Becerril Olivar Axel Daniel. Tarea 2.

Axiomas Zermelo-Fraenkel.

1. Axioma de extensionalidad.

Dos conjuntos X e Y son iguales (lo que se representa por X=Y) únicamente si contienen los mismos elementos.
Más formalmente $(\forall a, a \in X \leftrightarrow a \in Y) \leftrightarrow X = Y$

2. Axioma del conjunto vacío.

Existe un conjunto (representado por $\emptyset$) sin elementos.
Esto es: $\exists \emptyset / \forall a, a \notin \emptyset$

3. Axioma de pares.

Dados cualesquiera conjuntos x e y, existe otro conjunto representado por $\{x, y\}$, cuyos elementos son únicamente x e y.
Esto es: $\forall X, Y \exists Z / (\forall a, a \in Z \leftrightarrow a = X \vee a = Y)$.

4. Axioma de la unión.

Dado cualquier conjunto C, existe un conjunto, representado por $\cup C$ y llamado unión de C, que contiene todos los elementos de cada elemento de C. Esto es, $\forall X, \exists Y / (\forall a : a \in Y \leftrightarrow \exists Z \in X \wedge a \in Z)$

5. Axioma del conjunto potencia.

Para cualquier conjunto x existe otro conjunto, representado por $P(x)$, que contiene todos los subconjuntos de x.
Esto es: $\forall x \exists Y / (\forall Z : Z \in Y \leftrightarrow (\forall a \in Z \rightarrow a \in X))$.

6. Esquema axiomático de especificación.

Sea $\emptyset(v)$ una fórmula de un lenguaje de primer orden que contenga una variable libre v. Entonces, para cualquier conjunto X existe un conjunto y cuyos elementos son aquellos elementos a de X que cumplen $\emptyset(a)$.
Formalmente, $\forall X \exists Y / (\forall a : a \in Y \leftrightarrow a \in X \wedge P(a))$.

7. Esquema axiomático de reemplazo.

Si $\emptyset(a,b)$ es una sentencia tal que para cualquier elemento a de un conjunto X el conjunto $y = \{b \mid \emptyset(a,b)\}$ existe, entonces existe una función $f : X \rightarrow y$ tal que $f(a) = b$.
Formalmente: si $P(x,y) / (\forall x \in A \exists y : P(x,y))$ entonces $\forall A, \exists B / (\forall x \in A \exists Y \in B / P(x,y)$ cierta$)$.

8. Axioma de infinitud.

Existe un conjunto x tal que $\emptyset \in x$ y tal que si $y \in x$, entonces $y \cup \{y\} \in x$. En símbolos, $\exists x / (\emptyset \in X \wedge (\forall Y \in X : S(Y) \in X))$.

9. Axioma de regularidad.

Para todo conjunto no vacío x existe un conjunto $y \in x$ tal que $x \cap y = \emptyset$.
En términos formales: $\forall x \exists Y / (Y \in X \wedge X \cap Y = \emptyset)$.

10. Axioma de elección.

Dada una familia de conjuntos no vacíos podemos elegir un elemento de cada conjunto. Este axioma puede expresarse de manera equivalente a, dado un conjunto cualquiera x, existe una función f que elige un elemento de cada conjunto no vacío de x.
$\forall x \exists f : x \to \cup x, \forall a (a \in X \wedge a \neq \emptyset \to f(a) \in a)$.