Imagine que eu tenha construído uma tabela com os resultados das partidas de futebol de meu time, informando se eu fiquei feliz ou não com os resultados:

RESULTADO DO JOGO	FIQUEI FELIZ?
vitória	sim
empate	sim
vitória	sim
derrota	não
derrota	não
empate	sim
vitória	sim
vitória	não
vitória	sim
derrota	sim
empate	não
derrota	não
empate	não
vitória	sim
vitória	sim
derrota	não
empate	sim

A partir desses dados, podemos contabilizar quantas vezes cada resultado aparece, construindo uma tabela de frequências:

Tabela de Frequências		
Resultado do jogo	*Feliz = sim*	*Feliz = não*
vitória	6	1
empate	3	2
derrota	1	4
Total	**10**	**7**

P(sim) = 10/17 = 0,5882353

P(não) = 7/17 = 0,4117647

P(vitória) = 7/17 = 0,4117647

P(empate) = 5/17 = 0,2941176

P(derrota) = 5/17 = 0,2941176

P(A/B) = P(B/A)*P(A) / P(B)

P(sim/vitória) = P(vitória/sim)*P(sim)/ P(vitória)

P(vitória/sim) = 6/10 = 0,6

P(sim/vitória) = 0,6*0,5882353/ 0,4117647= **0,8571**

Quando existem mais features:

P(A/(x1, x2, x3)) = P(x1/A)*P(x2/A)*P(x3/A)*P(A) / P(x1)*P(x2)*P(x3)

P(A/B) = P(B/A)*P(A) / P(B)

Funções em Python:

- Quando os dados das variáveis preditoras são discretos, devemos utilizar a função MultinomialNB.
- Quando os dados das variáveis preditoras são discretos e binários, devemos utilizar a função BernoulliNB.
- Quando os dados das variáveis preditoras são contínuos, devemos utilizar a função GaussianNB.

As funções MultinomialNB e BernoulliNB realizam os cálculos das probabilidades conforme vimos no exemplo anterior. Já a função GaussianNB faz um cálculo um pouco diferente, pois ela pega cada variável preditora, calcula sua média e seu desvio padrão, e a partir disso calcula as probabilidades considerando uma distribuição gaussiana.

Exemplo:

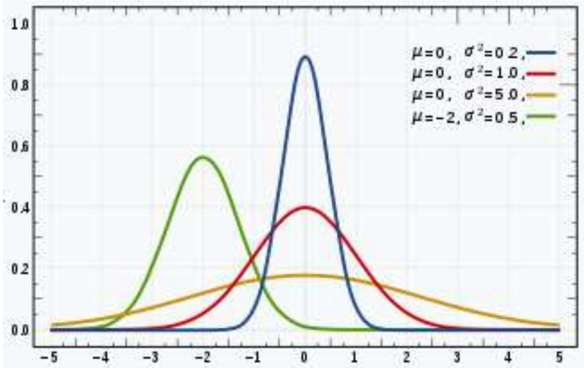
Altura	Sexo
1.46	F
1.59	F
1.85	M
1.73	M
1.66	M
1.60	F
1.74	F
1.93	M
1.80	M
1.71	F
1.68	M

P(A/B) = P(B/A)*P(A) / P(B)

P(homem/1.82) = P(1.82/ homem)*P(homem) / P(1.82)

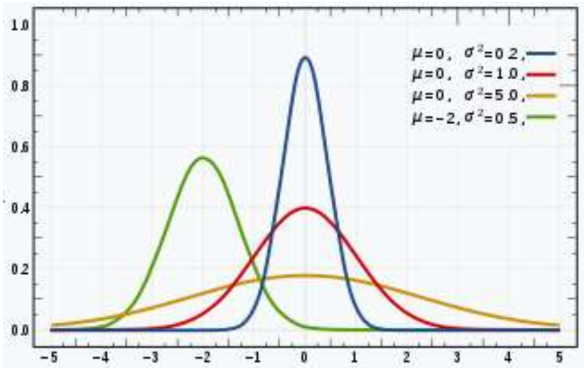
P(1.82/homem) =

$$f(x \mid \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



P(1.82) =

$$f(x \mid \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



O problema de probabilidade zero na tabela de frequências

Agora vamos falar sobre o problema de probabilidade zero nas funções MultinomialNB e BernoulliNB.

Imagine a seguinte classificação de mensagens de e-mail:

Frases	Spam
clique no link abaixo	sim
confira essa foto incrível	sim
vamos na casa do Marcelo	não
cadastre uma nova senha	não
poker online grátis	sim
...	...

Tabela de Frequências		
Palavra	*Spam = sim*	*Spam = não*
clique	68	3
no	42	115
link	13	5
abaixo	7	1
confira	9	0
vamos	2	76
...	...	...

P(sim/"confira essa foto louca") = P(sim/(confira, essa, foto, louca))

P(A/B) = P(B/A)*P(A) / P(B)

P(A/(x1, x2, x3)) = P(x1/A)*P(x2/A)*P(x3/A)*P(A) / P(x1)*P(x2)*P(x3)

Repare que quando uma palavra não existe na tabela de frequências, isso resultaria em probabilidade zero.

O método utilizado para contornar essa situação é a suavização de Laplace. Essa suavização é dada pela fórmula:

$$\hat{\theta}_i = \frac{x_i + \alpha}{N + \alpha d} \qquad (i = 1, \ldots, d),$$

Onde Theta-i é o novo parâmetro de cálculo de probabilidade (suavizado), xi são as observações desse parâmetro, alfa é o suavizador (default = 1), N é o total de ocorrências (tabela de frequência) dos parâmetros e d é o total de parâmetros.

Utilizando como base a tabela de frequências do primeiro exercício:

Tabela de Frequências		
Resultado do jogo	*Feliz = sim*	*Feliz = não*
vitória	6	1
empate	3	2
derrota	1	4
Total	**10**	**7**

Cada probabilidade precisaria ser ajustada. Por exemplo, a probabilidade de vitória, em vez de ser 7/17 = 0,41, ficaria (supondo alfa = 1):

P(vitória) = θ1 = (7+1)/(17+1*3) = 0,40.

P(empate) = θ2 = (5+1)/(17+1*3) = 0,30.

P(derrota) = θ3 = (5+1)/(17+1*3) = 0,30.

Essa fórmula mostra que, quando um dado novo i que nunca apareceu antes precisa ser testado no modelo, em vez de receber probabilidade zero, acaba recebendo a probabilidade de:

θi = 1/(N + d)

Quando alfa = 0, o cálculo elimina o fator suavização:

θi = xi/N