

# BÀI GIẢNG VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG 1

## CHƯƠNG IV: CƠ HỌC VẬT RẮN

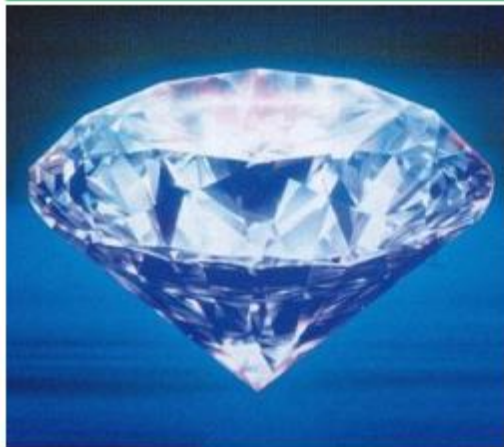


## Định nghĩa:

**Vật rắn là một hệ chất điểm mà *khoảng cách* giữa các chất điểm *luôn giữ không đổi* trong quá trình chuyển động.**



**Có thể áp dụng các quy luật chuyển động của hệ chất điểm vào chuyển động của vật rắn!!!**





# 4.1. CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

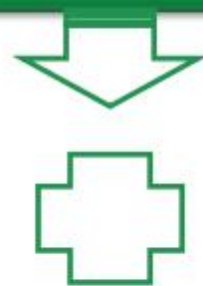
---





# Chuyển động của vật rắn

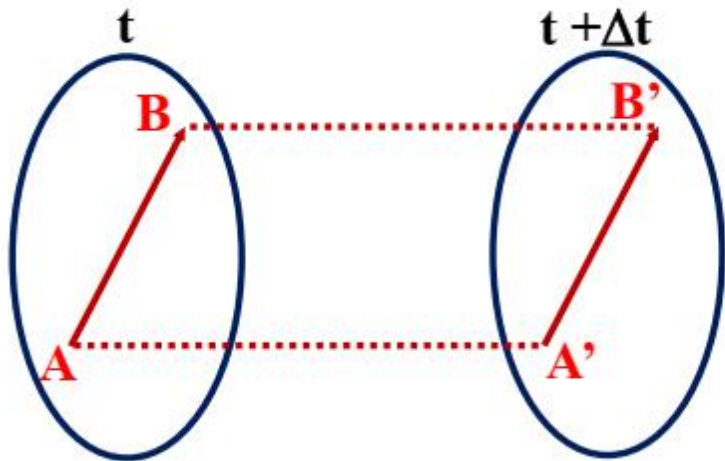
**Chuyển động  
tịnh tiến**



**Chuyển động  
quay**

## 4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

**1.1.1. Định nghĩa:** Chuyển động tịnh tiến là chuyển động mà trong đó đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của vật rắn luôn song song với chính nó.

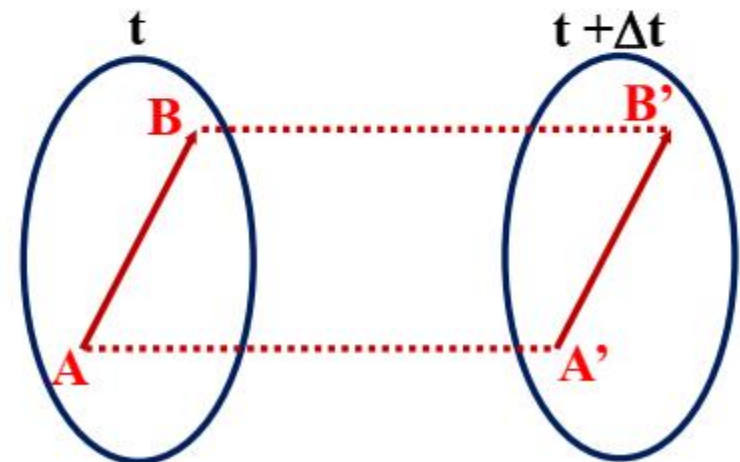


## 4.1.2. Đặc điểm:

**Vậy: khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, mọi chất điểm của vật rắn có cùng vectơ vận tốc và cùng vectơ gia tốc.**

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B = \vec{V}_C = \dots$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C = \dots$$



# 4.1.3 – KHỐI TÂM

## 1 - Định nghĩa:

**Khối tâm của hệ chất điểm là điểm  $G$  thỏa mãn:**

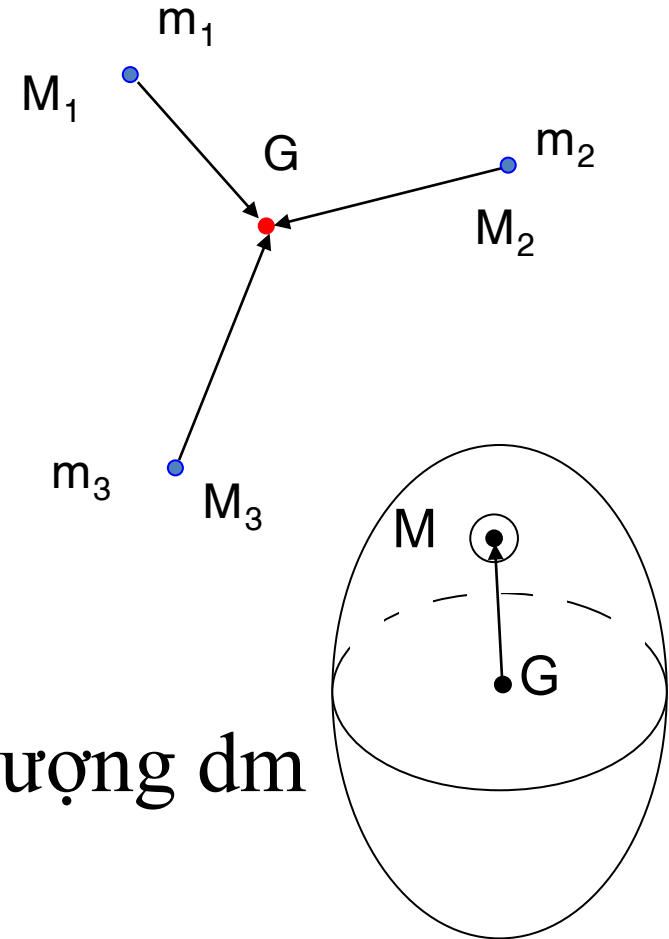
$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{M_i G} = 0$$

**Khối tâm của  
VR là  $G$ , thỏa:**

$$\int_{VR} \vec{M G} dm = 0$$

**Trong đó:**

$M$ : là vị trí của yếu tố khối lượng  $dm$   
 $dm = \rho dV = \sigma dS = \lambda dl$





## 4.1.3 – KHỐI TÂM

### 1 - Định nghĩa:

#### Đặc điểm của G:

- Đặc trưng cho hệ; là điểm rút gọn của hệ.
- Nằm trên các yếu tố đối xứng.

#### Phân biệt khối tâm và trọng tâm:

- Trọng tâm là điểm đặt của trọng lực
- Trên thực tế G trùng với trọng tâm



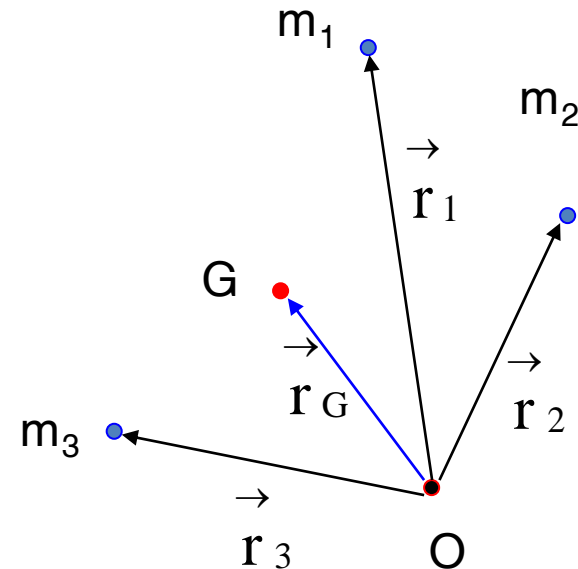
# 4.1.3 – KHỐI TÂM

## 2 - Xác Định Khối Tâm G:

**Thực hành:** - Tìm giao của các trục đx.  
- Dùng quả rọi.

**Lý thuyết:** PP tọa độ.

$$\vec{r}_G = \vec{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$



## 4.1.3 – KHỐI TÂM

**Tọa độ khối tâm của hệ chất điểm – vật rắn:**

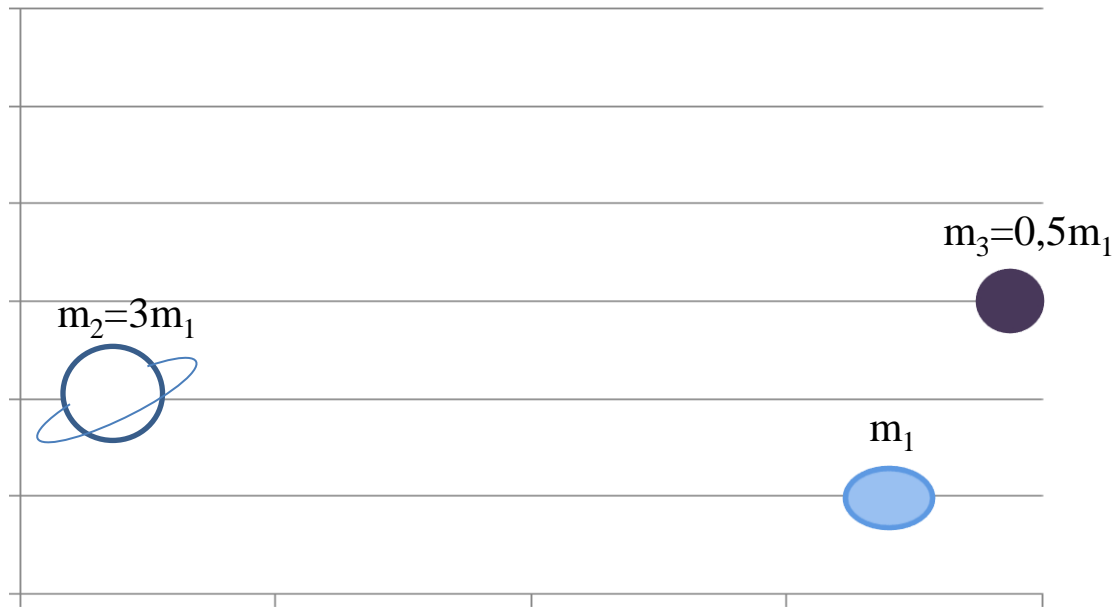
$$\left\{ \begin{array}{l} x_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\int_{\text{vật rắn}} x dm}{\int_{\text{vật rắn}} dm} \\ y_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\int_{\text{vật rắn}} y dm}{\int_{\text{vật rắn}} dm} \\ z_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\int_{\text{vật rắn}} z dm}{\int_{\text{vật rắn}} dm} \end{array} \right.$$

$M_i (x_i, y_i, z_i)$  là  
tọa độ của chất  
điểm thứ  $i$

$M(x, y, z)$  là tọa độ  
của phần tử  $dm$

## 4.1.3 – KHỐI TÂM

**Bài 1:** Một người đang ngồi trên hành tinh của anh ta và ngắm nhìn các hành tinh xung quanh. Đột nhiên anh ta quan sát thấy có ba hành tinh như hình vẽ. Anh ta tự hỏi khối tâm của ba hành tinh này nằm ở đâu. Bạn hãy thử tính giúp xem.



# 4.1.3 – KHỐI TÂM

$$x_G = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

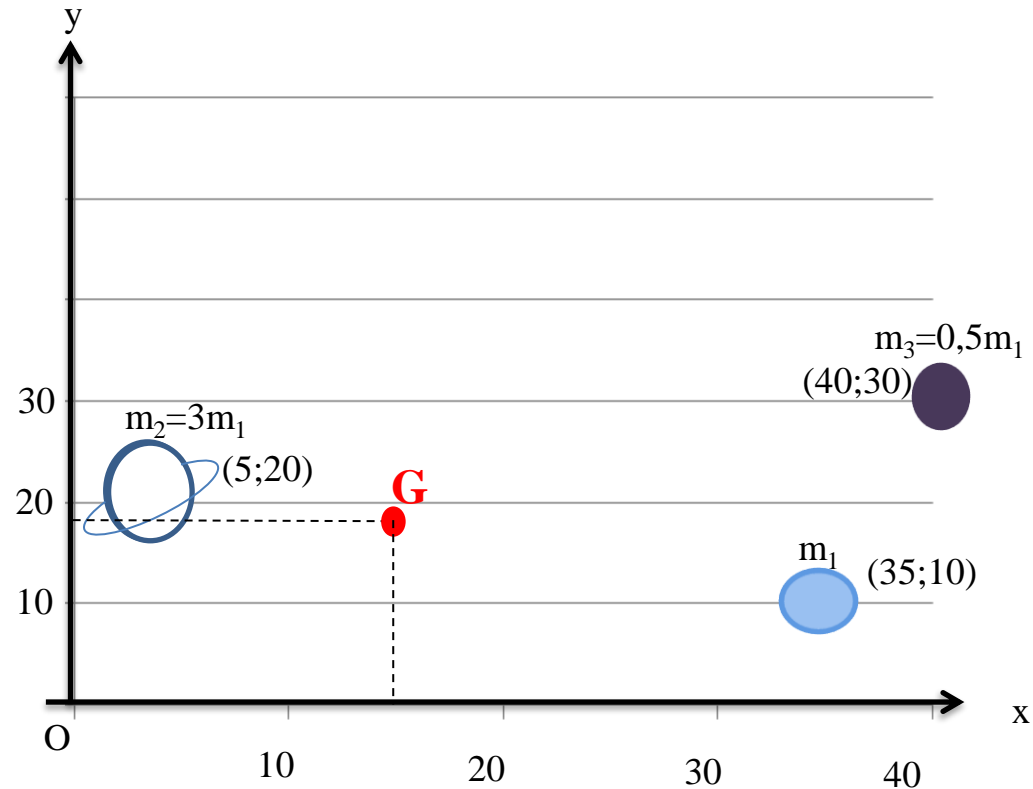
$$\Rightarrow x_G = \frac{m_1 \cdot 35 + m_2 \cdot 5 + m_3 \cdot 40}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\Rightarrow x_G = 15,5$$

$$y_G = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\Rightarrow y_G = \frac{m_1 \cdot 10 + m_2 \cdot 20 + m_3 \cdot 30}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\Rightarrow y_G = 18,9$$



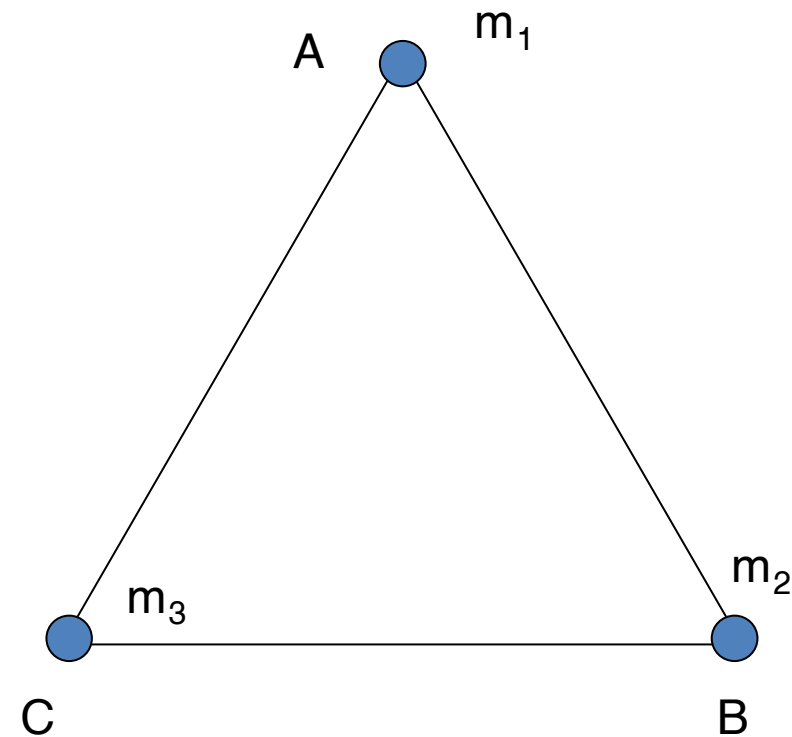


## 4.1.3 – KHỐI TÂM

### Bài 2:

Ba chất điểm  $m_1 = 2m_0$  ;  $m_2 = 3m_0$  ;  $m_3 = 3m_0$  đặt tại ba đỉnh A,B,C của tam giác đều cạnh  $a$ .

- Xác định khối tâm G của hệ.
- Cần phải tăng hay giảm khối lượng của vật  $m_1$  đi bao nhiêu để G trùng với trọng tâm tam giác ABC?



## 4.1.3 – KHỐI TÂM

a) Xác định khối tâm G của hệ.

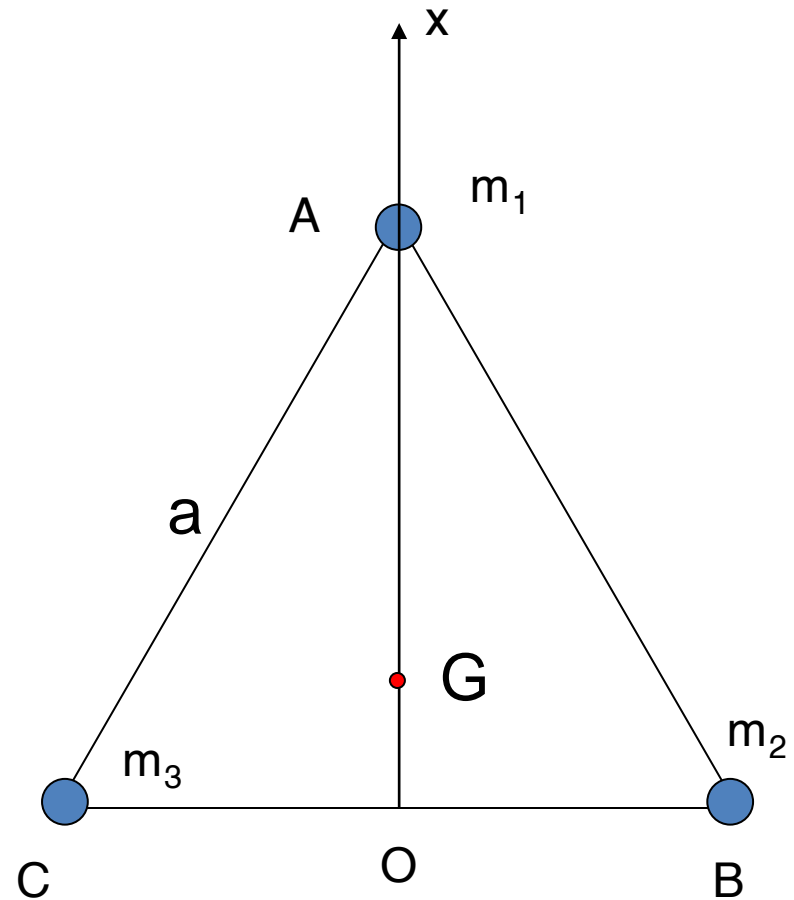
$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_G = \frac{2m_0 a \sqrt{3} / 2 + 0 + 0}{2m_0 + 3m_0 + 3m_0} = \frac{a \sqrt{3}}{8}$$

b) Để G trùng với trọng tâm của tam giác ABC

$$\Rightarrow m_1 = m_2 = m_3$$

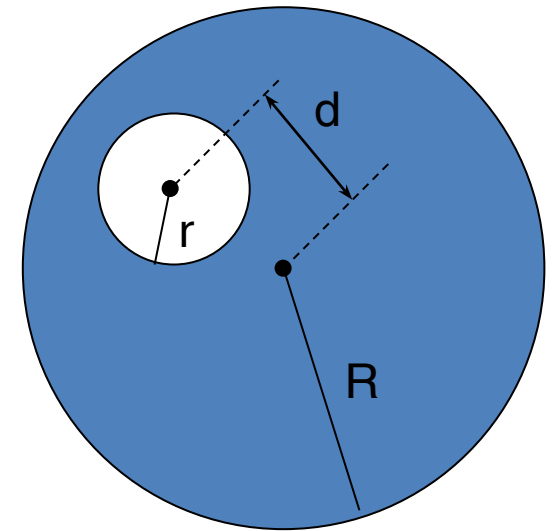
Vậy phải tăng khối lượng  $m_1$  thêm  $\Delta m = m_0$



## 4.1.3 – KHỐI TÂM

### Bài 3:

Một đĩa tròn đồng nhất bán kính  $R$ , bị khoét một lỗ cũng có dạng hình tròn bán kính  $r$ . Tâm của phần khoét cách tâm đĩa một khoảng  $d$ . Xác định  $G$  của phần còn lại.



- **Xét trường hợp:  $r = d = R/2$ .**
- Hỏi tương tự đối với khối cầu đặc đồng chất.

## 4.1.3 – KHỐI TÂM

### Xác định G của phần còn lại

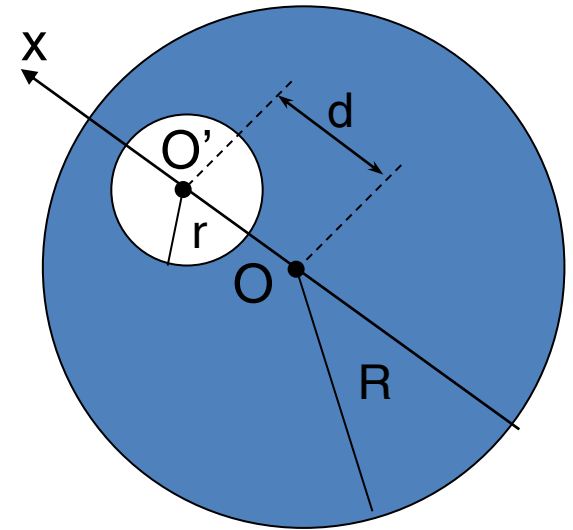
Chọn trục Ox như hình vẽ. Gọi  $m$  là khối lượng ban đầu,  $m_1$  là khối lượng bị khoét và  $m_2$  là khối lượng phần còn lại.

Lúc chưa khoét thì:

$$x_O = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = 0$$

$$\Rightarrow x_2 = -\frac{m_1 x_1}{m_2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{r^2}{R^2 - r^2}$$





## 4.1.3 – KHỐI TÂM

**Xác định G của phần còn lại**

**Vậy:**

$$x_2 = -\frac{r^2 d}{(R^2 - r^2)}$$

(dấu trừ chứng tỏ G nằm ngược phía với lỗ khoét)

$$r = d = R/2$$

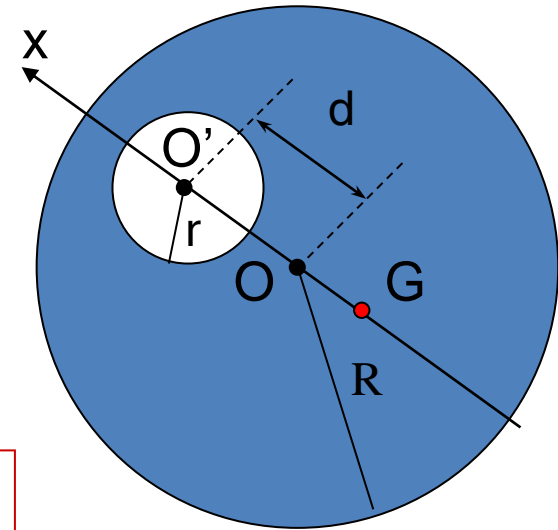
$$x_2 = -\frac{R}{6}$$

**Với khối cầu bị khoét, tương tự, ta có:**

$$x_2 = -\frac{r^3 d}{R^3 - r^3}$$

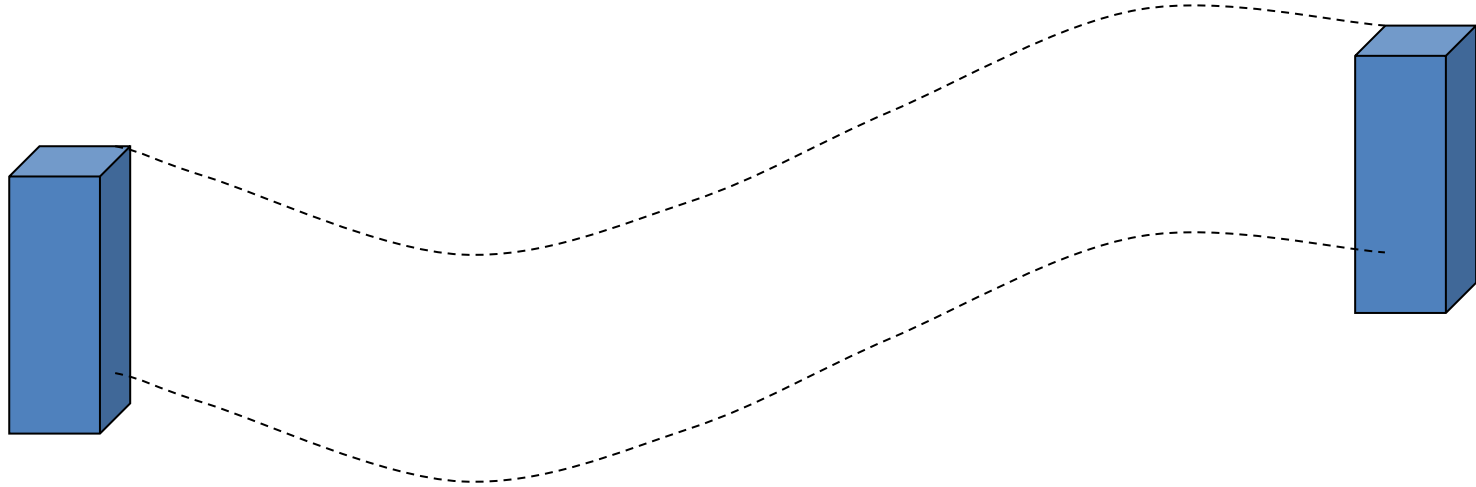
$$r = d = R/2$$

$$x_2 = -\frac{R}{14}$$



## 4.2 – CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

### 1) VR tịnh tiến:



☞ Khi VR tịnh tiến, mọi điểm trên VR đều vạch ra các quỹ đạo giống nhau với cùng một vận tốc.

$$\vec{V}_M = \vec{V}_N = \vec{V}_G$$

☞ Chuyển động của VR được quy về cơ của G

## 4.2.1. Chuyển động quay quanh trục của vật rắn

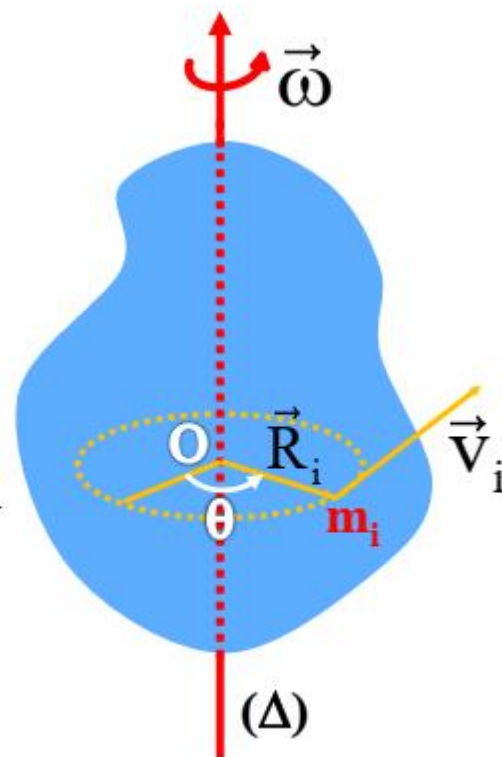
❖ Định nghĩa: Là chuyển động mà các chất điểm của vật rắn có quỹ đạo là những vòng tròn tâm nằm trên trục quay và bán kính bằng khoảng cách từ chất điểm đến trục quay.

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \dots = \theta_n$$

❖ Với trục quay cố định

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_3 = \dots = \vec{\omega}_n$$

$$\vec{\beta}_1 = \vec{\beta}_2 = \vec{\beta}_3 = \dots = \vec{\beta}_n$$





## ❖ Vận tốc dài và gia tốc tiếp tuyến

$$v_i = R_i \omega_i = R_i \omega$$

$$a_{\tau i} = R_i \beta_i = R_i \beta$$

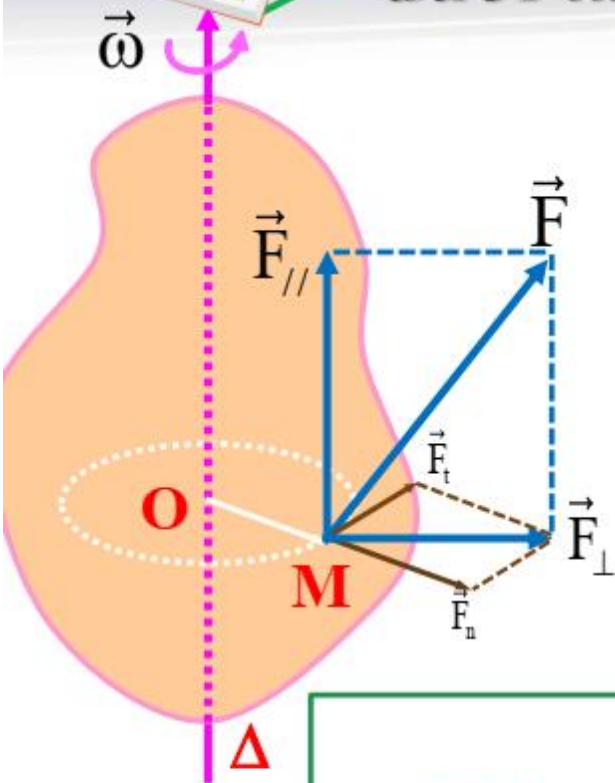
❖ Vậy: khi quay chất điểm nào càng xa trục thì vận tốc dài và gia tốc tiếp tuyến càng lớn, chất điểm nằm trên trục thì vận tốc dài và gia tốc tiếp tuyến bằng không.



# 4.3. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN QUAY QUANH TRỤC CỐ ĐỊNH



# Xét vật rắn quay quanh trục dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ .



**Có tác dụng làm vật rắn quay!!!**

$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

*Không thể* làm vật rắn quay, chỉ có tác dụng làm vật rắn trượt dọc theo trục quay.

*Không thể* làm vật rắn quay, chỉ có tác dụng dời vật rắn khỏi trục quay.

## 4.3.1. Mômen động lượng của vật rắn quay

➤ Mômen động lượng của chất điểm thứ  $i$  đối với trục quay:

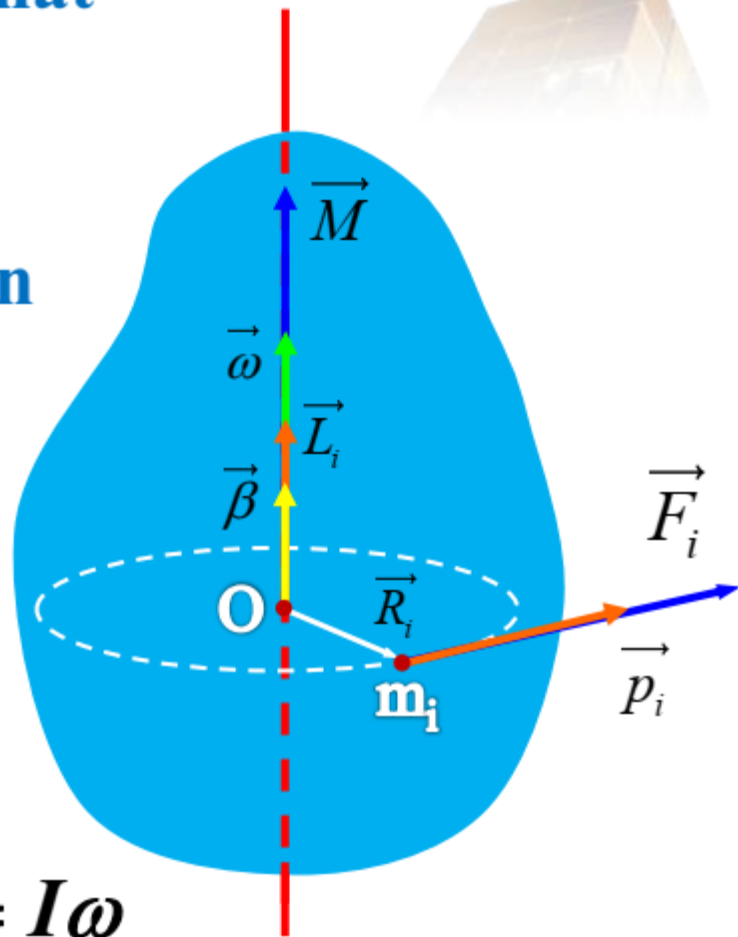
$$\vec{L}_i = \vec{R}_i \times \vec{p}_i$$

➤ Mômen động lượng của vật rắn đối với trục quay:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{p}_i$$

➤ Độ lớn:

$$L = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \omega_i = \left( \sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \right) \omega = I \omega$$







Vậy:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

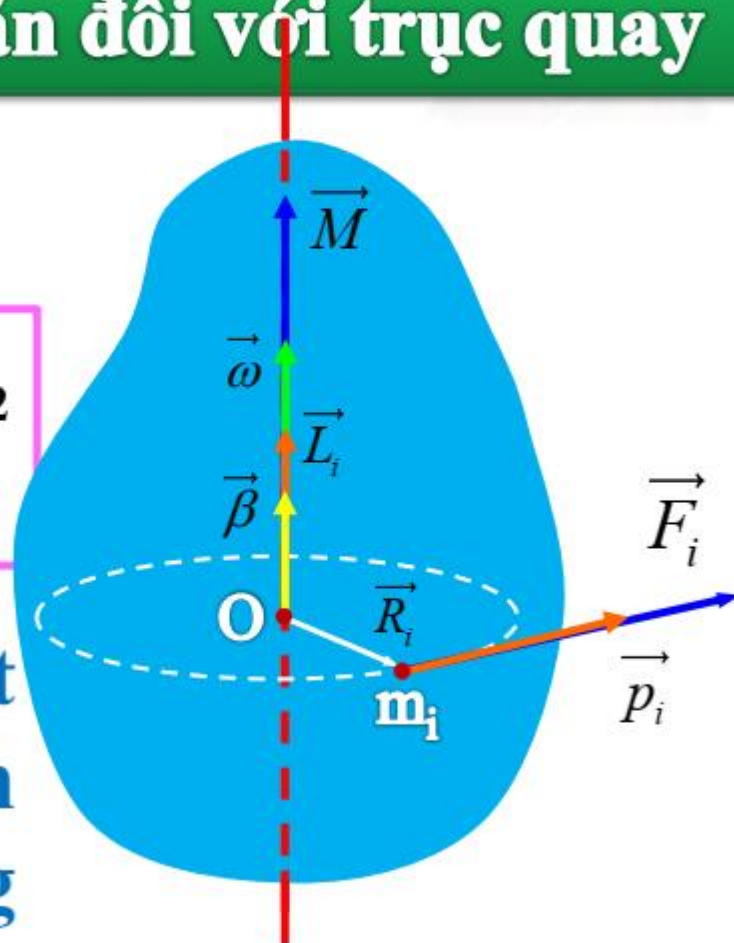


## Mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay

➤ Công thức:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i R_i^2$$

➤ Ý nghĩa: là đại lượng vật lý đặc trưng cho mức quán tính của các vật thể trong chuyển động quay.



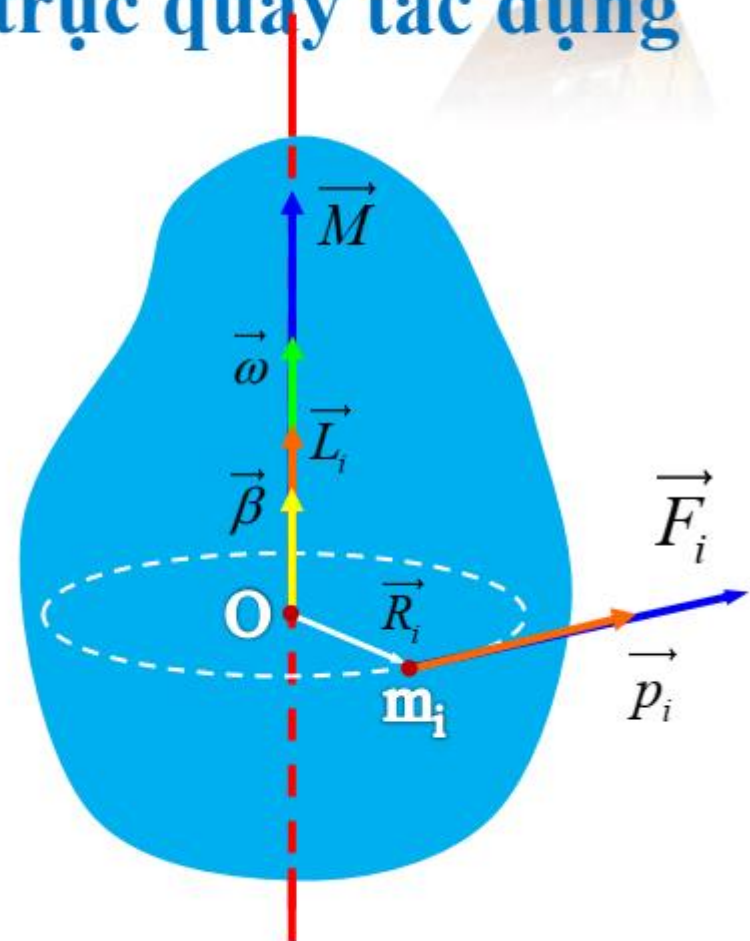


## 4.3.2. Vectơ mômen lực đối với trục quay

Vectơ mômen lực đối với trục quay tác dụng lên vật rắn:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{F}_i$$

- **Hướng: theo trục quay.**



### 4.3.3. Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

- Định luật biến thiên mômen động lượng:  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
- Mômen động lượng của vật rắn quay:  $\vec{L} = I\vec{\omega}$

**Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định**

$$\vec{M} = I\vec{\beta}$$

4.6.

**ĐỘNG NĂNG  
CỦA VẬT RẮN  
QUAY QUANH  
MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH**



- **Động năng quay của vật rắn (vừa tịnh tiến vừa quay quanh một trục cố định)**

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{tt} + \mathbf{K}_q = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$



4.7.

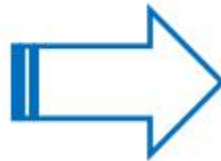
# ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA VẬT RẮN QUAY



## 4.7.1. Trường hợp một vật rắn

➤ Xét vật rắn cô lập quay quanh trục cố định:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$$



$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}$$

➤ **Ví dụ:** Khi vũ công quay tròn, ngoại lực tác dụng lên vũ công là trọng lực, vì trọng lực song song với trục quay nên mômen lực bằng 0.





# ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG CỦA VẬT RẮN QUAY



**R tăng**



**I tăng**



**$\omega$  giảm**



**quay chậm**



**R giảm**



**I giảm**



**$\omega$  tăng**



**quay nhanh**

## 4.7.2. Hệ gồm nhiều vật rắn quay quanh trục

➤ Xét hệ cô lập hay hệ có mômen lực tổng hợp tác dụng bằng không:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i = \text{const}$$

➤ Ví dụ: Ghế Giukopski



## Giải thích

- Theo định luật bảo toàn mômen động lượng

$$I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 = 0$$

- Với:  $I_1$  là mômen quán tính của vành xe,  $I_2$  là mômen quán tính của người và ghế.



$$\vec{\omega}_2 = -\frac{I_1}{I_2} \vec{\omega}_1$$

Dấu trừ trong biểu thức trên chứng tỏ người và ghế quay ngược chiều so với chiều quay của vành xe như thực nghiệm đã xác nhận.



## 4.3 – MOMEN QUÁN TÍNH

**1 – Định nghĩa:** Mômen quán tính đối với trục  $\Delta$ :

**Của một chất điểm:**  $I_{\Delta} = mr^2$  **r:** k/c từ chất điểm đến trục  $\Delta$

**Của hệ chất điểm:**  $I_{\Delta} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$   **$r_i$ :** k/c từ chất điểm thứ i đến trục  $\Delta$

**Của một VR:**  $I_{\Delta} = \int_{VR} r^2 dm$  **r:** k/c từ yếu tố khối lượng  $dm$  đến trục  $\Delta$

**Ý nghĩa:** mômen quán tính đặc trưng cho mức quán tính trong chuyển động quay

**Đơn vị đo:**  $\text{kgm}^2$



## 4.3 – MOMEN QUÁN TÍNH

2 - Mmqt đối với trục quay qua G của các VR đồng chất:

Khối trụ đặc, đĩa tròn:

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

Khối trụ rỗng, vành tròn:

$$I = mR^2$$

Thanh mảnh dài L:

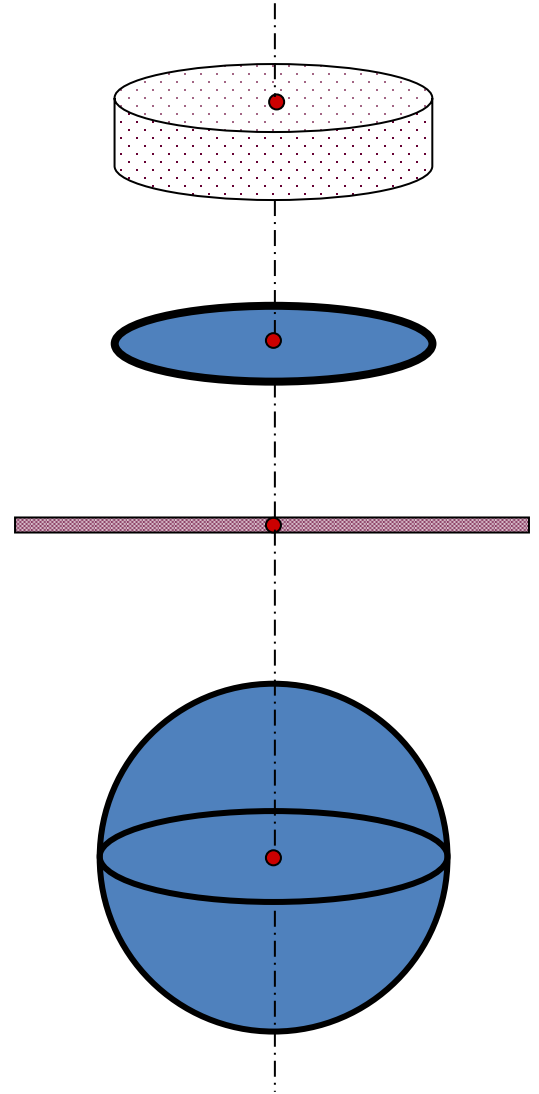
$$I = \frac{1}{12} mL^2$$

Khối cầu đặc:

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$

Quả cầu rỗng:

$$I = \frac{2}{3} mR^2$$



# 4.3 – MOMEN QUÁN TÍNH

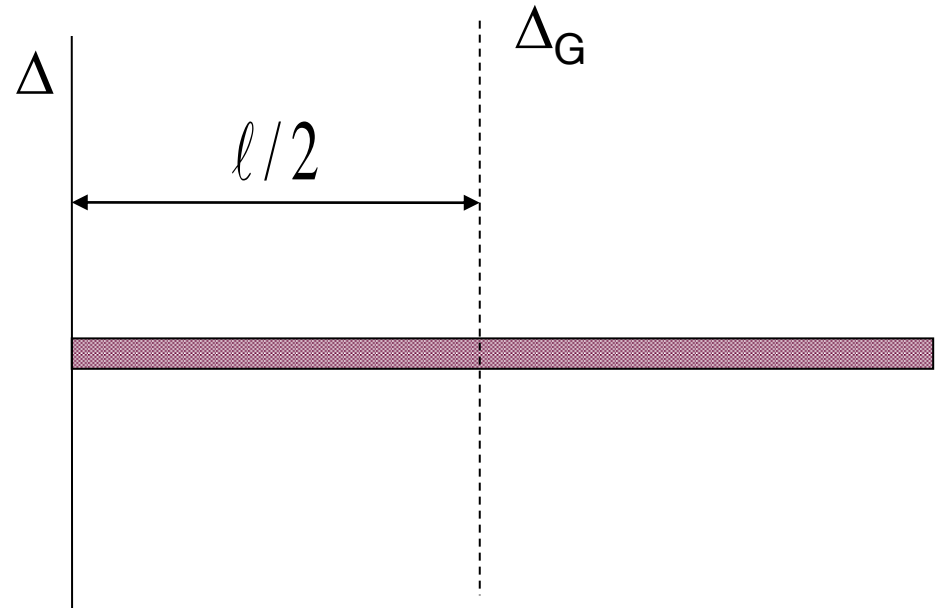
## 3 – Định lý Huygens – Steiner:

Nếu  $\Delta \parallel \Delta_G$  thì:

$$I_{\Delta} = I_G + md^2$$

Ví dụ:

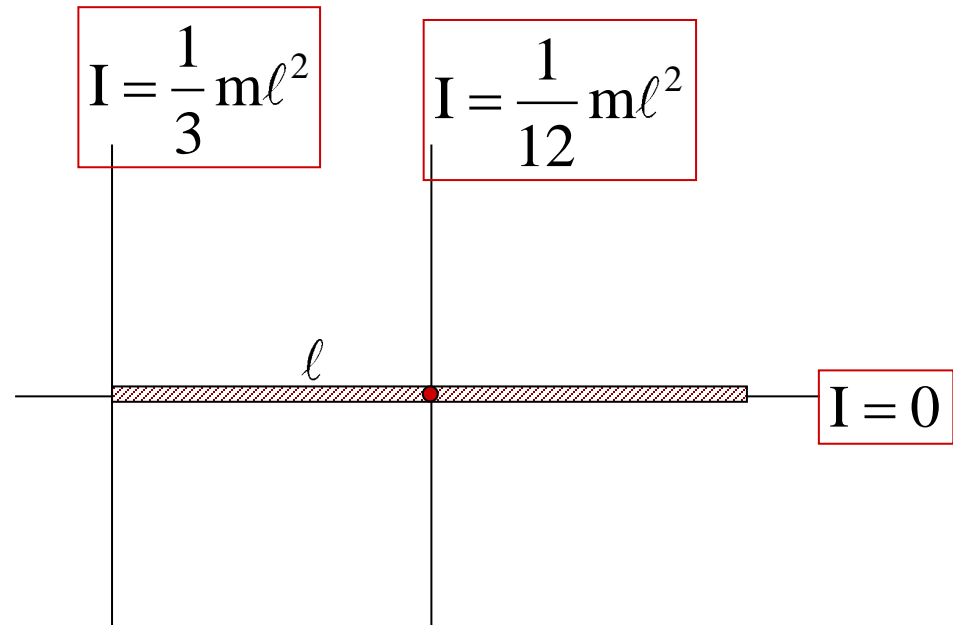
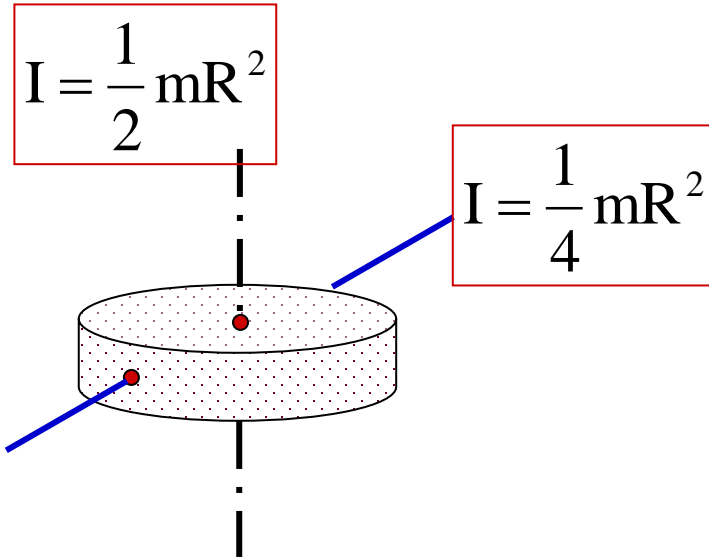
$$I = \frac{1}{12} m\ell^2 + m \left( \frac{\ell}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} m\ell^2$$





# 4.3 – MOMEN QUÁN TÍNH

**Lưu ý:**



## 4.4 – PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**1 – Tổng quát:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}; \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

**2 – VR chỉ tịnh tiến:**  $\vec{F} = m\vec{a}_G \Rightarrow$  Qui về cđ của G

**3 – VR chỉ quay quanh trục  $\Delta$ :**

$$\sum M_{\Delta} = I_{\Delta}\beta$$

**Mômen động lượng:  $L = I_{\Delta}\omega$**

**Mômen lực:  $M_{\Delta} = Fd = F_t R \sin\theta$**

**4 – VR chuyển động phức tạp: phân tích về hai chuyển động trên**

## 4.3 – MOMEN QUÁN TÍNH

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}; \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Tịnh tiến

$$\vec{F} = m \vec{a}_G$$

Quay

$$I_{\Delta} \beta = M_{\Delta}$$

Phức tạp

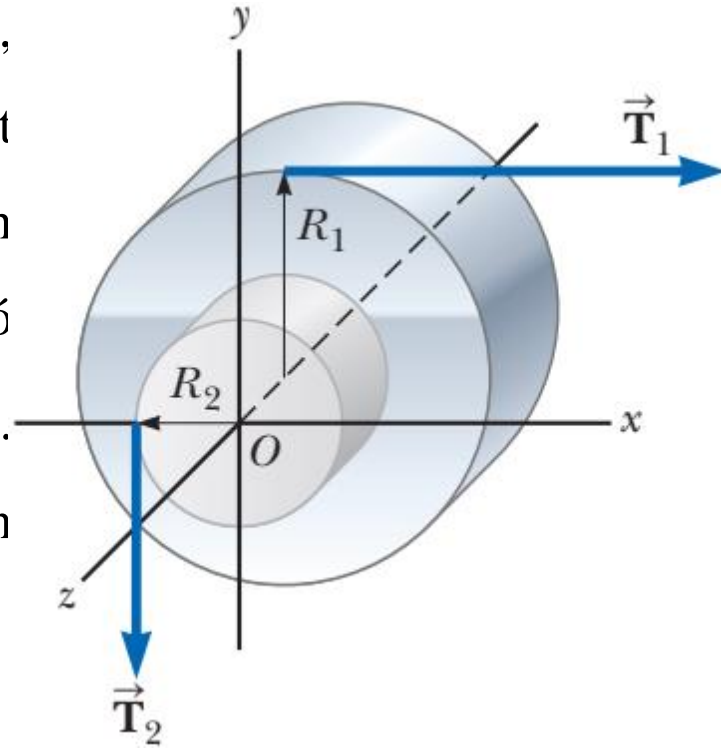
$$\vec{v}_M = \vec{v}_G + \vec{\omega} \times \vec{R}$$



# Ví dụ về tính mômen lực

**Bài 5:** Một khối trụ có dạng như hình vẽ,

phần lõi được bảo vệ bằng một khối hình trụ bằng sắt bên ngoài. Khối trụ quay xung quanh trục Oz như hình vẽ. Một sợi dây được quấn xung quanh khối trụ sắt có bán kính  $R_1$ , tác dụng lực  $\vec{T}_1$  về bên phải của khối trụ. Một sợi dây được quấn xung quanh phần lõi có bán kính  $R_2$ , tác dụng lực  $\vec{T}_2$  hướng xuống.



(a) Xác định momen lực tác dụng lên khối trụ đối với trục Oz.

(b) Cho  $T_1 = 5,0 \text{ N}$ ;  $R_1 = 1,0 \text{ m}$ ;  $T_2 = 15 \text{ N}$ ;  $R_2 = 0,5 \text{ m}$ .

Tính momen lực tác dụng lên khối trụ đối với trục quay Oz. Xác định hướng quay của khối trụ từ trạng thái nghỉ.

# Ví dụ về tính mômen lực

(a) Vectơ momen lực tác dụng lên trục quay đối với vật rắn:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{F}_i$$

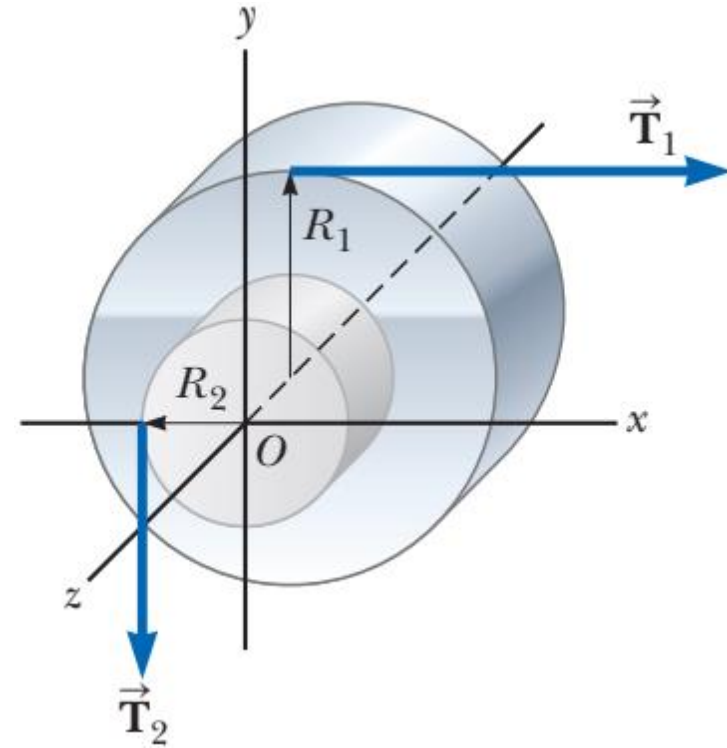
$$\Rightarrow \vec{M} = \vec{R}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{R}_2 \times \vec{F}_2$$

$$\Rightarrow M = -R_1 \cdot T_1 + R_2 \cdot T_2$$

(b) Thay số:

$$M = -R_1 \cdot T_1 + R_2 \cdot T_2$$

$$\Rightarrow M = -1,0 \cdot 5,0 + 0,5 \cdot 15 \quad \Rightarrow M = 2,5 \text{ N.m}$$

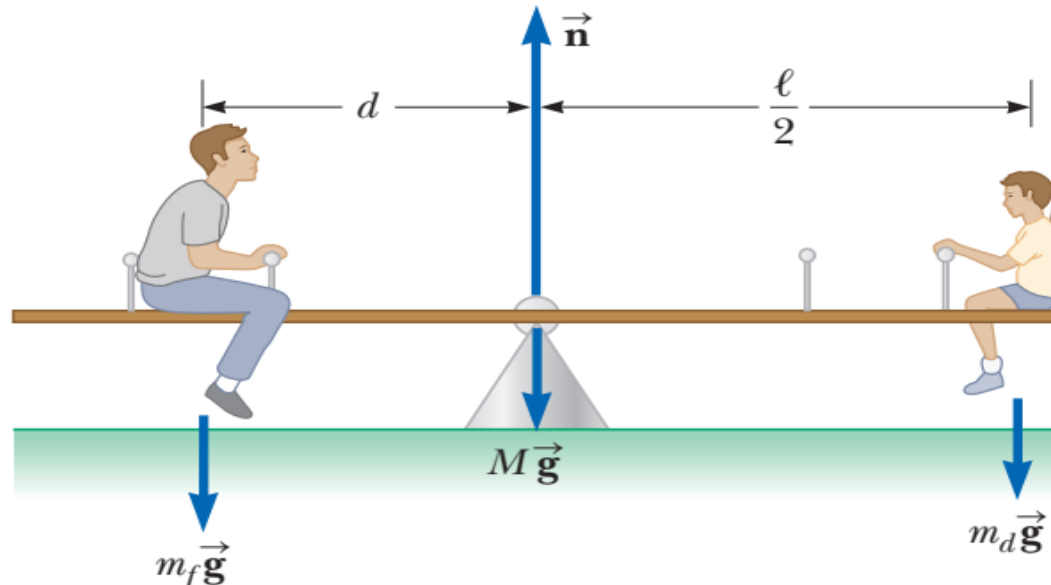


Vì  $M > 0$  nên khối trụ sẽ quay ngược chiều kim đồng hồ.

# Ví dụ về tính mômen lực

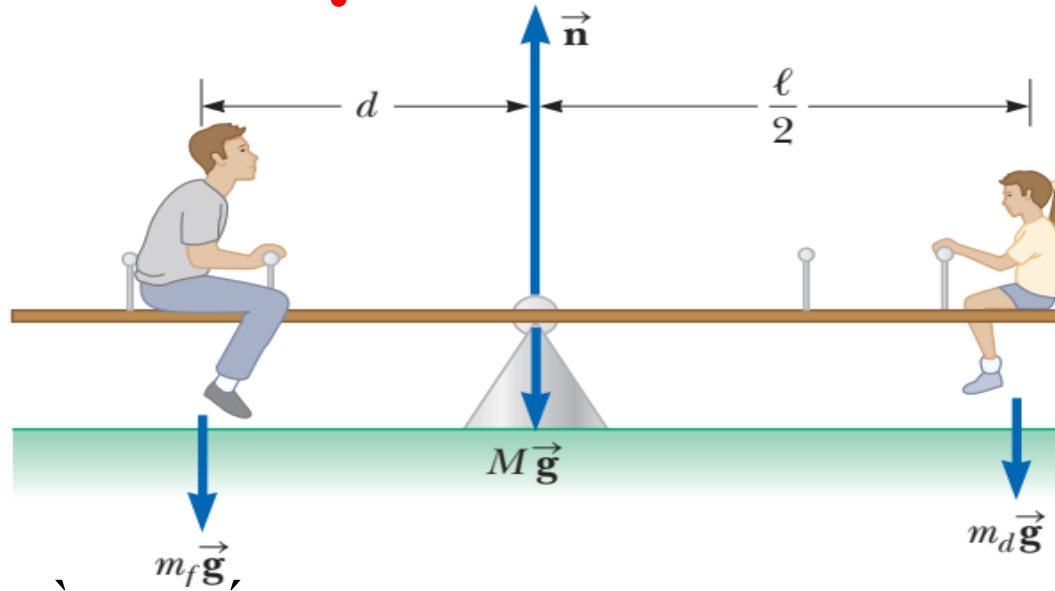
**Bài 6:** Một bập bênh gồm một thanh gỗ đồng chất có khối lượng

$M$ , chiều dài  $l$  đang nằm ở trạng thái nghỉ như hình vẽ; người cha có khối lượng  $m_f$  và con gái có khối lượng  $m_d$ . Điểm tựa nằm dưới trọng tâm của thanh gỗ, cách người cha một khoảng  $d$ , cách con gái một khoảng  $\frac{l}{2}$ . Xác định vị trí của người cha để hệ nằm cân bằng.





# Ví dụ về tính mômen lực



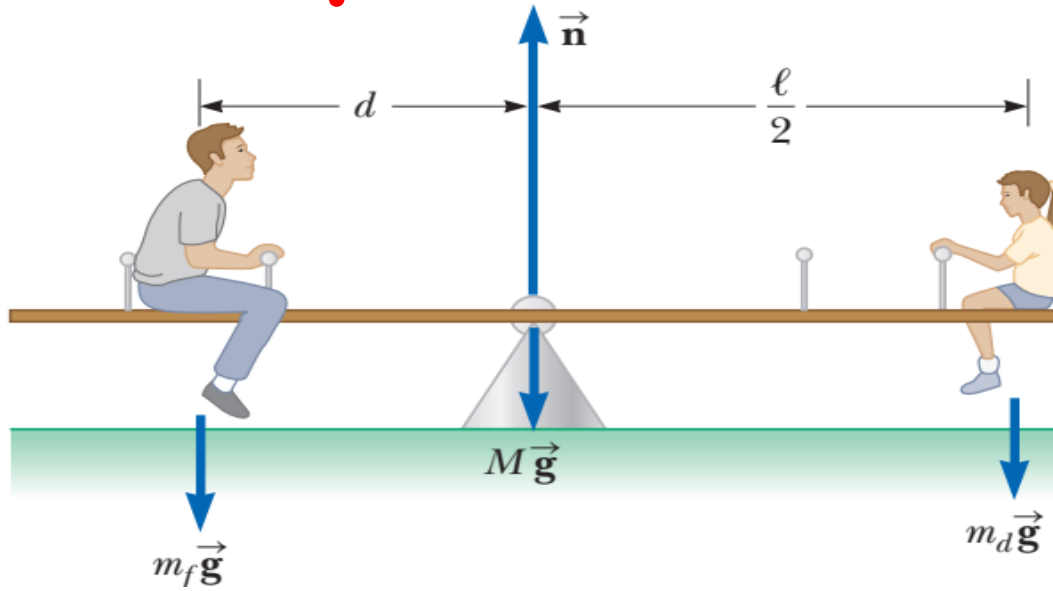
Vì tấm ván đồng chất nên trọng tâm trùng với tâm đối xứng của tấm ván.

Chọn trục quay là đường thẳng vuông góc mặt phẳng và đi qua trọng tâm của tấm ván

(a) Vectơ momen lực tác dụng lên trục quay đối với vật rắn:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{F}_i$$

# Ví dụ về tính mômen lực



$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \times \vec{F}_i$$

$$\Rightarrow \vec{M} = \vec{d} \times m_f \vec{g} + \frac{\vec{l}}{2} \times m_d \vec{g}$$

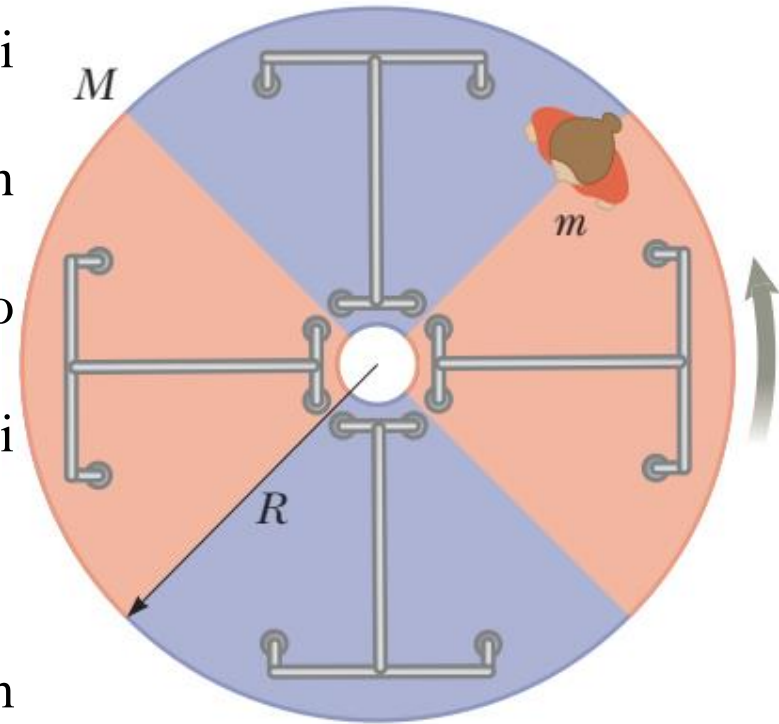
$$\Rightarrow M = d \cdot m_f \cdot g - \frac{l}{2} \cdot m_d \cdot g \quad \begin{array}{c} \text{Hệ nằm cân bằng} \\ \text{=====} \Rightarrow \\ (M=0) \end{array}$$

$$d = \left( \frac{m_d}{m_f} \right) \cdot \frac{l}{2}$$

# Ví dụ về mômen động lượng của vật rắn quay

**Bài 7:** Một cái bục có dạng đĩa tròn quay

tròn trong mặt phẳng nằm ngang quanh trục thẳng đứng, ma sát không đáng kể. Cái bục có khối lượng  $M = 100\text{kg}$  và bán kính  $R = 2,0\text{ m}$ . Một sinh viên có khối lượng  $m = 60\text{ kg}$  đi chậm từ vành vào tâm của bục. Tốc độ góc của người sinh viên tại vành bục là  $2,0\text{ rad/s}$ .



(a) Tính tốc độ góc người này khi đi đến điểm cách tâm bục  $r = 0,5\text{m}$ .

(b) Tính động năng của hệ trước và sau khi người này đi vào phía trong cái bục.

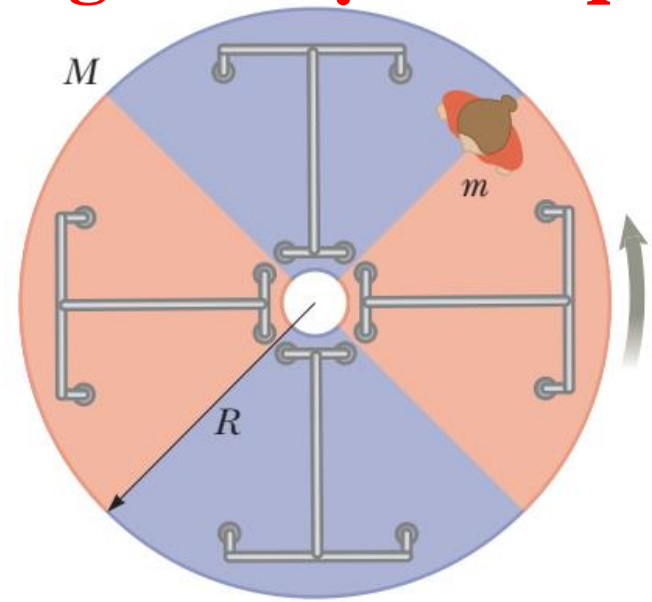
# Ví dụ về mômen động lượng của vật rắn quay

Momen quán tính của hệ lúc đầu:

$$I_1 = I_p + I_{s_1} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 + m \cdot R^2$$

Momen quán tính của hệ lúc sau  
(tại vị trí cách tâm một khoảng  $r$ ):

$$I_2 = I_p + I_{s_2} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 + m \cdot r$$



Hệ quay không ma sát, áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng của vật rắn quay cho hệ cô lập:

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 + m \cdot R\right) \cdot \omega_1 = \left(\frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 + m \cdot r\right) \cdot \omega_2$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 + m \cdot R\right)}{\left(\frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 + m \cdot r\right)} \omega_1$$

Thay số

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 2^2 + 60 \cdot 2}{\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 2^2 + 60 \cdot 0,5} = 4,1 \text{ rad/s}$$

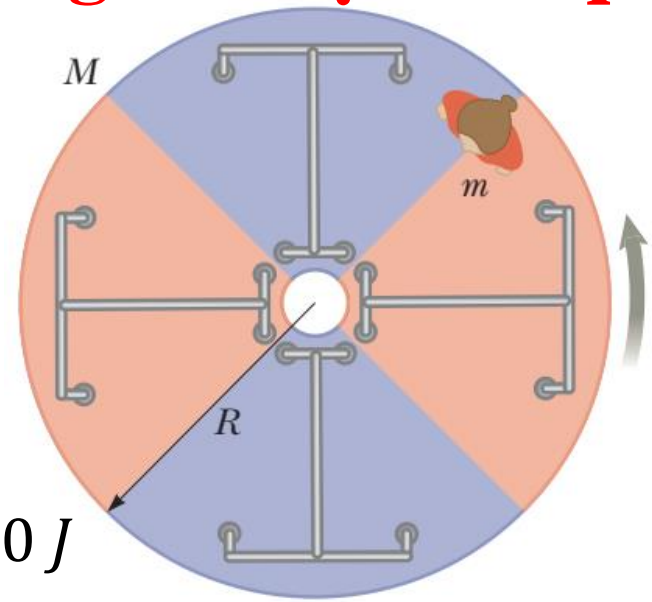
# Ví dụ về mômen động lượng của vật rắn quay

**(b) Động năng của hệ lúc đầu:**

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 440 \cdot 2^2 = 880 \text{ J}$$

**Động năng của hệ lúc sau:**

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 215 \cdot 4,1^2 = 1800 \text{ J}$$



=> Động năng của hệ tăng lên khi người sinh viên tiến vào trục quay.

Therefore, the kinetic energy of the system *increases*. The student must perform muscular activity to move herself closer to the center of rotation, so this extra kinetic energy comes from potential energy stored in the student's body from previous meals. The system is isolated in terms of energy, but a transformation process within the system changes potential energy to kinetic energy.



## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**Các bước:**

**B<sub>1</sub>:** Phân tích các lực tác dụng lên vật rắn.

**B<sub>2</sub>:** Viết các PTĐLH cho chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay (nếu có).

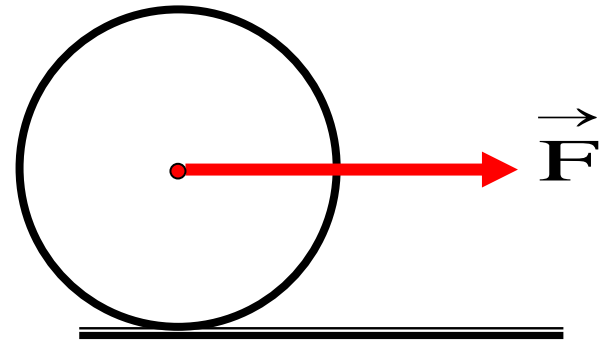
**B<sub>3</sub>:** Chiếu phương trình vectơ lên các trục tọa độ cần thiết.

**B<sub>4</sub>:** Giải hệ pt và biện luận kết quả.

## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

### Bài 8:

Một khối trụ đặc đồng chất lăn không trượt trên mặt phẳng ngang dưới tác dụng của lực kéo đặt tại trục quay như hình vẽ. Tính gia tốc của khối trụ.



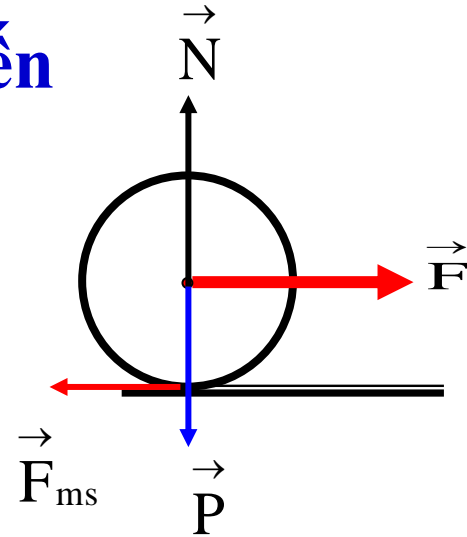
## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**Giải**

**B<sub>1</sub>:** Phân tích Động lực tác dụng lên vật rắn tiến và quay  
**B<sub>2</sub>:** Viết các P.TĐLH cho chuyển động tiến của khối tâm  $\vec{F} = m \vec{a}$   
tiền và chuyển động quay

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = m \vec{a} \quad (1)$$

Phương trình ĐLH cho chuyển động quay quanh khối tâm:  $\sum M_{\Delta} = I_{\Delta} \beta$



$$F_{ms} \cdot R = I \beta \quad (2)$$

Chiếu (1) lên phương chuyển động:

$$F - F_{ms} = ma \quad (3)$$

Vì vật lăn không trượt, nên:

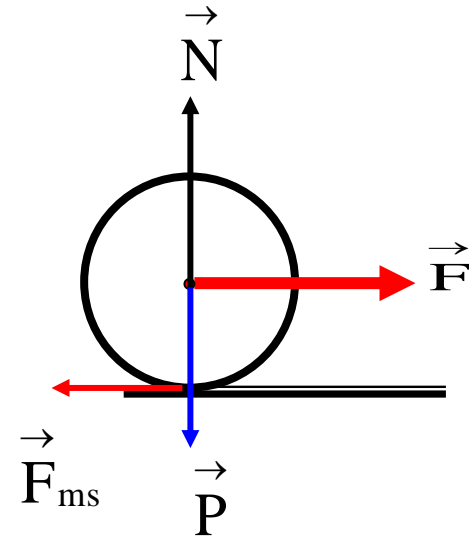
$$a = a_t = \beta R \quad (4)$$

## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{ms} \cdot R = I\beta \quad (2) \\ F - F_{ms} = ma \quad (3) \\ a = a_t = \beta R \quad (4) \end{array} \right.$$

**Giải (2), (3), (4) ta được:**

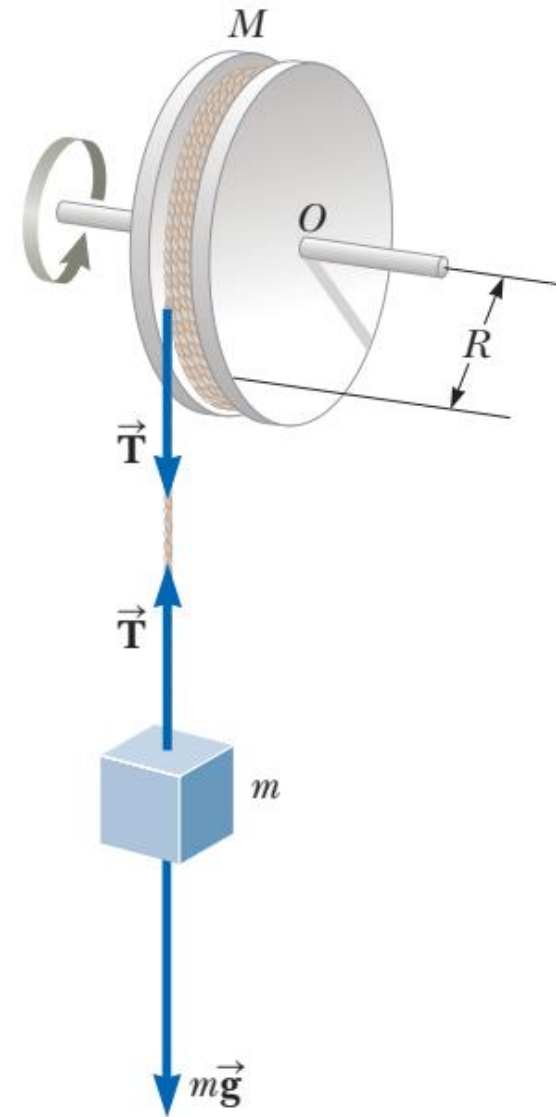
$$\Rightarrow a = \frac{F}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{2F}{3m}$$



## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**Bài 9:** Một bánh xe có bán kính  $R$ , khối lượng  $M$ , và momen quán tính  $I$  quay quanh trục nằm ngang như hình vẽ. Một sợi dây nhẹ, không co dãn quấn quanh vành bánh xe và buộc vào đầu còn lại một vật có khối lượng  $m$ . Khi bánh xe quay với gia tốc góc  $\beta$ , vật  $m$  đi xuống với gia tốc  $a$ .

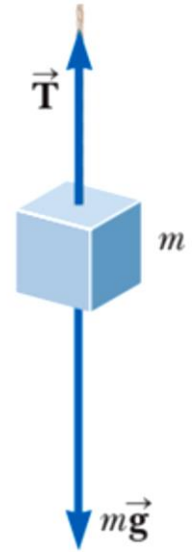
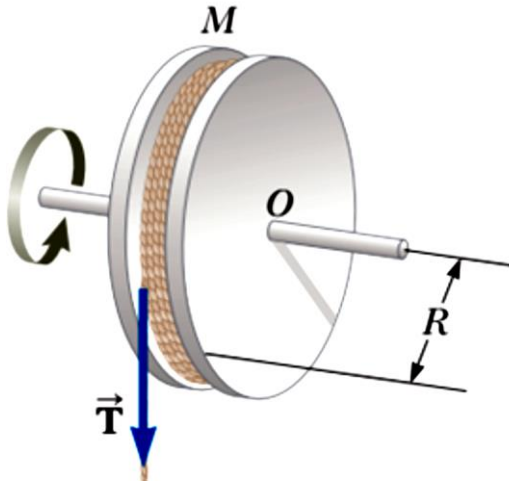
Hãy xác định gia tốc góc  $\beta$  của bánh xe, gia tốc  $a$  của vật và lực căng của sợi dây?





## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**B<sub>1</sub>:** Phân tích các lực tác dụng lên vật rắn.



**B<sub>2</sub>:** Viết các PTĐLH cho chuyển động quay và chuyển động tịnh tiến

$$\sum M_{\Delta} = I_{\Delta} \beta$$

$$\Rightarrow T \cdot R = I_{\Delta} \cdot \beta \quad (1)$$

$$\vec{F} = m \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow mg - T = m \cdot a \quad (2)$$

Mặt khác:  $a = R \cdot \beta \quad (3)$

# 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

$$\left\{ \begin{array}{l} T \cdot R = I_{\Delta} \cdot \beta \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} mg - T = m \cdot a \end{array} \right. \quad (2)$$

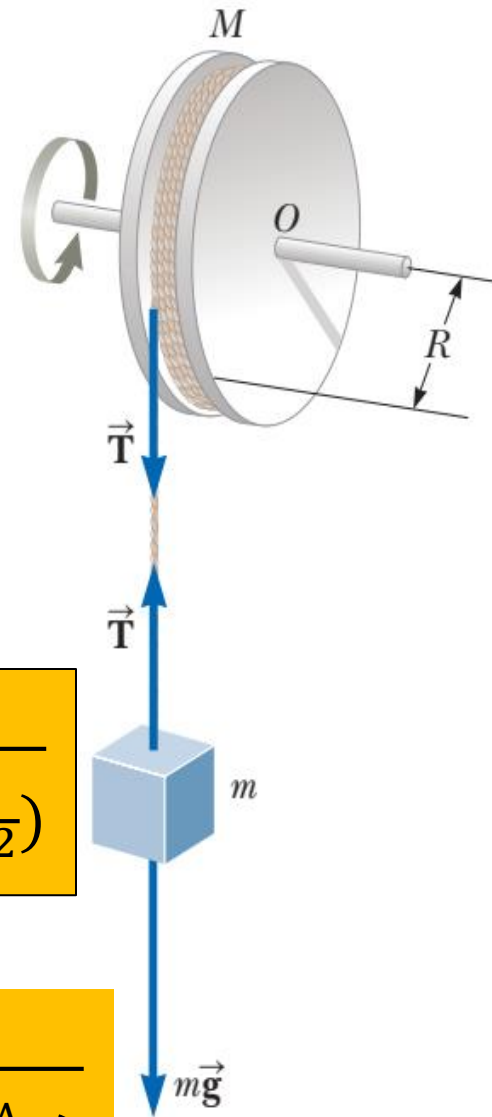
$$\left\{ \begin{array}{l} a = R \cdot \beta \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\rightarrow a = R \cdot \beta = \frac{T \cdot R^2}{I_{\Delta}} = \frac{mg - T}{m}$$

$$\xrightarrow{(2)} T = \frac{mg}{1 + \left(\frac{m \cdot R^2}{I_{\Delta}}\right)}$$

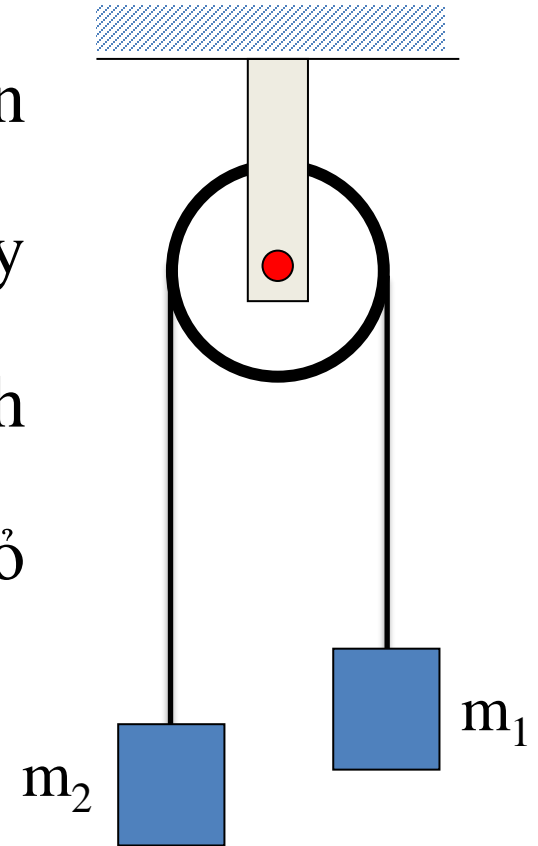
$$\rightarrow a = \frac{g}{1 + \left(\frac{I_{\Delta}}{m \cdot R^2}\right)}$$

$$(3) \rightarrow \beta = \frac{a}{R} = \frac{g}{R + \left(\frac{I_{\Delta}}{m \cdot R}\right)}$$



## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**Bài 10:** Một sợi dây nhẹ, không co giãn, vắt qua ròng rọc có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng  $m$ . Hai đầu dây buộc hai vật  $m_1$  và  $m_2$  ( $m_1 > m_2$ ). Tính gia tốc của các vật và sức căng dây. Bỏ qua mômen cản ở trục ròng rọc.

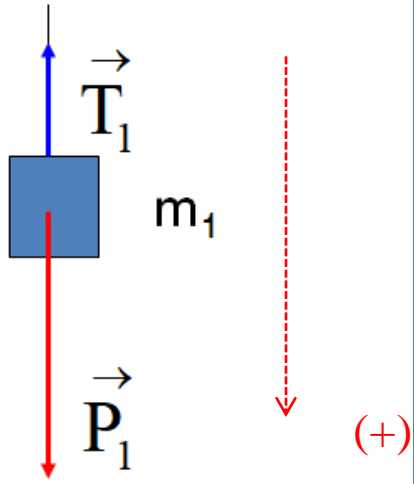


**Áp dụng số:**  $m_1 = 6\text{kg}$  ;  $m_2 = 3\text{kg}$  ;

$m = 2\text{kg}$ .

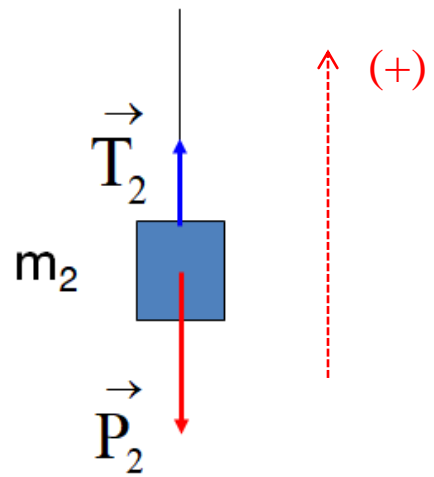
# 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**Giải**



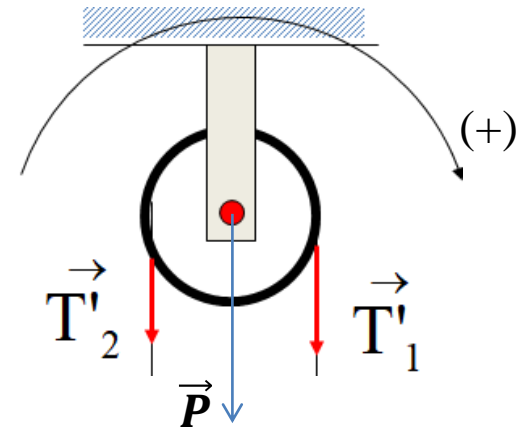
$$\vec{F} = m \vec{a}_G$$

$$P_1 - T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$



$$\vec{F} = m \vec{a}_G$$

$$T_2 - P_2 = m_2 a_2 \quad (2)$$



$$\sum M_{\Delta} = I_{\Delta} \beta$$

$$T'_1 \cdot R - T'_2 \cdot R = I \beta \quad (3)$$

**Vì dây không giãn và không trượt trên ròng rọc, nên:**

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_t = \beta \mathbf{R} \quad (4)$$

**Vì dây nhẹ nên:**  $\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}'_1 ; \mathbf{T}_2 = \mathbf{T}'_2 \quad (5)$

## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

Ta có:

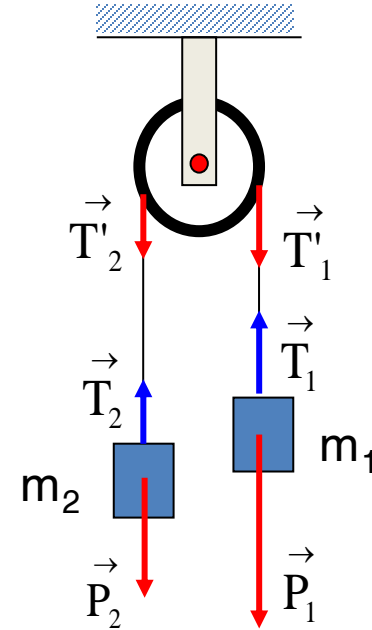
$$P_1 - T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$T_2 - P_2 = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$T'_1 \cdot R - T'_2 \cdot R = I \beta \quad (3)$$

$$a = a_1 = a_2 = \beta R \quad (4)$$

$$T_1 = T'_1 ; T_2 = T'_2 \quad (5)$$



Giải hệ phương trình, ta được:

$$\Rightarrow a = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m} \Rightarrow a = 10 \frac{6 - 3}{6 + 3 + 1} = 3 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow T_1 = m_1 (g - a) \Rightarrow T_1 = 42 \text{ N}$$

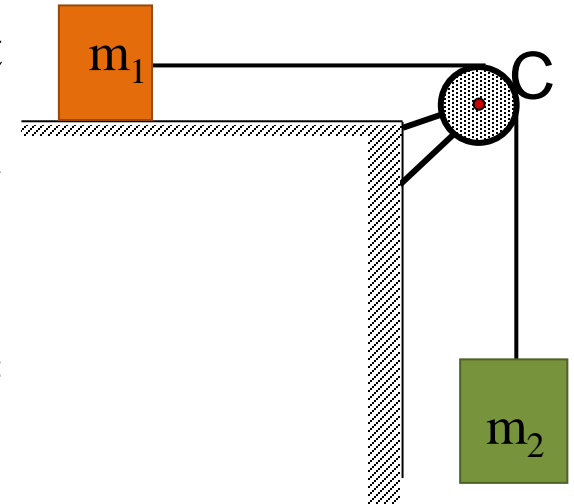
$$\Rightarrow T_2 = m_2 (g + a) \Rightarrow T_2 = 39 \text{ N}$$



## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**Bài 11:** Cho hệ cơ học như hình vẽ, hai vật

có khối lượng lần lượt là  $m_1$  và  $m_2$  được nối với nhau bằng một sợi dây có khối lượng không đáng kể vắt qua một ròng rọc. Ròng rọc là một đĩa tròn có khối lượng  $m$  và bán kính  $R=10$  cm. Cho biết  $m_1= 2$  kg,  $m= 1$ kg, gia tốc của hai vật là  $a= 5\text{m/s}^2$ . Cho  $g= 10\text{m/s}^2$  và bỏ qua mọi ma sát. Tính:



- Momen quán tính của ròng rọc đối với trục quay của nó.
- Khối lượng  $m_2$  và lực căng của hai đoạn dây
- Động năng của hệ lúc  $t = 2\text{s}$

## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

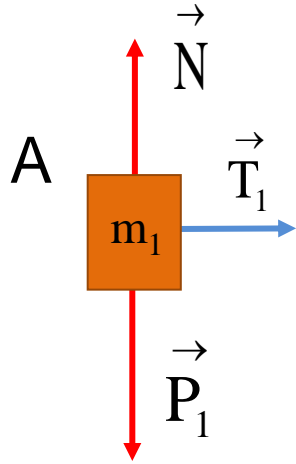
a) Momen quán tính của ròng rọc đối với trục quay của nó.

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

b) Khối lượng  $m_2$  và lực căng của hai đoạn dây

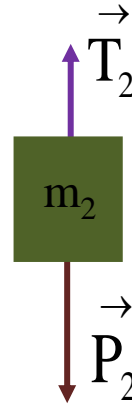
**Phân tích các lực tác dụng lên hệ**

## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN



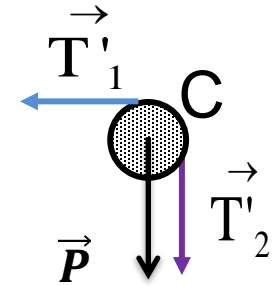
$$\vec{F} = m \vec{a}_G$$

$$T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$



$$\vec{F} = m \vec{a}_G$$

$$P_2 - T_2 = m_2 a_2 \quad (2)$$



$$\sum M_{\Delta} = I_{\Delta} \beta$$

$$-T'_1 \cdot R + T'_2 \cdot R = I \beta \quad (3)$$

Vì dây không giãn và không trượt trên ròng rọc, nên:

$$a = a_1 = a_2 = a_t = \beta R \quad (4)$$

Vì dây nhẹ nên:  $T_1 = T'_1 ; T_2 = T'_2 \quad (5)$

# 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

Ta có:

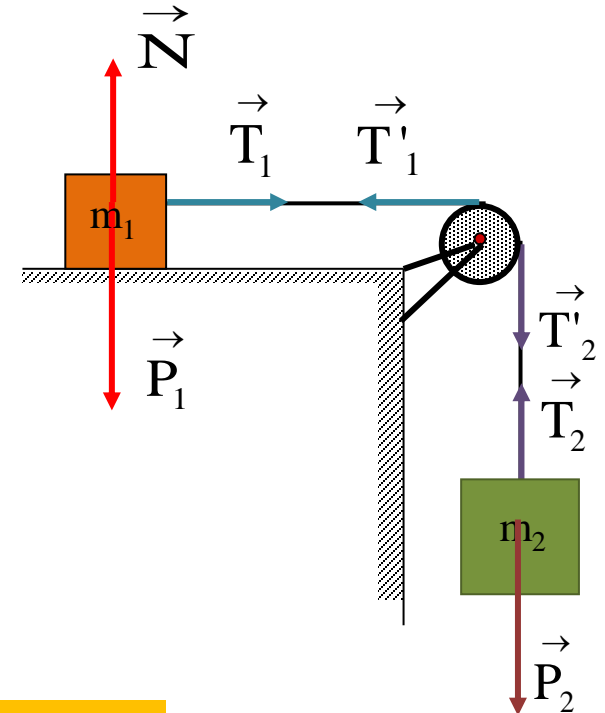
$$T_1 = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$P_2 - T_2 = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$-T'_1 \cdot R + T'_2 \cdot R = I \beta \quad (3)$$

$$a = a_1 = a_2 = \beta R \quad (4)$$

$$T_1 = T'_1 ; T_2 = T'_2 \quad (5)$$



Giải hệ phương trình, ta được:

$$a = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}}$$

$$m_2 = 2,5 \text{ kg}$$

$$T_1 = m_1 \cdot a = 10 \text{ N}$$

$$T_2 = m_2 \cdot g - m_2 \cdot a = 12,5 \text{ N}$$

## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

c) Động năng của hệ lúc  $t = 2s$

Tốc độ dài lúc  $t = 2s$

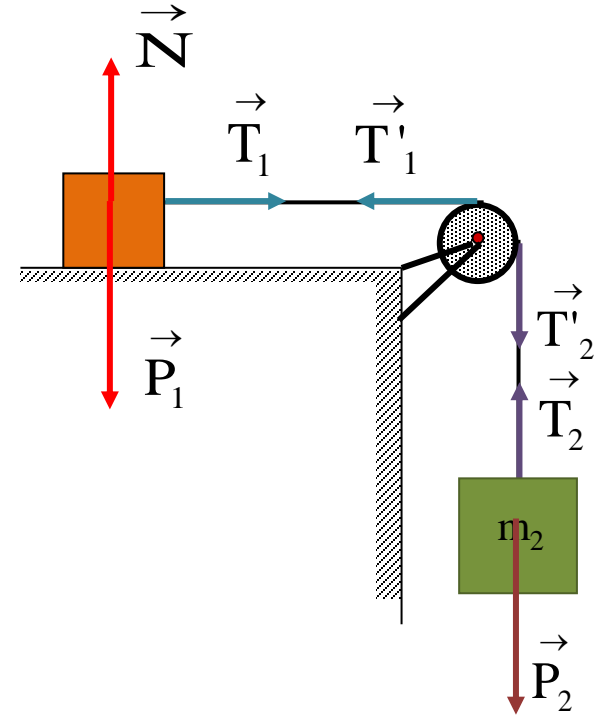
$$v = v_0 + a \cdot t = 5.2 = 10 \text{ m/s}$$

Động năng của hệ

$$K = K_1 + K_2 + K_R$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot \left( m_1 + m_2 + \frac{m}{2} \right) \cdot v^2 = 250 \text{ J}$$

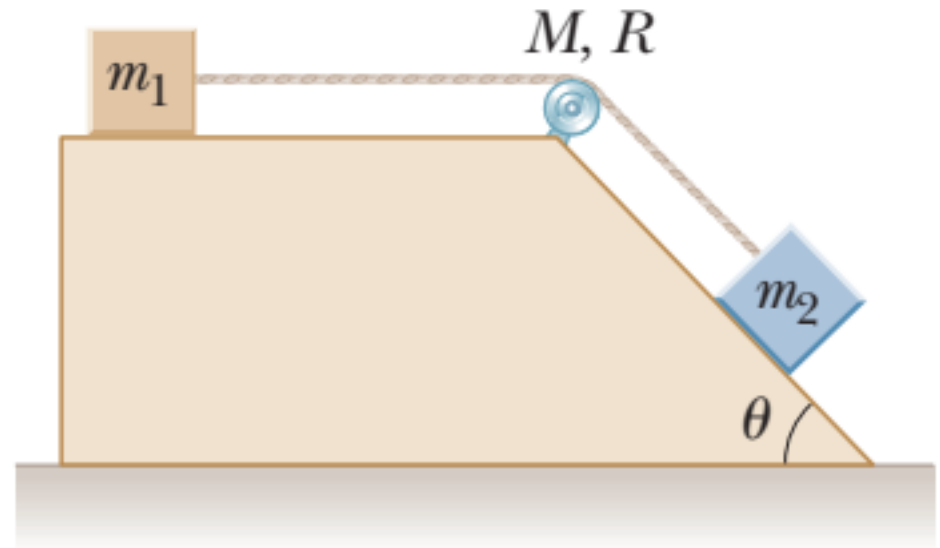




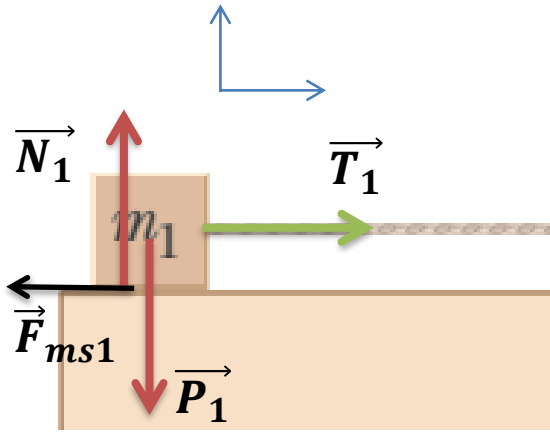
## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**Bài 12:** Hai vật có khối lượng  $m_1 = 2,00 \text{ kg}$  và  $m_2 = 6,00 \text{ kg}$  được nối với nhau bằng một sợi dây không giãn, có khối lượng không đáng kể vắt qua ròng rọc. Ròng rọc là một đĩa tròn có bán kính  $R = 0,250 \text{ m}$  và khối lượng  $M = 10,0 \text{ kg}$ . Mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\theta = 30^\circ$  so với mặt phẳng ngang như hình vẽ. Hệ số ma sát là  $k = 0,360$  cho cả hai vật.

- Xác định gia tốc của hai vật?
- Xác định lực căng dây  $T_1, T_2$ ?



# 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN



$$\vec{F} = m \vec{a}_G$$

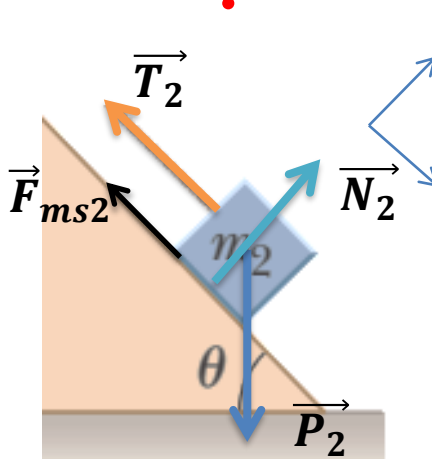
$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{ms1} = m_1 \vec{a}_1$$

$$\text{Ox: } T_1 - F_{ms1} = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$\text{Oy: } N_1 - P_1 = 0 \quad (4)$$

Ta có:

$$\stackrel{(4)}{\Rightarrow} F_{ms1} = k \cdot N_1 = k \cdot m_1 \cdot g \quad (4')$$



$$\vec{F} = m \vec{a}_G$$

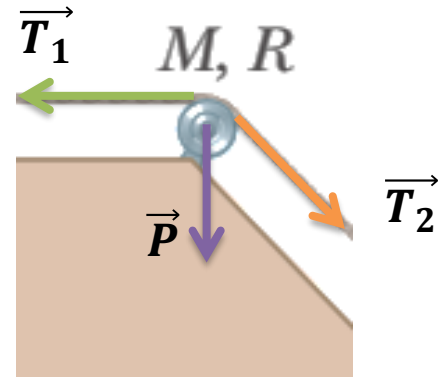
$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms2} = m_2 \vec{a}_2$$

$$P_2 \cdot \sin \theta - T_2 - F_{ms2} = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$N_2 - P_2 \cdot \cos \theta = 0 \quad (5)$$

$$F_{ms} = k \cdot N$$

$$\stackrel{(4)}{\Rightarrow} F_{ms2} = k \cdot N_2 = k \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \theta \quad (5')$$



$$\sum M_{\Delta} = I_{\Delta} \beta$$

$$\vec{R} \times \vec{T}_1 + \vec{R} \times \vec{T}_2 = I_{\Delta} \beta$$

$$R \cdot (T_2 - T_1) = I_{\Delta} \beta \quad (3)$$

## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

$$T_1 - F_{ms1} = m_1 a_1 \quad (1)$$

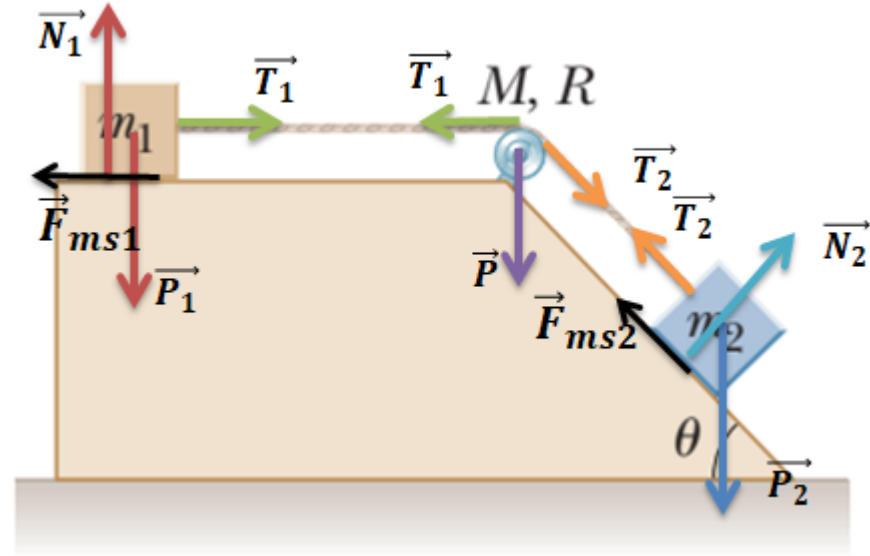
$$P_2 \cdot \sin \theta - T_2 - F_{ms2} = m_2 a_2 \quad (2)$$

$$R \cdot (T_2 - T_1) = I_{\Delta} \beta \quad (3)$$

$$F_{ms1} = k \cdot N_1 = k \cdot m_1 \cdot g \quad (4')$$

$$F_{ms2} = k \cdot N_2 = k \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \theta \quad (5')$$

$$a = a_1 = a_2 = a_t = \beta R \quad (6)$$



**Giải hệ phương trình, ta được:**

$$\Rightarrow a = \frac{m_2 \cdot g \cdot (\sin \theta - k \cos \theta) - k \cdot m_1 \cdot g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$$

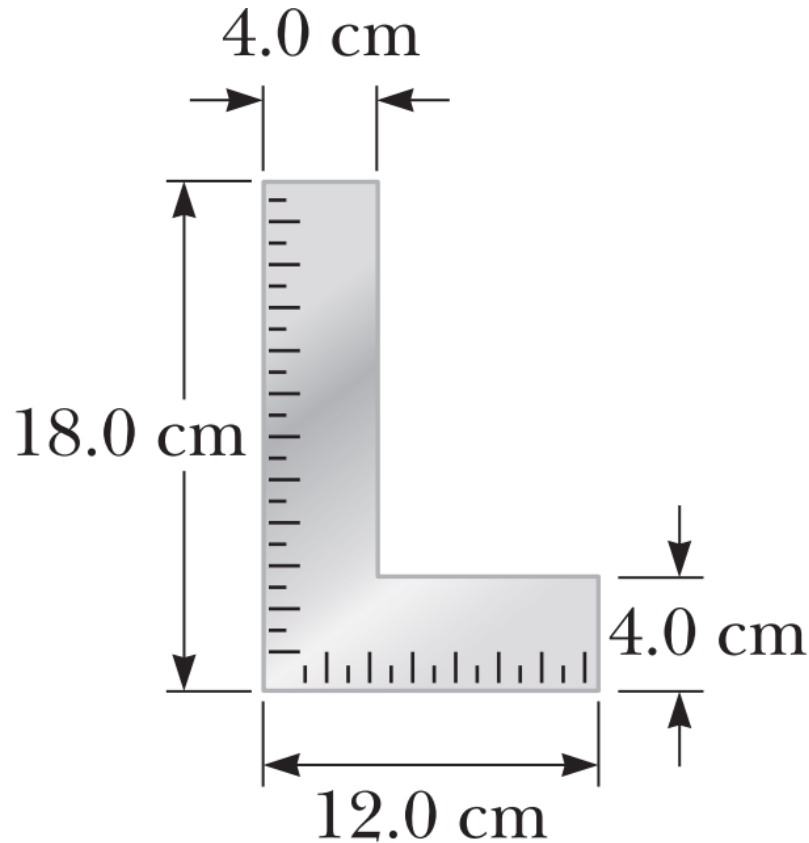
$$\Rightarrow a =$$

$$(1) \Rightarrow T_1 =$$

$$(3) \Rightarrow T_2 =$$

## BÀI TẬP ÁP DỤNG:

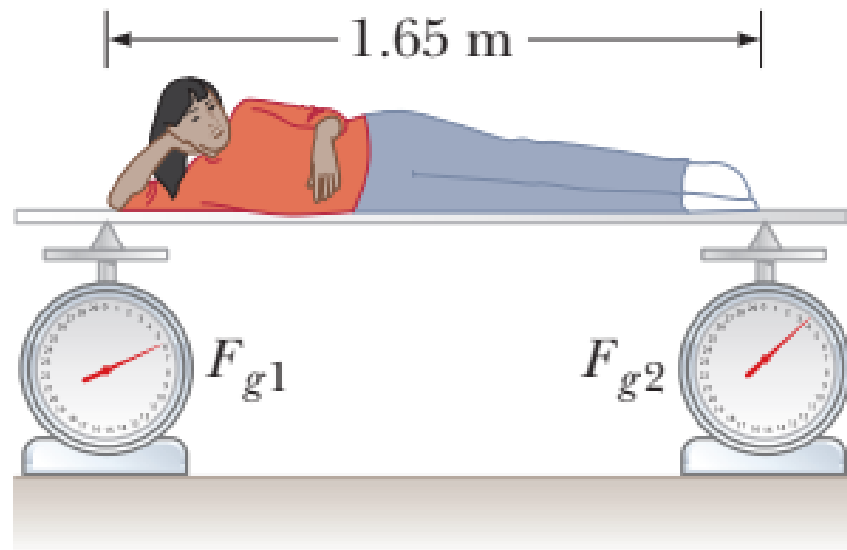
**Bài 13:** Xác định khối tâm của một thanh thước đồng chất có dạng như hình vẽ:



**ĐÁP ÁN: 3,85; 6,85**

## BÀI TẬP ÁP DỤNG:

**Bài 14:** Trong vật lý, đôi khi việc xác định vị trí khối tâm của một người rất quan trọng. Việc này có thể thực hiện bằng cách bố trí thí nghiệm như hình vẽ. Một tấm ván mỏng đặt trên hai cái cân, số chỉ của hai cân là  $F_{g1} = 380 \text{ N}$  và  $F_{g2} = 320 \text{ N}$ . Khoảng cách giữa hai cái cân là  $1,65 \text{ m}$ . Vị trí khối tâm cách chân người phụ nữ một đoạn bằng bao nhiêu?

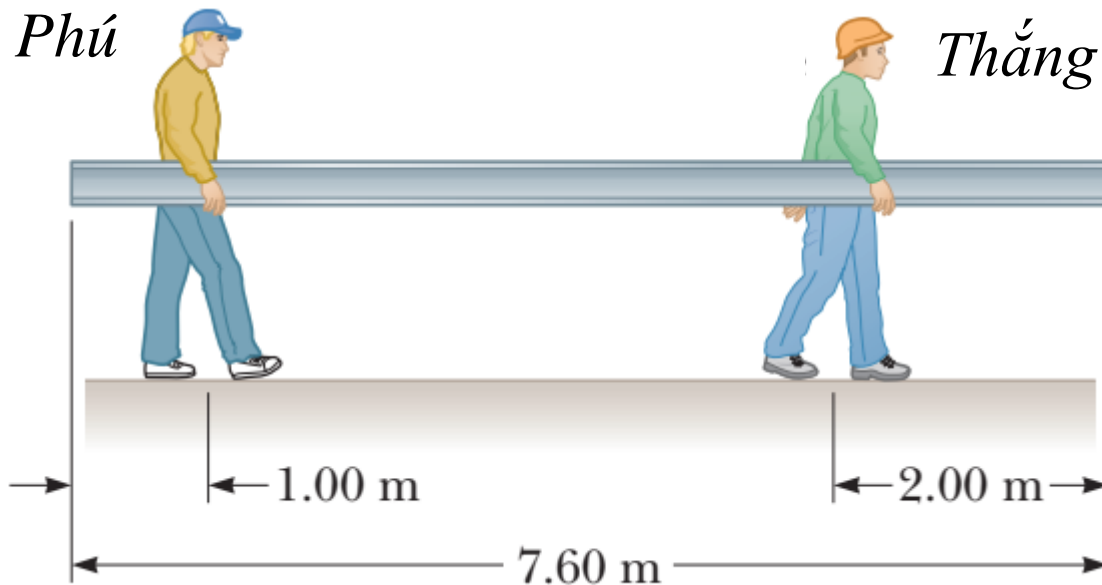


**ĐÁP ÁN:  $0,896 \text{ m}$**

# CHƯƠNG IV: CƠ HỌC VẬT RẮN

## BÀI TẬP ÁP DỤNG:

**Bài 15:** Một thanh kim loại đồng chất, tiết diện đều có chiều dài 7,6 m và trọng lượng  $4,5 \cdot 10^2$  N được mang đi bởi hai người công nhân, Phú và Thắng như hình vẽ. Tìm độ lớn mỗi người tác dụng lên thanh kim loại.



**ĐÁP ÁN:**

Phú tác dụng lực hướng lên có độ lớn 176 N,

Thắng tác dụng lực hướng lên có độ lớn 274 N.

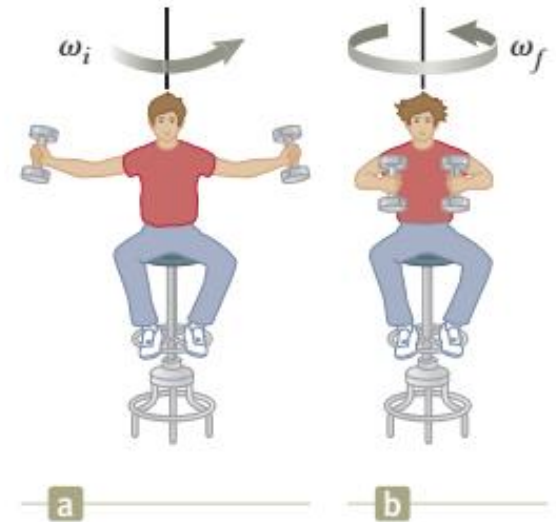


# CHƯƠNG IV: CƠ HỌC VẬT RẮN

## BÀI TẬP ÁP DỤNG:

**Bài 16:** Một sinh viên cầm hai quả tạ

đang quay đều, mỗi quả tạ có khối lượng 3,00 kg. Khi người đó dang tay ra như hình (a) khoảng cách từ các quả tạ đến trục quay là 1,00 m và người sinh viên quay với tốc độ góc là 0,750 rad/s. Momen quán tính của người và ghế là 3,00 kg.m<sup>2</sup> và xem như không thay đổi. Nếu sinh viên co tay lại đến vị trí mỗi quả tạ cách trục quay 0,300 m như hình (b)



(a) Xác định tốc độ góc của người sinh viên.

(b) Xác định động năng của hệ trước và sau khi người này co tay lại.

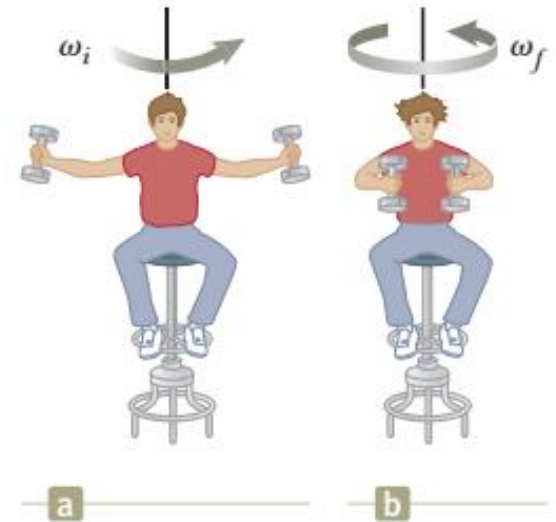
# CHƯƠNG IV: CƠ HỌC VẬT RẮN

## BÀI TẬP ÁP DỤNG:

ĐÁP ÁN:  $\omega_2 = 1,907 \text{ rad/2}$

$$K_1 = 2,531 \text{ J}$$

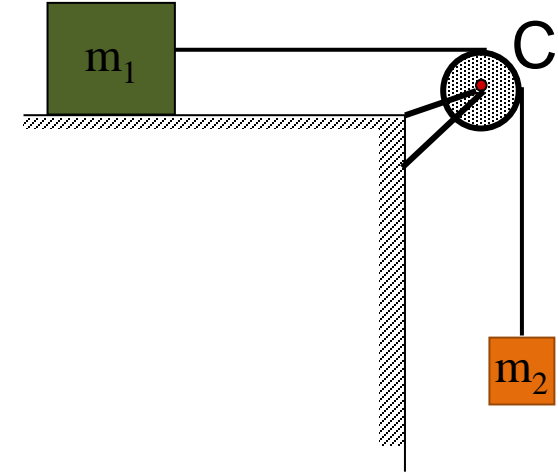
$$K_2 = 6,437 \text{ J}$$



## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

### BÀI TẬP ÁP DỤNG:

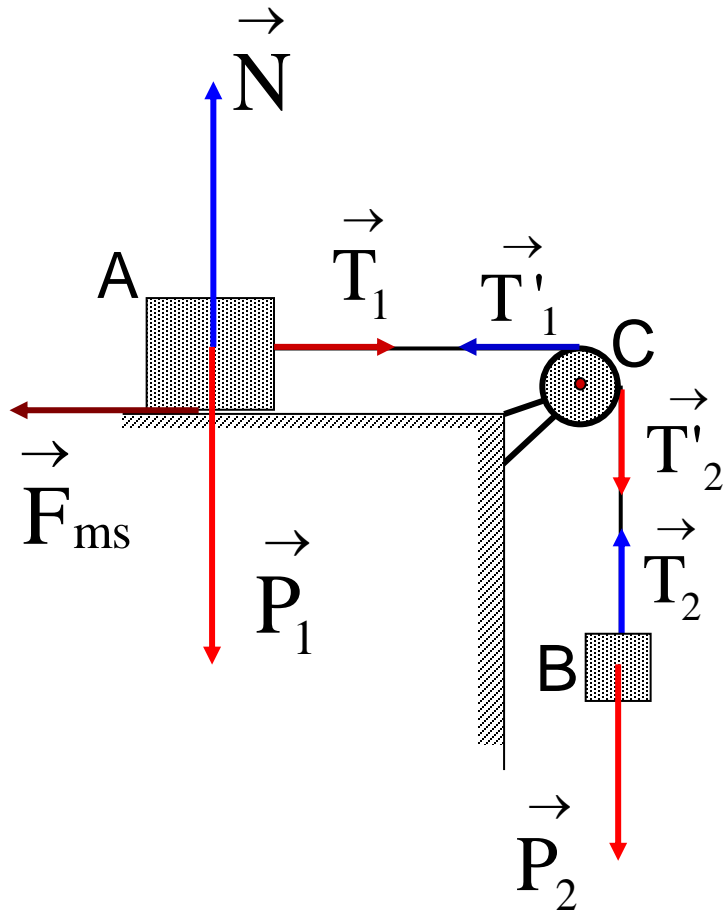
**Bài 17:** Cho cơ hệ như hình vẽ. Dây nối rất nhẹ, không co giãn, ròng rọc C có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng  $m$ . Hai đầu dây buộc hai vật A và B khối lượng  $m_1$  và  $m_2$ . Bỏ qua mômen cản ở trục ròng rọc.



Xác định gia tốc của các vật; sức căng dây; điều kiện của hệ số ma sát  $\mu$  để hệ chuyển động.

# 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

**Đáp số:**



$$a = g \frac{m_2 - km_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

$$T_1 = \frac{m_1 g (m_2 + km_2 + \frac{1}{2}km)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

$$T_2 = \frac{m_2 g (m_1 + km_1 + \frac{1}{2}m)}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m}$$

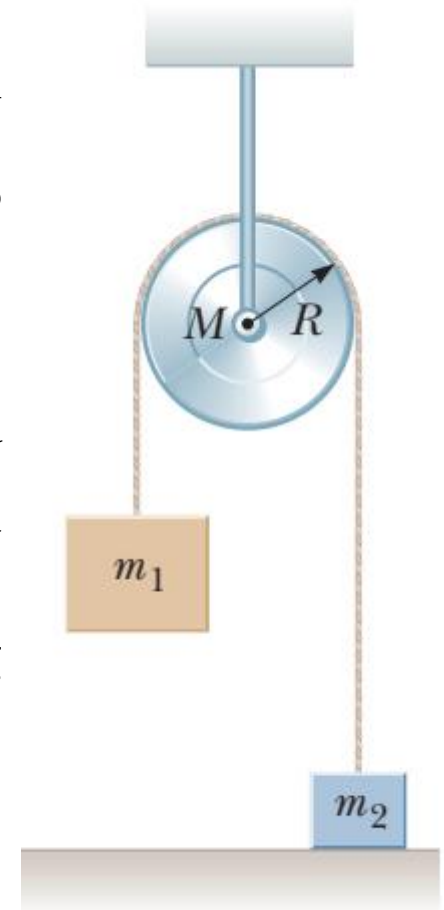
# CHƯƠNG IV: CƠ HỌC VẬT RẮN

## BÀI TẬP ÁP DỤNG:

**Bài 18:** Cho hệ cơ học như hình vẽ với  $m_1=20,0 \text{ kg}$ ,  $m_2=12,5 \text{ kg}$ ,  $R= 0,200\text{m}$  và ròng rọc có khối lượng  $M = 5,00\text{kg}$ .

Vật  $m_2$  đang nằm yên trên sàn và vật  $m_1$  bắt đầu chuyển động tại vị trí cách mặt sàn  $4\text{m}$ . Sợi dây không giãn, khối lượng không đáng kể và không trượt trên ròng rọc.

- Tính thời gian cần thiết để vật  $m_1$  chạm đất.
- Tính lại câu (a) nếu ròng rọc có khối lượng không đáng kể.



## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

### BÀI TẬP ÁP DỤNG:

**Bài 19:** Thả cho trụ rỗng lăn xuống dưới. Biết khối lượng của trụ là  $m$ , bán kính trụ là  $R$ . Dây không giãn và không có khối lượng.

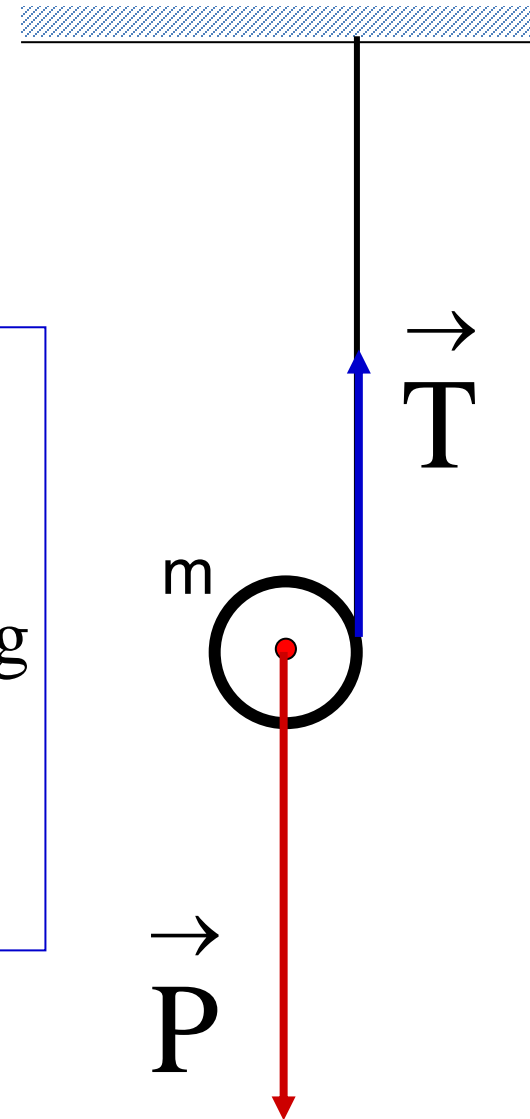
Xác định gia tốc tịnh tiến và gia tốc góc của trụ, sức căng dây.

ĐÁP ÁN

$$a = \frac{g}{2}$$

$$T = \frac{1}{2} mg$$

$$\beta = \frac{g}{2R}$$



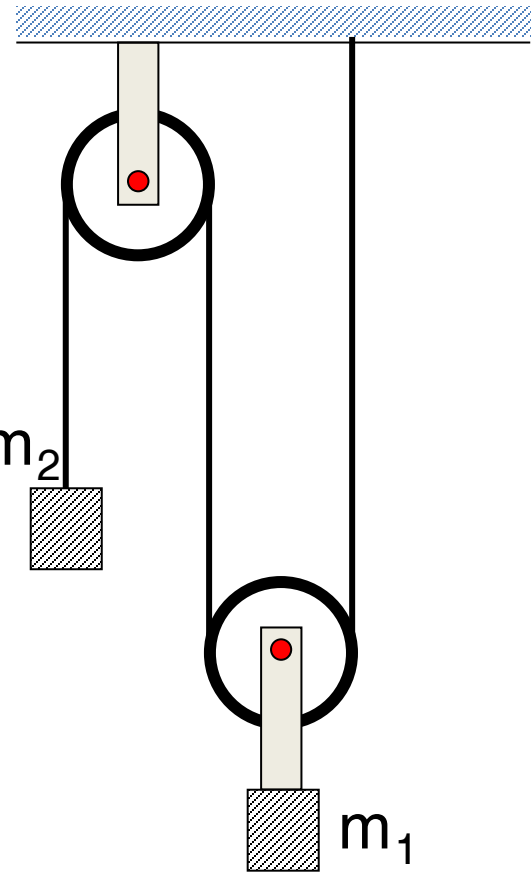


## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

### BÀI TẬP ÁP DỤNG:

**Bài 20:** Cho cơ hệ như hình vẽ.

Dây nối rất nhẹ, không co giãn, các ròng rọc có dạng đĩa tròn đồng chất, khối lượng  $m$ ; hai vật A và B có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$ . Bỏ qua mômen cản ở trục ròng rọc.



Xác định gia tốc của các vật, sức căng dây.

## 4.5 – GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

$$a_1 = g \frac{m_1 + m - 2m_2}{m_1 + 4m_2 + 4m}$$

$$a_2 = -2g \frac{m_1 + m - 2m_2}{m_1 + 4m_2 + 4m}$$

