1 Немного истории.

2 Введение в лямбда-исчисление: определения и базовые результаты.

Рассмотрим мотивирующий пример. Когда мы пишем, что «функция отображает аргумент x в M», где M — это метапеременная, в которой лежит тело функции, то мы используем следующую нотацию $x \mapsto M$, тогда как запись $\lambda x.M$ следует читать точно также в содержательном смысле. Расширим наш мотивирующий и не совсем формальный пример, заменив метапеременную M на более понятное арифметическое выражение : $x \mapsto x^2+6x+9$ и $\lambda x.x^2 + 6x + 9$.

Теперь же перейдем к формальным определениям. Базовое понятие в λ-исчислении — это *предтерм.* Предположим, у нас есть бесконечный алфавит:

$$\Lambda = v_0, v_1, v_2, v_3, ... \tag{1}$$

Предтермами мы будем называть конечные строки над алфавитом Λ, порожденные следующей грамматикой:

$$\Lambda_{term} ::= \Lambda \mid (\Lambda_{term}\Lambda_{term}) \mid \lambda\Lambda.\Lambda_{term} \tag{2}$$

Примеры конечных строк, порожденных заданной грамматикой:
1) $((v_3\ v_5)\ v_8)$;
2) $\lambda v_6.v_5v_6$
3) $\lambda v_0.v_0$
4) $\lambda v_{05091995}.\lambda v_{38}.v_4$

Как мы видим из определения грамматики, предтермы бывают трех видов.

Зададим классификацию предтермов в соответсвии с грамматикой:

1) Предтерм первого вида (это просто элементы Λ) называется *переменной*, которые мы будем обозначать тремя предпоследними буквами латинского алфавита $x, y, z, ...$ (возможно с индексами);

2) Предтерм второго вида (записанные два подряд предтерма) называется *аппликацией* (или *применением*), которую мы будем обозначать (MN), где M и N — это произвольные предтермы, которые впредь будут обозначаться метапеременными $M, N, O, ...$ (возможно с индексами);

3) Предтерм третьего вида (знак λ с переменной, точка и предтерм) называется *λ-абстракцией*, которая будет обозначаться как $\lambda x.M$, где x является *связанной переменной.* Если в предтерме встречается переменная x, которая связана λ-оператором, то такая переменная будет называться *свободной переменной.*

Поясним, что λ — это оператор связывания. Пусть у нас есть некоторый предтерм M, содержащий свободные вхождения x. Теперь мы λ-абстрагируемся по x и получим предтерм третьего вида $\lambda x.M$, предъявляя таким образом выражение, зависящее от значения параметра x.

Важное терминологическое соглашение: любой предтерм, удовлетворяющий тому или иному виду, мы будет называть λ-термами.

3 Комбинаторная логика и ее связь с лямбда-исчислением.

4 Простое типизированное лямбда-исчисление: типизация по Карри и по Черчу.

5 Типизированные комбинаторы.

6 Практическая реализация лямбда-исчисления, комбинаторной логики и теории типов.