Date . . . No

BÀI TẬP VỀ GIỚI HẠN - HÀM SỐ

Môn: Vi tích phân 1

Nguyễn Hải Đăng - 23127165

Bài 1:

a) $\lim\limits_{x\to16}\dfrac{4-\sqrt{x}}{16x-x^2}=\lim\limits_{x\to16}\dfrac{4-\sqrt{x}}{x(16-x)}=\lim\limits_{x\to16}\dfrac{4-\sqrt{x}}{x(4-\sqrt{x})(4+\sqrt{x})}$

$=\lim\limits_{x\to16}\dfrac{1}{x(4+\sqrt{x})}=\dfrac{1}{128}$

b) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x}-x^2}{1-\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x}-x+x-x^2}{1-\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})+x(1-x)}{1-\sqrt{x}}$

$=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})+x(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}}$

$=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+x+x\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}}=\lim\limits_{x\to1}(\sqrt{x}+x+x\sqrt{x})$

$=3$

c) $\lim\limits_{u\to1}\dfrac{u^4-1}{u^3+5u^2-6u}=\lim\limits_{u\to1}\dfrac{(u^2-1)(u^2+1)}{u(u-1)(u+6)}=\cancel{\lim\limits_{u\to1}}$

$=\lim\limits_{u\to1}\dfrac{(u-1)(u+1)(u^2+1)}{u(u-1)(u+6)}=\lim\limits_{u\to1}\dfrac{(u+1)(u^2+1)}{u(u+6)}=\dfrac{4}{7}$

d) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2-9}{2x^2+7x+3}=\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{(x-3)(x+3)}{2(x+\frac{1}{2})(x+3)}=\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x-3}{2(x+\frac{1}{2})}$

$=\dfrac{12}{2.5}=\dfrac{6}{5}$

e) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{4x+5}-3}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(\sqrt{4x+5}+3)}{(\sqrt{4x+5}-3)(\sqrt{4x+5}+3)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(\sqrt{4x+5}+3)}{4x+5-9}$

$=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(\sqrt{4x+5}+3)}{4x-4}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(\sqrt{4x+5}+3)}{4(x-1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{4x+5}+3}{4}=\dfrac{3}{2}$

Date . . . No

f) $\lim\limits_{x\to 1,5} \dfrac{2x^2-3x}{|2x-3|} = \lim\limits_{x\to 1.5} f(x)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1.5^+} \dfrac{2x^2-3x}{|2x-3|} = \lim\limits_{x\to 1.5^+} \dfrac{2x^2-3x}{2x-3} = \lim\limits_{x\to 1.5^+} \dfrac{x(2x-3)}{2x-3}$

$= \lim\limits_{x\to 1.5^+} x = 1.5$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1.5^-} \dfrac{2x^2-3x}{|2x-3|} = \lim\limits_{x\to 1.5^-} \dfrac{2x^2-3x}{-2x+3} = \lim\limits_{x\to 1.5^-} \dfrac{-x(-2x+3)}{-2x+3}$

$= \lim\limits_{x\to 1.5^-} (-x) = -1.5$

Vì $\lim\limits_{x\to 1.5^+} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 1.5^-} f(x)$ nên $\lim\limits_{x\to 1.5} f(x)$ không tồn tại

Bài 2:

a)

- Vì $\lim\limits_{x\to -2^+} g(x) \neq \lim\limits_{x\to -2^-} g(x)$ nên $x_0 = -2$ là điểm gián đoạn
- Vì $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x) \neq \lim\limits_{x\to 2^-} g(x)$ nên $x_0 = 2$ là điểm gián đoạn.
- Vì $\lim\limits_{x\to 4^+} g(x) = \lim\limits_{x\to 4^-} g(x) = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to 4} g(x) = +\infty$ nên $x_0 = 4$ là điểm gián đoạn
- Vì $\lim\limits_{x\to 6^+} g(x) \neq \lim\limits_{x\to 6^-} g(x)$ nên $x_0 = 6$ là điểm gián đoạn

b) g liên tục trên các khoảng: $(-4;-2)$, $(-2;2)$, $(2;4)$, $(4;6)$, $(6;8)$.

c) Vì $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x) = g(2) \Rightarrow$ g liên tục phải tại $x_0 = 2$

Date . . . No

Bài 3:

a) Ta xét phương trình: $f(x) = x^3 - \cos x$ trên khoảng $(0;1)$

Rõ ràng f liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ f liên tục trên $[0;1]$;

Ta có: $\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(1) = 1 - \cos 1 \end{cases} \Rightarrow f(0).f(1) < 0$

$\Rightarrow$ Vậy theo định lí giá trị trung gian thì khẳng định sau đúng:

$(\forall y \in [-1; 1-\cos 1])(\exists x_0 \in [0;1])(y = f(x) = x^3 - \cos x)$

$\Rightarrow$ Xét $y = 0 \in [-1; 1-\cos 1]$ thì $(0 = x^3 - \cos x)$ có nghiệm $x_0 \in [0;1]$

$\Rightarrow$ Vậy phương trình $(\cos x = x^3)$ có nghiệm trong $(0;1)$

b) Ta xét phương trình: $f(x) = 2x^3 + x - 2$ trên khoảng $(-1;1)$

Rõ ràng f liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ f liên tục trên $[-1;1]$

Ta có: $\begin{cases} f(-1) = -5 \\ f(1) = 1 \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(1) < 0$

$\Rightarrow$ Vậy theo định lí giá trị trung gian thì khẳng định sau đúng:

$(\forall y \in [-5;1])(\exists x_0 \in [-1;1])(y = f(x) = 2x^3 + x - 2)$

$\Rightarrow$ Xét $y = 0 \in [-5;1]$ thì $(0 = 2x^3 + x - 2)$ có nghiệm $x_0 \in [-1;1]$

$\Rightarrow$ Vậy phương trình $(2x^3 + x - 2 = 0)$ có nghiệm trong $(-1;1)$

c) Ta xét phương trình $f(x) = 4x^5 + 4x^2 - 2\sqrt{x} - 5$ trên khoảng $(0;3)$

Rõ ràng f liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ f liên tục trên $[0;3]$

Ta có: $\begin{cases} f(0) = -5 \\ f(3) = 274 + (-2\sqrt{3}) \end{cases} \Rightarrow f(0).f(3) < 0$

$\Rightarrow$ Vậy theo định lí giá trị trung gian thì khẳng định sau đúng:

THUẬN TIẾN

Date . . . No

$\left(\forall y \in [-5; 274 - 2\sqrt{3}]\right)\left(\exists x_0 \in [0;3]\right)\left(y = f(x) = x^5 + 4x^2 - 2\sqrt{x} - 5\right)$

$\Rightarrow$ Xét $y = 0 \in [-5; 274 - 2\sqrt{3}]$ thì $\left(0 = x^5 + 4x^2 - 2\sqrt{x} - 5\right)$ có nghiệm $x_0 \in [0;3]$

$\Rightarrow$ Vậy phương trình $\left(x^5 + 4x^2 - 2\sqrt{x} = 5\right)$ có nghiệm trong $(0;3)$