação, ele se programou para ter um montante de R$ 100.000 na data de sua aposentadoria, advindos de aplicações semestrais, de capitais iguais, em um fundo de investimentos com capitalização semestral.**

Com referência a essa situação hipotética, julgue o item que se segue, considerando que 1,22 seja o valor aproximado de 1,0541,054.

Se Antônio aplicasse, por um ano, R$ 1.000 a cada trimestre em um fundo de investimento com capitalização trimestral, iniciando suas aplicações no final do primeiro trimestre, ao final do período, ele teria acumulado um montante superior a R$ 4.200.

9. **(FCC / TCE RS – 2014) <u>Instruções:</u> Para responder , considere a tabela abaixo, que fornece, para uma taxa de 3% ao período, os valores de a_n e S_n, sendo a_n o fator de valor atual de uma série uniforme de pagamentos e S_n fator de acumulação de capital de uma série uniforme de pagamentos.**

n	**a_n**	**s_n**
1	0,97	1
2	1,91	2,03
3	2,83	3,09
4	3,72	4,18
5	4,58	5,31
6	5,42	6,47
7	6,23	7,66
8	7,02	8,89
9	7,79	10,16

10	8,53	11,46

Um aparelho eletrodoméstico, cujo preço à vista é R$ 813,00, é vendido a prazo com 20% de entrada e o restante em 6 parcelas mensais iguais consecutivas, a primeira delas após 30 dias da data da compra, com juros compostos à taxa de 3% ao mês. O valor de cada uma das prestações é

a) R$ 118,00
b) R$ 116,00
c) R$ 114,00
d) R$ 112,00
e) R$ 120,00

10. (CESPE / TCE PR – 2016) Carla, que planeja viajar daqui a seis meses, realizará, a partir de hoje, seis depósitos mensais de R$ 2.000 em uma conta que rende 1% de juros líquidos ao mês, para custear as despesas da viagem programada para durar seis meses. Durante a viagem, ela pretende realizar seis saques mensais e iguais da conta em questão. A viagem ocorrerá no mês seguinte ao último depósito, ocasião em que fará o primeiro saque.

Nessa situação hipotética, considerando-se 1,0615 como valor aproximado para $1,01^6$, o valor do saque mensal que esgotará o saldo da conta após o sexto saque é igual a

a) R$ 2.000
b) R$ 2.123
c) R$ 2.102
d) R$ 2.085
e) R$ 2.020

11. (FGV / ISS Niterói - 2015) Um empréstimo no valor de R$ 163.982,69 deve ser pago em 18 prestações iguais de R$ 10.000,00, vencendo a primeira um período após a liberação dos recursos seguindo o Sistema francês de amortização - tabela Price. Os juros são de 1% ao período. Após o pagamento da 9ª prestação, o estado da dívida é, em reais, de:

Utilize: $1,01^{-9} = 0,91$

a) 81.000
b) 81.990
c) 82.800
d) 90.000
e) 94.710

12. (FCC / TCE RS – 2014) **<u>Instruções:</u>** **Para responder , considere a tabela abaixo, que fornece, para uma taxa de 3% ao período, os valores de a_n e S_n, sendo a_n o fator de valor atual de uma série uniforme de pagamentos e S_n fator de acumulação de capital de uma série uniforme de pagamentos.**

n	**a**n	**s**n
1	0,97	1
2	1,91	2,03
3	2,83	3,09
4	3,72	4,18
5	4,58	5,31
6	5,42	6,47
7	6,23	7,66
8	7,02	8,89
9	7,79	10,16
10	8,53	11,46

Uma pessoa deseja constituir um fundo de reserva de forma a possuir R$ 9.956,80 ao efetuar o oitavo depósito mensal em um investimento que paga juros compostos de 3% ao mês. Se todos os depósitos são postecipados e de mesmo valor, cada um deles deve ser de

a) R$ 1.110,00
b) R$ 1.050,00
c) R$ 1.120,00
d) R$ 1.140,00
e) R$ 1.130,00

13. (FGV / Pref. Recife - 2014) O valor presente para um único valor com vencimento futuro no ano n é dado por $1/(1+i)^n$. Considerando uma taxa de desconto de 25% ao ano, assinale a opção que indica o valor presente de um imóvel adquirido por meio de um conjunto de 20 pagamentos anuais de R$ 25.000,00.

Dado: $1{,}25^{20} = 86{,}7362$

a) R$ 79.280,30
b) R$ 98.847,08
c) R$ 115.365,24
d) R$ 216.840,43
e) R$ 500.000,00

14. (CESPE / PF – 2014) Para adquirir um imóvel, Arnaldo deposita R$ 2.000,00, mensalmente, em uma conta que remunera os depósitos à taxa de juros compostos mensais *i*. Considerando que os depósitos sejam realizados sempre na mesma data e assumindo 1,172 como valor aproximado para $1,02^8$, julgue o item seguinte.

Se i for igual a 2%, então, no momento do oitavo depósito, o montante na conta será inferior a R$ 17.000,00.

15. (FCC / SEFAZ PB / 2006) Para a resolução da questão, utilize a tabela financeira abaixo (taxa de juros nominal de 24% ao ano, com capitalização mensal)

NÚMERO DE MESES (n)	PAGAMENTO ÚNICO	SÉRIE DE PAGAMENTOS IGUAIS	
	FAC	FAC	FRC
1	1,02	1,00	1,02
2	1,04	2,02	0,52
3	1,06	3,06	0,35
4	1,08	4,12	0,26
5	1,10	5,20	0,21
6	1,13	6,31	0,18
7	1,15	7,43	0,15
8	1,17	8,58	0,14
9	1,20	9,75	0,12
10	1,22	10,95	0,11
11	1,24	12,17	0,10
12	1,27	13,41	0,09
13	1,29	14,68	0,09
14	1,32	15,97	0,08
15	1,35	17,29	0,08
16	1,37	18,64	0,07
17	1,40	20,01	0,07
18	1,43	21,41	0,07
19	1,46	22,84	0,06
20	1,49	24,30	0,06

Paulo comprou um automóvel em 10 prestações mensais, iguais e consecutivas, no valor de R$ 4.400,00 cada uma, vencendo a primeira 1 mês após a data da compra. A agência de automóveis trabalha com uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. Se Paulo propusesse à agência quitar a dívida em 15 prestações, vencendo também a primeira 1 mês após a data da compra, o valor da prestação seria de

a) R$ 3.140,00
b) R$ 3.200,00
c) R$ 3.360,00
d) R$ 3.410,00

e) R$ 3.600,00

16. (CESPE / TCU - 2013 Adaptada) Na contração de determinada empresa por certo órgão público, ficou acordado que o administrador pagaria R$ 200.000,00 para a contração do serviço, mais quatro parcelas iguais no valor de R$ 132.000,00 cada a serem pagas, respectivamente, no final do primeiro, segundo, terceiro e quarto anos consecutivos à assinatura do contrato. Considere que a empresa tenha concluído satisfatoriamente o serviço dois anos após a contração e que tenha sido negociada a antecipação das duas últimas parcelas para serem pagas juntamente com a segunda parcela. Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Considere que, no contrato assinado entre a empresa e o órgão público, tenha sido acordado que o pagamento das quatro parcelas, com valores iguais a R$ 132.000,00, possa, de comum acordo entre as partes, ser feito ao final dos quatro anos, sendo a taxa composta de juros incidente sobre as parcelas igual a 1,5% ao mês. Nessa situação, caso houvesse previsão dessa cláusula para o pagamento das parcelas, e tomando 1,06 como valor aproximado para $1{,}015^4$, é correto afirmar que o pagamento à empresa que seria feito quatro anos após a contratação seria superior a R$ 576.000,00.

17. (CESPE / ANP - 2013) Uma loja vende um smartphone por R$ 1.755,00, divididos em 12 parcelas mensais iguais e com juros de 1% ao mês. Com base nessas informações e considerando 0,0889 e 0,0780 como valores aproximados para $\mathbf{0{,}01 \times 1{,}01^{12}/(1{,}01^{12}-1)}$ e $\mathbf{0{,}01/1{,}01 \times (1{,}01^{12}-1)}$, respectivamente, julgue o item seguinte.

Um cliente que comprar, a prazo, um smartphone na loja pagará prestação inferior a R$ 155,00.

18. (CESPE / TCE ES - 2012) Uma loja de departamentos oferece aos clientes algumas modalidades de financiamento para a aquisição de seus produtos à taxa de juros de 4% ao mês. Com base nessa informação, julgue o item seguinte, considerando que 1,6 seja valor aproximado para $\mathbf{1{,}04^{12}}$.

O preço à vista de um televisor de LCD financiado em 12 prestações mensais, iguais e consecutivas de R$ 280,00 é superior a R$ 2.500,00.

Gabarito

1. C
2. ERRADO
3. C
4. CERTO
5. B
6. A
7. D
8. CERTO
9. E
10. B
11. D
12. C
13. B
14. ERRADO
15. B
16. ERRADO
17. ERRADO
18. CERTO
19.

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Rendas Perpétuas

1. **(FGV / Pref. Niterói - 2015) Uma instituição financeira oferece resgate do valor equivalente às reservas de um plano de benefícios perpétuos em uma única vez. O acordo dará quitação geral e definitiva dos benefícios, com a consequente extinção dos contratos.**

Para um cliente que recebe R$ 3.000,00 mensais, foi oferecido o valor do pagamento de R$ 60.000,00. Desconsidere impostos e taxas.

A taxa mensal de juros compostos praticada pela instituição nesse tipo de operação foi:

a) 5,0%
b) 5,5%
c) 7,1%
d) 8,0%
e) 10,2%

2. **(FGV / ISS Niterói - 2015) Para usufruir perpetuamente R$ 2.000,00 por mês, reajustados mensalmente a uma taxa de 6%, o valor da renda um mês antes do primeiro pagamento, supondo taxa de juros de 10% ao mês, é, em reais:**

a) 12.500
b) 20.000
c) 22.000
d) 50.000
e) 55.000

3. **(FCC / SEFAZ RJ – 2014) Uma instituição de ensino receberá R$ 10.000,00 por ano, como uma doação à perpetuidade. Considerando os juros efetivos de 12,5% ao ano, então o valor atual desta doação será igual a**

a) R$ 77.500,00 caso a doação seja postecipada.
b) R$ 80.000,00 caso a doação seja antecipada.
c) R$ 82.500,00 caso a doação seja postecipada.
d) R$ 87.500,00 caso a doação seja antecipada.
e) R$ 90.000,00 caso a doação seja antecipada.

4. **(FGV / BNB - 2014) Fernando possui um título que tem taxa de desconto de 0,75% ao mês e que paga mensalmente a quantia de R$ 900,00, perpetuamente. Se Fernando quiser vender esse título, o seu preço justo é de:**

a) R$ 12.000,00
b) R$ 67.500,00
c) R$ 90.000,00
d) R$ 120.000,00
e) R$ 675.000,00

5. **(CESGRANRIO / BR - 2012 - Adaptada) Um jogador de futebol, cansado de entrar em campo por anos e de nunca ter conquistado um título, deseja, ao se aposentar, retirar uma vez por ano o equivalente a R$ 120.000,00 anuais, por um período infinito. Com um amigo investidor, ele conseguiu um fundo em que pode aplicar suas economias e que lhe garante rendimento de 10% ao ano.**

Para alcançar seu objetivo, o jogador terá de aplicar

a) R$ 100.000,00
b) R$ 109.090,90
c) R$ 120.000,00
d) R$ 1.000.000,00
e) R$ 1.200.000,00

6. **(CESGRANRIO / BR - 2015) Um gestor deparou com a necessidade de calcular o valor presente de uma série perpétua de fluxos de caixa. Ele não sabia se calcularia considerando um fluxo constante ou com uma taxa de crescimento de 0,5% ao período. A taxa de desconto a ser utilizada no cálculo é de 1% ao período. Sendo assim, a razão entre o resultado do cálculo do valor presente da série com crescimento e do valor presente da série constante é igual a**

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Gabarito

1. A
2. D
3. E
4. A
5. E
6. B