

Теоретическая контрольная работа

1. Постройте замкнутый (т.е. не содержащий переменных, не связанных λ -абстракцией) λ -терм следующего типа:

а) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow D)))$;

б) $((((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow B) \rightarrow B$.

2. Пусть $\mathbf{K} = \lambda x. \lambda y. x$ и $\mathbf{S} = \lambda x y z. (x z (y z))$. Выведите наиболее общий тип следующего терма и найдите его нормальную форму.

а) $\mathbf{S}(\mathbf{K}\mathbf{S})\mathbf{K}$;

б) $\mathbf{S}\mathbf{S}(\mathbf{K}(\mathbf{S}\mathbf{K}\mathbf{K}))$.

3. Пусть \mathbb{Y} — комбинатор неподвижной точки (редукция: $\mathbb{Y}F \rightarrow F(\mathbb{Y}F)$). Выведите наиболее общий тип следующего терма и выясните, является ли он слабо нормализуемым.

а) $\mathbb{Y}(\lambda f. \lambda x. f(fx))$;

б) $\mathbf{K}\mathbf{I}(\mathbb{Y}\mathbf{I})$, где $\mathbf{K} = \lambda x. \lambda y. x$ и $\mathbf{I} = \lambda z. z$.

4. Выведите в системе типов Хиндли – Милнера наиболее общий тип для следующего терма:

а) `let z = \x -> \y -> y x in z z z`

б) `let k = \x -> \y -> x in k k`

5. Постройте пример пары термов u_1 и u_2 , таких что $u_1 \rightarrow_\beta u_2$, при этом u_2 типизуем в системе типов Хиндли – Милнера, а u_1 не типизуем.

6. Постройте пример пары термов u_1 и u_2 , таких что $u_1 \rightarrow_\beta u_2$, оба типа типизируемы в системе Хиндли – Милнера, но их наиболее общие типы различаются.

7. Типизуем ли терм `\f x y -> (f x) (f y)`

а) в системе типов Хиндли – Милнера;

б) в системе F ($\lambda 2$)?