

4.3

Gọi X_i là sức căng của mẫu thứ i ($i = 1, 2, \dots, 6$) trong mẫu này $\rightarrow \bar{X} \sim NP(75,5; \frac{3,5}{\sqrt{6}}) \Leftrightarrow \bar{X} \sim NP(75,5; 1,429)$

Xác suất để 1 mẫu thử gồm 6 sợi có sức căng trung bình mẫu vượt quá 75,75 psi là:

$$P(\bar{X} > 75,75) = P\left(\frac{\bar{X} - 75,5}{1,429} > \frac{75,75 - 75,5}{1,429}\right)$$

$$= P(Z > 0,175) \text{ với } Z \sim NP(0; 1)$$

$$= 1 - P(Z \leq 0,175) = 1 - \Phi(0,175) \approx 0,4325$$

Vậy xác suất thoát mẫu đề bài là: 43,25%

4.15

Gọi \bar{X}_1, \bar{X}_2 lần lượt là giá trị trung bình mẫu cho khoảng tin cậy (37,53; 49,87) và (35,59; 51,81).

$$a) \bar{X}_1 = \frac{37,53 + 49,87}{2} = 43,7$$

$$\bar{X}_2 = \frac{35,59 + 51,81}{2} = 43,7$$

Vậy giá trị trung bình mẫu là 43,7

b) Khoảng (35,59; 51,81) là khoảng được xây dựng với độ tin cậy 99%; cái còn lại là 95% do khoảng tin cậy 99% phải rộng hơn khoảng tin cậy 95% trên cùng 1 mẫu.

4.23

Gọi X_i là năng lượng trong thanh sắt có la thứ i trong mẫu ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$) $\rightarrow \bar{X} \sim NP(230; 15^2)$

Khoảng tin cậy 99% cho con số calo trung bình thực sự của thường lười với trên là:

$$KTC_{99\%} = \bar{x} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 230 \pm 2,57 \cdot \frac{15}{\sqrt{10}}$$

$$= 230 \pm 12,19$$

Vậy khoảng tin cậy 99% cần tìm là (217,81; 242,19)

4.53

Gọi \bar{p} là tỉ lệ ung thư phổi trong mẫu được xét trong 10 năm $\rightarrow \hat{p} = 82,3\%$

a) Khoảng tin cậy 95% cho tỉ lệ tử vong do ung thư phổi trong mẫu này là:

$$KTC_{95\%}(\bar{p}) = \hat{p} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$= 0,823 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,823(1-0,823)}{1000}}$$

$$= 0,823 \pm 0,024$$

Vậy khoảng tin cậy 95% cần tìm là (0,799; 0,847)

b) Với độ tin cậy 95%, để sai số $< 0,03$; kích cỡ mẫu gọi là n ; yêu cầu bài toán tương đương:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < 0,03$$

$$\Leftrightarrow 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,823(1-0,823)}{n}} < 0,03$$

$$\Leftrightarrow n > 621,79$$

Vậy để thỏa yêu cầu thì kích cỡ mẫu phải là 622 bệnh nhân

c) Gọi K là độ lớn mẫu số để tin cậy $\approx 95\%$ là sai số ước lượng giá trị thực của $p < 0,03$. Ta có:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{K}} < 0,03$$

$$\Rightarrow 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{K}} < 0,03$$

$$\Rightarrow K > 1067,11$$

Vậy mẫu ít nhất phải gồm 1068 bệnh nhân để thỏa yêu cầu

4.55

Gọi m là số người dân khảo sát để tin rằng sai số ước tính số lượng này $\leq 0,05$ với độ tin cậy 99%.

Giả sử $m > 30$, khi đó ta có khoảng tin cậy 99% cho số người dân muốn tăng giới hạn tốc độ từ 40 km lên 50 km trong mẫu này là:

$$KTC_{99\%} = \bar{x} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{m}}$$

Theo đề, ta có:

$$Z_{99,5\%} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{m}} < 0,05$$

$$\Rightarrow 2,57 \cdot \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{m}} < 0,05$$

$$\Rightarrow m > 660,49$$

Vậy để thỏa mãn yêu cầu thì khảo sát 661 người.