

Nguyễn Hải Đăng - 23127165

5.70

④ Theo đề, ta có: $n = 200$; $\hat{p} = \frac{4}{200} = 0,02$

Giả thuyết: $H_0: p \geq 0,05$
 $H_1: p < 0,05$

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,05$; $MBB = (-\infty; -z_{1-\alpha}) = (-\infty; -1,645)$
 $\beta = P(\text{không bác bỏ } H_0 \mid p = 0,03) = P(z \notin MBB \mid p = 0,03)$
 $= P\left(\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \geq -1,645 \mid p = 0,03\right) (*)$

Mã:

$$T = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \approx N\left(\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}; \frac{\frac{p(1-p)}{p_0(1-p_0)}}{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\right) \approx N(-1,3; 0,613)$$

$$\Rightarrow (*) = 1 - P(T < -1,645 \mid p = 0,03) = 1 - \Phi\left(\frac{-1,645 + 1,3}{\sqrt{0,613}}\right)$$

$$= 1 - \Phi(-0,44) = \Phi(0,44) = 0,67$$

Vậy $\beta = 0,67$ nếu $n = 200$ và $\alpha = 0,05$

⑤ Tương tự phần trên nhưng không biết n .

\Rightarrow Ta có tương tự:

$$T \approx N\left(\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}; \frac{\frac{p(1-p)}{p_0(1-p_0)}}{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\right) \approx N\left(\frac{-2\sqrt{9}}{95} \cdot \sqrt{n}; 0,613\right)$$

$$\Rightarrow \beta = 1 - P(T < -1,645 \mid p = 0,03) = 0,1$$

$$\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{-1,645 + \frac{2\sqrt{9}}{95} \sqrt{n}}{\sqrt{0,613}}\right) = 0,9$$

$$\Rightarrow n = 832,14$$

Vậy kích thước mẫu là 833 thiết bị sẽ thỏa yêu cầu

THUẬN TIẾN

5.72a) Kết quả là kiểm định 1 bên vì đối thuyết là $p < 0,6$ b) Vì thỏa điều kiện:
$$\begin{cases} n p_0 = 300 > 5 \\ n(1-p_0) = 200 > 5 \end{cases}$$
c) Sample $p = \hat{p} = \frac{287}{500} = 0,574$ Xét
$$\begin{cases} n \hat{p} = 287 > 5 \\ n(1-\hat{p}) = 213 > 5 \end{cases} \Rightarrow \text{thỏa điều kiện}$$
Với độ tin cậy $1 - \alpha = 95\%$:

$$\begin{aligned} \cdot 95\% \text{ CI} &= \text{KTC}_{95\%}(p) = \hat{p} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\ &= 0,574 \pm 1,96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\ &= (0,531; 0,617) \end{aligned}$$

$$\cdot Z\text{-value} = z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = -1,19$$

$$\begin{aligned} \cdot P\text{-value} &= P(Z \leq -1,19) = \Phi(-1,19) \\ &= 1 - \Phi(1,19) \approx 0,117 \end{aligned}$$

$$d) \text{ Khi đó: } P\text{-value} = 2(1 - \Phi(1,19)) = 0,234$$

5.74

Gọi p là tỷ lệ thành phần các máy mới do nhà máy ^{sản xuất} loại bỏ $\Rightarrow \hat{p} = \frac{10}{500} = 0,02$

$$\begin{aligned} \cdot \text{Giả thuyết: } &\begin{cases} H_0: p = 0,03 \\ H_1: p < 0,03 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Xét } \begin{cases} np_0 = 15 > 5 \\ n(1-p_0) = 485 > 5 \end{cases}$$

\Rightarrow Thỏa điều kiện

Khi H_0 đúng, thống kê kiểm định:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim \mathcal{NP}(0, 1)$$

$$\Rightarrow \text{giá trị thống kê: } z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \approx -1,31$$

$$\begin{aligned} \text{P-value} &= P(Z < -1,31) = \Phi(-1,31) = 1 - \Phi(1,31) \\ &= 0,0951. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \text{P-value} = 0,0951 > \alpha = 0,05$$

\Rightarrow Không đủ cơ sở bác bỏ H_0 với mức ý nghĩa 0,05

Vậy với độ tin cậy 95%, tỷ lệ máy móc do nhà máy sản xuất bị loại bỏ là 0,03

5.76:

a) Gọi p là tỷ lệ khiếm khuyết của các mạch $\Rightarrow \hat{p} = \frac{13}{300}$

Giả thuyết: $H_0: p = 0,05$

$H_1: p \neq 0,05$

Xét $\begin{cases} np_0 = 15 > 5 \\ n(1-p_0) = 285 > 5 \end{cases} \Rightarrow$ Thỏa

Khi H_0 đúng, thống kê kiểm định:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim \mathcal{NP}(0, 1)$$

$$\Rightarrow \text{giá trị thống kê: } z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \approx -0,53$$

$$\text{P-value} = 2(1 - \Phi(+0,53)) = 2(1 - 0,7019) \approx 0,5962$$

$$\text{Ta có } \text{P-value} = 0,5962 > \alpha = 0,05$$

\Rightarrow Không đủ cơ sở bác bỏ H_0 với mức ý nghĩa 0,05

Vậy với độ tin cậy 95%, tỷ lệ khiếm khuyết các mạch là 0,05

THUẬN TIẾN

b) Ta có: $\begin{cases} n\bar{p} = 13 > 5 \\ n(1-\bar{p}) = 287 > 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Thỏa}$

Với độ tin cậy $1 - \alpha = 0,95$

$$KTC_{95\%}(p) = \bar{p} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = (0,0203; 0,0664)$$

Vì $p_0 = 0,05 \notin KTC_{95\%}(p)$ nên ta không đủ cơ sở bác bỏ H_0 với mức ý nghĩa $0,05$

Vậy với độ tin cậy 95%, tỷ lệ khuyến phuyết còn lại là 0,05

5.78:

Gọi p là tỷ lệ sinh viên tốt nghiệp ngành Kỹ thuật có kế hoạch học sau đại học $\rightarrow \bar{p} = \frac{117}{484}$

Giả thuyết: $\begin{cases} H_0: p = 0,5 \\ H_1: p \neq 0,5 \end{cases}$; Xét $\begin{cases} n\bar{p}_0 = 242 > 5 \\ n(1-\bar{p}_0) = 242 > 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Thỏa}$

Khi H_0 đúng, thống kê kiểm định

$$Z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim NP(0; 1)$$

\Rightarrow giá trị thống kê: $z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \approx -11,36$

a) Với $\alpha = 0,05$

$$\Rightarrow \text{MBB}: (-\infty; -z_{1-\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{1-\frac{\alpha}{2}}; +\infty) \\ = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$$

$\Rightarrow z \notin \text{MBB}$ nên ta bác bỏ H_0

Vậy với độ tin cậy 95%, dữ liệu từ Horizons Engineering Horizons không phù hợp với tuyên bố của Fortunes.

$z = -11,36 \Rightarrow P\text{-value} = 2(1 - \Phi(11,36)) \approx 0$

THUẬN TIẾN

b) Ta có:
$$\begin{cases} n\hat{p} = 117 > 5 \\ n(1-\hat{p}) = 367 > 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Thỏa}$$

Với $\alpha = 0,05$:

$$KTC_{95\%}(p) = \hat{p} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p}_0)}{n}}$$
$$= (0,2036 ; 0,2799)$$

Vì $p_0 = 0,5 \notin KTC_{95\%}(p) \Rightarrow$ Ta bác bỏ H_0 với mức ý nghĩa $0,05$

Vậy với độ tin cậy 95%, dữ liệu từ Engineering Horizons không phù hợp với tuyên bố của Fortunes