Aula 23 - 16.7/27

Daniel Amorim Vilela de Salis - 123.145

· S_1 paraboloide:

$r(x,z) = xi + (x^2+z^2)j + zk \quad ; \; x^2+z^2 \leq 1$

$F(r(x,z)) = 0i + (x^2+z^2)j - zk$

$r_x \times r_z = 2xi - j + 2zk$

· Calculando a integral de S_1

$$\iint_{S_1} F \cdot dS = \iint_{x^2+z^2 \leq 1} [0 \cdot 2x + (x^2+z^2)\cdot(-1) + (-z)\cdot(2z)]\, dA \Rightarrow$$

$$\iint_{S_1} F \cdot dS = \iint_{x^2+z^2 \leq 1} [-(x^2+z^2) - 2z^2]\, dA = \int_0^{2\pi}\int_0^1 [-r^2 - 2r^2 \cdot \text{sen}^2(\theta)]\, r \, dr\, d\theta \Rightarrow$$

$$\iint_{S_1} F \cdot dS = \int_0^{2\pi} (-1 - 2\,\text{sen}^2(\theta))\, d\theta \int_0^1 r^3\, dr = \left[-\theta - \left(\theta - \frac{\text{sen}(2\theta)}{2}\right)\right]_0^{2\pi} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^1 \Rightarrow$$

$$\iint_{S_1} F \cdot dS = -4\pi \cdot \frac{1}{4} = -\pi$$

· Para S_2

$r(x,z) = x \cdot i + j + z \cdot k \quad ; \; x^2+z^2 \leq 1$

$F(r(x,z)) = 0 \cdot i + j - zk$

$r_z \times r_x = 0i + j + 0k$

$$\therefore \iint_{S_2} F \cdot dS = \iint_{x^2+z^2 \leq 1} [0 \cdot 0 + 1 + (-z) \cdot 0]\, dA \Rightarrow$$

$$\iint_{S_2} F \cdot dS = \iint_{x^2+z^2 \leq 1} [1]\, dA = \pi \cdot 1$$

$$\iint_{S_2} F \cdot dS = \iint_{S_1} F \cdot dS + \iint_{2} F \cdot dS = -\pi + \pi = 0$$