



By @kakashi_copiador



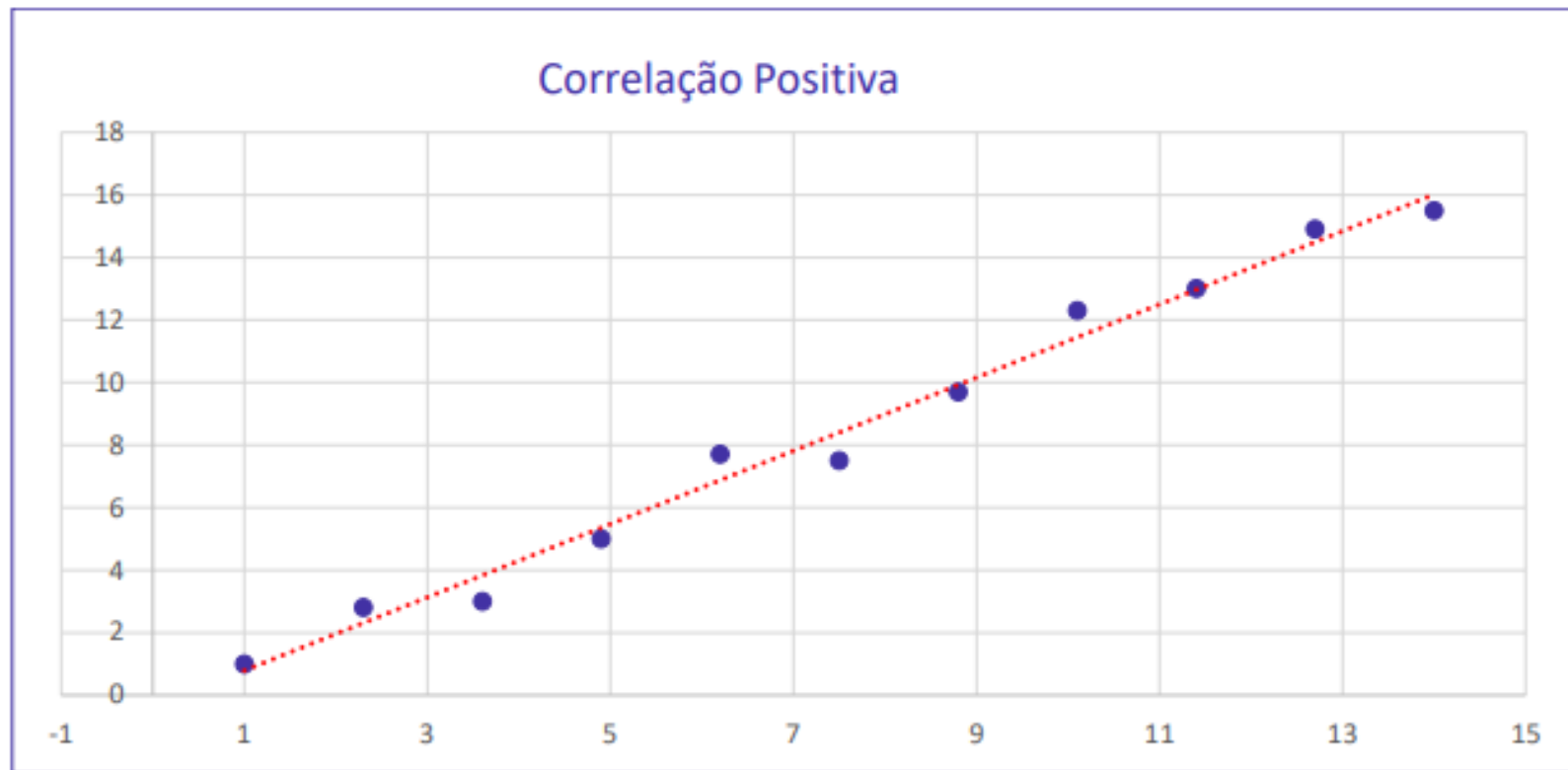
Estratégia
Concursos



CORRELAÇÃO

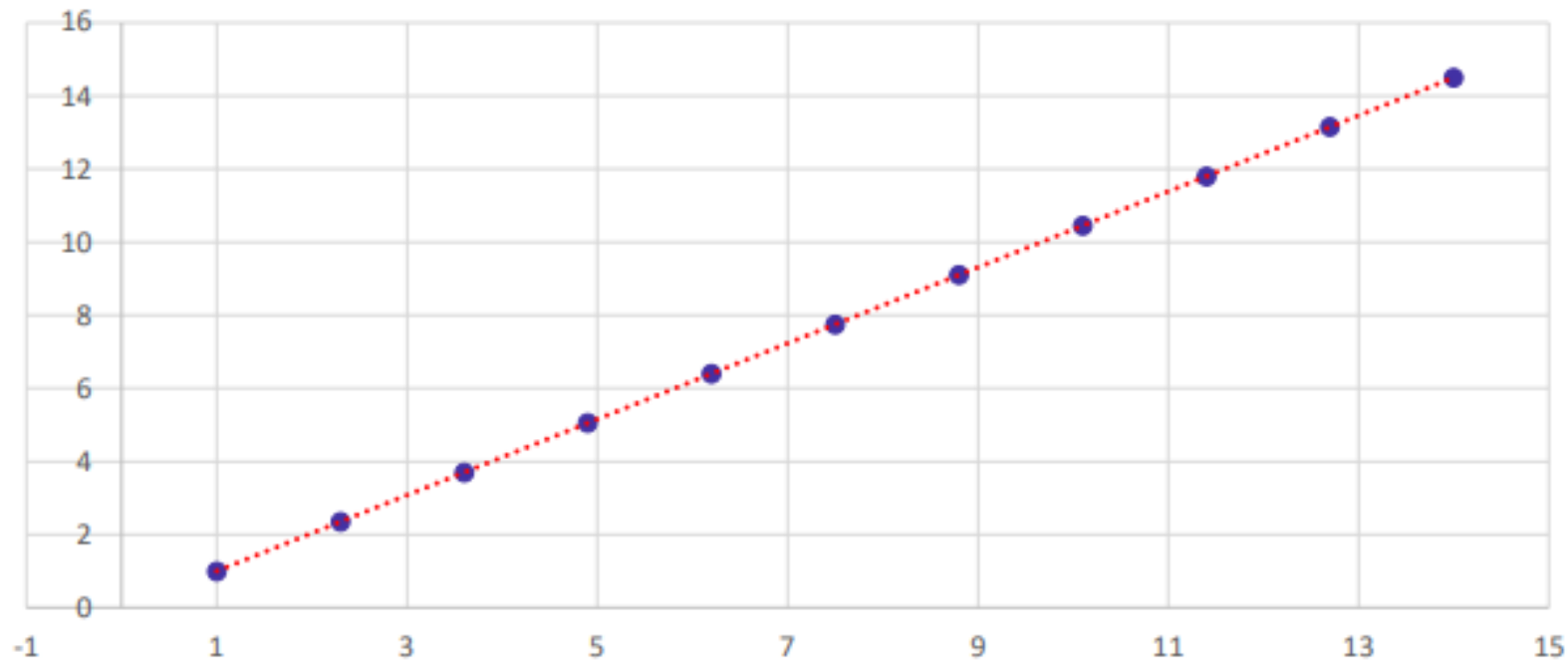
Prof. Jhoni Zini

CORRELAÇÃO POSITIVA



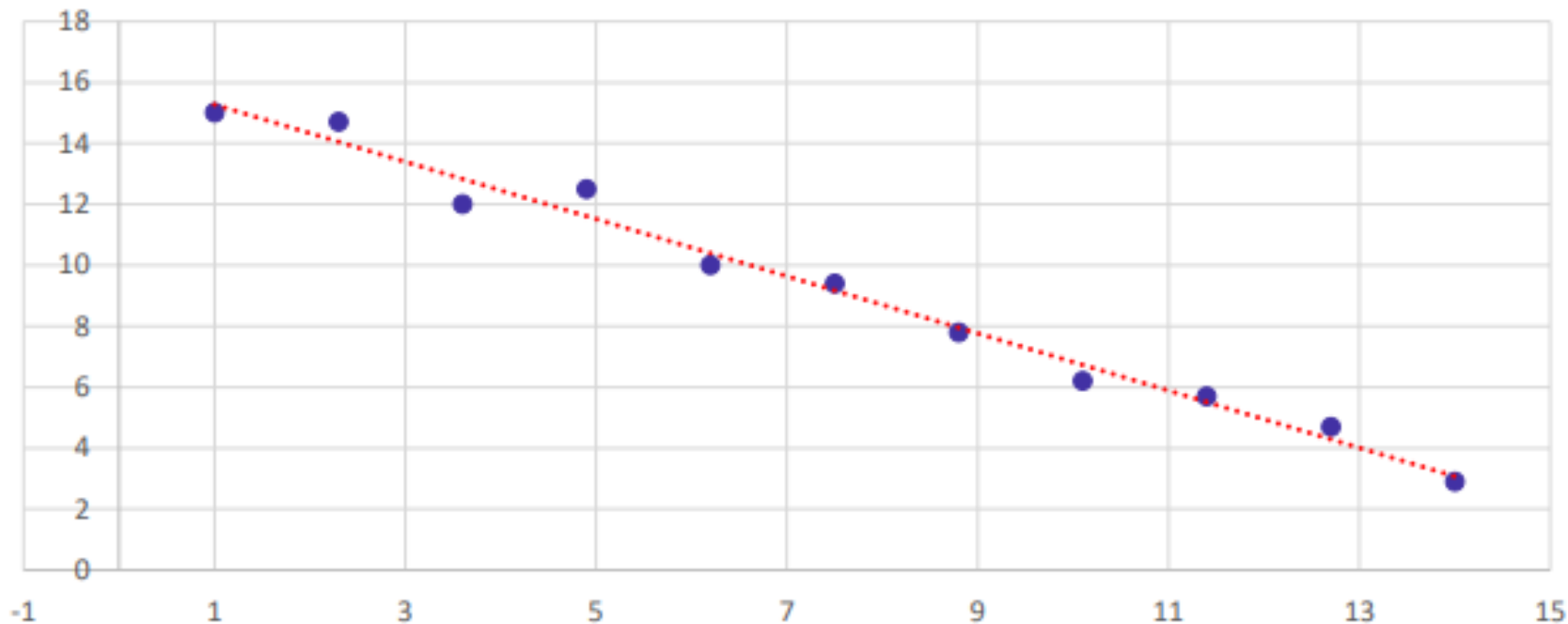
CORRELAÇÃO POSITIVA PERFEITA

Correlação Positiva e Perfeita



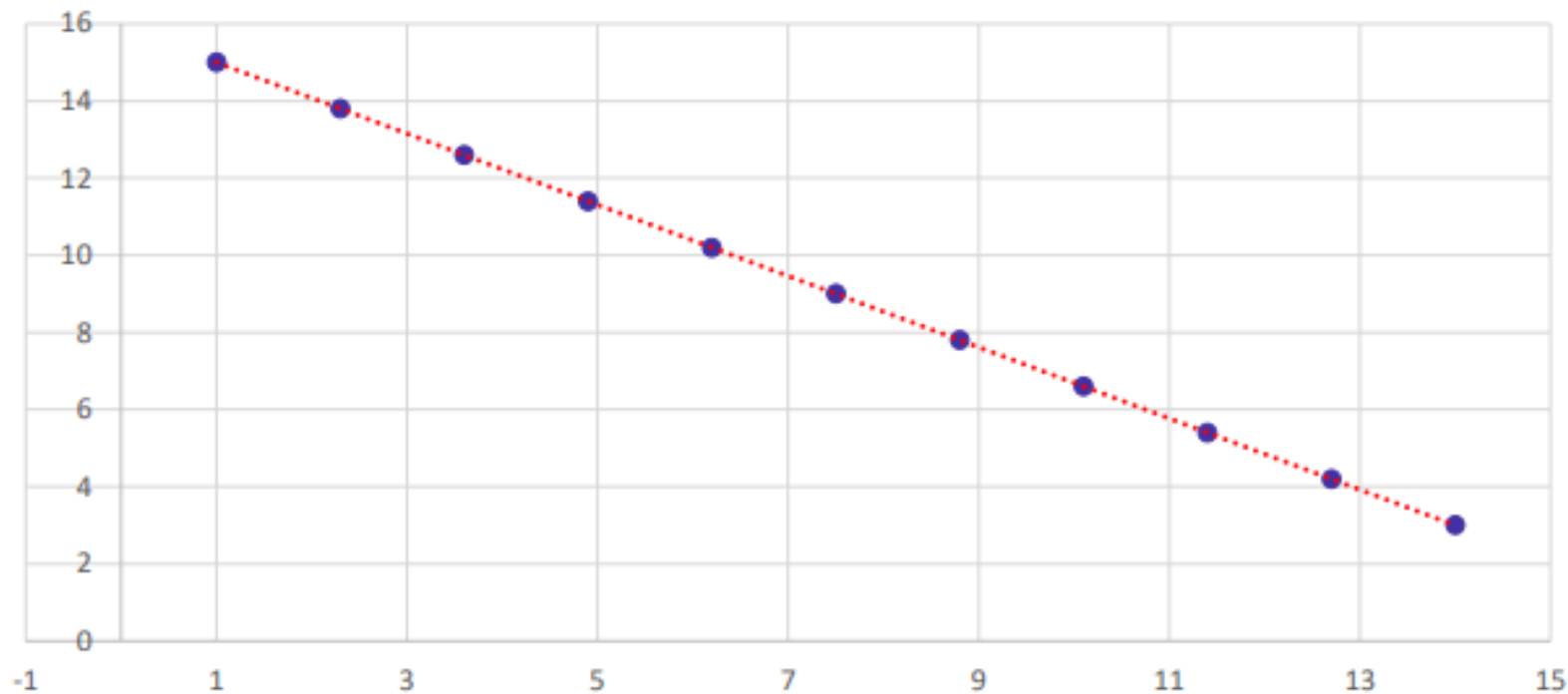
CORRELAÇÃO NEGATIVA

Correlação Negativa

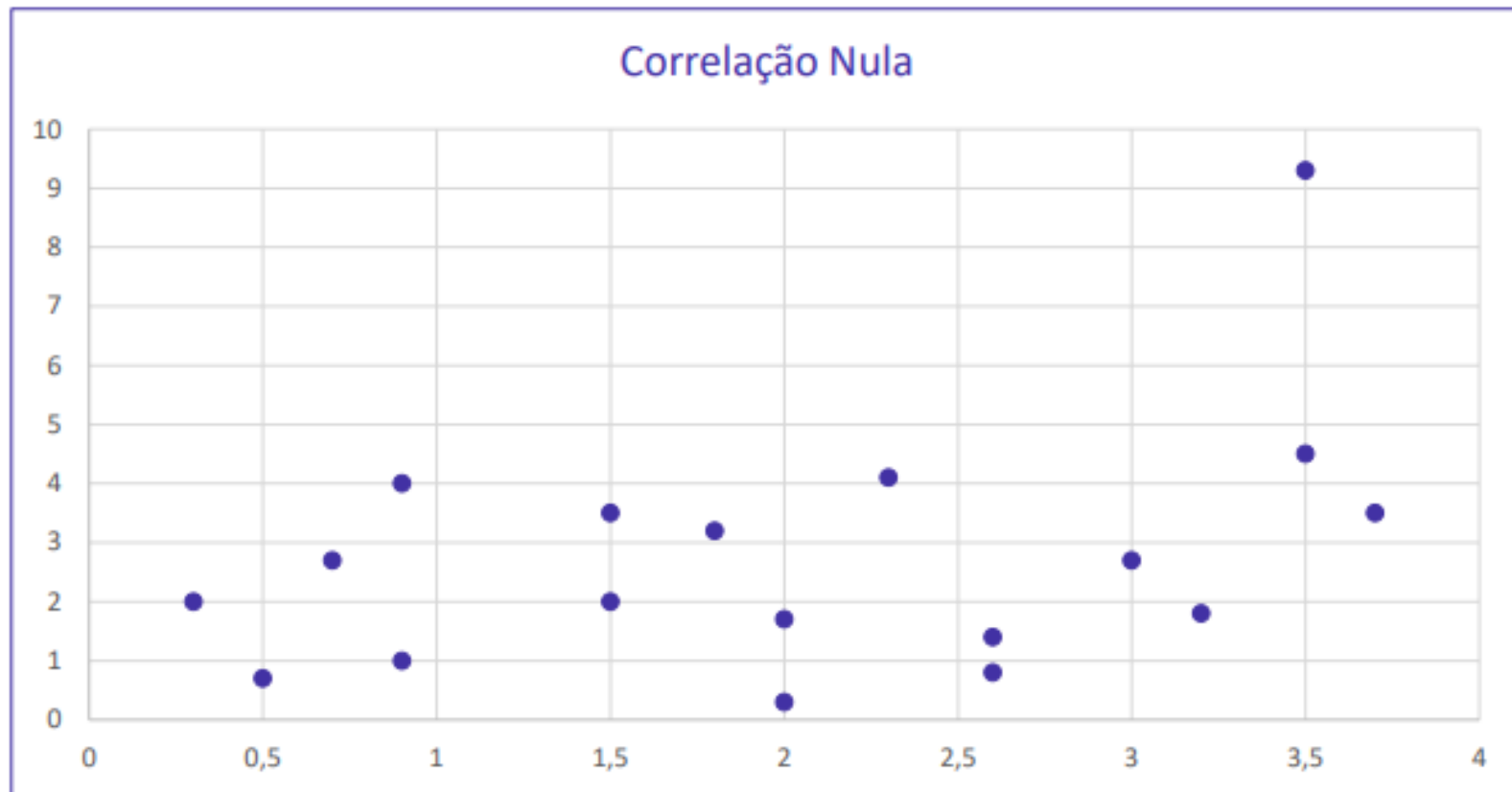


CORRELAÇÃO NEGATIVA PERFEITA

Correlação Negativa e Perfeita



CORRELAÇÃO NULA





OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini



REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

Prof. Jhoni Zini

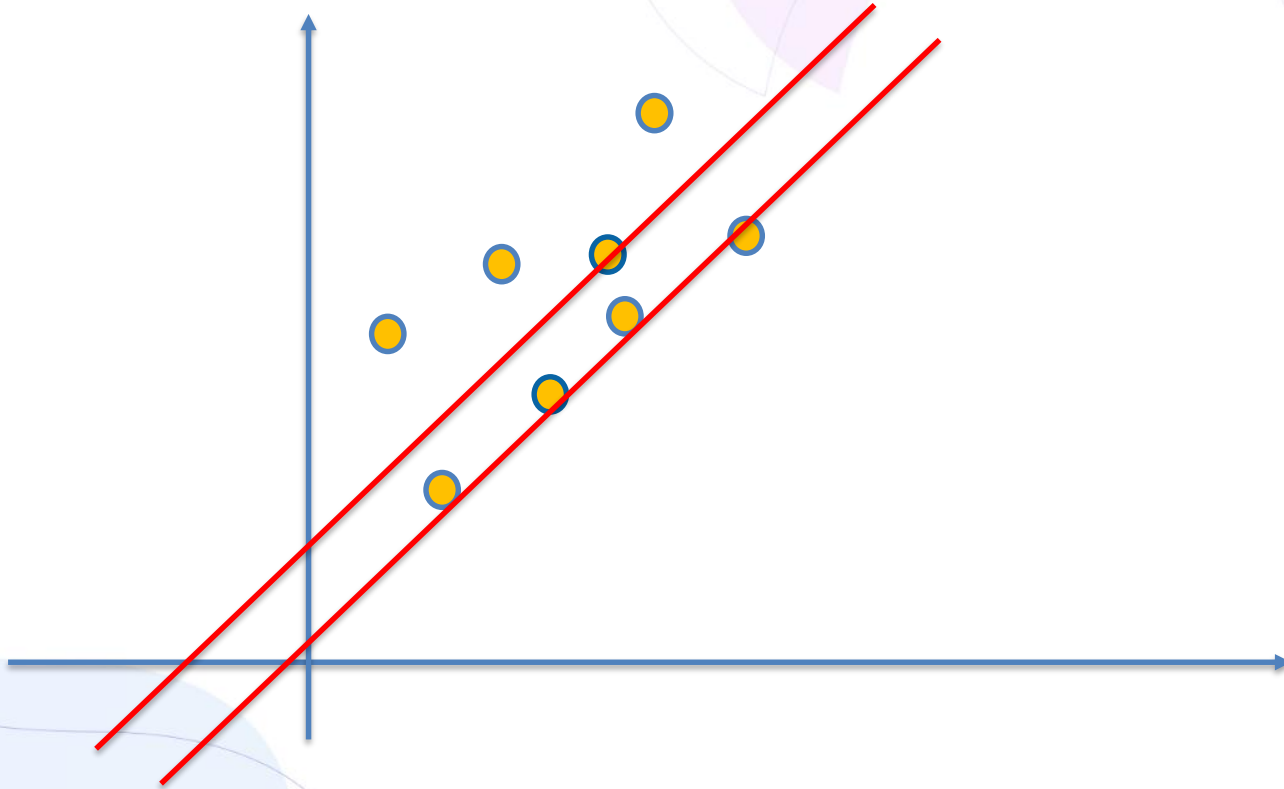
REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

❑ MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS ORDINÁRIOS

$$Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$

REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

$$Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$



CÁLCULO DO COEFICIENTE ANGULAR

$$\beta = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$\beta = \frac{COV(X; Y)}{VAR(X)}$$

CÁLCULO DO COEFICIENTE ANGULAR

$$\beta = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$\beta = \frac{COV(X; Y)}{VAR(X)}$$

CÁLCULO DO COEFICIENTE ANGULAR

amostra	x	y	x.y	x ²
1	100	60		
2	80	40		
3	90	40		
4	120	50		
5	110	60		
TOTAL				

CÁLCULO DO COEFICIENTE ANGULAR

Para fazer uma regressão linear da forma $Y = \alpha + \beta X$, um analista, usando o método dos mínimos quadrados, encontrou, a partir de 20 amostras, os seguintes somatórios

$$\sum X = 300; \sum Y = 400; \sum X^2 = 6.000; \sum e \text{ e } \sum (XY) = 8.400$$

CÁLCULO DO COEFICIENTE ANGULAR

	x	y
MÉDIA	8	10
DESVIO PADRÃO	2	3
COV (X;Y)	3	



OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini



REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

Prof. Jhoni Zini

CÁLCULO DO INTERCEPTO

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$$

CÁLCULO DO INTERCEPTO

Para fazer uma regressão linear da forma $Y = \alpha + \beta X$, um analista, usando o método dos mínimos quadrados, encontrou, a partir de 20 amostras, os seguintes somatórios

$$\sum X = 300; \sum Y = 400; \sum X^2 = 6.000; \sum e \text{ e } \sum (XY) = 8.400$$

CÁLCULO DO INTERCEPTO

	x	y
MÉDIA	8	10
DESVIO PADRÃO	2	3
COV (X;Y)	3	



OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini



REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

Prof. Jhoni Zini

CÁLCULO DA EQUAÇÃO

Um grupo de 5 pessoas ingressou em um plano de dieta com o objetivo de reduzir peso. Obtenha a equação de regressão estimada que relacione a quantidade de peso perdida, Y em kg, e o número de semanas de cada um dos participantes no plano, X , sabendo que os valores registrados foram:

$$\sum X=15, \sum Y=35, \sum XY=123, \sum X^2=55.$$

CÁLCULO DA EQUAÇÃO

$$\sum X=15, \sum Y=35, \sum XY=123, \sum X^2=55.$$

CÁLCULO DA EQUAÇÃO

A tabela a seguir apresenta uma amostra aleatória simples formada por 5 pares de valores (X_i, Y_i) , em que $i = 1, 2, \dots, 5$, X_i é uma variável explicativa e Y_i é uma variável dependente.

i	1	2	3	4	5
X_i	0	1	2	3	4
Y_i	0,5	2,0	2,5	5,0	3,5

CÁLCULO DA EQUAÇÃO

Considere o modelo de regressão linear simples na forma $Y_i = bX_i + \epsilon_i$, no qual ϵ representa um erro aleatório normal com média zero e variância σ^2 e b é o coeficiente do modelo.

Com base nos dados da tabela e nas informações apresentadas, é correto afirmar que o valor da estimativa de mínimos quadrados ordinários do coeficiente b é igual a

- A. 0,75.
- B. 0,9.
- C. 1,2.
- D. 1,35.
- E. 1,45.



REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

Prof. Jhoni Zini

ERRO ALEATÓRIO

ε_i é o componente aleatório de Y_i que descreve os erros (ou desvios) cometidos quando tentamos aproximar uma série de observações X_i por meio de uma reta Y_i .

i) $E(\varepsilon_i) = 0$.

- A média dos erros é igual a zero. Ou seja, os desvios "para cima da reta" igualam o valor dos desvios "para baixo da reta" na média.

ii) $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$.

- A variância dos erros é constante. Essa propriedade é denominada de homocedasticia.

ERRO ALEATÓRIO

iii) $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ para $i \neq j$.

- Os erros cometidos não são correlacionados, isto é, os desvios ε_i são variáveis aleatórias independentes.



OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini



REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

Prof. Jhoni Zini

QUESTÃO 1

Um modelo de regressão linear simples na forma $y = ax + b + \epsilon$, no qual ϵ representa o erro aleatório com média nula e variância constante, foi ajustado para um conjunto de dados no qual as médias aritméticas das variáveis y e x são, respectivamente, $\bar{y} = 10$ e $\bar{x} = 5$. Pelo método dos mínimos quadrados ordinários, se a estimativa do intercepto (coeficiente b) for igual a 20, então a estimativa do coeficiente angular a proporcionada por esse mesmo método deverá ser igual a

- A. -2.
- B. 2.
- C. -1.
- D. 0.
- E. 1.

QUESTÃO 2

A variável x tem média 4 e desvio padrão 2, enquanto a variável y tem média 3 e desvio padrão 1. A covariância entre x e y é -1 .

A equação estimada da regressão linear simples de y por x é:

- A. $\hat{y} = 2 - 0,25x$.
- B. $\hat{y} = 3 - 0,5x$.
- C. $\hat{y} = 3 - x$.
- D. $\hat{y} = 4 - x$.
- E. $\hat{y} = 4 - 0,25x$.

QUESTÃO 3

Sejam S o valor do salário, em R\$ 1.000,00, e t o respectivo tempo de serviço, em anos, de 20 empregados de uma empresa. Optou-se, com o objetivo de previsão do salário de um determinado empregado em função do seu tempo de serviço, por utilizar a relação linear $S_i = \alpha + \beta t_i + \varepsilon_i$, com i representando a i -ésima observação, α e β são parâmetros desconhecidos e ε_i é o erro aleatório com as respectivas hipóteses da regressão linear simples.

QUESTÃO 3

Utilizando o método dos mínimos quadrados, com base nas 20 observações correspondentes dos 20 empregados, obtiveram-se as estimativas de α e β (a e b, respectivamente). O valor encontrado para b foi de 1,8 e as médias dos salários dos 20 empregados e dos correspondentes tempos de serviço apresentam os valores de R\$ 2.800,00 e 2 anos, respectivamente.

QUESTÃO 3

A previsão de salário para um empregado que tenha 5 anos de serviço é de

- A. R\$ 6.800,00
- B. R\$ 7.500,00
- C. R\$ 8.200,00
- D. R\$ 8.400,00
- E. R\$ 9.000,00

QUESTÃO 4

Um grupo de 5 pessoas ingressou em um plano de dieta com o objetivo de reduzir peso. Obtenha a equação de regressão estimada que relacione a quantidade de peso perdida, Y em kg, e o número de semanas de cada um dos participantes no plano, X , sabendo que os valores registrados foram:

QUESTÃO 4

$$\sum X = 15, \sum Y = 35, \sum Y^2 = 279, \sum XY = 123, \sum X^2 = 55.$$

A. $\hat{y} = 1,8 + 1,6X$

B. $\hat{y} = 9,6 + 1,6X$

C. $\hat{y} = 1,6 + 1,8X$

D. $\hat{y} = -9,6 + 1,8X$

E. $\hat{y} = -1,6 - 1,8X$

QUESTÃO 5

Seja o modelo linear $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ estabelecendo uma relação linear, sem intercepto, entre duas variáveis X e Y , em que Y_i é a variável dependente na observação i , X_i é a variável explicativa na observação i e ε_i o erro aleatório com as respectivas hipóteses para a regressão linear simples. O parâmetro β do modelo é desconhecido e sua estimativa foi obtida pelo método dos mínimos quadrados com base em 10 pares de observações (X_i, Y_i) .

QUESTÃO 5

$$\sum X=120, \sum Y=180, \sum XY=2.400 \text{ e } \sum X^2=1.500$$

Considerando a equação da reta obtida pelo método dos mínimos quadrados, obtém-se que Y é igual a 24 quando X for igual a

- A. 15.
- B. 6.
- C. 16.
- D. 18.
- E. 20.

QUESTÃO 6

Assinale a alternativa que apresenta a premissa da homocedasticidade que é subjacente ao método dos mínimos quadrados no modelo de regressão linear clássico.

- A. Dado o valor de X , o valor médio ou esperado do distúrbio aleatório u_i é zero.
- B. Não há autocorrelação entre os termos de erro.
- C. Ausência de covariância entre u_i e X_i .
- D. Dado o valor de X , a variância de u_i é a mesma para todas as observações.
- E. Os valores de X em uma dada amostra não devem ser os mesmos.



OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini



ANÁLISE DA VARIÂNCIA DA REGRESSÃO

Prof. Jhoni Zini

TESTE DE HIPÓTESES

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_1: \beta \neq 0$$

TABELA ANOVA

FONTE DE VARIAÇÃO	SOMA DOS QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADOS MÉDIOS	ESTATÍSTICA F
REGRESSÃO	SQ_R	1	QM_R	$\frac{QM_R}{QM_E}$
RESÍDUOS (ERROS)	SQ_E	N-2	QM_E	
TOTAL	SQ_T	N-1	QM_T	

SOMA DOS QUADRADOS DA REGRESSÃO

$$SQ_{REGRESSÃO} = \sum (\hat{y} - \bar{y})^2$$

SOMA DOS QUADRADOS DOS RESÍDUOS

$$SQ_{RES} = (Y_i - \hat{Y})^2$$

SOMA DOS QUADRADOS TOTAIS

$$SQ_T = (Y_i - \bar{Y})^2$$

EXEMPLO

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \quad N = 21 \quad SQM = 40 \quad SQR = 380 \quad SQT = 420$$

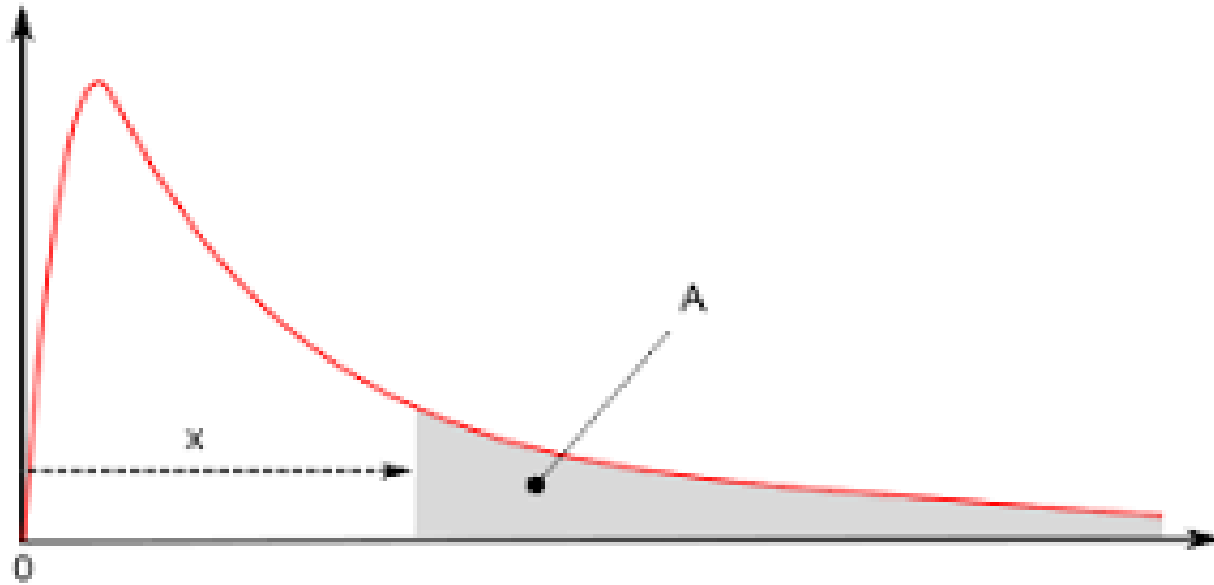
FONTE DE VARIAÇÃO	SOMA DOS QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADOS MÉDIOS	ESTATÍSTICA F
REGRESSÃO				
RESÍDUOS				
TOTAL				

EXEMPLO

$$Y = \alpha + \beta X + \varepsilon \quad N = 11 \quad SQM = 6 \quad SQR = 18 \quad SQT = 24$$

FONTE DE VARIAÇÃO	SOMA DOS QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADOS MÉDIOS	ESTATÍSTICA F
REGRESSÃO				
RESÍDUOS				
TOTAL				

ANÁLISE DO TESTE - DISTRIBUIÇÃO F



EXEMPLO

FONTE DE VARIAÇÃO	SOMA DOS QUADRADOS	GRAUS DE LIBERDADE	QUADRADOS MÉDIOS	ESTATÍSTICA F	F TAB
REGRESSÃO	180	1			4,5
RESÍDUOS	900	15			
TOTAL					



OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini



Estratégia
Concursos