Ciências da Computação
UFPA

Grafos

Conexidade

Grafo Conexo

Grafo Conexo [Goldbarg]

Seja G um grafo, G é conexo se para todo par de vértices (i, j), existe pelo menos um caminho entre i e j.

Grafo Conexo

Grafo Conexo [Goldbarg]

Seja G um grafo, G é conexo se para todo par de vértices (i, j), existe pelo menos um caminho entre i e j.

Grafo Subjacente (ou grafo base de um dígrafo)

Seja G um dígrafo, o grafo subjacente de G é o grafo não direcionado (resultante de G) em que a orientação dos arcos de G é ignorada.

Grafo Conexo

Grafo Conexo [Goldbarg]

Seja G um grafo, G é conexo se para todo par de vértices (i, j), existe pelo menos um caminho entre i e j.

Grafo Subjacente (ou grafo base de um dígrafo)

Seja G um dígrafo, o grafo subjacente de G é o grafo não direcionado (resultante de G) em que a orientação dos arcos de G é ignorada.

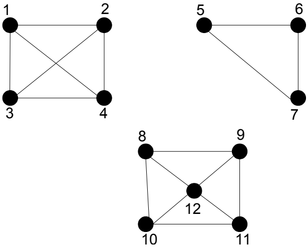
Se G é um grafo direcionado, então ele é considerado conexo quando o seu grafo subjacente (não direcionado) é conexo.

Subgrafo Maximal

Subgrafo Maximal (Goldbarg)

Um subgrafo G' de G é dito maximal com respeito à propriedade τ se G' possui a propriedade τ e não é um subgrafo próprio de nenhum outro subgrafo de G que possua a mesma propriedade τ.

Exemplo: Seja o seguinte grafo desconexo, onde $\tau =$ subgrafo conexo.



Componente Conexa

Obs.: Algumas definições apresentadas referem-se a grafos *não direcionados*.

Exercício

Considerando os grafos do slide anterior, apresente um ou mais subgrafos que sejam conexo, mas não maximal.

Componente Conexa

Obs.: Algumas definições apresentadas referem-se a grafos *não direcionados*.

Exercício

Considerando os grafos do slide anterior, apresente um ou mais subgrafos que sejam conexo, mas não maximal.

Componente Conexa (Goldbarg)

Uma componente conexa de um grafo G é um subgrafo conexo maximal de G.

Conexidade em Vértices ou Arestas (Goldbarg)

Seja um grafo conexo G, a conexidade ou conectividade em vértices ou em arestas significa:

Vértices - $k_v(G)$ É o menor número de vértices cuja remoção resulta em uma desconexão de G.

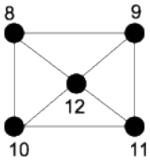
Arestas - $k_e(G)$ É o menor número de arestas cuja remoção resulta em uma desconexão de G.

A conexidade de vértices = conexidade do grafo.

Grafo k-Conexo

Seja G um grafo, G é k-conexo se todo par de vértices possui pelo menos k-caminhos disjuntos entre eles.

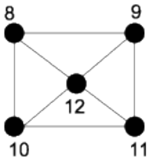
Exemplo: grafo 3-conexo



Grafo k-Conexo

Seja G um grafo, G é k-conexo se todo par de vértices possui pelo menos k-caminhos disjuntos entre eles.

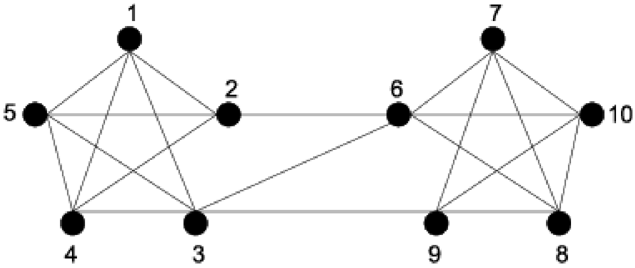
Exemplo: grafo 3-conexo



$k_v(G) \geq k$ em todo grafo k-Conexo
$k_e(G) \geq k$ em todo grafo k-Conexo

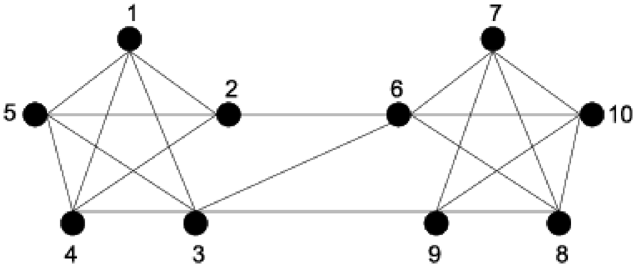
Exercício

Determine as conexidades de vértices do seguinte grafo. Qual a k-conexidade do grafo ?



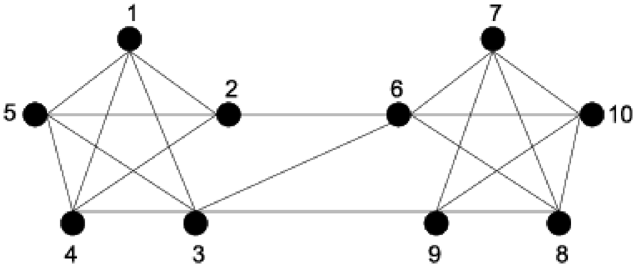
Exercício

Determine as conexidades de vértices do seguinte grafo. Qual a k-conexidade do grafo ?



Exercício

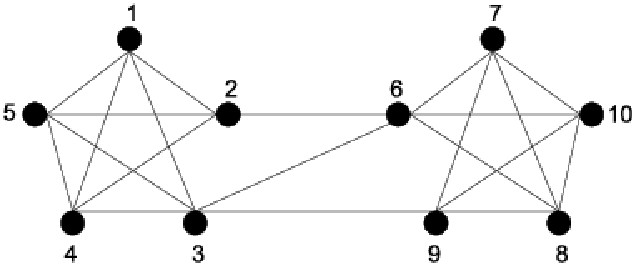
Determine as conexidades de vértices do seguinte grafo. Qual a k-conexidade do grafo ?



Algum exemplo de aplicação dessa ideia ?

Exercício

Determine as conexidades de vértices do seguinte grafo. Qual a k-conexidade do grafo ?



Algum exemplo de aplicação dessa ideia ?
Disponibilidade de uma rede;
k_v e k_e utilizados para medir a disponibilidade da rede.

Conjuntos de Desconexão e Aresta Desconectante

Conjuntos de Desconexão

Seja um grafo G, o conjunto de desconexão é o conjunto minimal de vértices cuja remoção resulta na desconexão de G.

Conjuntos de Desconexão e Aresta Desconectante

Conjuntos de Desconexão

Seja um grafo G, o conjunto de desconexão é o conjunto minimal de vértices cuja remoção resulta na desconexão de G.

Conjunto Aresta Desconectante

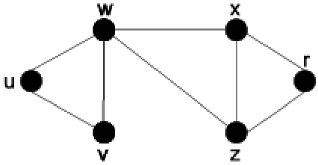
Seja um grafo G, o conjunto de aresta desconectante é o conjunto minimal de arestas cuja remoção resulta na desconexão de G.

Corte e Ponte

Corte

Seja um grafo G, um corte é uma operação que, através da remoção de vértices ou arestas, resulta no aumento de componentes conexas de G.

Exemplo:



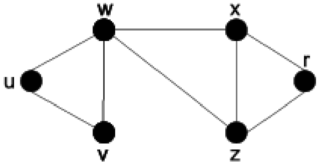
G1

Corte e Ponte

Corte

Seja um grafo G, um corte é uma operação que, através da remoção de vértices ou arestas, resulta no aumento de componentes conexas de G.

Exemplo:



G1

Ponte

Seja um grafo G, uma ponte é uma aresta cuja remoção resulta na desconexão de G

Vértices Fortemente Conectados

Vértices <u>Fortemente</u> Conectados:

Grafo Direcionado Seja um grafo G, dois vértices i e j estão fortemente conectados se existe um caminho direcionado de i para j <u>e</u> de j para i em G.

Grafo não Direcionado Seja um grafo G, dois vértices i e j estão fortemente conectados se existem <u>dois caminhos distintos</u> em arestas de i para j em G.

Conexidade

Vértices Fracamente Conectados (apenas dígrafos)

Seja G um grafo direcionado, dois vértices i e j estão fracamente conectados se existe apenas um caminho direcionado de i para j ou de j para i.

Conexidade

Vértices <u>Fracamente</u> Conectados (apenas dígrafos)

Seja G um <u>grafo direcionado</u>, dois vértices i e j estão fracamente conectados se existe apenas um caminho direcionado de i para j <u>ou</u> de j para i.

Grafo <u>Fracamente</u> Conexo (apenas dígrafos)

Seja G um <u>grafo direcionado</u> e conexo, G é fracamente conexo se exitir pelo menos um par de vértices i e j tal que o número de caminhos entre i e j é menor que 1.

Conexidade

Grafo Fortemente Conexo

Todos os pares de vértices do grafo estão fortemente conectados.

Bibliografia

- GOLDBARG, Marco, GOLDBARG, Elizabeth, **Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações**, 1a. ed. Elsevier, 2012.