

Date .

No

(2.42)

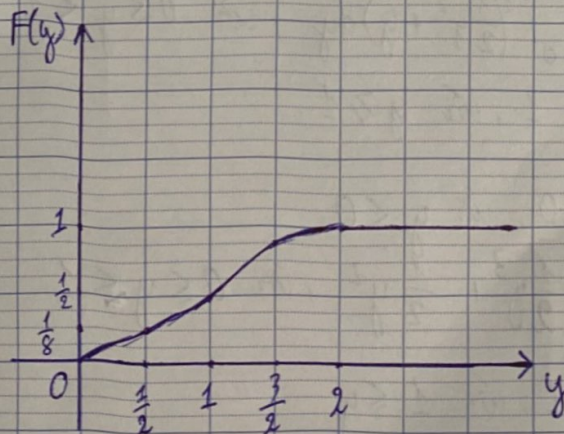
a)



b)

$$F(y) = P(Y \leq y) = \begin{cases} 0, & \text{với } y \leq 0 \\ \int_0^y y \, dy, & \text{với } 0 < y \leq 1 \\ \int_0^1 y \, dy + \int_1^y (2-y) \, dy, & \text{với } 1 < y \leq 2 \\ \int_0^1 y \, dy + \int_1^2 (2-y) \, dy, & \text{với } y > 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{với } y \leq 0 \\ \frac{y^2}{2}, & \text{với } 0 < y \leq 1 \\ -\frac{y^2}{2} + 2y - 1, & \text{với } 1 < y \leq 2 \\ 1, & \text{với } y > 2 \end{cases}$$

c) Xác suất cần tìm là:  $P(Y \geq 0,8 \text{ và } Y \leq 1,2)$ 

$$\Rightarrow P(0,8 \leq y \leq 1,2) = F(Y=1,2) - F(Y=0,8) \\ = \frac{9}{25}$$



d) Gọi  $A$  là biến cố trạm bơm nhiều hơn 10000 lít nước  
 $B$  là biến cố trạm bơm nhiều hơn 15000 lít nước

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)}$$

$$= \frac{1 - F(Y=1,5)}{1 - F(Y=1)} = \frac{1/8}{1/2} = \frac{1}{4}$$

2.44

a) Ta có:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(y) dy = 1 \Leftrightarrow \int_{-\infty}^0 0 dy + \int_0^1 (cy^2 + y) dy + \int_1^{+\infty} 0 dy = 1$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (cy^2 + y) dy = 1 \Rightarrow c = \frac{3}{2}$$

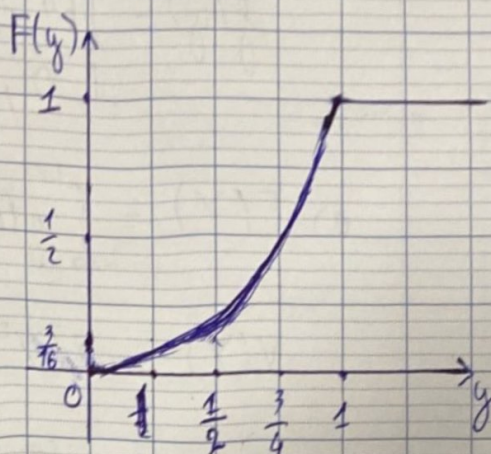
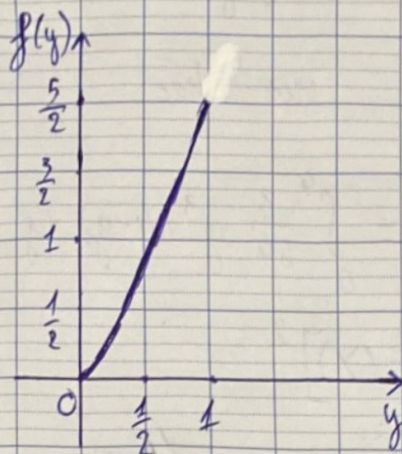
$$\Rightarrow f(y) = \begin{cases} \frac{3}{2} y^2 + y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{với } y \notin [0, 1] \text{ với khác} \end{cases}$$

$$b) F(y) = \begin{cases} 0, & \text{với } y < 0 \\ \int_0^y (\frac{3}{2} y^2 + y) dy, & \text{với } 0 \leq y < 1 \\ 1, & \text{với } y \geq 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{với } y < 0 \\ \frac{1}{2} y^3 + \frac{1}{2} y^2, & \text{với } 0 \leq y < 1 \\ 1, & \text{với } 1 \leq y \end{cases}$$



c)



d)  $F(-1) = 0$  ;  $F(0) = 0$  ;  $F(1) = 1$

e) Xác suất thỏa mãn yêu cầu là:  $F(\frac{1}{2}) = \frac{3}{16}$

f) Xác suất để sinh viên nào đó cần ít nhất 15 phút để hoàn thành bài kiểm tra sẽ cần ít nhất 30 phút để hoàn thành là:

$$P(Y \geq 0.5 | Y \geq 0.25) = \frac{P(Y \geq 0.5)}{P(Y \geq 0.25)}$$

$$= \frac{1 - F(0.5)}{1 - F(0.25)} = \frac{104}{123}$$

2.45

$$f(y) = \begin{cases} cy^2(1-y)^4, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{nơi khác} \end{cases}$$

a) Ta có:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} cy^2(1-y)^4 dy = 1 \Leftrightarrow \int_{-\infty}^0 0 dy + \int_0^1 cy^2(1-y)^4 dy + \int_1^{+\infty} 0 dy = 1$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 cy^2(1-y)^4 dy = 1 \Rightarrow c = 105$$

$$b) E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f(y) dy = \int_{-\infty}^0 0 dy + \int_0^1 105y^3(1-y)^4 dy + \int_1^{+\infty} 0 dy$$

$$= \int_0^1 105y^3(1-y)^4 dy = \frac{3}{8}$$

THUẬN TIẾN



(2.49)

$$f(y) = \begin{cases} \frac{3}{64} y^2 (4-y), & 0 \leq y \leq 4 \\ 0, & \text{vì khác} \end{cases}$$

$$a) E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f(y) dy = \int_0^4 \frac{3}{64} y^3 (4-y) dy = 2,4 \text{ (giờ)}$$

$$V(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$$

~~$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3}{64} y^4 (4-y) dy$$~~

$$= \int_0^4 \frac{3}{64} y^4 (4-y) dy - 2,4^2 = 0,64$$

$$b) E(200Y) = 200 \times 2,4 = 480 \$$$

$$V(200Y) = 200^2 \times 0,64 = 25600 \$$$

c) Chi phí hàng tuần vượt quá 600 \$ tương ứng với thời gian dừng <sup>quá</sup> 3 giờ:

$$\Rightarrow P(Y > 3) = 1 - F(3) = 1 - \int_0^3 \frac{3}{64} y^2 (4-y) dy$$

$$= \frac{67}{25} \approx 26,17\%$$

$\Rightarrow$  Không thường xuyên xảy ra trường hợp trên.

(2.50)

$$f(y) = \begin{cases} \frac{3}{8} (7-y)^2, & 5 \leq y \leq 7 \\ 0, & \text{vì khác} \end{cases}$$



$$a) E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f(y) dy = \int_5^{7,3} \frac{3}{8} y (7 - y^2) dy = \frac{11}{2}$$

$$V(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = \int_5^{7,3} \frac{3}{8} y^2 (7 - y^2) dy - \left(\frac{11}{2}\right)^2$$

$$= 0,15$$

b) Gọi khoảng đo là khoảng  $[a, b]$  ( $a \leq b$ )

Ta có:  $P(a \leq Y \leq b) \geq 0,75$  (1)

• Với  $b \leq 5 \Rightarrow \int_a^b f(y) dy = 0 < 0,75$  (Không thỏa)

• Với  $a \geq 7 \Rightarrow \int_a^b f(y) dy = 0 < 0,75$  (Không thỏa)

$\Rightarrow [a, b]$  là khoảng nằm trong  $[5; 7]$

Từ (1) suy ra:  $\int_a^b f(y) dy \geq 0,75$

$$\Leftrightarrow \int_a^b \frac{3}{8} (7 - y^2) dy \geq 0,75$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{8} \int_a^b (4a + y^2 - 14y) dy \geq 0,75$$

$$\Leftrightarrow \int_a^b (7 - y)^2 dy \geq 2 \Leftrightarrow (7 - a)^3 - (7 - b)^3 \geq 6$$

$\Rightarrow$  Chọn  $a = 5,1$ ;  $b = 6,9$ , ta có:

$$(7 - 5,1)^3 - (7 - 6,9)^3 = 6,858 \geq 6 \Rightarrow \text{Thỏa}$$

Vậy khoảng đo là  $[5,1; 6,9]$

$$c) P(Y \leq 5,5) = \int_5^{5,5} \frac{3}{8} (7 - y)^2 dy = \frac{37}{64} \approx 57,81\%$$

$\Rightarrow$  Vậy thường xuyên sẽ nhận được số đo pH dưới 5,5